

გიორგი ჯავახიშვილი

ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის მანქანური გაანგარიშების
ალგორითმის დამუშავება და კვლევა

წარდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო

საავტორო უფლება © გიორგი ჯავახიშვილი, 2008 წელი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სამთო-გეოლოგიური ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით გიორგი ჯავახიშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: "ზაგირგზის ზაგირთა სისტემის მანქანური გაანგარიშების ალგორითმის დამუშავება და კვლევა" და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამთო-გეოლოგიური ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი

ხელმძღვანელი: _____ ბ. გელეიშვილი

რეცენზენტი: _____

რეცენზენტი: _____

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2008 წელი

ავტორი: გიორგი ჯავახიშვილი
დასახელება: ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის მანქანური
განგარიშების ალგორითმის დამუშავება და
კვლევა
ფაკულტეტი : სამთო-გეოლოგიური
აკადემიური ხარისხი: დოქტორი
სხდომა ჩატარდა:

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან
სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი
ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო
უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა
იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ
მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია
სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს
პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

წინამდებარე ნაშრომში წარმოდგენილია ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის მანქანური გაანგარიშების ალგორითმის დამუშავებისა და კვლევის შედეგები.

დასაბუთებულია ბაგირგზის ბაგირთა სისტემების კომპიუტერული მოდელირების აუცილებლობა, რაც მნიშვნელოვნად განაპირობებს უსაფრთხო ექსპლუატაციის მაღალ დონესა და მეტ ეფექტურობას. კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და პროგრამირების თანამედროვე ალგორითმული ენების გამოყენება საშუალებას იძლევა ბაგირთა სისტემების პროექტირებისას ნაკლებად, ან საერთოდ არ მივმართოთ სხვადასხვა დაშვებებსა და გამარტივებებს. ეს უზრუნველყოფს ბაგირთა სისტემების მათემატიკური ან ფიზიკური მოდელის ადეკვატურობის გაზრდას, ფიზიკური პარამეტრის რიცხვით შეფასებასა და მის რეალურ მნიშვნელობას შორის ცდომილების მინიმუმამდე შემცირებას.

ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის ზუსტი ფიზიკური მოდელის შექმნისთვის აუცილებელი წინასწარი კვლევები ჩატარებულია ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდის გამოყენებით. ადრე მიღებული შეხედულებებისგან განსხვავებით დადგენილია, რომ საწევი ბაგირი შესაძლოა არათუ ზრდიდეს, არამედ ამცირებდეს მზიდ ბაგირზე მოქმედ შეყურსულ დატვირთვას. ასეთ შემთხვევაში, ბაგირთა სისტემების პროექტირების არსებული მეთოდიკა - მალში საწევი ბაგირის წონის ნაწილის დამატება მზიდი ბაგირის შეყურსულ დატვირთვაზე განაპირობებს მოძრავი შემადგენლობისაგან გამოწვეული დატვირთვის გაუმართლებელ გაზრდას. გამოყვანილია ფორმულა, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია პროექტირების სტადიაზე დავადგინოთ საწევი ბაგირი ზრდის თუ ამცირებს მზიდი ბაგირის შეყურსულ დატვირთვას, როცა მზიდი ბაგირის დაჭიმვა ხორციელდება დამჭიმი ტვირთით.

შემუშავებულია მალში გაკიდული ბაგირების ურთიერთქმედების ძალის განსაზღვრის მეთოდიკა, როგორც დამჭიმტვირთიანი, ასევე ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირისთვის და მოყვანილია ვაგონის მდებარეობის მიხედვით ამ გავლენის შედეგად წარმოქმნილი დამატებითი დატვირთვის ცვალებადობის გრაფიკები ორივე შემთხვევისთვის. მოცემულია ბაგირთა ურთიერთგავლენის ძალის გათვალისწინებით ბაგირთა სისტემის ძირითადი პარამეტრების (ძალების, ჩაკიდულობების, დახრის კუთხეების) ანგარიშის ალგორითმი. განხილული მაგალითებიდან ნათლად ჩანს, რომ საწევი ბაგირის გავლენით მზიდ ბაგირზე მოქმედი შეყურსული დატვირთვის ცვლილება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, როდესაც ვაგონი იმყოფება საყრდენთან ახლოს. ეს კიდევ ერთხელ ადასტურებს ბაგირთა სისტემის უფრო ზუსტი მოდელირების აუცილებლობას ბაგირგზების უსაფრთხო ექსპლუატაციისადმი წაყენებული მოთხოვნების მაქსიმალურად გათვალისწინების მიზნით.

ბაგირთა სისტემის შემდგომი კვლევისთვის გამოყენებულია პროფესორ დავით პატარაიას მიერ შემუშავებული ბაგირის დისკრეტული მოდელი, როგორც ანგარიშის ერთ-ერთი ყველაზე ზუსტი მეთოდი. შეფასებულია ის მაქსიმალური ცდომილება, რომლითაც ხასიათდებიან გაკიდული ბაგირის ანგარიშის კლასიკური მეთოდები (მოქნილი ძაფი, ჯაჭვირის პარაბოლით აპროქსიმაცია) და დაზუსტებულია ამ ცდომილების გამომწვევი ზოგიერთი მიზეზი.

გადაწყვეტილია დისკრეტული კვანძების ოპტიმალური რაოდენობის განსაზღვრის ამოცანა, რაც აღნიშნული მეთოდის გამოყენებისას განაპირობებს ანგარიშის სასურველ სიზუსტეს. მიღებული შედეგების საიმედოობა შემოწმებული და დადასტურებულია კონკრეტული მაგალითების განხილვით.

დისკრეტული მოდელის გამოყენებით გაკიდული ბაგირის ანგარიშის ერთ-ერთ მთავარ ამოცანას წარმოადგენს კვანძზე მოქმედი ძალების ტოლქმედის (ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის) პოვნა და მისი მინიმიზაცია. დადასტურებულია, რომ მიზნობრივ ფუნქციას შეიძლება გააჩნდეს "ბრტყელი ფსკერი", რისი გათვალისწინებაც იტერაციის პროცესში მნიშვნელოვანია. მინიმიზაციის ფუნქციის კვლევა შესრულებულია თანამედროვე პროგრამული პაკეტის *Matlab* -ის გამოყენებით და აგებულია მინიმიზაციის ფუნქციის სამგანზომილებიანი გრაფიკები.

შესრულებულია მრავალმალნიანი ბაგირგზის მოდელირების ამოცანა და მოყვანილია სხვადასხვა სახის საყრდენ ზედაპირთან ელემენტარული კვანძის (შესაბამისად ბაგირის) ურთიერთქმედება. შემუშავებულია საყრდენის ბუნიკზე ბაგირით გამოწვეული დაწოლისა და ხახუნის ძალის განსაზღვრის ალგორითმი.

დამუშავებულია დამჭიმტვირთიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი, რომლის იმიტაცია ხდება მრავალმალნიანი ბაგირგზის სათანადო ელემენტარული დისკრეტული უბნის წარმოდგენით დიდი, "დაუჭიმავი" საწყისი სიგრძით.

დამუშავებულია ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ტვირთის (გორგოლაქის) სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობის პოვნის ალგორითმი. გაანალიზებულია სხვადასხვა პრაქტიკული მნიშვნელობის კონკრეტული მაგალითები.

განხილული შემთხვევების საფუძველზე შემუშავებულია ბაგირთა სისტემის კომპიუტერული მოდელი, რომელშიც ადრე ცნობილი მიდგომისგან განსხვავებით, ზუსტადაა გათვალისწინებული რეალური სისტემის დამახასიათებელი და პრაქტიკისთვის მნიშვნელოვანი თავისებურებანი: ბაგირების დრეკადი დეფორმაციები, საყრდენის ბუნიკზე ხახუნის ძალები, ვაგონის მზიდ ბაგირზე გადაადგილების შესაძლებლობა და სხვა.

შემუშავებული მოდელის გამოყენებით განხილულია მაგალითი და აგებულია ბაგირთა ურთიერთქმედებით გამოწვეული დამატებითი დატვირთვის ფუნქციის გრაფიკი.

განხილული შემთხვევების საფუძველზე შექმნილია ბაგირთა სისტემების ანგარიშის კომპიუტერული პროგრამა, რომელიც ეფუძნება ობიექტზე ორიენტირებულ პროგრამირებას. მოცემულია რეკომენდაციები მსგავსი სისტემების მოდელირებისთვის.

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 5 ნაშრომი.

დისერტაცია შედგება შესავლის, 4 ნაწილისა და დასკვნისგან, შეიცავს კომპიუტერზე ნაბეჭდ 130 გვერდს, მათ შორის: 65 ნახაზსა და 5 ცხრილს.

ABSTRACT

The previous work presents the results of the machine computation algorithm and research of the cable-way's cable systems.

The necessity of the computer modeling of the cable-way's cable systems proves, that is important for causing the high level of safety exploitation and affectivity that is more economical.

The usage of the modern algorithmical languages of computer technologies and programming during the designing of the cable-way system gives a chance to apply less or even not to apply to the simplification and supposition. This provides to increase the similarity of the mathematical and physical models of the cable systems, to reduce inaccuracy between the numerical estimate of the physical characteristics and real significance.

To form the exact physical model of the cable-way's cable system the necessary primary researches are carried out by using the catenary line parabola approximation method; it is stated from the previous opposite opinions, that the hauling rope can not only increase, but also reduce the concentrated loading on the track rope. In such cases, the existed method of the cable systems planning – to add the part of the weigh of the hauling rope through the span to the track rope concentrated loading, results to the unreasonable increase caused from the moving structure. The formula expresses, by means of which it is possible on the planning level to state if the hauling cable increases or reduces concentrated loading of the track rope, when the pulling load pulls the track rope.

The method of determining the interaction force of the hauling rope through the span is already developed, as for track rope, also for dead-ended load-bearing cables and for both cases give the graphs of additional loading changes caused by the influence of the configuration of the given wagon. The algorithm of the main parameters calculation of the interaction force of the rope is given. (Forces, Sags, Striking angles). From the given examples it is clear, that, the change of the concentrated loading moving on the track rope by the influence of the hauling rope is very important in case, when the wagon is closer to the bearing, which once again proves the necessity of the more exact modeling of the cable systems in purpose of foreseeing as much as possible the qualifying standards of cable-ways safety exploitation.

For the further researches of the cable systems the discrete model of the cable is used, developed by prof. David Pataraiia, as one of the most exact methods of the calculation. That maximum error is stated, which is characteristic for the classical methods of the suspended rope calculation (torsion fiber, the centenary line parabola approximation) and some reasons of causing these errors are stated.

The task of determining the optimal quality of the discrete units is accomplished, which causes the necessary accuracy of the calculation during the usage of the mentioned method; the reliability of the received results is confirmed and tested by examined case studies.

By using the discrete model one of the main tasks of the suspended rope calculation is to find the resultant forces which operate on the unit (the unbalance total force) and its minimization; it is stated, that efficiency function can have “flat bottom”, it is important to take it into the consideration during the operation. The research of the minimization function is carried out by using the Matlab package and three-dimensional graphics of minimization function are engineered.

The task of the multispan cable-way modeling is fulfilled and the interaction of the different types of bearing surface with primary unit is given; the algorithm of the determining of the tightening and frictional forces evoked on the bearing by the cable is developed.

The discrete model of the suspended cable is developed, the imitation of which occurs by the presentation of the becoming primary discrete zone of the multispan cableway big, “not tightening” starting length.

The algorithm of the statistic balance condition finding of the freely moving cargo on the rope. The concrete examples of the different practical importance are analyzed.

On the basis of the discussed examples, the computer model of the rope system is developed, in which, different from the well known approach, the characteristic features of the real system and important for the practice are exactly provided for: elastic strains, the frictional force on the bearing, the possibility of moving on the track rope and ect.

By using the developed model, the example is worked out and graphic of the additional loading function is engineered which is caused by the cable interaction.

On the basis of the discussed examples the computer program of the cable system calculation is formed, which is based on the Object Oriented Programming (OOP); are given the recommendations for modeling the similar systems.

On the dissertation issue five works are published.

The dissertation consists of the introduction, four parts and the conclusion, computer printed 130 pages, among them 65 drawings and 5 tables.

სარჩევი

| | |
|---|----|
| შესავალი | 18 |
| ლიტერატურის მიმოხილვა..... | 23 |
| 1. პრობლემის დასმა და კვლევის მეთოდის დასაბუთება..... | 23 |
| 1.1. ორბაგირიანი ქანქარასებრი ბაგირგზები | 23 |
| 1.2. ჯაჭვწირის მეთოდი..... | 26 |
| 1.3. ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი..... | 28 |
| 1.4. ბაგირის დისკრეტული მოდელი..... | 31 |
| 1.5. ბაგირთა სისტემები | 39 |
| შედეგები და მათი განსჯა..... | 44 |
| 2. ბაგირთა ურთიერთქმედება | 44 |
| 2.1. საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დატვირთვა..... | 44 |
| 2.2. მალში გაკიდული ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში | 48 |
| 2.2.1. დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირი..... | 48 |
| 2.2.2. ყრუდ ჩამაგრებილი ბოლოებიანი მზიდი ბაგირი..... | 55 |
| 3. ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი | 62 |
| 3.1. ბაგირის დისკრეტული მოდელი..... | 62 |
| 3.1.1 ცდომილება გაკიდული ბაგირის სხვადასხვა მეთოდებით ანგარიშის დროს..... | 62 |
| 3.1.2 ბაგირის დისკრეტული მოდელის ანგარიშის სიზუსტე..... | 69 |
| 3.1.3 ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის მინიმუზაცია | 75 |
| 3.2. ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი | 79 |
| 3.2.1 მრავალმალიანი ბაგირგზების მოდელირება დისკრეტული მოდელის გამოყენებით | 79 |
| 3.2.2 დატვირთვა საყრდენებზე..... | 85 |
| 3.2.3 დამჭიმტვირთიანი ბაგირის ანგარიში | 88 |
| 3.2.4 მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ვაგონის (გორგოლაქის) ანგარიში | 91 |
| 3.2.5 ბაგირთა სისტემის ანგარიში დისკრეტული მოდელის გამოყენებით..... | 96 |

| | |
|---|-----|
| 4. ბაგირთა სისტემის მოდელირებისას ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების გამოყენების ასპექტები..... | 107 |
| 4.1. საბაზისო კლასი - "კვანძი" | 107 |
| 4.2. კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი | 112 |
| 4.3. კლასი "გაკიდული ბაგირი"..... | 115 |
| 4.4. ანგარიშის შეწყვეტის პირობა..... | 117 |
| 4.5. კლასი "ბაგირთა სისტემა" | 119 |
| 4.6. ბაგირთა სისტემის ანგარიშის კომპიუტერული პროგრამა..... | 123 |
| დასკვნა..... | 126 |
| გამოყენებული ლიტერატურა..... | 128 |

ცხრილების ნუსხა

| | |
|---|-----|
| ცხრილი № 1. სხვადასხვა მეთოდით ბაგირთა სისტემის ჩაკიდულობის ანგარიში | 52 |
| ცხრილი № 2. ბაგირის დატვირთვის ფაქტორის მნიშვნელობები..... | 56 |
| ცხრილი № 3. გაკიდული ბაგირის სხვადასხვა მეთოდით ანგარიშის შედეგები..... | 65 |
| ცხრილი № 4. დრეკადობის გათვალისწინებით გაკიდული ბაგირის ანგარიში | 68 |
| ცხრილი № 5. ბაგირთა სისტემისა და დატვირთული მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობების შედარება..... | 104 |

ნახაზების ნუსხა

| | |
|---|----|
| ნახ.№ 1. ქანქარასებრი ბაგირგზები | 23 |
| ნახ.№ 2. ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი | 26 |
| ნახ.№ 3. ბაგირის დატვირთვის სქემები ჯაჭვწირით (1) და პარაბოლით (2) ანგარიშის დროს..... | 29 |
| ნახ.№ 4. ბაგირის დატვირთვის სქემა | 29 |
| ნახ.№ 5. ბაგირის წონითა და დამატებითი დატვირთვით გამოწვეული ჩაკიდულობა..... | 31 |
| ნახ.№ 6. ბაგირზე მოქმედი დატვირთვები | 32 |
| ნახ.№ 7. ბაგირის დისკრეტული მოდელი | 33 |
| ნახ.№ 8. ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძი | 34 |
| ნახ.№ 9. ბაგირის დისკრეტული მოდელის მდებარეობა სივრცეში | 37 |
| ნახ.№ 10. i-ურ ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა | 38 |
| ნახ.№ 11. ქანქარასებრი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემა | 41 |
| ნახ.№ 12. ბაგირთა სისტემაში შემავალი ბაგირები..... | 45 |
| ნახ.№ 13. ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში - შემთხვევა 1 ... | 49 |
| ნახ.№ 14. ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში - შემთხვევა 2 ... | 50 |
| ნახ.№ 15. დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი ვერტიკალური დატვირთვის გრაფიკები..... | 51 |
| ნახ.№ 16. საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა | 54 |
| ნახ.№ 17. ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრა..... | 57 |
| ნახ.№ 18. ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრის ალგორითმული ბლოკ-სქემა | 59 |
| ნახ.№ 19. საწვეი ბაგირის მიერ ყრუდ ჩამაგრებულ ბოლოებიან მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა | 60 |

| | |
|--|----|
| ნახ.№ 20. ტიპური ამოცანა - ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი გაკიდული ბაგირის ანგარიში..... | 63 |
| ნახ.№ 21. ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირის გეომეტრია..... | 66 |
| ნახ.№ 22. გაკიდული ბაგირის დაჭიმულობა | 66 |
| ნახ.№ 23. გაკიდული ბაგირის მხების კუთხე..... | 67 |
| ნახ.№ 24. ბაგირის დრეკადი წაგრძელების განსაზღვრა..... | 67 |
| ნახ.№ 25. გაკიდული ბაგირის დისკრეტული მოდელი..... | 70 |
| ნახ.№ 26. ლანგრაჟის წრფივი მრავალწევრით ინტერპოლაცია | 71 |
| ნახ.№ 27. ბაგირის მდებარეობის ორდინატთა შორის მაქსიმალური განსხვავება $n=200$ და $n=130$ რაოდენობის კვანძებისთვის..... | 74 |
| ნახ.№ 28. ბაგირის ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ძალები..... | 76 |
| ნახ.№ 29. მინიმიზაციის ფუნქციაში ბრტყელი ფსკერის არსებობა..... | 77 |
| ნახ.№ 30. მინიმიზაციის ფუნქციის გრაფიკები..... | 78 |
| ნახ.№ 31. მრავალმალიანი ბაგირგზის დისკრეტული მოდელი..... | 80 |
| ნახ.№ 32. ელემენტარული კვანძი საყრდენთან - შემთხვევა I..... | 81 |
| ნახ.№ 33. ელემენტარული კვანძი საყრდენთან - შემთხვევა II..... | 82 |
| ნახ.№ 34. დისკრეტული კვანძის მოძრავი წერტილი საყრდენთან | 83 |
| ნახ.№ 35. ელემენტარული უბნის შეხება დამწოლ შკივზე..... | 84 |
| ნახ.№ 36. ელემენტარული უბნის შეხება კომბინირებულ შკივზე | 85 |
| ნახ.№ 37. საყრდენზე ბაგირის ღუნვით გამოწვეული დატვირთვა..... | 86 |
| ნახ.№ 38. დამჭიმტვირთიანი ბაგირი ანგარიშის ალგორითმი | 88 |
| ნახ.№ 39. მრავალმალიანი ბაგირგზის ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი | 90 |
| ნახ.№ 40. მრავალმალიანი ბაგირგზის დამჭიმტვირთიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი..... | 91 |
| ნახ.№ 41. მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ტვირთის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრა..... | 92 |

| | |
|--|-----|
| ნახ.№ 42. მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ტვირთის დისკრეტული მოდელი..... | 93 |
| ნახ.№ 43. ბაგირის გასწვრივ მოძრავ ტვირთზე მოქმედი გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრა | 95 |
| ნახ.№ 44. მრავალმალიანი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემა (ერთი შტო) | 96 |
| ნახ.№ 45. ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის დისკრეტიზაცია | 99 |
| ნახ.№ 46. მზიდი ბაგირის i-ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი არ ეხება მზიდ ბაგირს | 100 |
| ნახ.№ 47. მზიდი ბაგირის i-ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი ეხება მზიდ ბაგირს | 100 |
| ნახ.№ 48. საწვეი ბაგირის k-ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი არ ეხება მზიდ ბაგირს | 101 |
| ნახ.№ 49. საწვეი ბაგირის k-ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი ეხება მზიდ ბაგირს | 101 |
| ნახ.№ 50. ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი - წონასწორობის მდგომარეობა | 102 |
| ნახ.№ 51. საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი ვერტიკალური დატვირთვა | 106 |
| ნახ.№ 52. საბაზისო კლასის სტრუქტურა | 108 |
| ნახ.№ 53. ძალთა გათანაბრების მეთოდის ალგორითმული სტრუქტურა .. | 110 |
| ნახ.№ 54. მემკვიდრეობითობა ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების დროს | 111 |
| ნახ.№ 55. ”თავისუფალი კვანძი” - ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი | 113 |
| ნახ.№ 56. ”კვანძი საყრდენთან” - ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი | 114 |
| ნახ.№ 57. ახალი კლასი - ”ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი ” | 115 |
| ნახ.№ 58. გაკიდული ბაგირის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნის ალგორითმი | 116 |
| ნახ.№ 59. კლასი ”ბაგირთა სისტემა”-ის სტრუქტურა | 120 |

| | |
|---|-----|
| ნახ.№ 60. ბაგირთა სისტემის ინიცირება-მომზადება..... | 121 |
| ნახ.№ 61. ბაგირთა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრა. | 121 |
| ნახ.№ 62. დისკრეტული კვანძების რედაქტირების დიალოგური ფანჯარა | 123 |
| ნახ.№ 63. ელემენტარული კვანძის საწყისი სიდიდეების რედაქტირების დიალოგური ფანჯარა | 124 |
| ნახ.№ 64. გაკიდული ბაგირის გაანგარიშების პროცესი | 125 |
| ნახ.№ 65. ანგარიშის შედეგების ფანჯარა..... | 125 |

ანბანური საძიებელი

| | |
|---|--|
| ა | მოქნილი ძაფი, 26 |
| აბსტრაქტული მეთოდი, 111 | ო |
| ბ | ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირება, 107 |
| ბაგირთა სისტემები, 39 | ობიექტი, 107 |
| ბაგირის დატვირთვის ფაქტორი, 56 | ს |
| ბაგირის დისკრეტული მოდელი, 31 | სტაციონარულ ძალა, 34 |
| გ | ქ |
| გრავიტაციული დატვირთვა, 32 | ქანქარასებრი ბაგირგზები, 23 |
| დ | ქვეპროგრამა Init, 115 |
| დამატებითი დატვირთვა, 33 | ქვეპროგრამა InitSystem, 119 |
| დამწოლი შკივი, 84 | ქვეპროგრამა Run, 117 |
| დამჭიმტვირთიანი ბაგირი, 48 | ქვეპროგრამა RunNode, 109 |
| ე | ქვეპროგრამა RunSystem, 119 |
| ელემენტარული კვანძი, 35 | ქვეპროგრამა SumForce, 109 |
| ელემენტარული უზანი, 36 | ყ |
| კ | ყრუდ ჩამაგრებილი ბოლოებიანი ბაგირი, 55 |
| კვანძის სტატუსი, 80 | შ |
| კლასი, 107 | შეყურსული დატვირთვა, 32 |
| კლასი "ზაგირთა სისტემა" - TSystemOfRopes, 119 | ძ |
| კლასი "გაკიდული ბაგირი" - TSuspendedRope, 115 | ძალთა გათანაბრების მეთოდი, 37 |
| კლასი "თავისუფალი კვანძი" - TFreeNode, 111 | ჯ |
| კლასი "კვანძი საყრდენზე" - TNodeOnSaddle, 111 | ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა, 36 |
| კლასი "კვანძი" - TNode, 108 | ჯაჭვწირის მეთოდი, 26 |
| კომბინირებული შკივი, 84 | ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი, 28 |
| მ | ჯაჭვწირის პიკი, 28 |
| მზიდი შკივი, 84 | |

მადლიერება

სადისერტაციო ნაშრომის შესრულებისას გაწეული კონსულტაციისთვის და კვლევისთვის საჭირო მასალებით დახმარებისთვის განსაკუთრებულ მადლობას ვუხდით ტ. მ. დ., პროფესორ დავით პატარაიას.

შესავალი

სამუშაოს ზოგადი დახასიათება. სამგზავრო კიდული ბაგირგზების ექსპლუატაციის პრაქტიკამ გვიჩვენა მათი ეფექტურობა და დიდი საიმედოობა. ბაგირგზებმა განვლეს განვითარების საკმაოდ გრძელი გზა და დღეისთვის, თანამედროვე ტექნოლოგიური მიღწევებისა და ტექნიკის გამოყენებით, ტრანსპორტის ერთ-ერთ ყველაზე უსაფრთხო სახეობად იქცნენ. აღნიშნული სახის ტრანსპორტს განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება მრავალ ქვეყანაში მრეწველობის, ტურიზმისა და შიდა საქალაქო გადაადგილებისათვის, რისთვისაც იდება სოლიდური ინვესტიციები ბაგირგზების მშენებლობაზე. საქართველოს მნიშვნელოვანი ადგილი ეკავა ექსპლუატაციაში მყოფი ბაგირგზების რაოდენობის მიხედვით. სამწუხაროდ, XX საუკუნის ბოლო პერიოდში განვითარებულმა მოვლენებმა და არასაკმარისმა ყურადღებამ მრავალი არსებული გზა გამოიყვანა მწყობრიდან. დღევანდელი გადმოსახედიდან, საქართველოს სამთო და საკურორტო რაიონები ტურიზმის თვალსაზრისით ჯერ კიდევ საკმაოდ არ არის ათვისებული. იმედის მომცემია ის გარემოება, რომ ბოლო წლების განმავლობაში აშენდა რამოდენიმე ახალი ბაგირგზა. ამრიგად, ჩვენს ქვეყანაში ბაგირგზების განვითარებას დიდი პერსპექტივები გააჩნია.

სამგზავრო კიდული ბაგირგზების ერთ-ერთ გავრცელებულ სახეს წარმოადგენს ქანქარასებრი ბაგირგზები. სადგურები ერთმანეთთან დაკავშირებულნი არიან მზიდი ბაგირების საშუალებით, რომლებზეც ვაგონები ახორციელებენ ქანქარასებრ მოძრაობას საწევი ბაგირების საშუალებით.

ქანქარასებრი ბაგირგზების პროექტირების დროს საჭიროა გაანგარიშებული იქნას როგორც ცალკე აღებული რომელიმე ბაგირი, ასევე ბაგირებისა და ვაგონების მთელი სისტემა, როგორც ერთიანი ობიექტი. ამასთან, გათვალისწინებული უნდა იყოს, რომ საწევი ბაგირი

ურთიერთქმედებს მზიდ ბაგირზე მოქმედ შეყურსულ დატვირთვაზე და ამ გავლენას ხშირ შემთხვევაში არსებითი მნიშვნელობა შეიძლება მიენიჭოს.

ბაგირგზების პროექტირების მეთოდიკა შემდეგში მდგომარეობს: მზიდ ბაგირზე მოქმედ ჩაწერტებულ დატვირთვას უმატებენ საწევი ბაგირის წონის ნახევარს და მხედველობაში არ იღებენ მისი (საწევი ბაგირი) დაჭიმულობის შედეგად წარმოქმნილ განმტვირთავ მოქმედებას, რაც დიდი მალის შემთხვევაში იწვევს მოძრავი შემადგენლობისაგან შექმნილი დატვირთვის ხელოვნურ გაზრდას [1]. მეორეს მხრივ, ბაგირგზების საანგარიშო სქემები, რომლებიც არ ითვალისწინებენ მზიდი ბაგირის დატვირთვაზე საწევი ბაგირის გავლენას, შესაძლებელია სერიოზული ცდომილების მიზეზი გახდეს.

თანამედროვე კომპიუტერული ტექნიკის გამოყენების გარეშე ბაგირთა სისტემების ანგარიში მოითხოვს მრავალი სახის უხემ გამარტივებასა და დაშვებას. ვინაიდან ბაგირგზები წარმოადგენენ რთულ, ძვირადღირებულ სისტემებს, რომელთაც მაქსიმალურად მოეთხოვებათ უსაფრთხო ექსპლუატაციისადმი წაყენებული ყველა პირობის შესრულება, ჩნდება იმის აუცილებლობა, რომ მინიმუმამდე დავიდეს პროექტირებისას მიღებული უხეში გამარტივებებისა და დაშვებების მიზეზებით გამოწვეული ცდომილება.

ზემოთაღნიშნული გარემოებების გათვალისწინებით, თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და პროგრამირების ალგორითმული ენების განვითარების პირობებში, სულ უფრო მეტ აქტუალურობას იძენს ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის ანგარიშის არსებული მეთოდების დახვეწა და ახალი კომპიუტერული მეთოდების შემუშავება.

სამუშაოს მნიშვნელობა. ნებისმიერი პროცესის კომპიუტერული მოდელირებისას შესაძლებელი ხდება მაქსიმალურად იქნას გათვალისწინებული საკვლევი ობიექტის რეალური მახასიათებლები და მასში მიმდინარე პროცესები, რასაც საბოლოო ჯამში მივყავართ შედეგების მაღალ სიზუსტემდე. ბაგირგზების შემთხვევაში, მოდელირების მაღალი

სიზუსტე ასოცირდება ბაგირთა სისტემების უსაფრთხო ექსპლუატაციისადმი წაყენებული მოთხოვნების მაქსიმალურად გათვალისწინებასთან. ანგარიშის მაღალ სიზუსტეს იქამდე მივყავართ, რომ პრაქტიკულად მინიმუმამდე დადის ცდომილება ფიზიკური პარამეტრის რიცხვით შეფასებასა და მის რეალურ მნიშვნელობას შორის. ასეთი მინიმუზაცია უნდა განხორციელდეს მათემატიკური ან/და ფიზიკური მოდელის ადეკვატურობის გაზრდით, რომელიც თავის მხრივ მიიღწევა ბაგირთა სისტემების პროექტირებისას სხვადასხვა დაშვებისა და გამარტივების საერთო რაოდენობის შემცირებით. აქვე აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ საჭიროა დაცული იყოს ბალანსი რიცხვით ანალიზზე დახარჯულ რესურსებსა და მოდელირების შედეგების ღირებულებას შორის.

ბაგირთა სისტემების პროექტირების ამოცანა დადის ბაგირგზების ისეთი პარამეტრების შერჩევაზე, რომლებიც უზრუნველყოფენ უსაფრთხოების მაღალ დონესა და მეტ ეკონომიკურ ეფექტს. ასეთ შემთხვევაში აუცილებელი ხდება ერთი და იგივე სისტემის მრავალჯერადი განგარიშება სხვადასხვა პარამეტრების ალტერნატიული ვარიანტების გათვალისწინებით. კომპიუტერული მოდელირება საშუალებას იძლევა ანგარიშის პროცესი წარიმართოს დიალოგურ რეჟიმში, რომლის არსი შემდეგში მდგომარეობს: კომპიუტერულ პროგრამაში შეიტანება ძირითადი საწყისი პარამეტრები, რის საფუძველზეც გამომთვლელი მანქანა განსაზღვრავს ყველა სხვა საჭირო მნიშვნელობას. მიღებული სიდიდეების გაანალიზება ხდება მომხმარებლის მიერ. სწორედ იგი ადგენს, თუ რამდენად აკმაყოფილებს მიღებული შედეგი წაყენებულ მოთხოვნებსა და კრიტერიუმებს და საჭიროების შემთხვევაში ახდენს ახალი საწყისი მონაცემებით მათ კორექციას.

კომპიუტერული პროექტირების უფრო რთულ რეჟიმს წარმოადგენს ავტომატური რეჟიმი. ამ დროს, გამომთვლელი მანქანა საწყისი მონაცემების საფუძველზე ახდენს ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრას, რომლებიც

აკმაყოფილებენ მათ მიმართ წაყენებულ სხვადასხვა კრიტერიუმებს. კომპიუტერული პროექტირების ასეთი რეჟიმის შექმნა საკმაოდ რთულ ამოცანას და ბაგირთა სისტემების შემთხვევაში საჭიროებს მთელი რიგი მოთხოვნების დაკმაყოფილებას:

- ➔ ბაგირისა და სხვა ობიექტების (საყრდენი, შკივი, ამძრავი და ა.შ) საკმაოდ ზუსტი მათემატიკური და ფიზიკური მოდელების არსებობა;
- ➔ ობიექტების მახასიათებელი პარამეტრების, მათდამი წაყენებული მოთხოვნებისა და კრიტერიუმების მძლავრი მონაცემთა ბაზა;
- ➔ რიცხვითი მეთოდების სრულყოფილი ბიბლიოთეკების არსებობა.

ასეთ ამოცანას კომპლექსურ ხასიათი აქვს და მისი ეფექტური რეალიზაციისათვის საჭიროა სხვადასხვა მიმართულების სპეციალისტების ერთობლივი მუშაობა.

სამეცნიერო სიახლე. წინამდებარე ნაშრომი ეძღვნება ქანქარასებრი ბაგირგზების ბაგირთა სისტემის მანქანური გაანგარიშების ალგორითმის დამუშავებას და კვლევას. ვაგონით დაკავშირებული მზიდი და საწევი ბაგირები განხილულია როგორც ერთიანი ობიექტი და შემუშავებულია მეთოდიკა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ბაგირთა სისტემის მახასიათებელი პარამეტრები.

დადგენილია, რომ საწევი ბაგირი შესაძლოა არათუ ზრდიდეს, არამედ გარკვეულწილად ამცირებდეს კიდეც მზიდ ბაგირზე მოქმედ შეყურსულ დატვირთვას.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით ბაგირთა სისტემის კვლევისას შექმნილია განსახილველი სისტემის ადექვატური მოდელი, რომელშიც გათვალისწინებულია რეალურ ბაგირგზაზე არსებული მნიშვნელოვანი გარემოებანი:

- ➔ ბაგირების დრეკადი დეფორმაციები;

→ ვაგონის თავისუფალი გადაადგილების საშუალება მზიდი ბაგირის გასწვრივ;

→ საწევი ბაგირის უძრავი ჩამაგრება ვაგონის ურიკასთან.

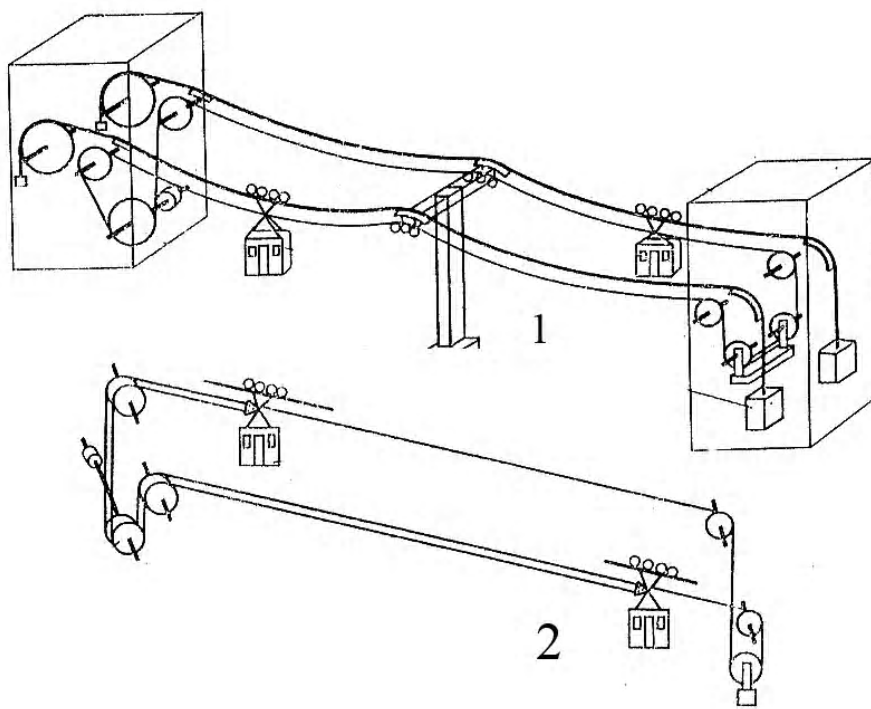
სამუშაოს პრაქტიკული ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ ბაგირთა სისტემების კომპიუტერული მოდელირება საშუალებას მოგვცემს ერთის მხრივ მაქსიმალურად გავითვალისწინოთ ბაგირგზების ბაგირთა უსაფრთხო ექსპლუატაციისადმი წაყენებული მოთხოვნები, მეორეს მხრივ შემუშავებული მოდელი შემდგომში შესაძლებელია გამოყენებული იქნას კომპიუტერული პროექტირების ავტომატური რეჟიმის შექმნისას. გარდა აღნიშნულისა, ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით ბაგირთა სისტემების კომპიუტერული მოდელირება მნიშვნელოვანი წინგადადგმული ნაბიჯია ბაგირგზებში მიმდინარე დინამიკური პროცესების კვლევის საკითხებში.

ლიტერატურის მიმოხილვა

1. პრობლემის დასმა და კვლევის მეთოდის დასაბუთება

1.1. ორბაგირიანი ქანქარასებრი ბაგირგზები

ორბაგირიან ქანქარასებრ ბაგირგზებს (ნახ.№ 1-1) გააჩნიათ საწვევი და მზიდი ბაგირებისგან შემდგარი ბაგირთა სისტემა. მიმღები სადგურები დაკავშირებული არიან მზიდი ბაგირების საშუალებით. მზიდი ბაგირის საჭირო დაჭიმულობის შესაქმნელად მიმართავენ დამჭიმ ტვირთს ან ბაგირის ბოლოების სადგურის კონსტრუქციებში უძრავად ჩამაგრებას; ამ შემთხვევაში, ბაგირის პირველადი დაჭიმულობა იქმნება მონტაჟის დროს; აქედან გამომდინარე, მზიდი ბაგირის ბოლოების ჩამაგრების სქემის მიხედვით განასხვავებენ დამჭიმტვირთიან და ყრუდ ჩამაგრებულ ბოლოებიან მზიდ ბაგირებს, რომელთა გაანგარიშების დროსაც ხდება შესაბამისი სქემის სპეციფიკის გათვალისწინება.



ნახ.№ 1. ქანქარასებრი ბაგირგზები

აუცილებლობის შემთხვევაში, ქანქარასებრი ბაგირგზის პროფილიდან გამომდინარე, გზაზე შეიძლება არსებობდეს რამდენიმე საყრდენი. საწევი ბაგირის გამოყენებით ვაგონები სადგურებს შორის ახორციელებენ ქანქარასებრ მოძრაობას. თავად საწევი ბაგირი მოძრაობაში მოჰყავს ელექტროამძრავს, ხოლო ბაგირის საჭირო დაჭიმულობა იქმნება დამჭიმი ტვირთის ან ჰიდროცილინდრის საშუალებით. ამძრავი და დამჭიმი მოწყობილობები შესაძლებელია განთავსებული იყვნენ სხვადასხვა, ან ერთი და იგივე სადგურზე.

არანაკლებ გავრცელებულ სახეობას წარმოადგენს ქანქარასებრი ბაგირგზები ორი საწევი ბაგირით (ნახ.№ 1-2) [4]. ასეთი სქემების გამოყენება მიზანშეწონილია მაშინ, როდესაც პროექტირების შედეგად მიიღება დიდი დიამეტრის საწევი ბაგირი. გარდა ამისა, საწევი ბაგირის შესაძლო გაწყვეტის შემთხვევაში, იარსებებს გარკვეული დაცვა მეორე საწევი ბაგირის სახით, რომელიც უზრუნველყოფს ვაგონის უსაფრთხო ტრანსპორტირებას სადგურამდე.

ქანქარასებრ ბაგირგზებში მზიდი და საწევი ბაგირები ქმნიან ურთიერთდამოკიდებულ სისტემას. ვაგონი გადაადგილდება მთლიან გზაზე და იმ მალში, სადაც მოცემულ მომენტში იმყოფება, აუცილებელია განხილული იქნას ბაგირთა სისტემა. ამრიგად, ქანქარასებრი ბაგირგზების პროექტირების დროს საჭიროა გაანგარიშებული იქნას როგორც ცალკე აღებული რომელიმე ბაგირი, ასევე ბაგირთა მთელი სისტემა, როგორც ერთიანი ობიექტი.

ბაგირგზების შემადგენლობაში შემავალი ბაგირი, როგორც კვლევის ობიექტი, წარმოადგენს რთულ სისტემას და ხასიათდება მთელი რიგი თავისებურებით, რომელთა გათვალისწინებას პროექტირების დროს არსებითი მნიშვნელობა ენიჭება. გაკიდული ბაგირის სრულყოფილი მათემატიკური აღწერა და მოდელირება დაკავშირებულია სხვადასხვა სახის სირთულეებთან; კერძოდ, მთელი სისტემა სივრცეში განლაგებულია ასეულ, შესაძლოა რამოდენიმე ათას მეტრზეც; გაჭიმული ბაგირი

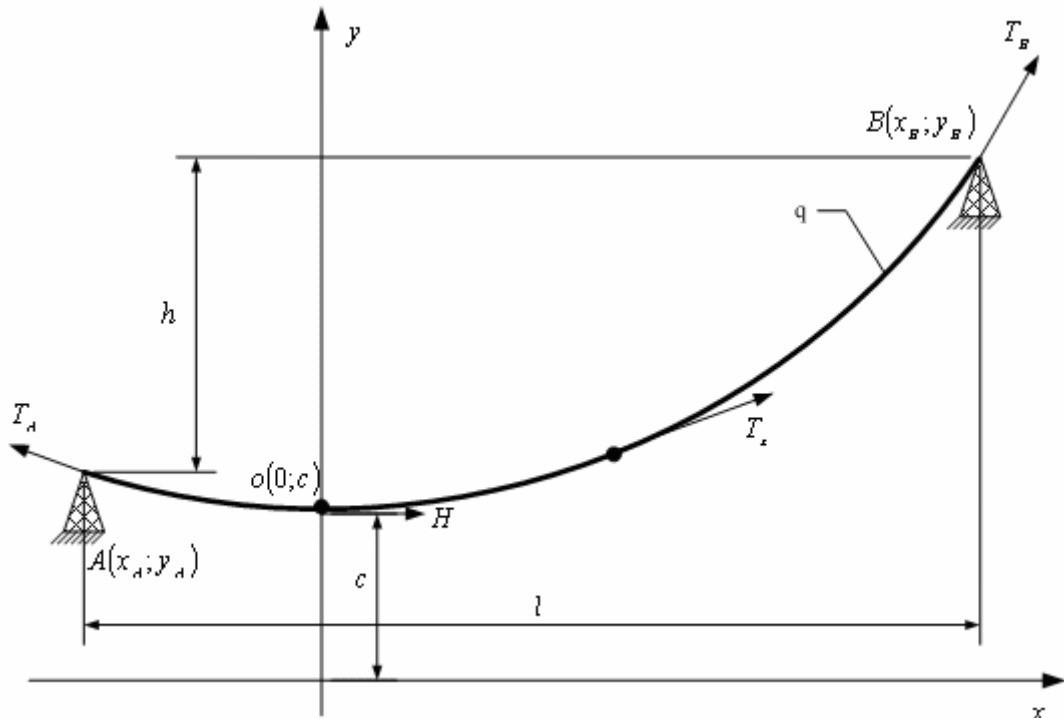
ურთიერთქმედებს მრავალ ელემენტთან, როგორებიცაა: ამპრავი, დამჭიმი ტვირთი, ვაგონი, საყრდენები, ამპრავი და მიმმართველი შკივები. ყველა ეს ობიექტი თავის მხრივ წარმოადგენს არაწრფივ ელემენტებს; ბაგირს გააჩნია სიხისტე და ამდენად ადგილი აქვს დრეკად დეფორმაციასა და რხევას; განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია ხახუნის ძალის არსებობა. ამრიგად, გაკიდული ბაგირის მათემატიკური აღწერა ხდება ცვლად კოეფიციენტებიანი არაწრფივი განტოლებათა სისტემით, რომლის ამოხსნა პრაქტიკულად არცთუ ადვილი ამოცანაა.

ბაგირთა სისტემის ზუსტ მათემატიკურ აღწერას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ქანქარასებრი ბაგირგზის უსაფრთხო ექსპლუატაციისთვის. ლიტერატურაში [1, 3, 4] მოყვანილია საწევი ბაგირის მთლიან სისტემაზე გავლენის გათვალისწინების მეთოდები, რომელიც ძირითადად ეფუძნება გაკიდული ბაგირის ანგარიშის ერთ კერძო - ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდს. ცნობილია, რომ აღნიშნული მეთოდი ხასიათდება გარკვეული ცდომილებით [3], რომელიც ზოგჯერ სცილდება კიდეც დასაშვებ ზღვარს. ამიტომ, სულ უფრო მეტ აქტუალურობას იძენს ისეთი საანგარიშო სქემის შემუშავება, რომელშიც მინიმუმამდე იქნება დაყვანილი უხეში დაშვებები და გამარტივებები, რაც მეტად მნიშვნელოვანია ისეთი სახის ტრანსპორტისთვის, როგორიცაა სამგზავრო ბაგირგზა.

ნებისმიერი სახის ბაგირთა სისტემის კვლევას საფუძვლად უდევს ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირის სტატიკური წონასწორობის განსაზღვრის ამოცანა. ბაგირის საძიებელ პარამეტრებს წარმოადგენს ნებისმიერ x წერტილში მისი დაჭიმულობა T_x , ჩაკიდულობა f_x , ბაგირის მხების კუთხე α_x და ა.შ. დღეისათვის, აღნიშნული სახის ამოცანის გადაჭრა ძირითადად წარმოებს სამი მეთოდის საშუალებით; ესენია: ჯაჭვწირის მეთოდი, ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი და ბაგირის დისკრეტული მოდელი.

1.2. ჯაჭვწირის მეთოდი

ორ წერტილს შორის გაკიდულ ბაგირს ხშირად განიხილავენ როგორც აბსოლიტურად უჭიმავ და მოქნილ ძაფს. ანგარიშის თვალსაზრისით მოქნილი ძაფი წარმოადგენს რთულ სისტემას, ვინაიდან უცნობია არა მარტო ბაგირის დაჭიმულობა, არამედ მისი ფორმაც, როდესაც ბაგირზე მოქმედებს სხვადასხვა დატვირთვა. უწონად ძაფს დატვირთვის გარეშე არ გააჩნია განსაზღვრული მდებარეობა და იგი მას იძენს მხოლოდ დატვირთულ მდგომარეობაში. საკუთარი წონის ზემოქმედებით ორი წერტილს შორის გაკიდული მოქნილი ძაფი სივრცეში იკავებს გეომეტრიულ ადგილს, რომელსაც აღწერს ჯაჭვწირის განტოლება.



ნახ.№ 2. ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი

ნახ.№ 2-ზე ნაჩვენებია A და B წერტილებს შორის გაკიდული ბაგირი (მოქნილი ძაფი), რომლის სიგრძეზე თანაბრად არის გადანაწილებული ბაგირის წონით გამოწვეული დატვირთვა.

როდესაც ორდინატთა ღერძი ისეა დანიშნული, რომ გადის ბაგირის ყველაზე დაბალ o წერტილში ($x=0, y=c$ - ნახ.№ 2), ნებისმიერ x წერტილში ბაგირის T_x დაჭიმულობა განისაზღვრება შემდეგი ცნობილი ფორმულით [3, 5, 6]:

$$T_x = q \cdot y_x, \quad (1.1)$$

სადაც, q არის ბაგირის ერთეულოვანი სიგრძის წონა; y_x - ბაგირის ორდინატა საძიებელ წერტილში.

ცნობილია [1, 3, 4, 5], რომ მალის მთელ სიგრძეზე ბაგირის დაჭიმულობის H ჰორიზონტალური შემდგენი ინარჩუნებს მუდმივ მნიშვნელობას და ტოლია:

$$H = q \cdot c = const, \quad (1.2)$$

სადაც, c ჯაჭვწირის პარამეტრია.

ამრიგად, ბაგირის წონით გამოწვეული დატვირთვა იცვლება ბაგირის ორდინატის პროპორციულად; ამასთან, იცვლება მხოლოდ ბაგირის დაჭიმულობის ვერტიკალური შემდგენი.

საყრდენებზე (ნახ.№ 2) ბაგირის დაჭიმულობები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{aligned} T_A &= q \cdot y_A, \\ T_B &= q \cdot y_B. \end{aligned} \quad (1.3)$$

დაჭიმულობები მალის კიდურა წერტილებში ერთმანეთთან დაკავშირებულნი არიან შემდეგი წესით:

$$T_A = T_B \pm q \cdot h,$$

სადაც, h მალის დონეთა შორის სხვაობაა.

ჯაჭვწირის გამოსახულებას აქვს შემდეგი სახე (ნახ.№ 2):

$$y = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right) = c \cdot ch \frac{x}{c}, \quad x \in [x_A, x_B]; \quad (1.4)$$

ჯაჭვწირის მხების კუთხის ტანგენსი განისაზღვრება (1.4)-ის საფუძველზე და ტოლია:

$$tg \alpha = \frac{dy}{dx} = sh \frac{x}{c}; \quad (1.5)$$

ბაგირის სიგრძე, გადაზომილი ჯაჭვწირის პიკიდან ნებისმიერ x წერტილამდე:

$$L_x = c \cdot tg \alpha = c \cdot sh \frac{x}{c}. \quad (1.6)$$

(1.4), (1.5) და (1.6) გამოსახულებები სამართლიანია მაშინ, როდესაც კოორდინატთა სისტემა შერჩეულია ისე, რომ ორდინატთა ღერძი გადიოდეს ბაგირის ყველაზე დაბალ o წერტილში (ნახ.№ 2). ბაგირგზის ქორდის დახრის კუთხისა და ბაგირის დაჭიმულობის გათვალისწინებით, ჯაჭვწირის პიკი შესაძლებელია მოთავსებული იყოს მალის შიგნით ან მის ფარგლებს გარეთ.

ჯაჭვწირის მეთოდი გამოთვლებისას ადვილად გამოსაყენებელი არაა, რის გამოც საინჟინრო პრაქტიკაში ხშირად მიმართავენ გაკიდული ბაგირის ანგარიშის მიახლოებით მეთოდს, რომელიც ცნობილია როგორც ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი.

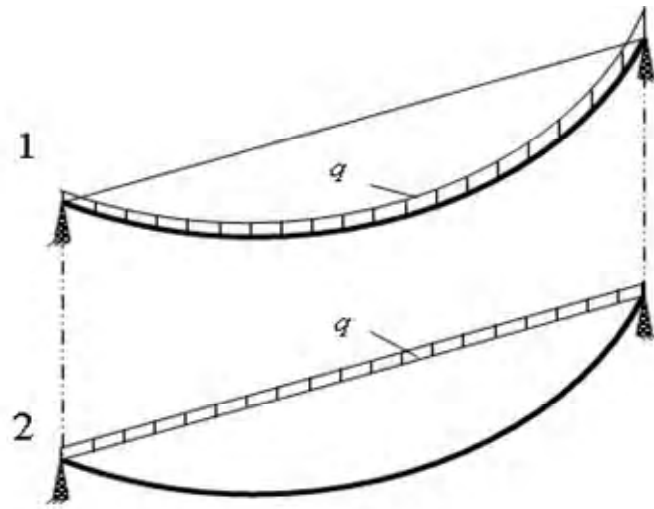
1.3. ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი

აღნიშნული მეთოდის ფიზიკური არსი შემდეგში მდგომარეობს: ჩათვლილია, რომ ბაგირის წონა თანაბრადაა გადანაწილებული არა მის (ბაგირის) სიგრძეზე (შემთხვევა 1), არამედ მალის ქორდაზე (შემთხვევა 2) (ნახ.№ 3).

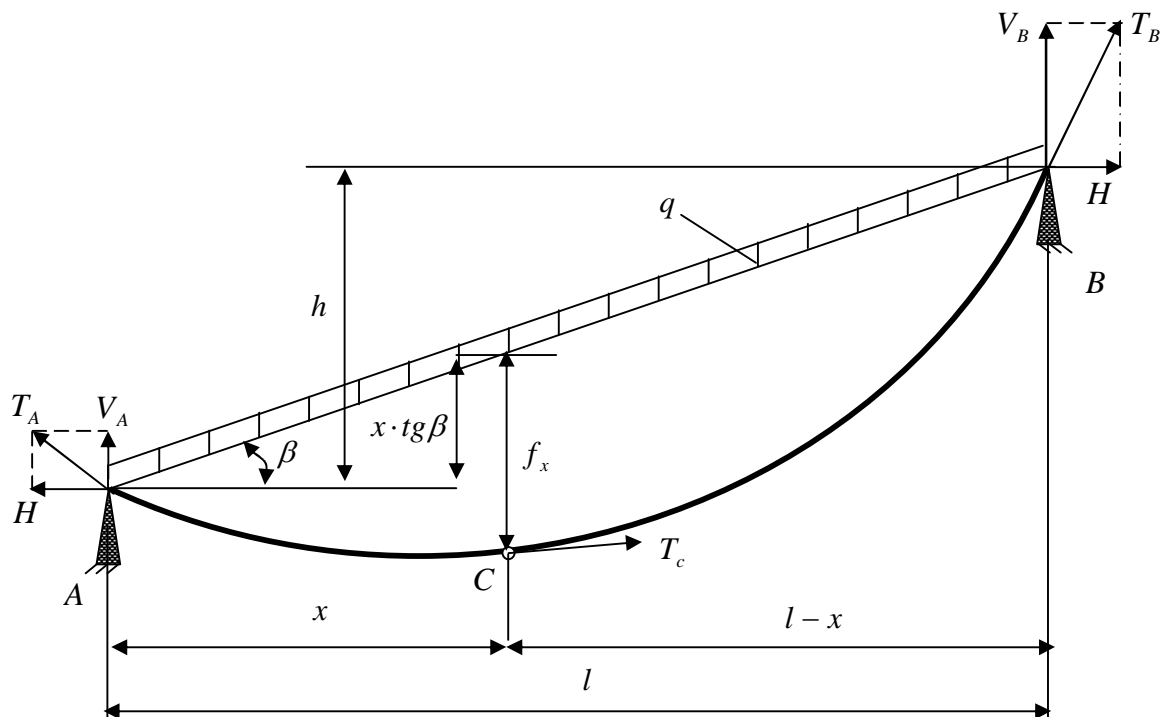
როდესაც ორ წერტილს შორის გაკიდულია q ერთეულოვანი სიგრძის წონის მქონე ერთგვაროვანი ბაგირი (ნახ.№ 3), ჩაკიდულობასა და საყრდენზე გადებული, ბაგირის ანალოგურად დატვირთული ძელის მღუნავი მომენტების ეპიურას შორის არსებობს ანალოგია [1, 3, 4]:

$$f_x = \frac{M_x}{H}, \quad (1.7)$$

ანუ, ბაგირის f_x ჩაკიდულობა შეესაბამება ღეროს მღუნავი მომენტების ეპიურას $1/H$ მასშტაბში. როგორც ცნობილია [18], თანაბრად დატვირთული ძეგლის მღუნავი მომენტების ეპიურა წარმოადგენს პარაბოლას; შესაბამისად, პარაბოლა იქნება ბაგირის წონით გამოწვეული ჩაკიდულობის მრუდი.



ნახ.№ 3. ბაგირის დატვირთვის სქემები ჯაჭვწირით (1) და პარაბოლით (2) ანგარიშის დროს



ნახ.№ 4. ბაგირის დატვირთვის სქემა

მიღებული ანალოგია საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ ბაგირის წონით გამოწვეული f_x ჩაკიდულობა ნებისმიერ x წერტილში (ნახ.№ 4) [1, 3, 4]:

$$f_x = \frac{M'_x}{H} = \frac{q \cdot x(l-x)}{2H \cdot \cos \beta}, \quad (1.8)$$

სადაც, β მალის ქორდის დახრის კუთხეა.

ბაგირის ჩაკიდულობა მაქსიმალურ მნიშვნელობას მიაღწევს მალის შუაში - $x = l/2$:

$$f_{\max} = f_{l/2} = \frac{q \cdot l^2}{8H \cdot \cos \beta}. \quad (1.9)$$

(1.8) გამოსახულებიდან მარტივი გარდაქმნებით მიღებულია შემდეგი განტოლებები:

ბაგირის ჩაკიდულობის მრუდი:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \beta - f_x = x \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{q \cdot x \cdot (l-x)}{2H \cdot \cos \beta}; \quad (1.10)$$

ბაგირის მხების კუთხის ტანგენსი:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \beta - \frac{q \cdot (l-2x)}{2H \cdot \cos \beta}; \quad (1.11)$$

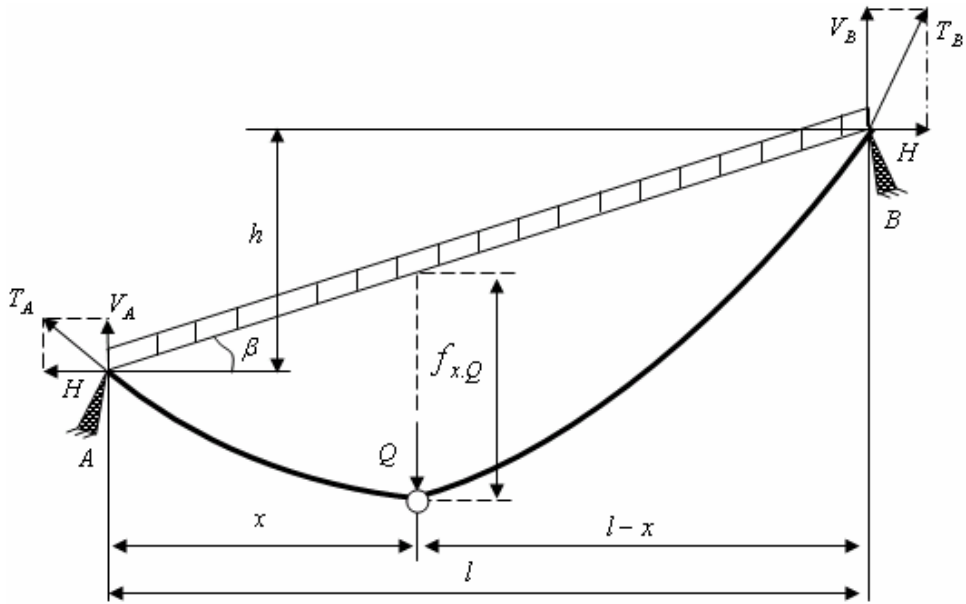
გაკიდული ბაგირის სიგრძე:

$$L = \frac{l}{\cos \beta} + \frac{q^2 \cdot l^3}{24 \cdot H^2 \cdot \cos \beta}. \quad (1.12)$$

როდესაც ბაგირზე მოქმედებს Q დატვირთვა, ჯამური ჩაკიდულობა გამოითვლება როგორც ბაგირის წონითა და შეყურსული დატვირთვით გამოწვეული ჩაკიდულობების ჯამი (ნახ.№ 5):

$$f_{x,Q} = \frac{x \cdot (l-x)}{2H} \cdot \left(\frac{q}{\cos \beta} + 2 \cdot \frac{Q}{l} \right). \quad (1.13)$$

ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდით მიღებული ბაგირის ჩაკიდულობები რამდენადმე მცირეა, ვიდრე ჯაჭვწირის შემთხვევაში; ამასთან, აღნიშნული სხვაობა იზრდება მალის სიგრძისა და ქორდის დახრის კუთხის ზრდასთან ერთად.



ნახ.№ 5. ბაგირის წონითა და დამატებითი დატვირთვით გამოწვეული ჩაკიდულობა

პრაქტიკაში ამ მეთოდს ხშირად გამოიყენებენ ანგარიშის პროცესის სიმარტივის გამო.

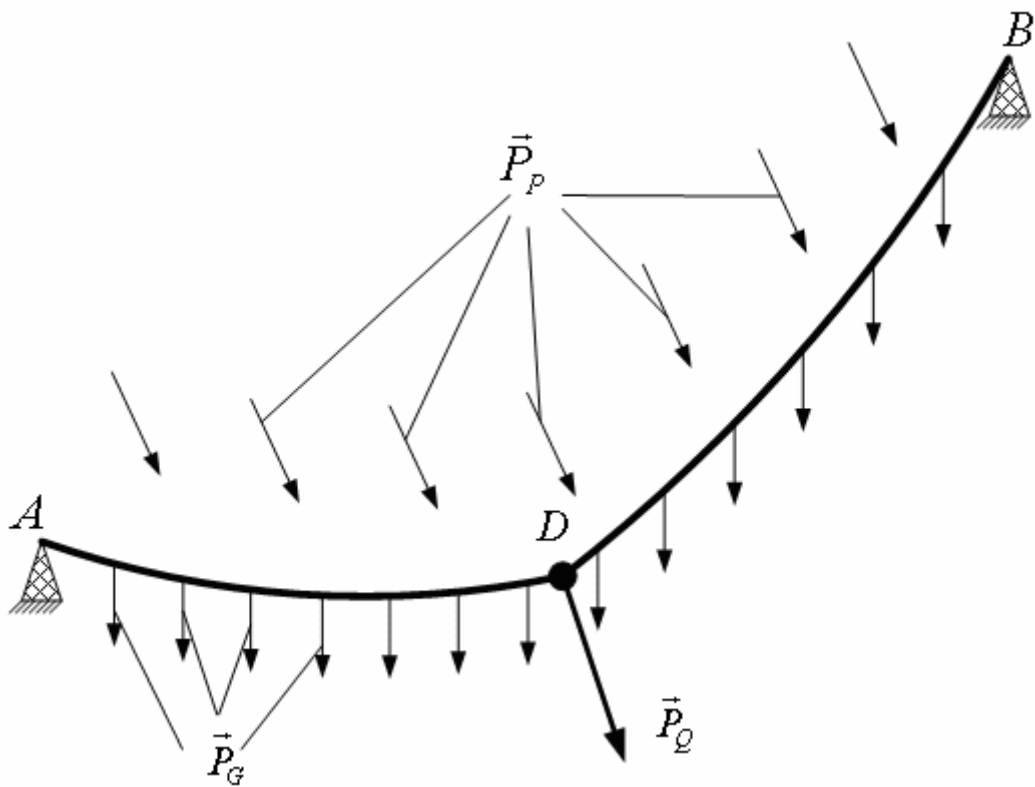
1.4. ბაგირის დისკრეტული მოდელი

გაკიდული ბაგირის ანგარიშის კომპიუტერული მეთოდებიდან აღსანიშნავია ბაგირის დისკრეტული მოდელი, რომელიც დაამუშავა და შემოთავაზებულია პროფ. დ. პატარაიას მიერ. ამ მეთოდის პრაქტიკული და თეორიული ღირებულების დამადასტურებელია მის მიერ მიღებული საერთაშორისო გამოხმაურება. აღნიშნულ მეთოდს ფართოდ იყენებენ მთელი რიგი ევროპული ქვეყნის წამყვანი ინსტიტუტები, როგორც გაკიდული ბაგირის გაანგარიშებისა და კვლევის ეფექტურ საშუალებას.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის განხილვისას მოქმედებს შემდეგი შეთანხმება:

- ➔ ბაგირის მთელი მასა განაწილებულია დისკრეტულად და თავმოყრილია კვანძებში.

- ➔ ორ წერტილს შორის გაკიდულ ბაგირს გააჩნია L სამონტაჟო სიგრძე; ბაგირის ეს მონაკვეთი არის აბსოლუტურად არადრეკადი და მას განივი მიმართულებით სიხისტე არ გააჩნია;
- ➔ ბაგირის წონით გამოწვეული გრავიტაციული დატვირთვა თანაბრადაა გადანაწილებული ბაგირის მთელ სიგრძეზე და არა ქორდაზე, როგორც ეს მიიღებოდა ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის დროს.
- ➔ ბაგირს გააჩნია სიხისტე - C_0 და ამდენად ბაგირის გაჭიმვისას ადგილი აქვს დრეკად დეფორმაციას, რომლის შედეგადაც იცვლება ბაგირის პოტენციური ენერგია.



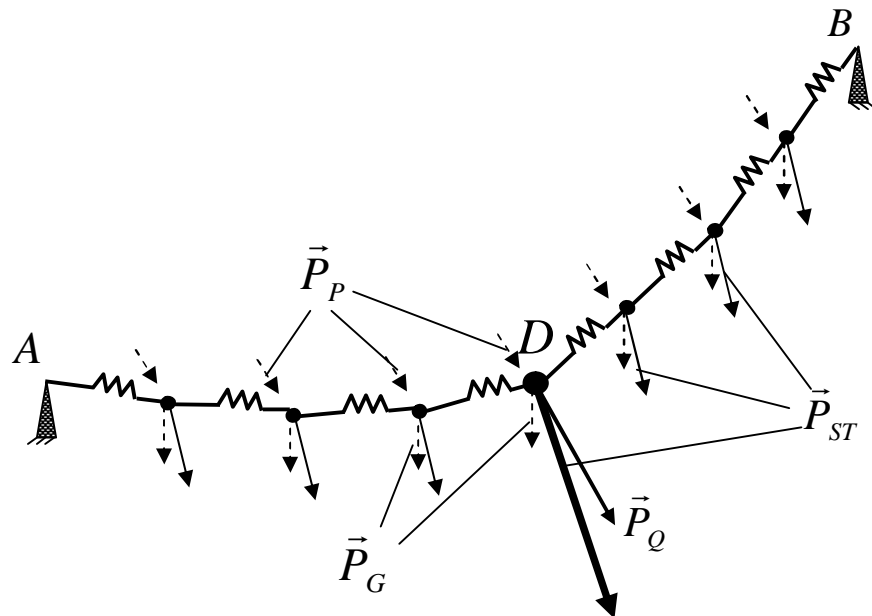
ნახ.№ 6. ბაგირზე მოქმედი დატვირთვები

ბაგირზე მოქმედებს შემდეგი დატვირთვები (ნახ.№ 6): შეყურსული დატვირთვა - \vec{P}_Q , რომელიც მოდებულია ბაგირის რომელიმე წერტილში ნებისმიერი მიმართულებით; ბაგირის წონით გამოწვეული გრავიტაციული

დატვირთვა - \vec{P}_G , რომელიც თანაბრადაა გადანაწილებული ბაგირის მთელ სიგრძეზე; დამატებითი დატვირთვა - \vec{P}_P , რომელიც ასევე თანაბრადაა გადანაწილებული და მისი გამომწვევი ერთერთი მიზეზი შესაძლებელია იყოს ქარი.

გაკიდული ბაგირის დისკრეტულ მოდელს აქვს ნახ.№ 7-ზე ნაჩვენები სახე.

როგორც ნახ.№ 7-დან ჩანს, ბაგირის წონითა და დამატებითი გარემოებით გამოწვეული დატვირთვა უწყვეტად კი არ არის გადანაწილებული ბაგირის მთელ სიგრძეზე, არამედ მოდებულია n რაოდენობის წერტილებში - კვანძებში. ეს გარემოება ერთის მხრივ იმაზე მიუთითებს, რომ დისკრეტული მოდელის სიზუსტე დამოკიდებულია ელემენტარული კვანძების რაოდენობაზე, მაგრამ, მეორეს მხრივ, კომპიუტერული მოდელირებისას, ასეთი კვანძების რაოდენობა შესაძლებელია იყოს საკმაოდ დიდი, რაც ფაქტიურად უზრუნველყოფს ანგარიშის სასურველ სიზუსტეს.



ნახ.№ 7. ბაგირის დისკრეტული მოდელი

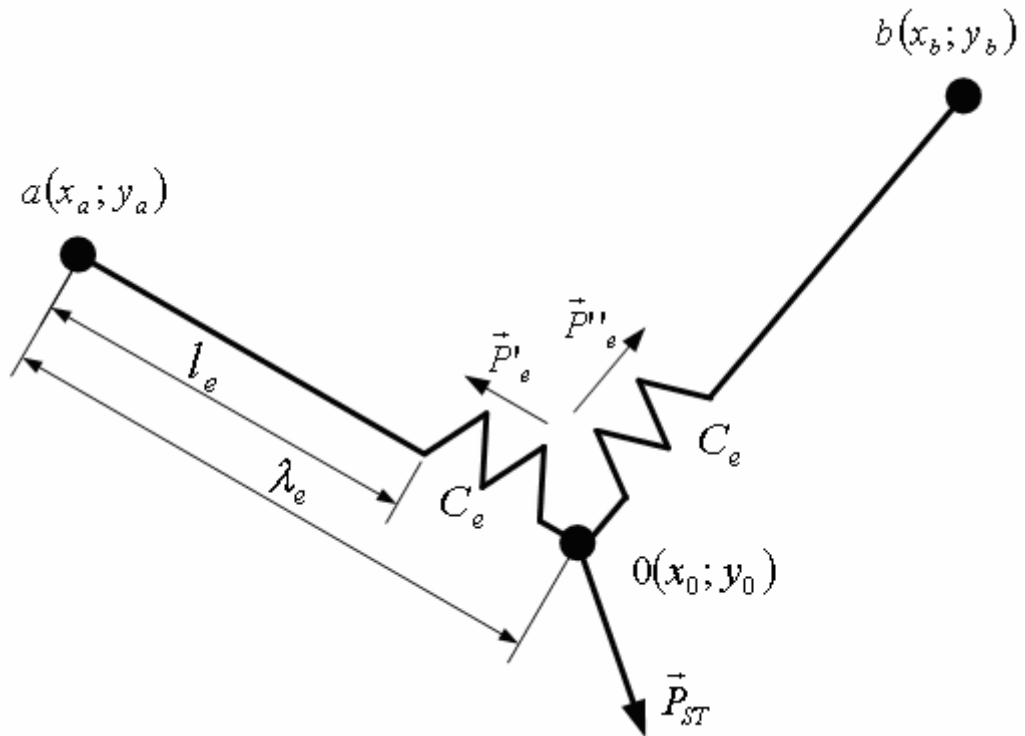
ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, ზაგირის დისკრეტიზაციის დროს, თუ \vec{P}_Q შეყურსული ძალის მოდების წერტილის კოორდინატები არ ემთხვევა ზაგირის რომელიმე დისკრეტული კვანძის კოორდინატებს, აღნიშნული ძალა უნდა წავანაცვლოთ და მოვდოთ უახლოეს კვანძს, სხვა სიტყვებით, ყველა ძალა მოდებულია და მოქმედებს კვანძებზე.

როგორც ნახ.№ 7-დან ჩანს, თითოეულ კვანძზე მოქმედებს \vec{P}_G გრავიტაციული და \vec{P}_P დამატებითი დატვირთვის ტოლქმედი ძალა, რომელსაც უწოდებენ i -ურ კვანძზე მოქმედ $\vec{P}_{ST,i}$ სტაციონარულ ძალას [2, 7]:

$$\vec{P}_{ST,i} = \vec{P}_G + \vec{P}_P. \quad (1.14)$$

D ელემენტარული კვანძისთვის (ნახ.№ 7) სტაციონარული ძალა ტოლი იქნება:

$$\vec{P}_{ST,D} = \vec{P}_P + \vec{P}_G + \vec{P}_Q. \quad (1.15)$$



ნახ.№ 8. ზაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძი

ნახ.№ 8-ზე ნაჩვენებია ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძი, რომელიც შედგება შემდეგი წერტილებისაგან: საკვანძო $0(x_0; y_0)$ წერტილი, რომელზეც ხდება \bar{P}_{ST} სტაციონარული ძალის მოდება; $a(x_a; y_a)$ და $b(x_b; y_b)$ - მეზობელი კვანძების წერტილები. დისკრეტიზაცია მიმდინარეობს ბაგირის წონის დაყოფით n რაოდენობის შეყურსულ ტვირთვებად, რომელთა შორის მოთავსებულია აბსოლიტურად უჭიმავი, უწონადი l_e სიგრძის ძაფი და მასთან მიმდევრობით ჩართული C_e სიხისტის მქონე იდეალური ზამბარა.

საკვანძო $0(x_0; y_0)$ წერტილზე \bar{P}_{ST} სტაციონარული ძალის გარდა მოქმედებს მეზობელ კვანძებთან დრეკადი რეაქციის \bar{P}'_e და \bar{P}''_e ძალები. განხილული ქვესისტემისთვის უძრავია $a(x_a; y_a)$ და $b(x_b; y_b)$ წერტილები, ხოლო $0(x_0; y_0)$ წერტილს შეუძლია თავისუფლად გადაადგილება მოქმედი ძალების გათვალისწინებით.

ნახ.№ 6, ნახ.№ 7, ნახ.№ 8 და იმ შეთანხმების გათვალისწინებით, რომელზეც ზემოთ გვქონდა საუბარი, შესაძლებელია მალში გაკიდული ბაგირის დისკრეტული მოდელის პარამეტრების განსაზღვრა.

გაკიდული ბაგირის წონა:

$$G_{rop} = L \cdot q; \quad (1.16)$$

ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი გრავიტაციული ძალა:

$$\bar{P}_G = G_{rop} / n; \quad (1.17)$$

ელემენტარული უბნის უჭიმავი, უწონადი ძაფის სიგრძე:

$$l_e = L / (n + 1); \quad (1.18)$$

დისკრეტული კვანძის იდეალური ზამბარის სიხისტე:

$$C_e = \frac{E \cdot F}{l_e}, \quad (1.19)$$

სადაც, E არის ბაგირის დრეკადობის (იუნგის) მოდული; F - ბაგირის განივი კვეთის ფართობი.

მიღებულია, რომ იმ შემთხვევაში, თუ ელემენტარული უბნის ბოლოებს ($a - 0$ ან $0 - b$ წერტილები, ნახ. № 8) შორის სიგრძე λ_e ნაკლებია ან ტოლი აბსოლიტურად უჭიმავი, უწონადი ძაფის l_e სიგრძეზე, ზამბარის წაგრძელება და შესაბამისად ელემენტარულ უბანზე მოქმედი დაჭიმულობა ნულის ტოლია.

ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, ზამბარა მუშაობს მხოლოდ გაჭიმვაზე და ელემენტარულ უბანზე წარმოქმნილი დრეკადობის ძალის მოდული განისაზღვრება შემდეგნაირად [2, 7]:

$$|P_e| = \begin{cases} 0 & \rightarrow \lambda_e \leq l_e, \\ C_e \cdot (\lambda_e - l_e), & \rightarrow \lambda_e > l_e. \end{cases} \quad (1.20)$$

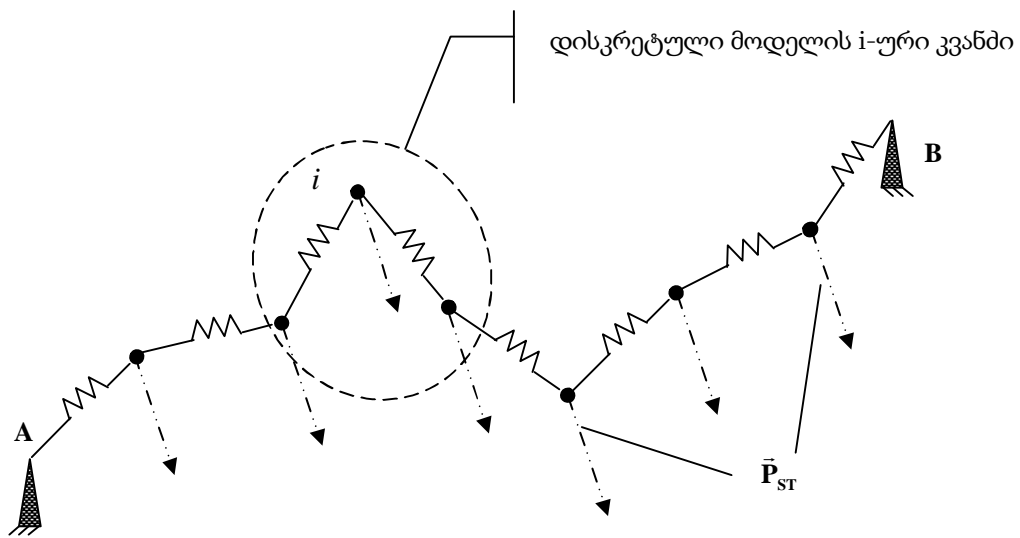
შემოდებულია [2, 7] ახალი განსაზღვრება - $\vec{P}_{SUM.i}^0$ i -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - კვანძზე მოქმედი სამი ძალის ტოლქმედი:

$$\vec{P}_{SUM.i}^0 = \vec{P}_{ST.i} + \vec{P}'_{e.i} + \vec{P}''_{e.i}. \quad (1.21)$$

ცხადია, იმისთვის, რომ i -ური კვანძი იმყოფებოდეს წონასწორობაში, $\vec{P}_{SUM.i}^0$ ტოლი უნდა იყოს ნულის. ყველა კვანძზე მოქმედი ჯამური ძალის ერთობლივობა წარმოადგენს მთლიან ბაგირზე მოქმედ ჯამურ გაუწონასწორებელ ძალას $\vec{P}_{SUM} = \sum_1^n P_{SUM.i}^0$ და ეს სიდიდე საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ ბაგირის წონასწორობის მდგომარეობა.

ტრადიციული მიდგომის გამოყენებისას, ბაგირის სტატიკური გაანგარიშების ამოცანა რეალურად დაიყვანება მრავალუცნობიანი არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე; იგი შემდეგში მდგომარეობს: თითოეული კვანძისთვის იქმნება მოქმედი ძალების სქემა, ღერძებზე მათი გეგმილებისა და კვანძების განტოლებები, რაც საკმაოდ სწრაფად და იოლად იძლევა რეალურ შედეგებს მარტივი სისტემის შემთხვევაში; მაგრამ, კვანძების რაოდენობის ზრდასთან ერთად, სწრაფად პროგრესირდება აღნიშნული სისტემის ამოხსნასთან დაკავშირებული მათემატიკური სირთულეები.

მათემატიკურ მოდელირებასთან დაკავშირებული პრობლემების გადაჭრა შესაძლებელია მოხდეს რთული სისტემების ანალიზის სპეციალური მეთოდების [26] - ე.წ. სწრაფი დაშვებისა და რელაქსაციის მეთოდების გამოყენებით, რომლებიც შემუშავებული იქნა სხვადასხვა პერიოდში, მაგრამ განსაკუთრებული აქტუალობა შეიძინა ელექტრო-გამომთვლელი ტექნიკისა და პროგრამირების ალგორითმული ენების განვითარების პირობებში. ამ მეთოდების საფუძველზე, პროფ. დ. პატარაიას მიერ შემუშავებული იქნა ძალთა გათანაბრების მეთოდი [7], რომლის მიხედვითაც, რიცხვით მოდელირებას ექვემდებარება ელემენტარულ ქვესისტემებად დაყოფილი მთლიანი ფიზიკური სისტემა. იტერაციის საფუძველზე დგინდება და კორექტირდება თითოეული ქვესისტემის მოძრაობა ლოკალური მინიმუმისკენ მასზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის გათვალისწინებით.

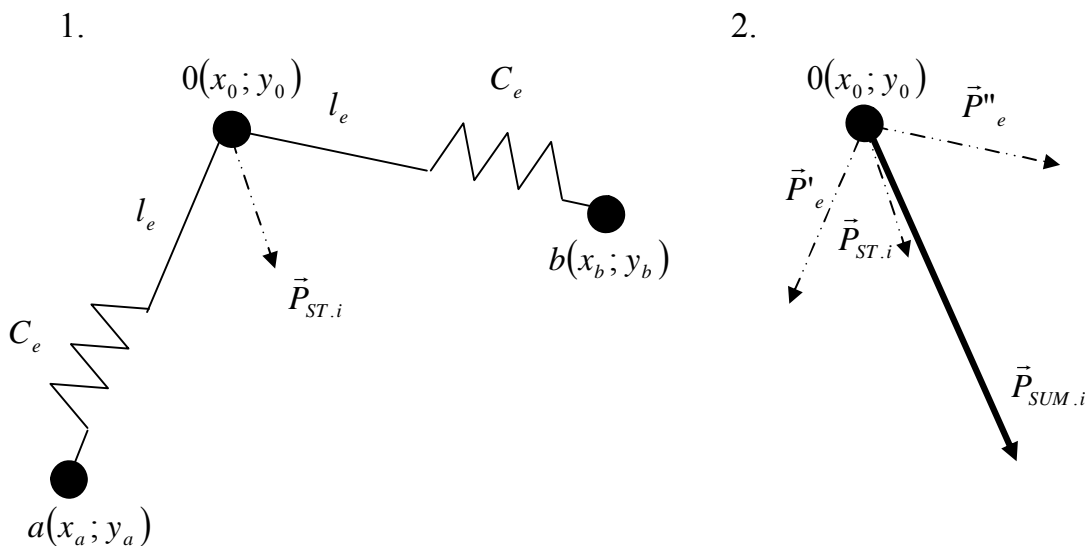


ნახ.№ 9. ბაგირის დისკრეტული მოდელის მდებარეობა სივრცეში

ნახ.№ 9-ზე ნაჩვენებია ბაგირის დისკრეტული მოდელი, რომელსაც სივრცეში უკავია ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობა. საჭიროა განვსაზღვროთ მთლიანი ბაგირის წონასწორობა. ვინაიდან ბაგირი დაყოფილია ქვესისტემებად, იგივე ელემენტარულ კვანძებად, სისტემის წონასწორობის მდგომარეობა მიიღწევა მაშინ, როდესაც თითოეულ კვანძზე

მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა თეორიულად გახდება ნულის ტოლი (პრაქტიკულად ეს ძალა შესაძლებელია იყოს მცირე სიდიდე).

განვიხილოთ დისკრეტული მოდელის ნებისმიერი i -ური კვანძი (ნახ.№ 10-1). მოძრავი $0(x_0; y_0)$ წერტილის ნებისმიერ მდგომარეობას შეესაბამება ქვესისტემაზე მოქმედი სამი ძალის ტოლქმედი $\vec{P}_{SUM.i}$ - ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა, ანუ გრადიენტის მიმართულება (ნახ.№ 10-2). გადავადგილოთ კვანძი აღნიშნული მიმართულებით, შედეგად იგი მიუახლოვდება თავის ლოკალური წონასწორობის მდგომარეობას. შემდეგ ეტაპზე ხდება "მოძრავი" კვანძის დაფიქსირება ახალ მდგომარეობაში და სხვა მეზობელი კვანძის გადაადგილება ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის შემცირების მიმართულებით. აღნიშნული პროცესი მიმდინარეობს მანამ, სანამ სათითაოდ ყველა კვანძი და მთლიანად ბაგირი არ მიაღწევს წონასწორობის მდგომარეობას.



ნახ.№ 10. i -ურ ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა

მთავარი შეკითხვა, რომელიც შესაძლებელია გაჩნდეს აღნიშნული ალგორითმის განხილვისას - მისწრაფვის კი სისტემა მთლიანად წონასწორობის მდგომარეობისაკენ?

ცნობილია, რომ წონასწორობის მდგომარეობაში სისტემას გააჩნია მინიმალური პოტენციური ენერჯია. ვთქვათ, ორ წერტილს შორის

გაკიდული ბაგირი წარმოდგენილია დისკრეტული მოდელის სახით (ნახ.№ 9). ავლნიშნოთ მთლიანი სისტემის პოტენციური ენერგია U_{Sys}^0 -ით, ხოლო ნებისმიერი i -ური კვანძის დრეკადი და გრავიტაციული ძალების გათვალისწინებით შექმნილი პოტენციური ენერგია - U_i^0 . შესაბამისად გვექნება:

$$U_{Sys}^0 = U_i^0 + \bar{U}^0, \quad (1.22)$$

სადაც, \bar{U}^0 ყველა სხვა დანარჩენ ელემენტარული კვანძის პოტენციური ენერგიების ჯამია.

ზემოთაღნიშნული ალგორითმის საფუძველზე წავანაცვლოთ დისკრეტული მოდელის i -ური კვანძი გრადიენტის მიმართულებით მცირე ბიჯით. ცხადია, რომ ახალ მდგომარეობაში აღნიშნული კვანძის პოტენციური ენერგია იქნება ნაკლები $U_i^1 < U_i^0$. ვინაიდან ყველა სხვა კვანძის პოტენციური ენერგიათა ჯამი არ შეიცვალა, სამართლიანია შემდეგი უტოლობა:

$$U_{Sys}^1 < U_i^1 + \bar{U}^0. \quad (1.23)$$

ანალოგიურ სიტუაციას ექნება ადგილი დისკრეტული მოდელის სხვა რომელიმე კვანძის დამუშავებისას; შესაბამისად, მივიღებთ კლებად თანამიმდევრობას - $U_{Sys}^0, U_{Sys}^1, U_{Sys}^2, \dots, U_{Sys}^k$, რომელიც მიისწრაფის მთლიანი სისტემის პოტენციური ენერგიის მინიმუმისკენ, რასაც შეესაბამება სისტემის მდგრადი წონასწორული მდგომარეობა.

1.5. ბაგირთა სისტემები

ქანქარასებრ ბაგირგზებში მზიდი ბაგირი, ვაგონი და საწევი ბაგირი ქმნიან ერთიან სისტემას. საწევი ბაგირის ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე ასეთი სისტემის ანგარიშს ხშირად მივყავართ მნიშვნელოვან

ცდომილებასთან, რაც გამოიხატება საყრდენის ბუნეების არასწორი მონტაჟით [9].

საწევი ბაგირის ფაქტორის გათვალისწინების რამოდენიმე ცნობილი მეთოდი არსებობს; უპირველეს ყოვლისა ეს არის მალში საწევი ბაგირის წონის ნაწილის დამატება მზიდი ბაგირის შეყურსულ დატვირთვაზე, რაც იწვევს მოძრავი შემადგენლობისაგან გამოწვეული დატვირთვის ხელოვნურ გაზრდას¹. კიდევ ერთ გავრცელებულ მეთოდს წარმოადგენს საწევი ბაგირის ფაქტორის მხედველობაში მიუღებლობა; ასეთი შემთხვევა პრინციპულად ეწინააღმდეგება ქანქარასებრ ბაგირგზებში არსებულ რეალურ სურათს.

ზემოთაღნიშნული პრობლემის გადაჭრასთან ყველაზე ახლოს დგას შემდეგი ორი მეთოდი.

განხილულია [4] ქანქარასებრი ბაგირგზის ტიპური მალი, სადაც n რაოდენობის ბაგირი ერთმანეთთან დაკავშირებულია ვაგონის საშუალებით; ასეთი სისტემის თანაბრად გადანაწილებული დატვირთა წარმოდგენილია შემდეგი სახით:

$$\sum_{i=1}^n q_i = q_1 + q_2 + \dots + q_n, \quad (1.24)$$

ხოლო ბაგირთა სისტემის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი:

$$\sum_{i=1}^n H_i = H_1 + H_2 + \dots + H_n. \quad (1.25)$$

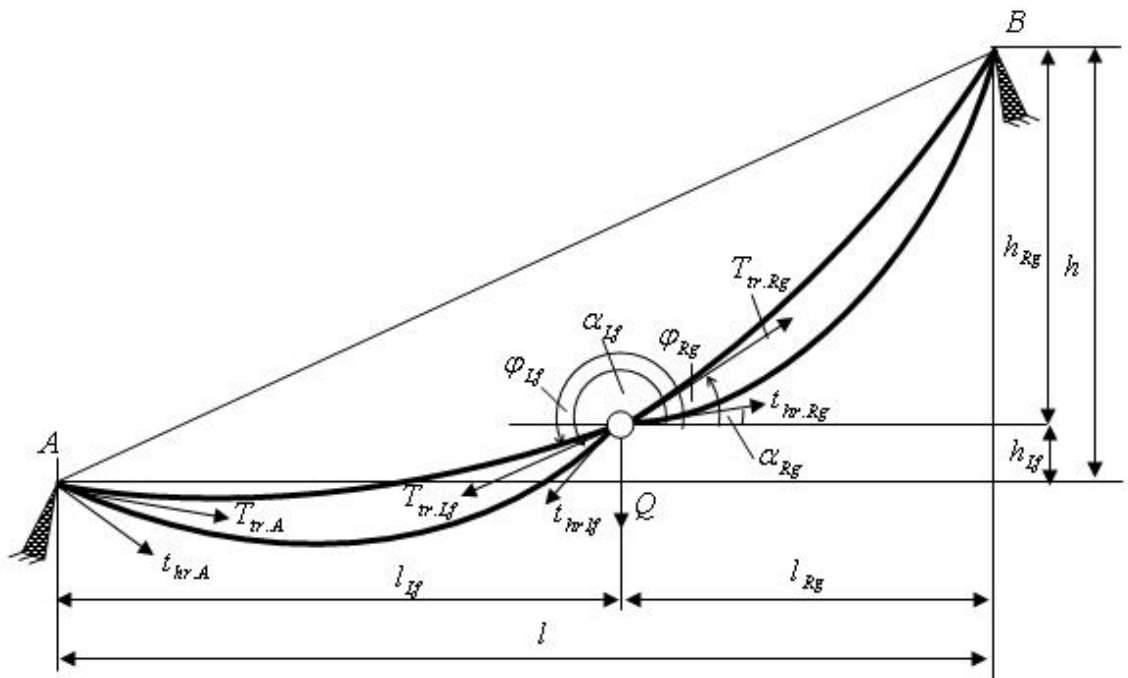
ზოგადად, აღნიშნული სისტემის შემადგენლობაში შემავალი თითოეული ბაგირი, დაჭიმულობისდა მიხედვით, საკუთარი წონის ნაწილს გადასცემს ვაგონს. კერძოდ, თუ მთლიანი სისტემის და სისტემაში შემავალი რომელიმე ბაგირის ჩაკიდულობა ერთმანეთის ტოლია, ბაგირი გავლენას ვერ მოახდენს ვაგონზე. ამ მოვლენის ანალიზისათვის განხილულია სისტემის ჩაკიდულობის საანგარიშო ფორმულა (1.24) და (1.25) პირობების გათვალისწინებით, როდესაც l სიგრძის მალში, ნებისმიერ x წერტილში ბაგირთა სისტემაზე მოქმედებს Q წონის დატვირთვა:

¹ კ. ბარამიძე, ი. კოგანი. სამგზავრო კიდული საბაგირო გზები. თბილისი: განათლება, 1969, 80-81 გვ.

$$f_x = \left(Q + \frac{l}{2 \cos \beta} \sum_{i=1}^n q_i \right) \cdot \frac{l-x}{l \cdot \sum_{i=1}^n H_i} \cdot x. \quad (1.26)$$

ამრიგად, ბაგირთა სისტემა შესაძლებელია განხილული იქნას როგორც ერთი ბაგირი, რომლის ერთეულოვანი სიგრძის წონაა $\sum_{i=1}^n q_i$, ხოლო დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდეგნი - $\sum_{i=1}^n H_i$.

ბაგირთა სისტემის ანგარიშის მეორე საანგარიშო სქემა წარმოდგენილი აქვს პროფესორ დ. პატარაიას [9] (ნახ.№ 11). განხილულია მრავალმალიანი ქანქარასებრი ბაგირგზის ერთერთი მალი; ჩათვლილია, რომ მზიდი და საწვევი ბაგირი დაჭიმულობები $T_{tr.A}$ და $t_{hr.A}$ A საყრდენზე წარმოადგენს ცნობილ სიდიდეებს. ცნობილია აგრეთვე ბაგირების ერთეულოვანი სიგრძის წონები - q_{tr} და q_{hr} , მალის ჰორიზონტალური სიგრძე - l , საყრდენების დონეთა შორის სხვაობა - h და ვაგონის მდებარეობის აბსცისა - l_{lf} .



ნახ.№ 11. ქანქარასებრი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემა

ნახ.№ 11-ზე ნაჩვენებია მდგომარეობისა და საწყისი სიდიდეების გათვალისწინებით მიღებულია ვაგონის სტატიკური წონასწორობის მდებარეობის განსაზღვრის არაწრფივ განტოლებათა სისტემა უცნობი $t_{hr.Rg}$ და h_{L_f} სიდიდეების მიმართ (1.27).

$$\begin{aligned}
 & (T_{tr.A} + q_{tr} \cdot h_{L_f}) \cdot \left\{ \cos \left(\arctg \left(\frac{h_{L_f}}{l_{L_f}} + \frac{q_{tr}(l_{L_f}^2 + h_{L_f}^2)}{l_{L_f}(2 \cdot T_{tr.A} + q_{tr} \cdot h_{L_f})} \right) \right) + \right. \\
 & \left. + \cos \left(\arctg \left(\frac{h - h_{L_f}}{l - l_{L_f}} + \frac{q_{tr}((l - l_{L_f})^2 + (h - h_{L_f})^2)}{(l - l_{L_f})(2 \cdot T_{tr.A} + q_{tr} \cdot (h - h_{L_f}))} \right) \right) \right\} + \\
 & + (t_{hr.A} + q_{hr} \cdot h_{L_f}) \cdot \left(\cos \left(\arctg \left(\frac{h_{L_f}}{l_{L_f}} + \frac{q_{hr}(l_{L_f}^2 + h_{L_f}^2)}{l_{L_f}(2 \cdot t_{hr.L_f} + q_{hr} \cdot h_{L_f})} \right) \right) \right) + \\
 & + t_{hr.Rg} \cdot \cos \left(\arctg \left(\frac{h - h_{L_f}}{l - l_{L_f}} + \frac{q_{hr}((l - l_{L_f})^2 + (h - h_{L_f})^2)}{(l - l_{L_f})(2 \cdot t_{hr.Rg} + q_{hr} \cdot (h - h_{L_f}))} \right) \right) + Q \cdot \cos \alpha_Q = 0; \\
 & (T_{tr.A} + q_{tr} \cdot h_{L_f}) \cdot \left\{ \sin \left(\arctg \left(\frac{h_{L_f}}{l_{L_f}} + \frac{q_{tr}(l_{L_f}^2 + h_{L_f}^2)}{l_{L_f}(2 \cdot T_{tr.A} + q_{tr} \cdot h_{L_f})} \right) \right) + \right. \\
 & \left. + \sin \left(\arctg \left(\frac{h - h_{L_f}}{l - l_{L_f}} + \frac{q_{tr}((l - l_{L_f})^2 + (h - h_{L_f})^2)}{(l - l_{L_f})(2 \cdot T_{tr.A} + q_{tr} \cdot (h - h_{L_f}))} \right) \right) \right\} + \\
 & + (t_{hr.A} + q_{hr} \cdot h_{L_f}) \cdot \left(\sin \left(\arctg \left(\frac{h_{L_f}}{l_{L_f}} + \frac{q_{hr}(l_{L_f}^2 + h_{L_f}^2)}{l_{L_f}(2 \cdot t_{hr.L_f} + q_{hr} \cdot h_{L_f})} \right) \right) \right) + \\
 & + t_{hr.Rg} \cdot \sin \left(\arctg \left(\frac{h - h_{L_f}}{l - l_{L_f}} + \frac{q_{hr}((l - l_{L_f})^2 + (h - h_{L_f})^2)}{(l - l_{L_f})(2 \cdot t_{hr.Rg} + q_{hr} \cdot (h - h_{L_f}))} \right) \right) + Q \cdot \sin \alpha_Q = 0
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

ბაგირგზის სხვა პარამეტრებზე საწევი ბაგირის გავლენის შეფასების მიზნით ავტორთა მიერ გამოკვლეულ იქნა რეალურად არსებული მრავალმალიანი ბაგირგზის ერთი კონკრეტულ მალი და შედეგები შედარდებულ იქნა საანგარიშო სქემებს, სადაც ან არ ხდება საწევი ბაგირის გავლენის გათვალისწინება, ან აღნიშნულ სიდიდედ მიღებულია მალში არსებული საწევი ბაგირის წონის ნახევარი.

მიღებული შედეგების მიხედვით გაკეთებული იქნა შემდეგი სახის დასკვნები:

- ➔ საწევი ბაგირის ფაქტორის მხედველობაში მიუღებლად ვაგონის მზიდ ბაგირზე ასვლის კუთხეების განსაზღვრას მიყვართ

მნიშვნელოვან ცდომილებებთან, რაც ხშირად საყრდენის ბუნებების არასწორი მონტაჟის მიზეზი ხდება.

- ➔ ვინაიდან ანგარიშს საფუძვლად უდევს ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი, მიღებული შედეგები ჯდება იმ ცდომილების ზღვრებში, რასაც იძლევა აღნიშნული მეთოდი.
- ➔ დაუშვებელია საწვეი ბაგირის გავლენის განსაზღვრა, როგორც მისი წონის ნახევარი, ვინაიდან ამას მოსდევს ანგარიშით მიღებული სიდიდეების მნიშვნელოვანი ცდომილება.

საწვეი ბაგირის გავლენის ზემოთ განხილული ყველა მეთოდიკა ეფუძნება ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდს. ცნობილია ის ფაქტი, რომ აღნიშნული მეთოდი ხასიათდება მნიშვნელოვანი ცდომილებით, რომელიც ხშირად სცილდება იმ დასაშვებ ზღვრებს, რომელიც ბაგირგზების, განსაკუთრებით კი სამგზავრო ბაგირგზების, უსაფრთხო ექსპლუატაციისათვის არის დაწესებული. დღეისათვის არსებობს ყველა წინაპირობა, რათა სულ უფრო აქტიურად მოხდეს როგორც ცალკეული ბაგირის, ასევე ბაგირთა სისტემის ანგარიშის არსებული კომპიუტერული მეთოდების დახვეწა და გამოყენება, ასევე ახალი, უფრო ზუსტი მეთოდებით ჩანაცვლება. ამის საშუალებას იძლევა ის ტექნიკური და პროგრამული საშუალებები, რომლებმაც განსაკუთრებულ განვითარებას მიაღწიეს ბოლო 5 წლის განმავლობაში.

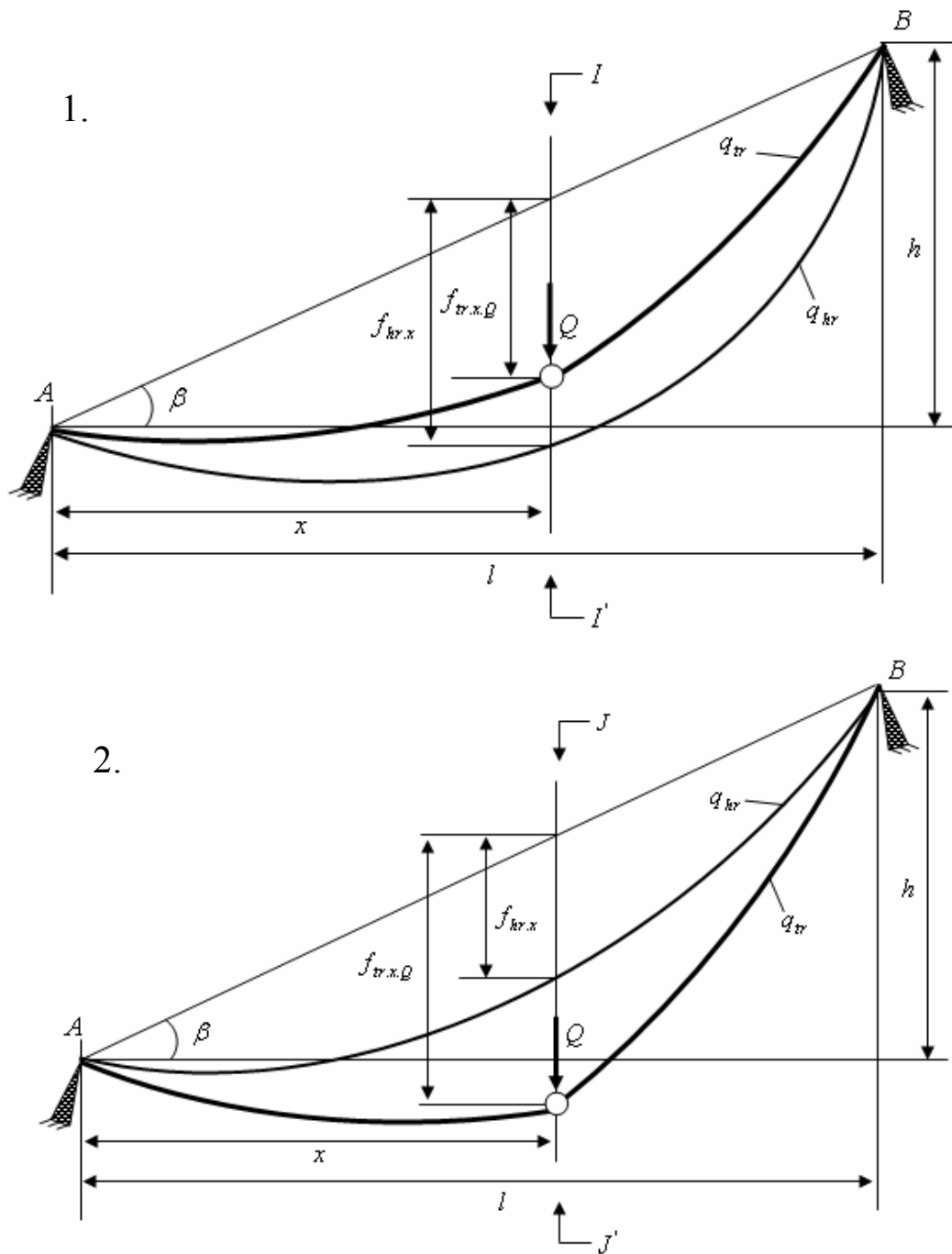
შედეგები და მათი განსჯა

2. ბაგირთა ურთიერთქმედება

2.1. საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დატვირთვა

ქანქარასებრი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის კომპიუტერული მოდელის შემუშავებამდე მნიშვნელოვანია, რომ საწყის ეტაპზე კვლევები ჩავატაროთ მარტივი საანგარიშო სქემის გამოყენებით; ეს საშუალებას მოგვცემს დავადგინოთ ის თავისებურებანი, რომელსაც შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს შემდგომში.

ცნობილია [1, 3, 4,], რომ ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი წარმოადგენს ანგარიშის თვალსაზრისით ყველაზე მარტივ მეთოდს, მაგრამ ამავდროულად იგი ხასიათდება ცდომილებით. ამის მიუხედავად, კვლევის საწყის ეტაპზე ჩავთვალოთ, რომ აღნიშნული მეთოდის სიზუსტე სავსებით საკმარისია და განვიხილოთ ქანქარასებრი ბაგირგზის მალი, სადაც მზიდი და საწევი ბაგირების საჭირო დაჭიმულობას უზრუნველყოფს დამჭიმი ტვირთები. x წერტილში q_{ir} ერთეულოვანი სიგრძის წონის მქონე მზიდ ბაგირზე მოქმედებს Q წონის შეყურსული დატვირთვა და შესაბამისად ბაგირს გააჩნია $f_{r,x,Q}$ ჩაკიდულობა, ხოლო q_{hr} ერთეულოვანი სიგრძის წონის მქონე საწევი ბაგირი თავისუფლად არის გაკიდული (არ არის ჩაბმული ვაგონის ურიკასთან) (ნახ.№ 12). მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობა მალის, ბაგირებისა და Q შეყურსულ დატვირთვაზე დამოკიდებით შესაძლებელია ნაკლები აღმოჩნდება საწევი ბაგირის ჩაკიდულობაზე, გადააჭარბოს ან გაუტოლდეს მას [15].



ნახ.№ 12. ბაგირთა სისტემაში შემავალი ბაგირები

როდესაც x წერტილში დატვირთული მზიდი ბაგირის $f_{tr.x.Q}$ ჩაკიდულობა ნაკლებია ამავე წერტილში საწევი ბაგირის $f_{hr.x}$ ჩაკიდულობაზე (ნახ.№ 12 - 1), საწევი ბაგირის ვაგონთან ჩაბმის შემთხვევაში მზიდი ბაგირის დატვირთვა გაიზრდება რაღაც ΔQ სიდიდით;

ბაგირთა სისტემის კლასიკური გაანგარიშების ერთ-ერთი მეთოდის თანახმად, ასეთ ΔQ ძალად მიღებულია მთლიანი საწევი ბაგირის წონის ნახევარი (იხ. გვ. 39). განსაკუთრებით საინტერესოა შემთხვევა, როდესაც $f_{tr,x,Q} > f_{hr,x}$ (ნახ.№ 12 - 2). იმისათვის, რომ საწევი ბაგირი ჩავაბათ ვაგონთან, საჭიროა იგი (საწევი ბაგირი) გადავანაცვლოთ წონასწორობის მდგომარეობიდან ქვევით, რის გამოც ვაგონი აღმოჩნდება დაკიდული ერთდროულად როგორც მზიდ, ასევე საწევ ბაგირებზე; შესაბამისად, მზიდ ბაგირზე მოქმედი დატვირთვა შემცირდება. როგორც მრავალი განხილული მაგალითი გვიჩვენებს, ამ ბოლო შემთხვევას საკმაოდ ხშირად აქვს ადგილი რეალურად მოქმედ ბაგირებზე [15]. როდესაც ბაგირთა სისტემაში შემავალი ბაგირების ჩაკიდულობები ტოლია - $f_{tr,x,Q} = f_{hr,x}$, საწევი ბაგირი გავლენას ვერ მოახდენს მზიდი ბაგირის ვერტიკალურ დატვირთვაზე.

გამოვიყვანოთ პირობა, რომელიც უნდა სრულდებოდეს მაშინ, როდესაც საწევი ბაგირის გავლენით მცირდება მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვა.

ნახ.№ 12-ზე ნაჩვენები შემთხვევისათვის ბაგირების ჩაკიდულობები გამოითვლება შემდეგი ცნობილი გამოსახულებებით:

$$f_{hr} = \frac{q_{hr} \cdot x(l-x)}{2H_{hr} \cdot \cos \beta}, \quad (2.1)$$

$$f_{tr,x,Q} = \frac{x \cdot (l-x)}{2H_{tr}} \cdot \left(\frac{q_{tr}}{\cos \beta} + 2 \cdot \frac{Q}{l} \right), \quad (2.2)$$

რომელთა გათვალისწინებითაც პირობა $f_{tr,x,Q} > f_{hr,x}$ მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{2Q \cdot \cos \beta}{q_{tr} \cdot l} > \frac{H_{tr}}{H_{hr}} \cdot \frac{q_{hr}}{q_{tr}} - 1, \quad (2.3)$$

ცნობილია [2], რომ ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი შესაძლებელია საორიენტაციოდ გამოსახული იქნას ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობის T_{br} საშუალებით:

$$H \approx \frac{T_{br}}{n} \cdot \cos \beta, \quad (2.4)$$

სადაც, n ბაგირის დაჭიმულობის მარაგის კოეფიციენტია და როგორც ცნობილია, სამგზავრო ბაგირგზების მზიდი ბაგირებისთვის აილება $3 \div 3,5$, ხოლო საწვევი ბაგირებისათვის - $5 \div 7$ ფარგლებში [14].

თავის მხრივ, ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობა საორიენტაციოდ შესაძლებელია გამოსახული იქნას ბაგირის სხვა ძირითადი პარამეტრების საშუალებით [3]:

$$T_{br} = \alpha \cdot F \cdot \sigma, \quad (2.5)$$

სადაც, α კოეფიციენტია და აილება ბაგირის ტიპის მიხედვით $\alpha = 0,82 \div 0,9$ ფარგლებში; F - ბაგირის განიკვეთის ფართობი; σ - ბაგირის გამგლეჯი ძაბვა.

(2.4) და (2.5)-ის გათვალისწინებით შეგვიძლია მივიღოთ H_{tr} მზიდი და H_{hr} საწვევი ბაგირების დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენები:

$$H_{tr} = \frac{\alpha_{tr} \cdot F_{tr} \cdot \sigma_{tr}}{n_{tr}} \cdot \cos \beta, \quad (2.6)$$

$$H_{hr} = \frac{\alpha_{hr} \cdot F_{hr} \cdot \sigma_{hr}}{n_{hr}} \cdot \cos \beta. \quad (2.7)$$

ყოველივე ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, (2.3) პირობა მიიღებს სახეს:

$$\frac{2Q}{G_{tr}} > \frac{\alpha_{tr} \cdot F_{tr} \cdot \sigma_{tr} \cdot n_{hr} \cdot q_{hr}}{\alpha_{hr} \cdot F_{hr} \cdot \sigma_{hr} \cdot n_{tr} \cdot q_{tr}} - 1, \quad (2.8)$$

სადაც, $G_{tr} = \frac{q_{tr} \cdot l}{\cos \beta}$ მალის ქორდის მიხედვით მზიდი ბაგირის წონაა.

ბაგირის განივი კვეთის ფართობი საორიენტაციოდ შესაძლებელია გამოითვალოს შემდეგი ფორმულით [3]:

$$F = 10^5 \cdot \frac{q}{\xi_0 \cdot \gamma}, \quad (2.9)$$

სადაც, q არის ბაგირის ერთეულოვანი სიგრძის წონა; ξ_0 - კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს, თუ რამდენად მეტია მავთულის სიგრძე მთლიანი ბაგირის სიგრძეზე და აილება $\xi_0 = 1,05 \div 1,1$ მზიდი ბაგირებისთვის

და $\xi_0 = 1,2$ - საწევი ბაგირებისთვის; $\gamma = 7,85$ კგ/დმ³ - ფოლადის კუთრი წონა.

თუ გავითვალისწინებთ (2.9) დამოკიდებულებას, (2.8)-დან მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ:

$$\frac{2Q}{G_{tr}} > \frac{\alpha_{tr}}{\alpha_{hr}} \cdot \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{hr}} \cdot \frac{n_{hr}}{n_{tr}} \cdot \frac{\xi_{hr.0}}{\xi_{tr.0}} - 1. \quad (2.10)$$

(2.8) და (2.10) არის საწევი ბაგირის განმტვირთავი ზემოქმედებით მზიდი ბაგირის დატვირთვის შემცირების პირობა.

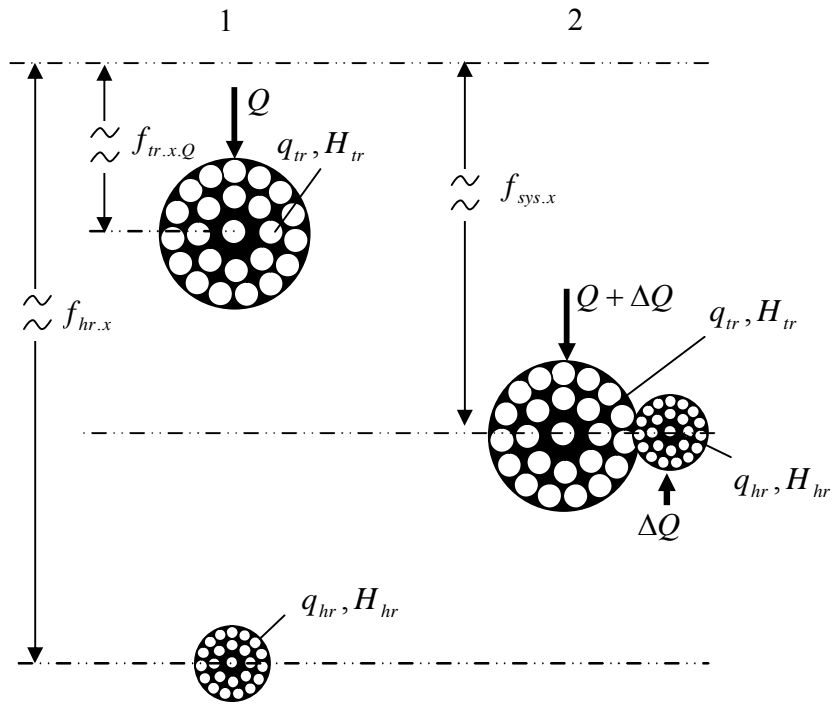
შევნიშნავთ, რომ დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირისთვის მიღებული ეს პირობა სამართლიანი იქნება ყრუდ ჩამაგრებული მზიდი ბაგირისთვის მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც მაქსიმალური ტვირთი მოთავსებულია მალის შუაში. ტვირთის სხვა ადგილზე მდებარეობისას, მზიდი ბაგირის დაჭიმულობის, ჩაკიდულობისა და დატვირთვის დამაკავშირებელ გამოსახულებას აქვს კუბური განტოლების სახე და საჭიროებს სხვაგვარ მიდგომას.

2.2. მალში გაკიდული ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში

2.2.1. დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირი

ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ ის დამატებითი დატვირთვა, რომელიც მზიდ ბაგირზე იქმნება საწევი ბაგირის გავლენით და ავაგოთ მისი გრაფიკი.

კიდევ ერთხელ განვიხილოთ შემთხვევა, რომელიც ნაჩვენებია ნახ.№ 12 - 1 და წარმოვიდგინოთ ბაგირთა კვეთა $I - I'$ წერტილებში (ნახ.№ 13-1). საწევი ბაგირის ვაგონთან ჩაბმის შემთხვევაში ბაგირთა სისტემას ექნება $f_{sys.x}$ ჩაკიდულობა, რომელიც წარმოადგენს ჩვენს საძიებელ სიდიდეს (ნახ.№ 13-2).



ნახ.№ 13. ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში - შემთხვევა 1

მზიდი და საწევი ბაგირების მაქსიმალური დაჭიმულობები ცნობილი სიდიდეებია და შესაძლებელია განსაზღვრული იქნას ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობისა და მარაგის კოეფიციენტის გათვალისწინებით [1, 3, 4]. ასევე, გარკვეული ცდომილებით შესაძლებელია დავადგინოთ დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი, რომელიც მოქნილი ძაფის თეორიის მიხედვით მუდმივი სიდიდეა მალის მთელ სიგრძეზე.

ვინაიდან ჩაბმის წერტილში ბაგირები ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან, ერთნაირი იქნება ის ΔQ ძალა, რომელიც დამატებით იმოქმედებს ბაგირთა სისტემაზე. $f_{sys.x}$ ჩაკიდულობა შესაძლებელია განვსაზღვროთ ცალ-ცალკე მზიდი და საწევი ბაგირებისათვის:

$$f_{sys.x} = \frac{x \cdot (l - x)}{H_{tr} \cdot l} \cdot \left(\frac{q_{tr} \cdot l}{2 \cdot \cos \beta} + Q + \Delta Q \right), \quad (2.11)$$

$$f_{sys.x} = \frac{x \cdot (l - x)}{H_{hr} \cdot l} \cdot \left(\frac{q_{hr} \cdot l}{2 \cdot \cos \beta} - \Delta Q \right); \quad (2.12)$$

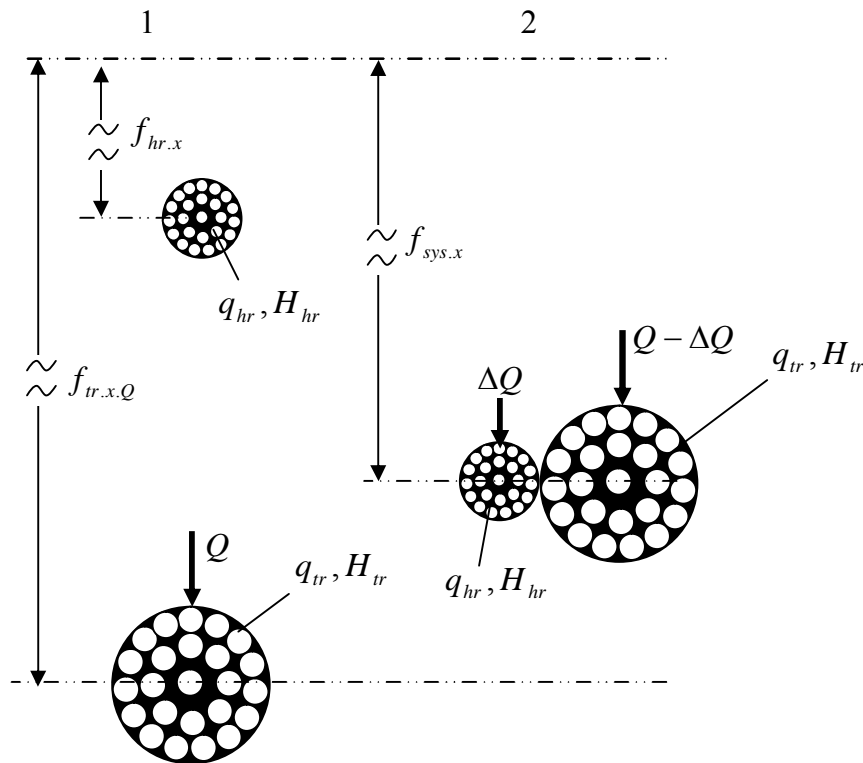
სადაც, ΔQ სიდიდის წინ ნიშანი იმაზე მიუთითებს, რომ ეს ძალები თითოეული ბაგირისთვის მიმართულია ურთიერთსაწინააღმდეგოდ; ”+”

ნიშნით განსაზღვრული ძალის მიმართულება ემთხვევა Q დატვირთვის მიმართულებას [16].

(2.11) და (2.12) გამოსახულებების ერთმანეთთან გატოლებით და ამოხსნით ΔQ -ს მიმართ, მივიღებთ¹:

$$\Delta Q = \frac{\frac{G_{hr}}{2} - \frac{H_{hr}}{H_{tr}} \left(\frac{G_{tr}}{2} + Q \right)}{1 + \frac{H_{hr}}{H_{tr}}}, \quad (2.13)$$

სადაც, G_{tr} და G_{hr} შესაბამისად მალში მზიდი და საწევი ბაგირების წონებია ქორდის მიხედვით.



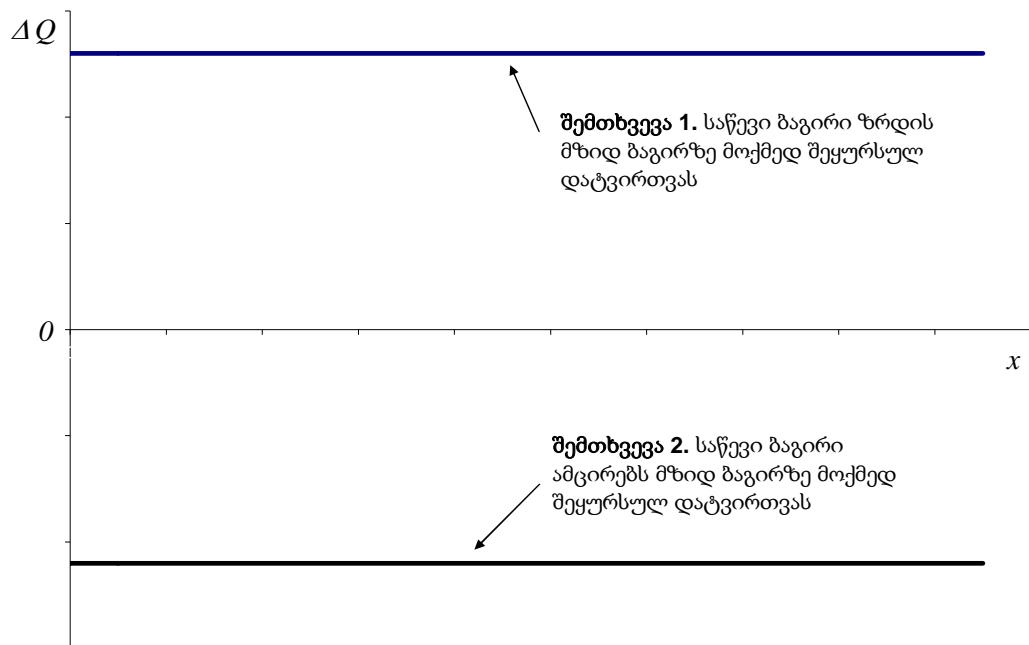
ნახ.№ 14. ბაგირების ურთიერთქმედება ჩაბმის წერტილში - შემთხვევა 2

ნახ.№ 14-ზე ნაჩვენებია ბაგირთა კვეთა $J - J'$ წერტილებში, როდესაც თავისუფლად გაკიდულ საწევ ბაგირს გააჩნია უფრო ნაკლები ჩაკიდულობა, ვიდრე დატვირთულ მზიდ ბაგირს (იხ. ნახ.№ 12 – 2). ცხადია, საწევი ბაგირის ვაგონთან ჩაბმის შემდეგ მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობა

¹ საანგარიშო ფორმულების გამოყენებისას აქ და შემდეგაც გამოყენებული გვაქვს MatLab-ის სპეციალური პროგრამული პაკეტი Symbolic Math Toolbox [27,28].

უნდა შემცირდეს, ვინაიდან ვაგონი ერთდროულად აღმოჩნდება დაკიდული ორივე ბაგირზე. ასეთ შემთხვევაში, (2.13) ფორმულით ნანგარიშები დამატებითი დატვირთვა მიიღება ”-” ნიშნით, რაც მოახდენს (2.11) და (2.12) გამოსახულებების სათანადო კორექტირებას.

(2.13) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ საწვეი ბაგირის გავლენით დამჭიმტვირთიან მზიდ ბაგირზე მოქმედი დამატებითი დატვირთვა ვაგონის მალის სხვადასხვა წერტილში მდებარეობისას მუდმივი სიდიდისა (ნახ.№ 15); უარყოფითი ΔQ -ს შემთხვევაში ადგილი აქვს მზიდ ბაგირზე მოქმედი შეყურსული დატვირთვის შემცირებას .



ნახ.№ 15. დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი ვერტიკალური დატვირთვის გრაფიკები

მზიდი ბაგირის დატვირთვით გამოწვეულ ჩაკიდულობაზე საწვეი ბაგირის გავლენის შეფასების მიზნით განვიხილოთ რეალური ბაგირგზის ერთერთი მალი შემდეგი საწყისი მონაცემებით: მალის ჰორიზონტალური სიგრძე $l = 895$ (მ); საყრდენების დონეთა შორის სხვაობა - $h = 225$ (მ); სასტ. 3090-46 ტიპის დახურული სპირალური მზიდი ბაგირი (ერთეულოვანი სიგრძის წონა - $q_{rr} = 0,109$ (კნ/მ); ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობა -

$T_{tr.br} = 1420$ (კნ); მალში მზიდი ბაგირის მაქსიმალური დაჭიმულობა - $T_{tr.max} = 425$ (კნ); სასტ. 2688-46 ტიპის საწევი ბაგირი (ერთეულოვანი სიგრძის წონა - $q_{hr} = 0,029$ (კნ/მ); ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობა - $T_{hr.br} = 394$ (კნ)); მალში საწევი ბაგირის მაქსიმალური დაჭიმულობა - $T_{hr.max} = 73$ (კნ). მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვა - $Q = 40$ (კნ).

ცხრილი № 1-ში მოცემულია ანგარიშის შედეგები, რომელიც მიღებულია მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვის (ვაგონი) მალის x წერტილებში (სვეტი 1) გადაადგილებით.

ცხრილი № 1. სხვადასხვა მეთოდით ბაგირთა სისტემის ჩაკიდულობის ანგარიში

| x | f_{sys} | $f_{sys,\Delta Q}$ | $f_{tr,Q}$ | $f_{tr,Q(0,5)}$ | $\delta_{sys,\Delta Q}$ | $\varepsilon_{sys,\Delta Q}$ | $\delta_{tr,Q}$ | $\varepsilon_{tr,Q}$ | $\delta_{tr,Q(0,5)}$ | $\varepsilon_{tr,Q(0,5)}$ |
|-----|-----------|--------------------|------------|-----------------|-------------------------|------------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 10 | 2,19 | 2,21 | 2,24 | 2,57 | -0,02 | -0,96% | -0,05 | -2,40% | -0,39 | -17,61% |
| 50 | 10,46 | 10,55 | 10,70 | 12,29 | -0,09 | -0,81% | -0,24 | -2,25% | -1,83 | -17,44% |
| 100 | 19,73 | 19,86 | 20,14 | 23,13 | -0,13 | -0,65% | -0,41 | -2,09% | -3,40 | -17,25% |
| 150 | 27,78 | 27,92 | 28,32 | 32,53 | -0,14 | -0,51% | -0,54 | -1,94% | -4,75 | -17,08% |
| 200 | 34,62 | 34,75 | 35,25 | 40,48 | -0,13 | -0,38% | -0,63 | -1,81% | -5,86 | -16,93% |
| 300 | 44,60 | 44,68 | 45,32 | 52,05 | -0,08 | -0,18% | -0,72 | -1,61% | -7,45 | -16,70% |
| 400 | 49,62 | 49,64 | 50,35 | 57,83 | -0,02 | -0,05% | -0,73 | -1,47% | -8,21 | -16,55% |
| 450 | 50,26 | 50,26 | 50,98 | 58,55 | 0,00 | 0,00% | -0,72 | -1,43% | -8,29 | -16,50% |
| 500 | 49,65 | 49,64 | 50,35 | 57,83 | 0,01 | 0,02% | -0,70 | -1,41% | -8,18 | -16,47% |
| 600 | 44,68 | 44,68 | 45,32 | 52,05 | 0,00 | 0,00% | -0,63 | -1,42% | -7,36 | -16,48% |
| 700 | 34,73 | 34,75 | 35,25 | 40,48 | -0,02 | -0,06% | -0,52 | -1,49% | -5,75 | -16,57% |
| 800 | 19,82 | 19,86 | 20,14 | 23,13 | -0,04 | -0,21% | -0,32 | -1,64% | -3,32 | -16,73% |
| 850 | 10,52 | 10,55 | 10,70 | 12,29 | -0,03 | -0,30% | -0,18 | -1,73% | -1,77 | -16,85% |

f_{sys} (სვეტი 2) გვიჩვენებს ბაგირთა სისტემის ჩაკიდულობას, რომელიც იანგარიშება (1.27) (იხ. გვ. 42) არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნით¹; $f_{sys,\Delta Q}$ (სვეტი 3) მნიშვნელობები მიიღება მზიდ ბაგირზე მოქმედი შეყურსული დატვირთვის ΔQ (2.13) სიდიდით კორექტირებით; სვეტი 4 ($f_{tr,Q}$) გვიჩვენებს მზიდი ბაგირის Q შეყურსული დატვირთვით გამოწვეულ ჩაკიდულობებს, როდესაც მხედველობაში არ მიიღება საწევი

¹ (1.27) განტოლებათა სისტემის ამოხსნისთვის გამოყენებული იქნა MatLab-ის კიდევ ერთი პროგრამული პაკეტი Optimization Toolbox [30, 31].

ბაგირი; $f_{r,Q(0,5)}$ (სვეტი 5) გვიჩვენებს მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობას, როდესაც საწევი ბაგირის გავლენად მიჩნეულია მისი (საწევი ბაგირი) წონის ნახევარი.

შედეგების შედარებას ვახდენთ (1.27) არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მიღებულ მნიშვნელობებთან. ცხრილში (სვეტი 6...11) ნაჩვენებია აბსოლუტური და ფარდობითი ცდომილებები f_{sys} -ის მიმართ.

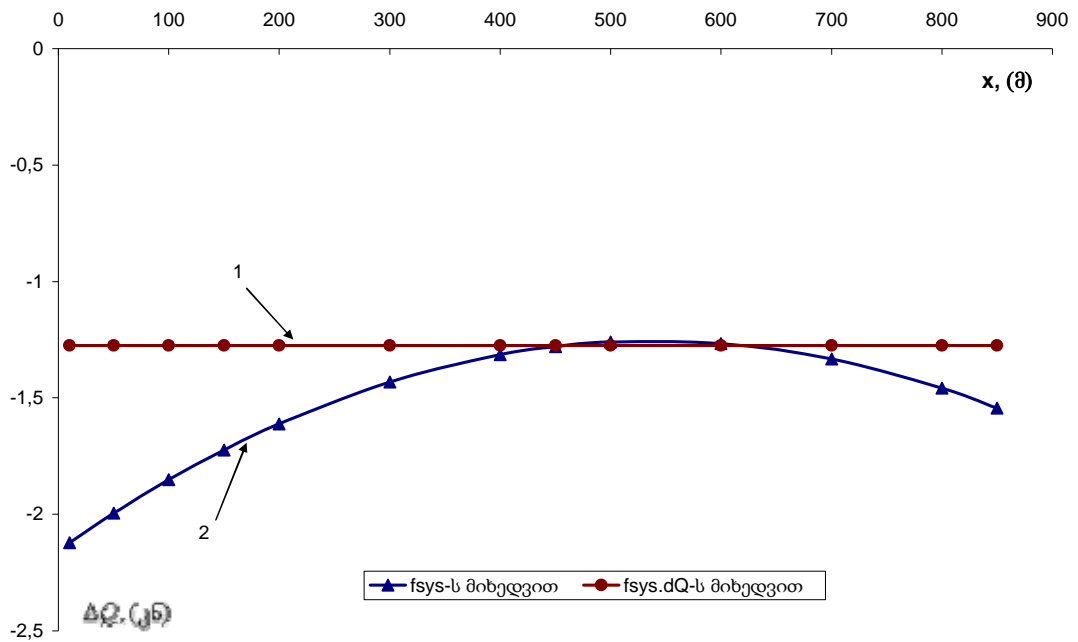
როგორც მიღებული შედეგების ანალიზი გვიჩვენებს, საწევი ბაგირის გავლენის გათვალისწინების მიზნით მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვის კორექტირება ΔQ (2.13) სიდიდით, გვაძლევს საკმაოდ მცირე (1%-მდე) ცდომილებას; საწევი ბაგირის გავლენის გათვალისწინების გარეშე მიღებული მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობები მოთავსებულია ცდომილების დასაშვებ ფარგლებში (1,5 – 2,5%); მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვის საწევი ბაგირის წონის ნახევრით გაზრდით მიღებული ჩაკიდულობები ხასიათდებიან დიდი უზუსტობით (16-17%).

ცხრილი № 1-დან ნათლად ჩანს, რომ f_{sys} და $f_{sys,\Delta Q}$ მნიშვნელობები ნაკლებია ვიდრე $f_{r,Q}$, რაც კიდევ ერთხელ ცხადყოფს საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი განმტვირთავი ზემოქმედების არსებობაზე.

საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრისთვის განვიხილოთ $f_{sys,\Delta Q}$ და f_{sys} მნიშვნელობები; $f_{sys,\Delta Q}$ ცხადი სახით ითვალისწინებს (2.13) ფორმულით განსაზღვრულ ΔQ -ს, რომელიც ვაგონის გადაადგილებისას მალის მთელ სიგრძეზე მუდმივი სიდიდეა (მოცემული მაგალითისთვის $\Delta Q = -1,275$ კნ). მეორეს მხრივ, ვინაიდან ცნობილია ბაგირთა სისტემის f_{sys} ჩაკიდულობა, (2.11) გამოსახულება შეგვიძლია ამოვხსნათ ΔQ -ს მიმართ.

ნახ.№ 16-ზე ნაჩვენებია საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვის გრაფიკები. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ΔQ -ს რეალური მნიშვნელობა (მრუდი 2) მალის მთელ სიგრძეზე განიცდის ცვალებადობას და (2.13) ფორმულით განსაზღვრულ მნიშვნელობას (მრუდი

1) მიაღწევს მხოლოდ მაღის შუაში; ამის მიზეზი შემდეგში მდგომარეობს: (2.13) ფორმულის გამოყენებისას ჩვენს მიერ მიღებული იქნა დაშვება, რომ მზიდ და საწევ ბაგირებს ვაგონის მარცხნივ და მარჯვნივ გააჩნია ერთნაირი დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი; (1.27) განტოლებათა სისტემა კი ახდენს ამ მნიშვნელობების უფრო ზუსტ განსაზღვრას.



ნახ.№ 16. საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა

ბუნებრივია ჩნდება შეკითხვა, მაშ რა პრაქტიკული ღირებულება შეიძლება ჰქონდეს (2.11) და (2.13) გამოსახულებებს? საქმე იმაში მდგომარეობს, რომ (1.27) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა უპრობლემოდ არის შესაძლებელი მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ცნობილია კარგი პირველადი მიახლოება, ყველა სხვა შემთხვევაში მიღებული შედეგები შესაძლებელია მნიშვნელოვნად იყოს დამახინჯებული (ან არ გააჩნდეს ამონახსნი). (2.13) ფორმულა მარტივად იხსნება ყოველგვარი კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენების გარეშეც და ამასთან, (2.11) ფორმულა ჩაკიდულობის თვალსაზრისით იძლევა მნიშვნელოვან სიზუსტეს.

ჩვენს მიერ განხილული მაგალითი შერჩეული იქნა იმ მოსაზრებიდან გამომდინარე, რომ გვეჩვენებინა საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე მოქმედი შეყურსული დატვირთვის შემცირების შესაძლებლობა. შედეგად მივიღეთ, რომ საწვეი ბაგირის გავლენის მხედველობაში მიღების გარეშე მზიდი ბაგირის სტატიკური ჩაკიდულობის $f_{r,Q}$ მნიშვნელობები უფრო ნაკლებ ცდომილებას გვაძლევს, ვიდრე $f_{r,Q(0,5)}$ (იხ. ცხრილი № 1). სხვა კონკრეტულ შემთხვევაში, როდესაც საწვეი ბაგირის გავლენით იზრდება მზიდი ბაგირის შეყურსული დატვირთვა, შესაძლებელია საწინააღმდეგო სურათს ჰქონდეს ადგილი. ეს გარემოება გვაძლევს იმის მტკიცების საფუძველს, რომ შეცდომაა როგორც საწვეი ბაგირის გავლენის მხედველობაში მიუღებლობა, ასევე - ამ გავლენის განსაზღვრა, როგორც საწვეი ბაგირის წონის ნახევარი.

2.2.2. ყრუდ ჩამაგრებილი ბოლოებიანი მზიდი ბაგირი

როდესაც მზიდი ბაგირის ბოლოები ყრუდ არის ჩამაგრებული სადგურების კონსტრუქციებში, მაშინ დატვირთვის ცვალებადობა და გადაადგილება იწვევს დაჭიმულობის სათანადო ცვლილებას; ასეთ შემთხვევაში, საწვეი ბაგირის მიერ შექმნილი დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრისათვის საჭიროა განსხვავებული მიდგომა.

მზიდ ბაგირში დაჭიმულობის ცვალებადობა იწვევს დრეკადი დეფორმაციების შეცვლას, რაც გავლენას ახდენს ბაგირის წონასწორობის მდგომარეობაზე. გარდა ამისა, გარემოს ტემპერატურის ცვალებადობაც გარკვეულ გავლენას ახდენს ბაგირის დაჭიმულობაზე. ასეთ შემთხვევაში მზიდ ბაგირს ირჩევენ იმ უდიდესი დაჭიმულობის მიხედვით, რასაც ადგილი აქვს მალის შუა წერტილში უდიდესი ტვირთისა და შესაძლო მინიმალური ტემპერატურის დროს. ამ მონაცემების მიხედვით შესაძლებელია განისაზღვროს ბაგირის დაჭიმულობის სიდიდე შემდეგი

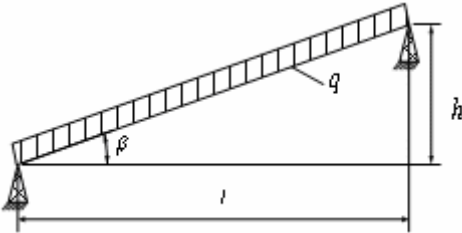
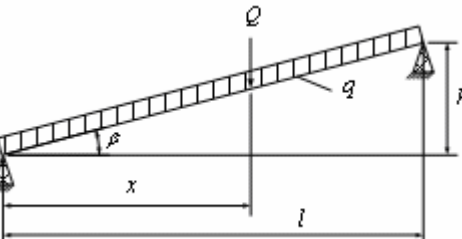
პირობებისათვის: როცა ტვირთი მალის სხვადასხვა წერტილშია; ნებისმიერი (მაქსიმალურზე ნაკლები) ტვირთის დროს; როცა გზა დაუტვირთავია; განსხვავებული ტემპერატურის დროს; ჩამოთვლილი პირობების ნებისმიერი კომბინაციის დროს.

ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის შემთხვევაში, ბაგირის დაჭიმულობისა და დატვირთვის დამაკავშირებელ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე [2, 4]:

$$T_x^3 + T_x^2 \cdot \left[\frac{E \cdot F}{l} \cdot \frac{A_1}{T_1^2} \cdot \cos \beta \pm \varepsilon \cdot \Delta t^0 \cdot E \cdot F - T_1 \right] = \frac{E \cdot F}{l} \cdot \cos \beta \cdot A_x \quad (2.14)$$

სადაც, E - ბაგირის დრეკადობის მოდულია; F - ბაგირის განივი კვეთის ფართობი; Δt^0 - ბაგირის სხვადასხვა მდგომარეობის დროს ტემპერატურათა შორის სხვაობა; ამასთან, ნიშანი "+" გამოიყენება ტემპერატურის მომატების დროს. A_1 - დატვირთვის ფაქტორი, რომელიც შეესაბამება ბაგირის ცნობილ T_1 დაჭიმულობას; A_x - დატვირთვის ფაქტორი, რომელიც შეესაბამება ბაგირის საძიებელ T_x დაჭიმულობას; ε - ბაგირის წრფივი გაფართოვების კოეფიციენტი ($\varepsilon = 0,00001$).

ცხრილი № 2. ბაგირის დატვირთვის ფაქტორის მნიშვნელობები

| დატვირთვის სქემა | გამოსახულება |
|---|--|
|  | $A = \frac{q^2 l^3}{24 \cdot \cos^3 \beta}$ |
|  | $Q \left[Q + \frac{ql}{\cos \beta} \right] \cdot \frac{l-x}{2l \cdot \cos \beta} \cdot x + \frac{q^2 l^3}{24 \cdot \cos^3 \beta}$ |

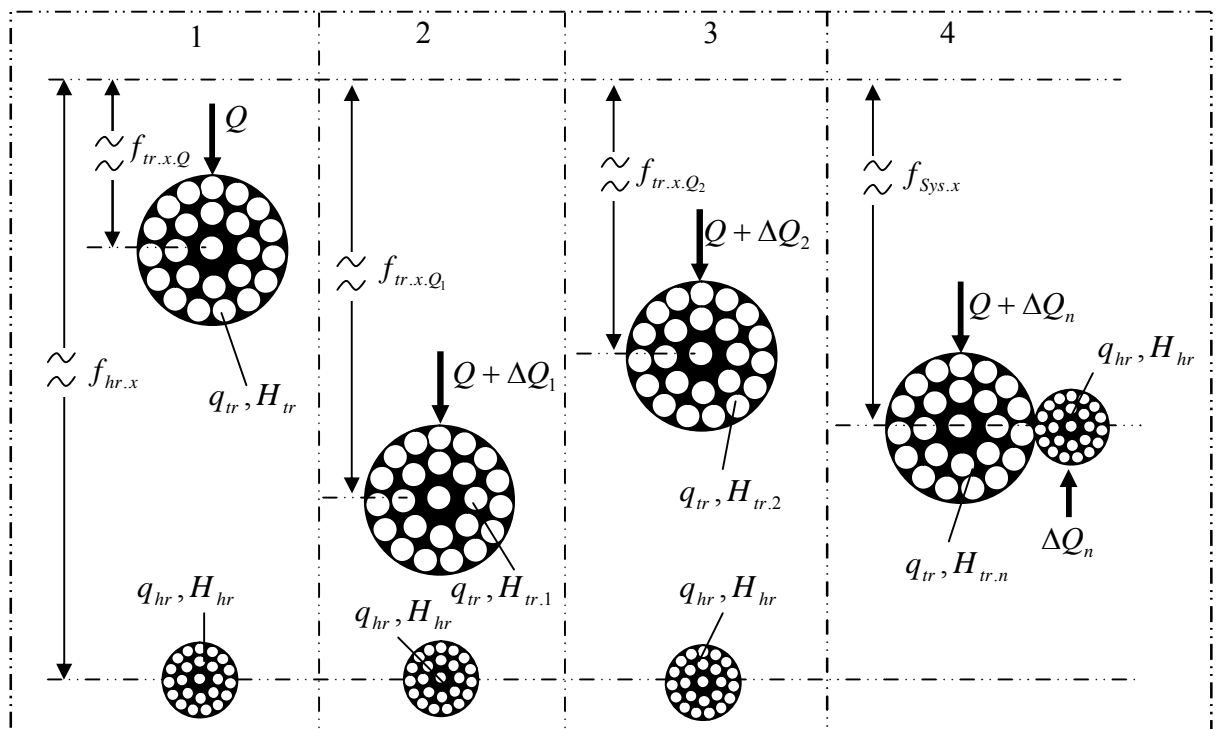
ცხრილი № 2-ში ნაჩვენებია ბაგირის დატვირთვის ფაქტორის მნიშვნელობები სხვადასხვა შემთხვევისათვის.

ვინაიდან მზიდ ბაგირზე მოქმედი დატვირთვის ცვლილებას მოსდევს დაჭიმულობის სათანადო ცვალებადობა, საწევი ბაგირის ჩაბმის შემდეგ მზიდი ბაგირის დაჭიმულობა ასევე უცნობი სიდიდე იქნება.

საკითხის გადასაჭრელად მოვიქცეთ შემდეგნაირად;

ამოცანის პირობიდან გამომდინარე, საჭიროა ვიპოვოთ ისეთი ΔQ ძალა, რომელიც მოედება რა მზიდ და საწევი ბაგირებს, მათ ჩაკიდულობებს ერთმანეთის ტოლს გახდის.

ჩავთვალოთ, რომ საწყის მდგომარეობაში Q დატვირთვის მოქმედებით მზიდ ბაგირს გააჩნია $f_{tr.x,Q}$ ჩაკიდულობა, ხოლო თავისუფლად გაკიდულ საწევ ბაგირს - $f_{hr,x}$ ჩაკიდულობა (ნახ.№ 17 - 1).



ნახ.№ 17. ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრა

იმისათვის, რომ საწევი ბაგირი გადავაადგილოთ $f_{hr,x}$ -ის შესაბამისი მდგომარეობიდან მზიდ ბაგირზე Q დატვირთვის მოდების წერტილამდე (ანუ საწევი ბაგირი ჩავაბათ ვაგონს), საჭიროა მასზე (საწევი ბაგირი) ვიმოქმედოთ შემდეგი ძალით:

$$\Delta Q_1 = \frac{G_{hr}}{2} - \frac{H_{hr}}{H_{tr}} \cdot \left(\frac{G_{tr}}{2} + Q \right), \quad (2.15)$$

რომელიც მიიღება ბაგირთა ჩაკიდულობის ფორმულების მარტივი გარდაქმნით და რომლის ნიშანიც განსაზღვრავს საწევი ბაგირის გადაადგილების მიმართულებას; ისევე როგორც წინა შემთხვევაში, დადებით დატვირთვად მიჩნეულია Q წონის ტვირთის მოქმედების მიმართულება.

საწევი ბაგირის ვაგონთან ურთიერთქმედება ჩავანაცვლოთ წარმოქმნილი ΔQ_1 დამატებით დატვირთვით, რის გამოც მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობა $Q_1 = Q + \Delta Q_1$ ძალის ზემოქმედებით გაიზრდება და გახდება $f_{tr,x,Q1}$; ცხადია, მოცემულ მომენტში მზიდი და საწევი ბაგირების ჩაკიდულობები განსხვავებული იქნება. მოვახდინოთ ბაგირთა ურთიერთქმედების ძალის კორექტირება, რისთვისაც, საწევი ბაგირს მოვხსნათ დამატებითი დატვირთვა და დავაბრუნოთ საწყის $f_{hr,x}$ მდგომარეობაში; ამავე დროს, მზიდი ბაგირი დავტოვოთ $f_{tr,x,Q1}$ -ის შესაბამის მდგომარეობაში (ნახ.№ 17 – 2). ცხადია, საწევი ბაგირის ვაგონთან ჩასაბმელად გაცილებით ნაკლები ძალა იქნება საჭირო, ვიდრე პირველ შემთხვევაში, რისი განსაზღვრაც შესაძლებელია შემდეგი გამოსახულებით:

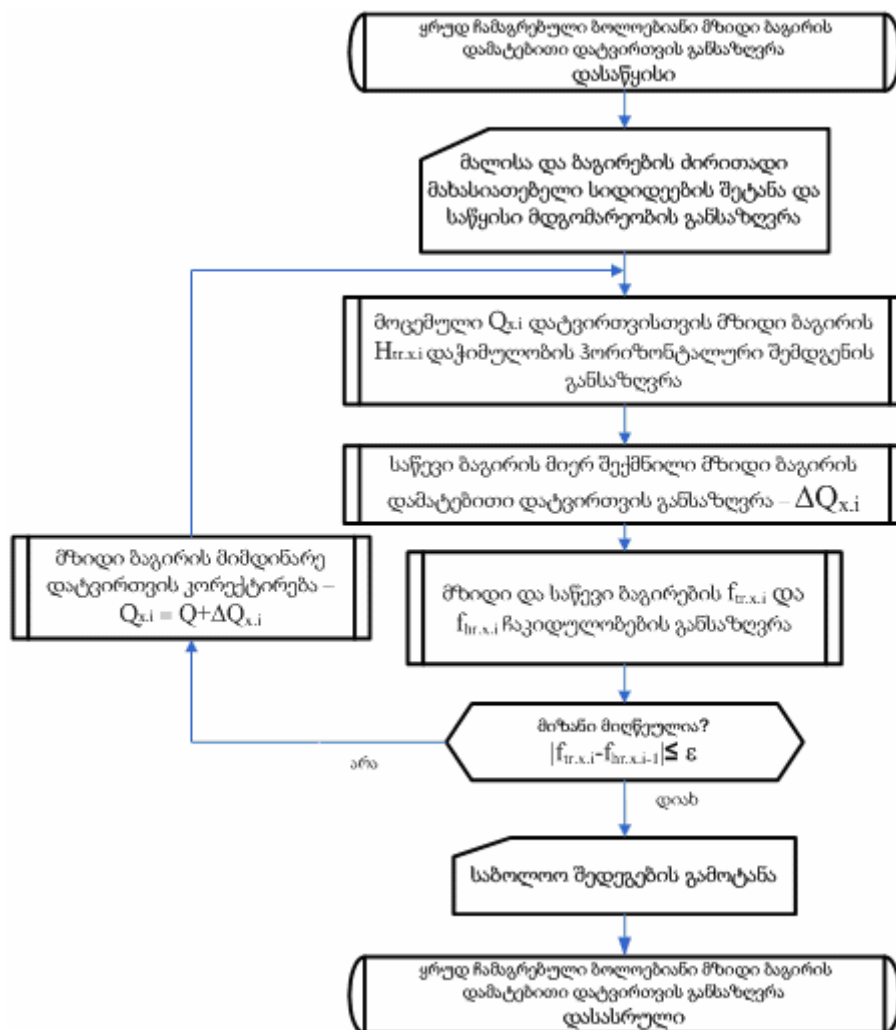
$$\Delta Q_2 = \frac{G_{hr}}{2} - \frac{H_{hr}}{H_{tr,1}} \cdot \left(\frac{G_{tr}}{2} + Q_1 \right). \quad (2.16)$$

მოვახდინოთ მზიდ ბაგირზე მოქმედი ΔQ_1 დამატებითი დატვირთვის კორექტირება ΔQ_2 ძალით, რის საფუძველზეც, მზიდი ბაგირი დაიკავებს ახალ მდგომარეობას, რომელსაც შეესაბამება $f_{tr,x,Q2}$ ჩაკიდულობა (ნახ.№ 17 – 3).

აღნიშნული პროცესი გაგრძელება გვაძლევს $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_n$ კრებად თანამიმდევრობას, რომლის ბოლო წევრიც განსაზღვრავს ისეთ დამატებით დატვირთვას, რომლის ურთიერთქმედებითაც მზიდი და საწევი ბაგირის ჩაკიდულობები ერთმანეთის ტოლი გახდება (ნახ.№ 17 – 4).

ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიან მზიდ ბაგირზე მოქმედი ვერტიკალური დატვირთვის ნებისმიერ ცვლილებას შეესაბამება დაჭიმულობის (შესაბამისად, დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენის) ცვლილება, რომლის განსაზღვრაც შესაძლებელია (2.14) ფორმულის საშუალებით.

აღნიშნული პროცესი შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ნახ.№ 18-ზე ნაჩვენები ბლოკ-სქემით.

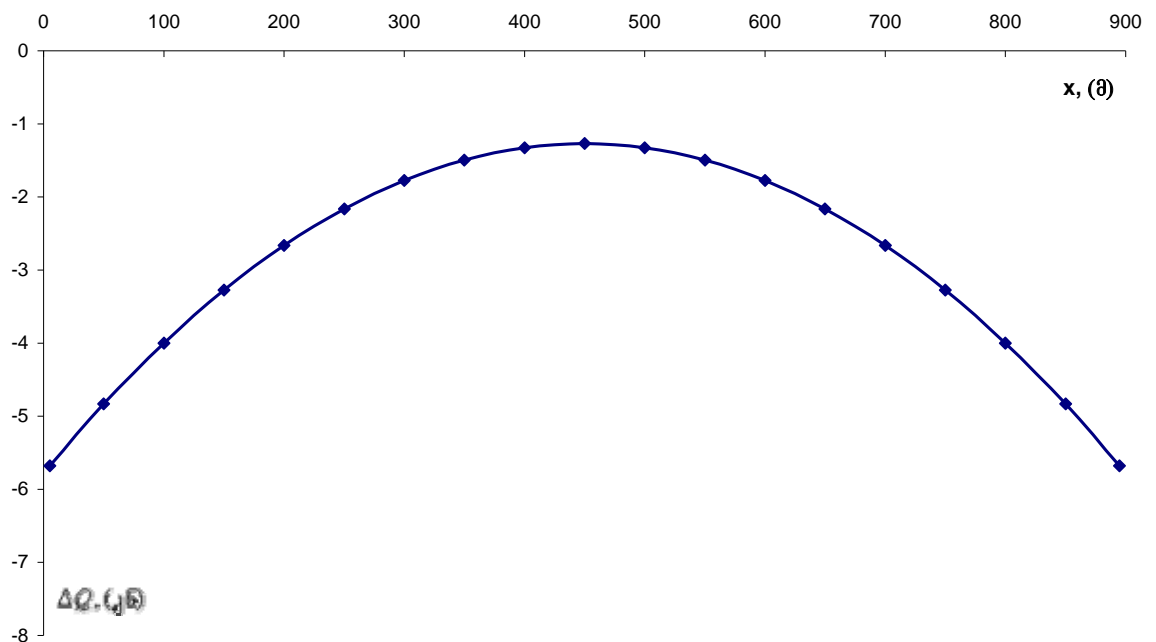


ნახ.№ 18. ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრის ალგორითმული ბლოკ-სქემა

ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრის მოცემული ალგორითმი უზრუნველყოფს ანგარიშის პროცესის კრებადობას მაშინაც, როდესაც ბაგირებს უკავიათ ნახ.№ 12 –2-ზე (გვ. 45) ნაჩვენები საწყისი მდგომარეობა.

საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვის განსაზღვრის შემდეგ აუცილებელია მზიდი ბაგირის შეყურსული Q დატვირთვის ნაცვლად გავითვალისწინოთ $Q + \Delta Q$ სიდიდე.

განსახილველად ავიღოთ იგივე მაგალითი (იხ. გვ. 51), მხოლოდ ჩავთვალოთ, რომ ბაგირგზას გააჩნია ერთი მალი და მზიდი ბაგირის ბოლოები ყრუდაა ჩამაგრებული. ნახ.№ 18-ზე ნაჩვენები ალგორითმის საფუძველზე ვიანგარიშოთ საწევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა და ავაგოთ მისი გრაფიკი შეყურსული დატვირთვის მალის სხვადასხვა ადგილას მდებარეობისას.



ნახ.№ 19. საწევი ბაგირის მიერ ყრუდ ჩამაგრებულ ბოლოებიანი მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა

ნახ.№ 16-სა და ნახ.№ 19-ზე მოყვანილი გრაფიკები გვაძლევს კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი დასკვნის გაკეთების საშუალებას: საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვა საყრდენებთან შეიძლება იყოს მნიშვნელოვანი სიდიდის და მოქმედებდეს შეყურსული დატვირთვის საწინააღმდეგოდ. სწორედ ამ გარემოებაში შეიძლება ვეძებოთ იმ ცნობილი შემთხვევების ახსნა, როდესაც ადგილი ჰქონდა საყრდენის ბუნიკიდან ვაგონის ამოვარდნას, ან ბუნიკების არასწორ მონტაჟს.

ვინაიდან, ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი ჩაკიდულობის ანგარიშის მხრივ ხასიათდება გარკვეული ცდომილებით, რომელიც ხშირ შემთხვევაში შესაძლებელია დასაშვებ ფარგლებს გასცდეს, იქმნება იმის აუცილებლობა, რომ რაც შეიძლება ზუსტად მოხდეს ბაგირთა სისტემის მდგომარეობის ანგარიში. ამ ამოცანის გადაჭრისათვის ჩვენს მიერ შერჩეული იქნა ბაგირის დისკრეტული მოდელი, ვინაიდან იგი ყველა არსებულ მეთოდზე უკეთ ასახავს ბაგირთა სისტემაში არსებულ სურათს; გარდა ამისა, იგი წარმოადგენს კომპიუტერზე ორიენტირებულ მოდელირების მეთოდს, რაც საშუალებას გვაძლევს შევიმუშავოთ გაცილებით რთული საბაგირო და სხვა მეჩხერი ბაგირულ-ლეროვანი სისტემების მოდელირებისა და გაანგარიშების ალგორითმები.

3. ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი

3.1. ბაგირის დისკრეტული მოდელი

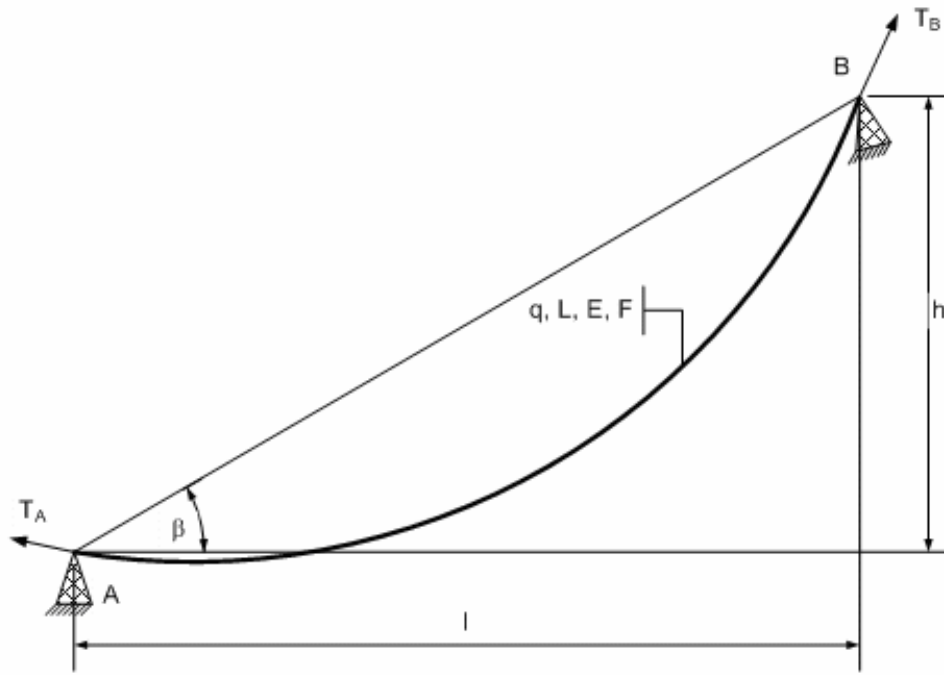
3.1.1 ცდომილება გაკიდული ბაგირის სხვადასხვა მეთოდებით ანგარიშის დროს

როგორც ბაგირთა სისტემის წინასწარმა კვლევამ გვიჩვენა, აუცილებელია შეიქმნას უფრო ზუსტი მეთოდები, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გავითვალისწინოთ ყველა ის გარემოება, რასაც ადგილი აქვს ბაგირგზების ბაგირთა სისტემაში.

დღეისთვის გაკიდული ბაგირის ანგარიშის ცნობილი მეთოდებიდან ყველაზე ფართო აღიარება პოვა ბაგირის დისკრეტულმა მოდელმა. ამის მიზეზად შეგვიძლია დავასახელოთ ანგარიშის შედეგების მაღალი სიზუსტე, რაც განპირობებულია თავად მოდელის საანგარიშო სქემით. ცალკე მსჯელობის საგანია მოქნილობა, რაც გამოიხატება მის უნარზე, მარტივად განხორციელდეს ერთი საანგარიშო სქემის მეორეთი ჩანაცვლება, ისე რომ არ მოხდეს ანგარიშის ალგორითმის სერიოზული ცვლილება.

მანამ შევუდგებოდეთ ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელის შემუშავებას და მასზე რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარებას, საინტერესო იქნება იმის ცოდნა, თუ რა სიდიდის ცდომილებასთან გვაქვს საქმე ბაგირის ანგარიშის კლასიკური მეთოდებისა და დისკრეტული მოდელის გამოყენებისას. ამ პროცესში სრული სურათის მისაღებად საჭიროა თითოეული მეთოდი ჩავაყენოთ თანაბარ პირობებში, რათა იმთავითვე გამოირიცხოს რომელიმე მათგანთან სუბიექტური მიდგომა.

საკვლევი ამოცანა ზოგადი სახით შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოვყალიბოთ: A და B წერტილებს შორის გაკიდულია L სიგრძის (სამონტაჟო სიგრძე) ერთგვაროვანი ბაგირი, რომლის ერთეულოვანი სიგრძის წონაა q , განივი კვეთის ფართობი - F , დრეკადობის მოდული - E . საჭიროა განვსაზღვროთ გაკიდული ბაგირის ფორმა და დაჭიმულობა (ნახ.№ 20).



ნახ.№ 20. ტიპური ამოცანა - ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი გაკიდული ბაგირის ანგარიში

მოქნილი ძაფი (ჯაჭვწირი). დასმული ამოცანის გადასაწყვეტად საჭიროა ჯაჭვწირის c პარამეტრის პოვნა. გაკიდული ბაგირის სიგრძე შესაძლებელია გამოითვალოს ფორმულით:

$$L = \sqrt{h^2 + \left(2 \cdot c \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{l}{2 \cdot c} \right) \right)^2} \quad (3.1)$$

რომელიც რიცხვითი მეთოდებით ადვილად შეიძლება ამოიხსნას c პარამეტრის მიმართ. ჯაჭვწირის პარამეტრის განსაზღვრის შემდეგ, გაკიდული ბაგირის სხვა ძირითადი სიდიდეების ანგარიში პრაქტიკულად არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს [7].

ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაცია - ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი ბაგირის გაანგარიშების თანამიმდევრობა დეტალურად არის აღწერილი ლიტერატურაში [1, 2, 4]. იქვე არის მოყვანილი ის ცნობილი გამოსახულება, რომელიც ამყარებს დამოკიდებულებას ბაგირის ცნობილ და ახალ (სამიუბელ) მდგომარეობას შორის, როდესაც ხდება ბაგირის დატვირთვის ან გარემო ტემპერატურის შეცვლა. დასმული ამოცანის

პირობიდან გამომდინარე, გაკიდული ბაგირის ცნობილ მდგომარეობას შეესაბამება ის მაქსიმალური დაჭიმულობა, რომელიც L სიგრძის ბაგირს ექნება A და B წერტილებში ჩაბმის შემდეგ.

ბაგირის სიგრძე გამოითვლება ფორმულით [2, 4]:

$$L = \frac{l}{\cos \beta} + \frac{q^2 l^3}{24 \cdot H^2 \cdot \cos \beta}, \quad (3.2)$$

სადაც, H ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენია.

(3.2) გამოსახულებიდან შესაძლებელია განვსაზღვროთ ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი H , როდესაც ცნობილია L . თუ ჩავთვლით, რომ ბაგირის დატვირთვა და გარემოს ტემპერატურა უცვლელი დარჩა, გაკიდული ბაგირის სხვა პარამეტრების გაანგარიშება შესაძლებელია ვაწარმოვოთ (3.2) ფორმულიდან განსაზღვრული ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენისთვის.

ბაგირის დისკრეტული მოდელი - გაკიდული ბაგირის ანგარიშისას მხედველობაში მიიღება ბაგირის საკუთარი წონითა და სიხისტით გამოწვეული დრეკადი დეფორმაციები. თითოეული უბნისთვის ხდება გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრა, რომელიც წარმოადგენს ყველა კვანძზე მოქმედი ძალების გეომეტრიულ ჯამს. იმისდა მიხედვით, თუ რა სიდიდისაა ეს ძალა, ელემენტარული კვანძი შეიცვლის თავის მდებარეობას ისე, რომ მოხდეს მოქმედი ჯამური ძალის შემცირება. ეს პროცესი გაგრძელდება მანამ, სანამ ბაგირის ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა არ გახდება სასურველ სიზუსტეზე ნაკლები.

ანგარიშის თანამიმდევრობა და შედეგები. დასმული ამოცანა გადაჭრილია სამივე მეთოდის გამოყენებით შემდეგი საწყისი პირობებისათვის: ძალის ჰორიზონტალური სიგრძე - $l = 1500$ (მ); დონეთა შორის სხვაობა - $h = 500$ (მ); შერჩეულია სასტ. 3065-46 ტიპის ღია სპირალური ბაგირი, რომლისთვისაც ერთეულოვანი სიგრძის წონა არის $q = 0,1$ (კნ/მ); განივი კვეთის ფართობი - $F = 1198$ (მმ²); ბაგირის სამონტაჟო

სიგრძე - $L = 1600$ (მ); ბაგირის დრეკადობის მოდული $E = 160$ (გპა)
შერჩეულია [3] მოყვანილი რეკომენდაციების გათვალისწინებით.

ცხრილი № 3-ში ნაჩვენებია ანგარიშის შედეგები სამივე მეთოდისათვის.

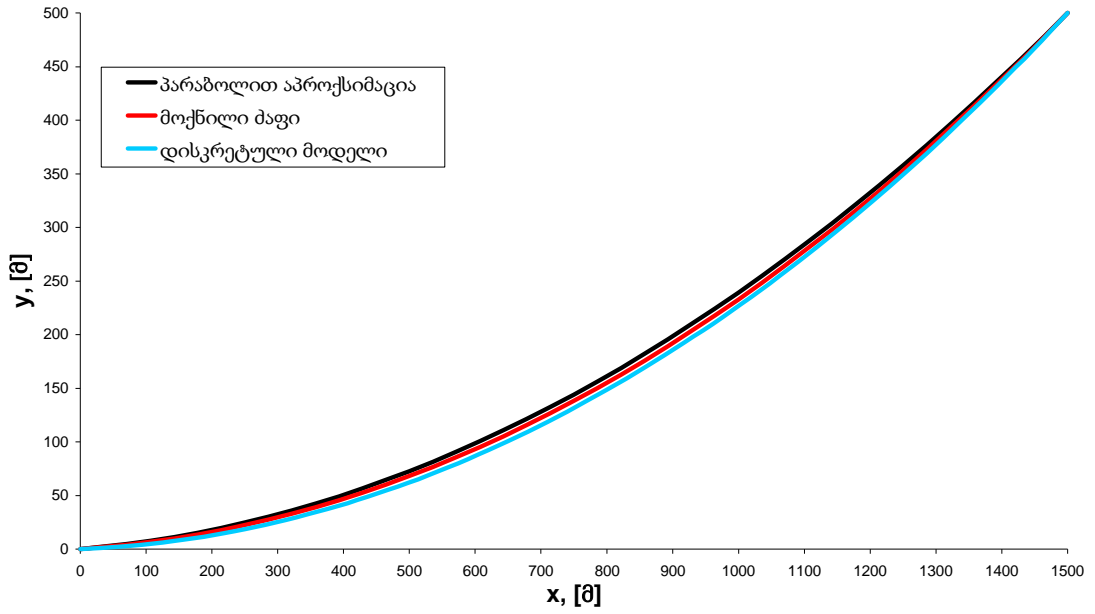
ცხრილი № 3. გაკიდული ბაგირის სხვადასხვა მეთოდით ანგარიშის შედეგები

| საანგარიშო სიდიდეები | პარაბოლით აპროქსიმაცია | მოქნილი ძაფი | დისკრეტული მოდელი | ცდომილება დისკრეტული მოდელის მიმართ | | | |
|--|------------------------|--------------|-------------------|-------------------------------------|-----------|--------------|-----------|
| | | | | პარაბოლით აპროქსიმაცია | | მოქნილი ძაფი | |
| | | | | აბსოლუტური | ფარდობითი | აბსოლუტური | ფარდობითი |
| ბაგირის დაჭიმულობა, (კნ) | | | | | | | |
| T_A - საყრდენი A | 280,705 | 266,803 | 256,371 | -24,334 | -9,49% | -10,432 | -4,07% |
| T_B - საყრდენი B | 329,158 | 316,803 | 306,377 | -22,781 | -7,44% | -10,426 | -3,40% |
| T_D - მალის შუაში | 295,505 | 280,623 | 269,929 | -25,576 | -9,47% | -10,693 | -3,96% |
| ბაგირის ჩაკიდულობა, (მ) | | | | | | | |
| $f_{1/2}$ - მალის შუაში | 109,751 | 111,805 | 118,39 | 8,64 | 7,29% | 6,58 | 5,5% |
| ბაგირის მხების კუთხე, (გრადუსი) | | | | | | | |
| α_A - საყრდენი A | 2,94 | 2,40 | 1,77 | -1,17 | -65,82% | -0,63 | -35,6% |
| α_B - საყრდენი B | 31,61 | 32,71 | 33,24 | 1,63 | 4,91% | 0,53 | 1,59% |
| α_D - მალის შუაში | 18,43 | 18,21 | 18,30 | -0,14 | -0,76% | 0,09 | 0,47% |

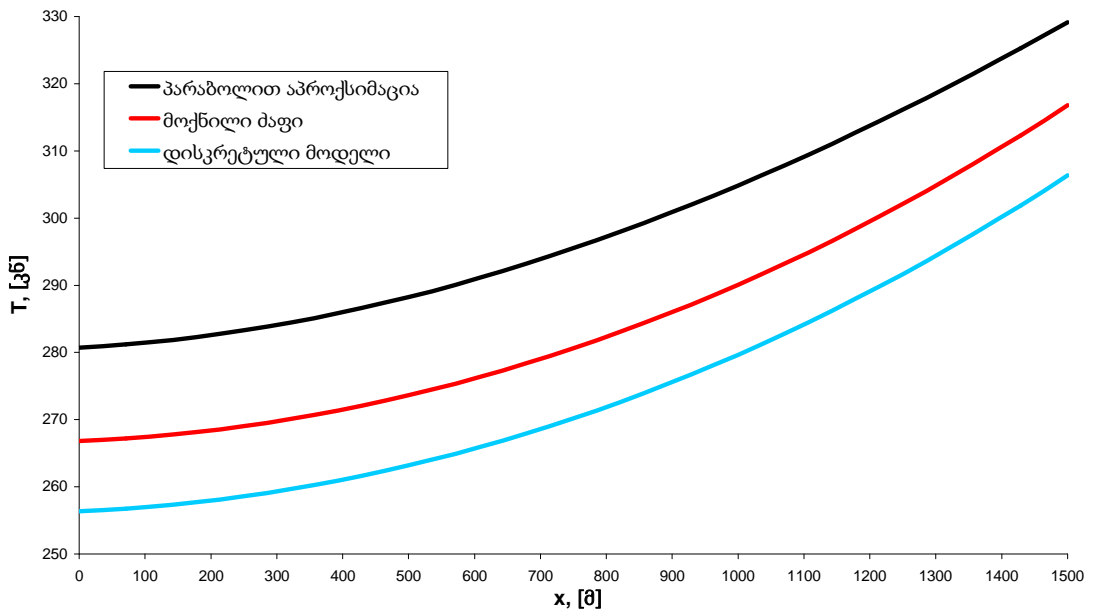
ნახ.№ 21, ნახ.№ 22-სა და ნახ.№ 23-ზე ნაჩვენებია გაკიდული ბაგირის ანგარიშის შედეგების გრაფიკები.

როგორც მიღებული შედეგებიდან ჩანს, პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდი იძლევა მაქსიმალურ ცდომილებას თითქმის ყველა ძირითადი სიდიდის ანგარიშისას.

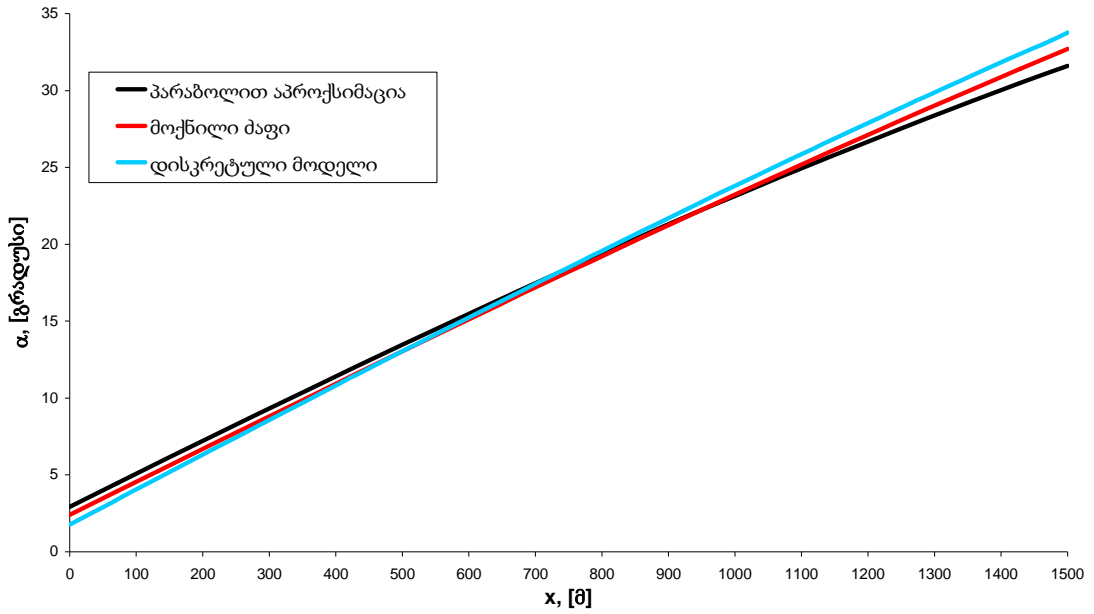
ჯაჭვწირის მეთოდით საანგარიშები სიდიდეები მეტნაკლებად ჯდება დასაშვები ცდომილების ფარგლებში. ამ მეთოდის ცდომილების ძირითადი წყარო არის ის გარემოება, რომ ანგარიშის დროს მხედველობაში არ მიიღება ბაგირის დრეკადი წაგრძელება.



ნახ.№ 21. ორ წერტილს შორის გაკიდული ზაგირის გეომეტრია

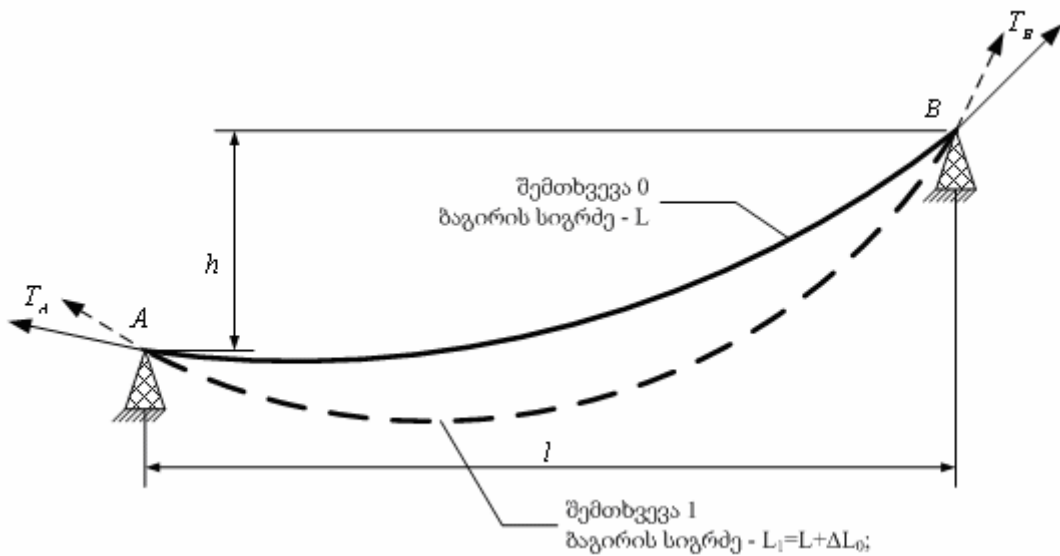


ნახ.№ 22. გაკიდული ზაგირის დაჭიმულობა



ნახ.№ 23. გაკიდული ბაგირის მხების კუთხე

ბაგირის დრეკადი, ინერციული და დისიპაციური თვისებების უკეთ გათვალისწინების მიზნით, პროფესორ დ. პატარაიას მიერ დამუშავებული იქნა გაკიდული ბაგირის გაანგარიშების მეთოდი, რომელიც ეფუძნება ჯაჭვწირის კლასიკურ მეთოდს და რომლის არსი შემდეგში მდგომარეობს [7];



ნახ.№ 24. ბაგირის დრეკადი წაგრძელების განსაზღვრა

ნახ.№ 24-ზე ნაჩვენებია ორ წერტილს შორის გაკიდული L სიგრძის ერთგვაროვანი ბაგირი (შემთხვევა 0), რასაც შეესაბამება მალის კიდურა წერტილებში T_A და T_B დაჭიმულობები. ჩათვლილია, რომ ბაგირმა უეცრად მიიღო ΔL_0 წაგრძელება, რომელიც გამოწვეული იქნა რაღაც $T_{avr} = (T_A + T_B)/2$ შუალედური დაჭიმულობით; შესაბამისად, ბაგირის სიგრძე გაიზარდა და გახდა $L_1 = L + \Delta L_0$ და ბაგირმა დაიკავა ახალ მდგომარეობა (ნახ.№ 24, შემთხვევა 1), რასაც შეესაბამება ახალი $T_{avr.1}$ დაჭიმულობა და ΔL_1 წაგრძელება. აღნიშნული პროცესის გაგრძელება გვადლევს ბაგირის დრეკადი წაგრძელების კრებად მწკრივს $\Delta L_0, \Delta L_1, \dots, \Delta L_n$, რომლის ბოლო წევრი არაცხადი სახით განსაზღვრავს გაკიდული ბაგირის დრეკად წაგრძელებასა და სხვა საძიებელ სიდიდეს.

კიდევ ერთხელ მივუბრუნდეთ ზემოთ განხილულ მაგალითს და ამოვხსნათ იგი ჯაჭვწირის მეთოდით, ბაგირის დრეკადი თვისებების გათვალისწინებით.

ცხრილი № 4. დრეკადობის გათვალისწინებით გაკიდული ბაგირის ანგარიში

| საანგარიშო სიდიდეები | მოქნილი ძაფი (ბაგირის დრეკადობის გათვალისწინებით) | ბაგირის დისკრეტული მოდელი |
|--|---|---------------------------|
| ბაგირის დაჭიმულობა, (კნ) | | |
| T_A -საყრდენი A | 251,73 | 256,30 |
| T_B -საყრდენი B | 301,73 | 306,48 |
| T_D -მალის შუაში | 264,88 | 269,20 |
| ბაგირის ჩაკიდულობა, (მ) | | |
| $f_{1/2}$ - მალის შუაში | 118,51 | 118,43 |
| ბაგირის მზების კუთხე, (გრადუსი) | | |
| α_A -საყრდენი A | 1,42 | 1,77 |
| α_B -საყრდენი B | 33,48 | 33,24 |
| α_D -მალის შუაში | 18,18 | 18,3 |

როგორც ცხრილი № 4-ში ნაჩვენებია შედეგებიდან ჩანს, განსხვავება ამ ორ მეთოდს შორის მნიშვნელოვნად მცირეა.

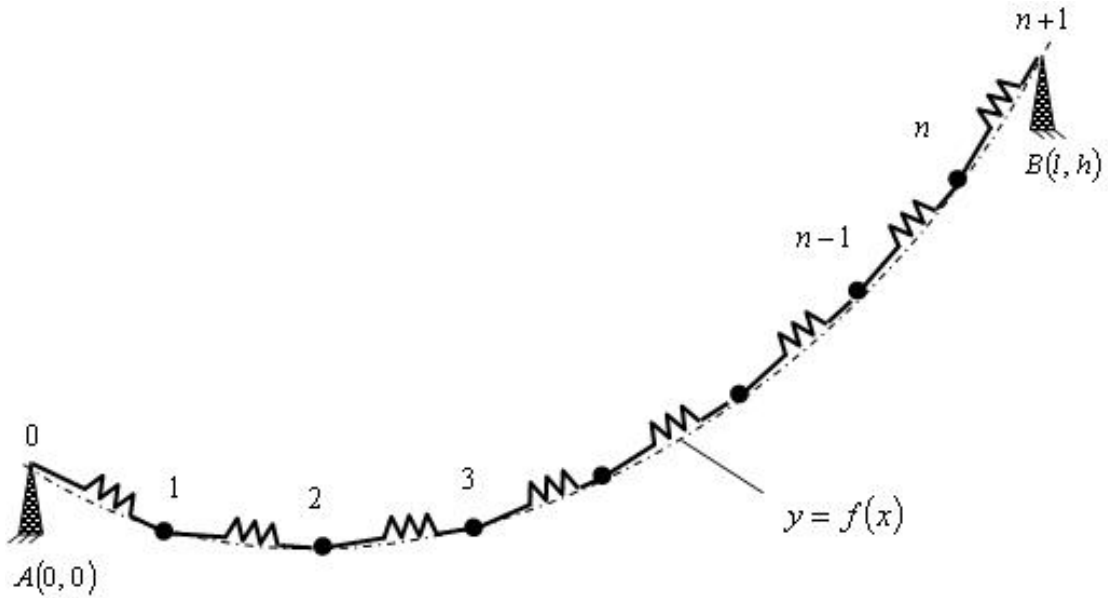
მიღებული შედეგების (ცხრილი № 3, ცხრილი № 4) ანალიზი საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი მნიშვნელოვანი დასკვნები:

- ➔ გაკიდული ბაგირის ანგარიშის კლასიკური მეთოდებით მიღებული შედეგები (ჯაჭვწირი და პარაბოლით აპროქსიმაცია), განსაკუთრებით გრძელი მალის შემთხვევაში, ხასიათდებიან გარკვეული ცდომილებებით, რომლებიც შესაძლებელია გახდნენ ბაგირგზის უსაფრთხო ექსპლუატაციის დარღვევის წინაპირობა. ამ ცდომილების გამომწვევი მიზეზები, სხვა ცნობილ მიზეზებთან ერთად არის ბაგირის დრეკადი დეფორმაციების მხედველობაში მიუღებლობა.
- ➔ ბაგირთა სისტემების ანგარიში, განსაკუთრებით საყრდენებთან ახლოს, უმჯობესია ვაწარმოვოთ ბაგირის დრეკადი თვისებების გათვალისწინებით; დისკრეტული მოდელის შემთხვევაში, ბაგირის დეფორმაციას არსებითად ითვალისწინებს თავად მოდელი, რაც განაპირობებს კიდევ ანგარიშის შედეგების შედარებით მაღალ სიზუსტეს.

3.1.2 ბაგირის დისკრეტული მოდელის ანგარიშის სიზუსტე

ცნობილია, რომ ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებისას მიღებული შედეგების სიზუსტე დამოკიდებულია ელემენტარული კვანძების რაოდენობაზე (იხ. გვ. 32). ამასთან, აუცილებელია გვახსოვდეს, რომ დაცული უნდა იქნას ბალანსი მიღებული შედეგების ღირებულებასა და დახარჯულ რესურსების მოცულობას შორის. ამ მიზნით, სულ უფრო მეტ აქტუალურობას იძენს ბაგირის დისკრეტული მოდელის კვანძების ოპტიმალური რაოდენობის დადგენის ამოცანა.

განსაზღვრეთ ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძების ოპტიმალური რაოდენობა. ამისათვის განვიხილოთ ნახ.№ 25-ზე ნაჩვენები შემთხვევა.



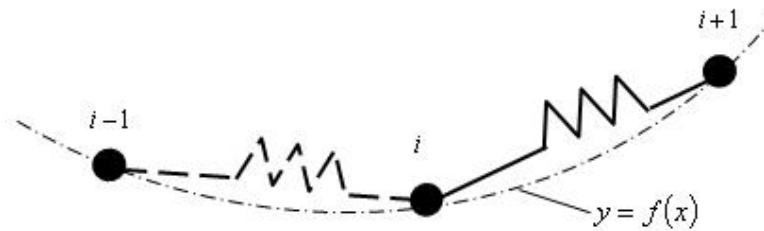
ნახ.№ 25. გაკიდული ბაგირის დისკრეტული მოდელი

ჩავთვალოთ, რომ ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირის ზუსტი მდებარეობა აღიწერება რაიმე $y = f(x)$, $x \in [0, l]$ ფუნქციის საშუალებით და მისი (ფუნქციის) განსაზღვრის მაქსიმალური ცდომილება არ აღემატება ε -ს. ამასთან, ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძები ზუსტად მოიცავენ $y = f(x)$ ფუნქციას $1, 2, \dots, n$ წერტილებში.

დავუშვათ, რომ ელემენტარული კვანძები $[A, B]$ ინტერვალზე აბსცისთა ღერძს ყოფენ ტოლ მონაკვეთებად. ამ დაშვების საფუძველზე თითოეული კვანძისთვის შეგვიძლია დავწეროთ (ნახ.№ 25):

$$x_i = i \cdot \frac{l}{n+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.3)$$

სადაც, x_i არის i -ური კვანძის აბსცისა; l - მალის სიგრძე, ანუ $y = f(x)$ ფუნქციის განსაზღვრის ინტერვალი; n - დისკრეტული მოდელის კვანძების რაოდენობა.



ნახ.№ 26. ლანგრაჟის წრფივი მრავალწევრით ინტერპოლაცია

დისკრეტული მოდელის თითოეული მონაკვეთი (ნახ.№ 26) შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც ლანგრაჟის წრფივი (პირველი ხარისხის) საინტერპოლაციო მრავალწევრი. როგორც ცნობილია, ასეთი მრავალწევრების სიმრავლე ქმნის ლანგრაჟის პირველი ხარისხის საინტერპოლაციო სპლაინს [20, 21].

ზემოთმოყვანილი დაშვებების საფუძველზე დავდივართ წრფივი სპლაინებით ინტერპოლაციის ერთ-ერთ მთავარ ამოცანამდე, რომელიც ზოგადი სახით შემდეგნაირად ფორმულირდება: ნებისმიერ $[a, b]$ ინტერვალზე ε სიზუსტით განსაზღვრული $f(x)$ ფუნქციის წრფივი სპლაინებით ინტერპოლირებისას კვანძებში $x_i = a + i \cdot \frac{(b-a)}{n}$, $i = 0, 1, \dots, n$, რამდენი უნდა ავიღოთ კვანძების რაოდენობა n , რათა $[a, b]$ ინტერვალზე მივიღოთ მიახლოებების საჭირო სიზუსტე δ ($\varepsilon < \delta$)?

აღნიშნული საკითხის დეტალურ გამოკვლევაზე აქ არ შევჩერდებით, ვინაიდან იგი მოცემულია ლიტერატურაში¹, მხოლოდ მოვიყვანოთ საბოლოო შედეგს:

$$n \geq (b-a) \cdot \sqrt{\frac{\max_{a \leq x \leq b} |f''(x)|}{8(\delta - \varepsilon)}}, \quad (3.4)$$

(3.4) გამოსახულებაში საჭიროა გათვალისწინებული იქნას გაკიდული ბაგირისა და დისკრეტული მოდელის სპეციფიკა.

¹ Квасов Б.И. Методы изогометрической аппроксимации сплайнами. Москва: Физматлит, 2006, 30-31 с.

Карл де Бур. Практическое руководство по сплайнам. Москва: Радио и связь, 1985, 40-41 с

უპირველეს ყოვლისა საჭიროა განვსაზღვროთ $y = f(x)$ ფუნქცია. როგორც ცნობილია, ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი საკუთარი წონის ზემოქმედებით სივრცეში იკავებს გეომეტრიულ ადგილს, რომელიც შეიძლება ჯაჭვწირის გამოსახულებით ავლწეროთ [5]. მაგრამ ამ გამოსახულებას პრაქტიკაში ნაკლებად იყენებენ თავისი სპეციფიკის გამო.

გაცილებით მარტივი არის ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაცია. ცდომილება, რომელიც თან ახლავს აღნიშნულ მეთოდს, შესაძლებელია კონპენსირებული იქნას (3.4) გამოსახულებით მიღებული დისკრეტული კვანძების რაოდენობის მეტობით ადებით.

$y = f(x)$ ფუნქცია შესაძლებელია წარმოვადგინოთ შემდეგი ცნობილი გამოსახულებით [3, 4]:

$$y = f(x) = x \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{q \cdot x \cdot (l - x)}{2H \cdot \cos \beta}, \quad (3.5)$$

სადაც, β მალის ქორდის დახრის კუთხეა; q - ბაგირის ერთეულოვანი სიგრძის წონა; l - მალის სიგრძე; H - ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენი.

$y = f(x)$ ფუნქციას გააჩნია მეორე რიგის წარმოებული და იგი განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$f''(x) = \frac{q}{H \cdot \cos \beta}. \quad (3.6)$$

როგორც (3.6)-დან ჩანს, $f''(x)$ -ის მნიშვნელობა დამოკიდებული არ არის x -ზე.

(3.4) ფორმულისთვის ნახ.№ 25-ის საშუალებით შეგვიძლია დავადგინოთ, რომ $a = A = 0$ და $b = B = l$. გარდა ამისა, (3.4) გამოსახულებით განსაზღვრული n კვანძების რაოდენობა ითვალისწინებს ინტერვალის კიდურა a და b წერტილებსაც, მაშინ როდესაც, დისკრეტულ კვანძებად აღნიშნული წერტილები არ ითვლება. ვინაიდან მოყვანილი მსჯელობის დროს გაკეთდა რამოდენიმე მნიშვნელოვანი დაშვება, უფრო კორექტული იქნება თუ ამ ფაქტორს არ გავითვალისწინებთ, რაც მოგვცემს

დისკრეტული კვანძების რაოდენობის გარკვეულ მარაგს. შესაბამისად შეგვიძლია დავწეროთ:

$$n \geq l \cdot \sqrt{\frac{q}{8 \cdot H \cdot \cos \beta \cdot (\delta - \varepsilon)}} \quad (3.7)$$

განვიხილოთ, თუ რამდენად აკმაყოფილებს (3.7) გამოსახულება წაყენებულ მოთხოვნებს. ცხადია, ცდომილება განსაკუთრებით თვალსაჩინო იქნება გრძელი მალის, ქორდის დიდი დახრის კუთხისა და მძიმე ბაგირის შემთხვევაში. შესამოწმებლად ავიღოთ ერთმალისანი ბაგირგზა, რომელსაც გააჩნია შემდეგი პარამეტრები: მალის ჰორიზონტალური სიგრძე - $l = 2000$, (მ); დონეთა შორის სხვაობა - $h = 500$, (მ); ბაგირის ერთეულოვანი სიგრძის წონა - $q = 0,1$, (კნ/მ); ბაგირის მაქსიმალური დაჭიმულობა - $T_{\max} = 300$, (კნ); ბაგირის დაჭიმულობის ჰორიზონტალური შემდგენის საორიენტაციო მნიშვნელობა $H \approx 290$, (კნ).

(3.7) გამოსახულებით ვიანგარიშოთ დისკრეტული კვანძების რაოდენობა, რომელიც უზრუნველყოფს ჩაკიდულობის $\delta = 0,01$ -ით ანგარიშის სიზუსტეს. ფუნქციის განსაზღვრის (დამრგვალების) სიზუსტე შეგვიძლია ჩავთვალოთ ნულის ტოლად $\varepsilon = 0$. შესაბამისად მივიღებთ - $n \geq 130$.

ვინაიდან (3.7) გამოსახულების გამოყვანისას გაკეთდა რამოდენიმე გამარტივება და დაშვება, ჩავთვალოთ, რომ რეალურად საჭიროა დისკრეტული კვანძების გაცილებით მეტი რაოდენობა - $n = 200$ და დისკრეტული მოდელის საშუალებით ვიანგარიშოთ გაკიდული ბაგირის მდებარეობა, რაც მოგვცემს (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n+1$ ცხრილს, სადაც $(x_0 = 0; y_0 = 0)$ და $(x_{201} = l = 2000; y_{201} = h = 500)$.

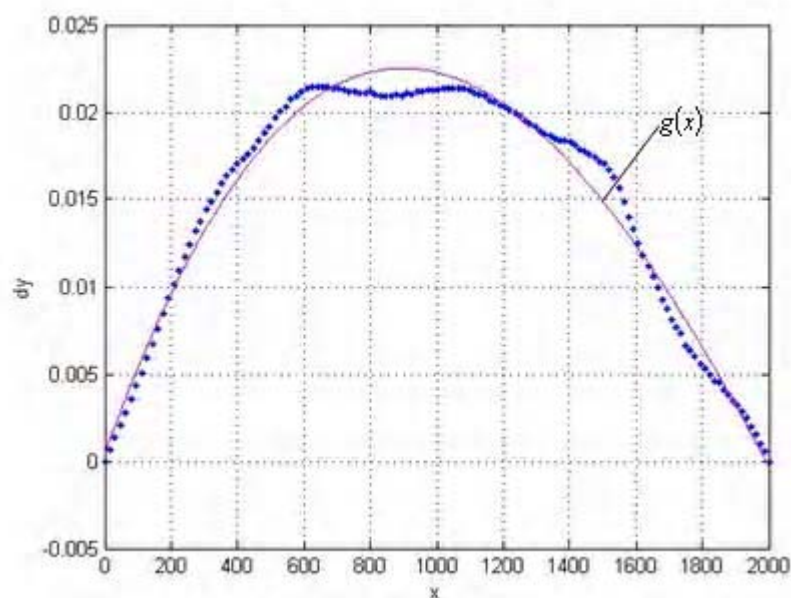
მიღებული ცხრილის მონაცემთა აპროქსიმაციით ვიპოვოთ ისეთი $y = f(x)$ ფუნქცია, რომელიც მოცემული მაგალითისთვის შესაძლებელია ჩაითვალოს როგორც მაქსიმალურად ზუსტი. შემდგომი ანალიზი და კვლევა ჩატარებულია მატრიცული ლაბორატორიის *MatLab* და მის

შემადგენლობაში შემავალი მძლავრი პროგრამული პაკეტის - *Curve Fitting Toolbox* და *Spline Toolbox* საშუალებით.

MatLab-ის ოპერატორის (ბრძანების) $cfit = csapi(x, y)$ საფუძველზე შესაძლებელია განსაზღვრული იქნას $cfit$ ფუნქცია, რომელიც ჩაწერილია სპეციალური ტიპის ცვლადის - სტრუქტურის სახით და შემდგომში გამოყენებული იქნება როგორც ჩვეულებრივი ფუნქცია [27, 28]. $csapi(x, y)$ ოპერატორის x და y არგუმენტები ვექტორ-მატრიცებია და წარმოადგენს დისკრეტული მოდელის გამოყენებით მიღებული ცხრილის მონაცემებს $n = 200$ მნიშვნელობისთვის.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის საშუალებით ვიპოვოთ ბაგირის ახალი მდებარეობა, როდესაც დისკრეტული კვანძების რაოდენობა ნაანგარიშებია (3.7) გამოსახულების საფუძველზე - $n = 130$ და ქმნიან ახალ (x'_i, y'_i) , $i = 0, 1, \dots, n+1$ ცხრილს.

x'_i წერტილებში განვიხილოთ სხვაობა y'_i -სა და მატრიცული ლაბორატორიის *MatLab* საშუალებით განსაზღვრულ $cfit$ ფუნქციას შორის და ავაგოთ ამ სხვაობის გრაფიკი (ნახ.№ 27).



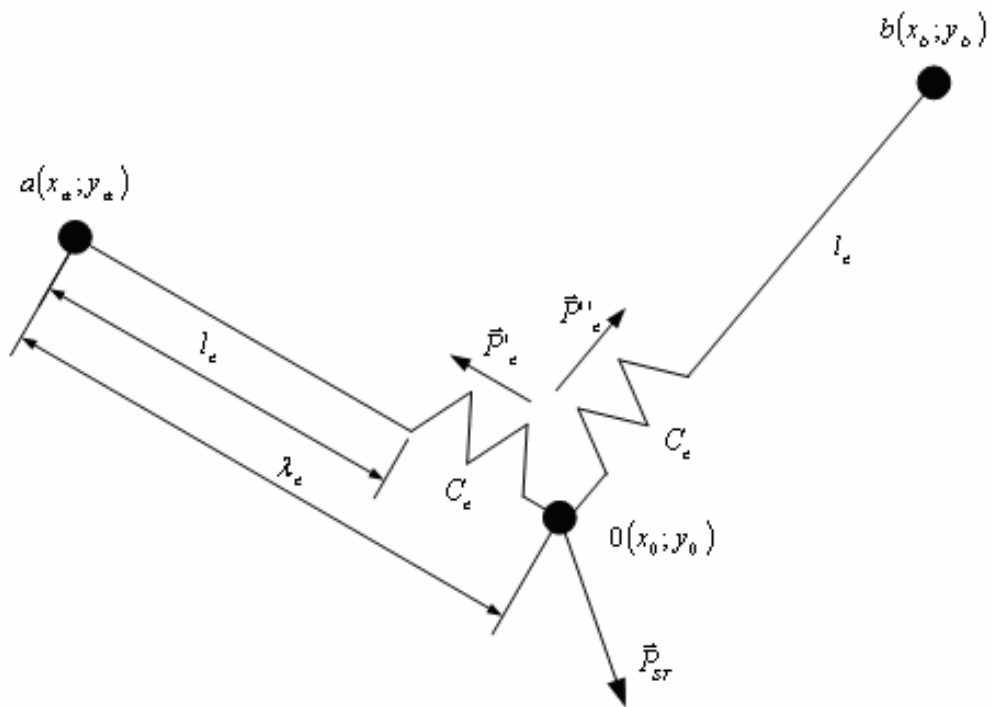
ნახ.№ 27. ბაგირის მდებარეობის ორდინატთა შორის მაქსიმალური განსხვავება $n=200$ და $n=130$ რაოდენობის კვანძებისთვის

როგორც ნახ.№ 27-დან ჩანს, მიღებული შედეგები გაბნეულია რაღაც $g(x)$ ფუნქციის მიდამოში. ამის მიზეზი შემდეგში მდგომარეობს: თეორიულად, წონასწორობის მდგომარეობაში დისკრეტული მოდელის თითოეულ ელემენტარულ კვანძზე უნდა მოქმედებდეს ნულოვანი გაუწონასწორებელი ძალა. რეალურად კი ასეთი ძალა წარმოადგენს საკმაოდ მცირე სიდიდეს, განპირობებულია გამომთვლელი მანქანის ანგარიშის სიზუსტით და თითოეული კვანძისთვის შესაძლებელია ჰქონდეს განსხვავებული მნიშვნელობა.

მიღებული შედეგების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ მიღებულ შედეგებს შორის მაქსიმალური განსხვავება $n = 130$ და $n = 200$ რაოდენობის კვანძებისთვის შეადგენს მხოლოდ 2,2 სმ. თუ გავითვალისწინებთ იმ გარემოებას, რომ განხილული მაგალითისთვის მალის სიგრძე $l = 2000$ (მ) და დონეთა შორის სხვაობა $h = 500$ (მ), შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ (3.7) გამოსახულებით ნაანგარიშები დისკრეტული კვანძების რაოდენობა, მიუხედავად გარკვეული დაშვებებისა, განაპირობებს ანგარიშის სიზუსტეს, რომელიც საკმაოდ ახლოსაა დავალებულ მნიშვნელობასთან.

3.1.3 ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის მინიმუზაცია

ნახ.№ 28-ზე ნაჩვენებია ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძი. კვანძის a და b წერტილები უძრავადაა დაფიქსირებული, 0 წერტილი კი მოძრავია და მასზე მოდებულია \vec{P}_{ST} სტაციონარული ძალა. ელემენტარული კვანძის მარჯვენა და მარცხენა უბნებში საჭირო დაჭიმულობას უზრუნველყოფენ C_e სიხისტის მქონე ზამბარები. აუცილებელია განვსაზღვროთ მოძრავი 0 წერტილის ისეთი მდებარეობა, სადაც მთლიანი სისტემა იქნება წონასწორობაში.

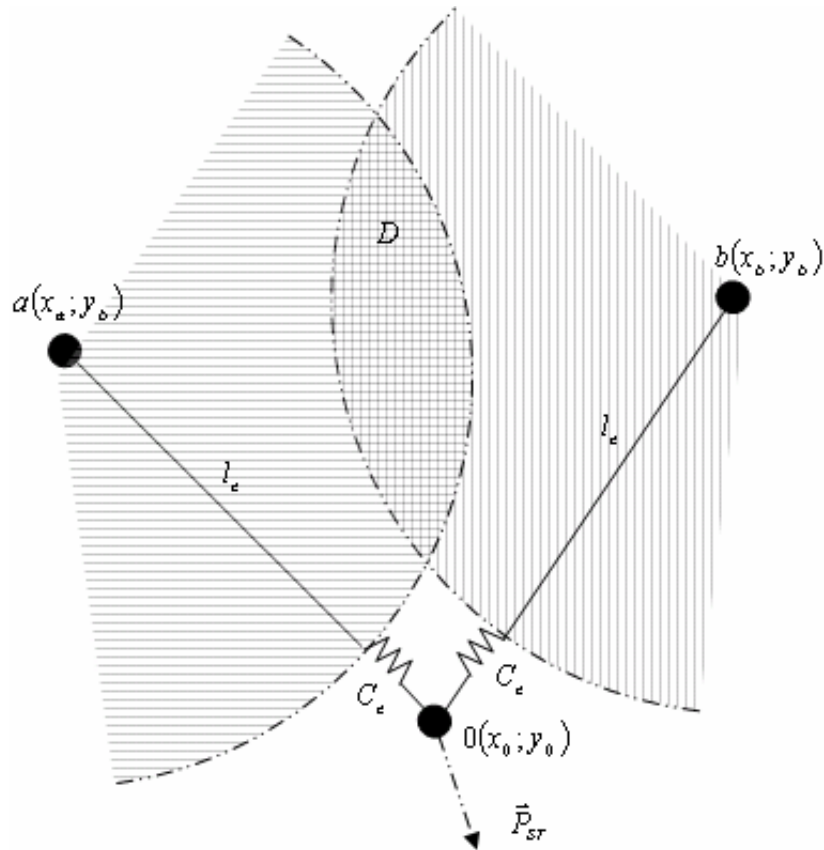


ნახ.№ 28. ბაგირის ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ძალები

როგორც ზემოთ ავლინებთ, ბაგირის დისკრეტული კვანძის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრა დადის კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის მინიმიზაციის ამოცანამდე. აღნიშნული ძალა დამოკიდებულია კვანძის მოძრავი წერტილის მდებარეობაზე ანუ $\vec{P}_{SUM} = f(x, y)$. დისკრეტული მოდელის შემდგომი გამოყენებისთვის გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს იმის ცოდნას, თუ როგორი ფორმა აქვს მინიმიზაციის ფუნქციას.

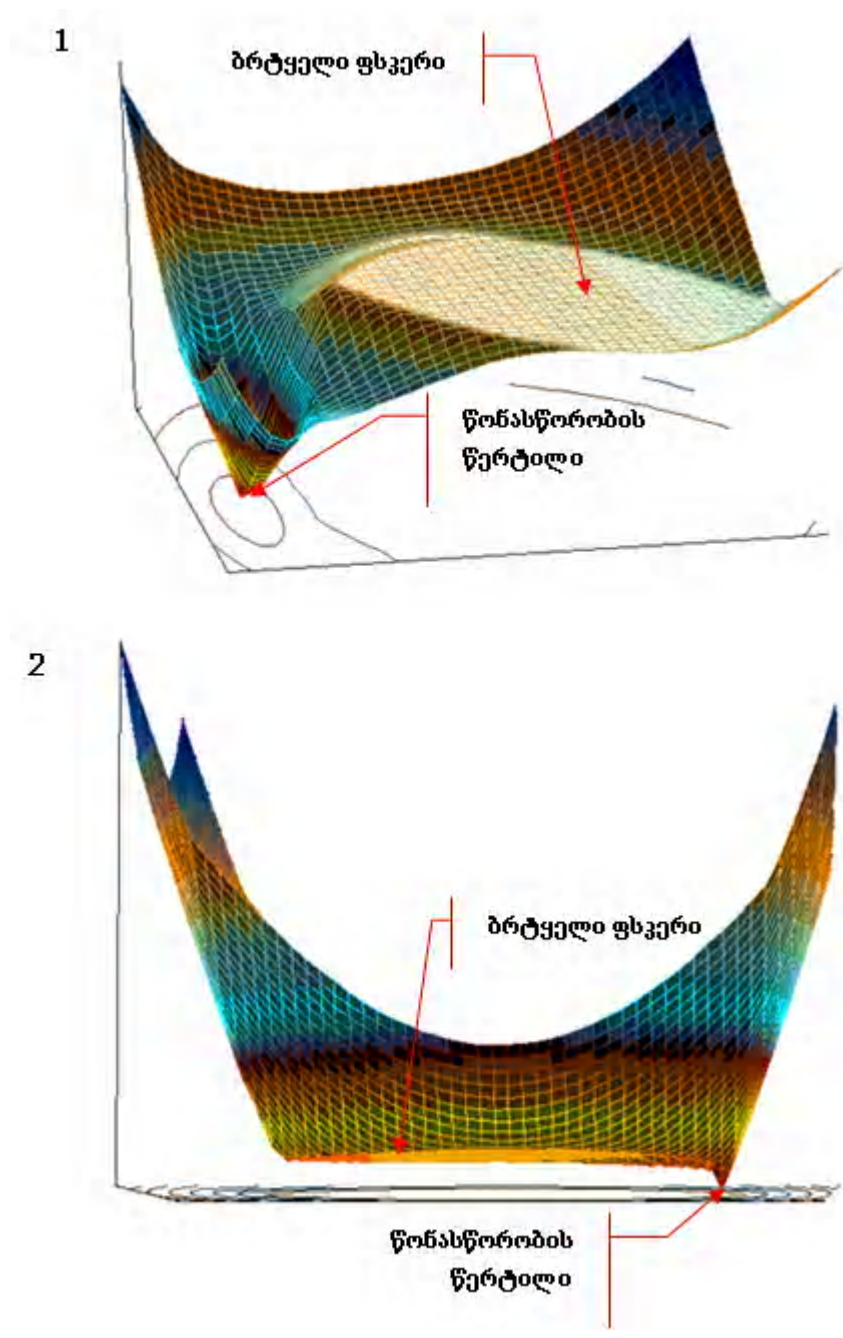
ვინაიდან C_e სიხისტის ზამბარები მხოლოდ გაჭიმვაზე მუშაობენ (ნახ.№ 29), უძრავ a და d წერტილებს შორის შესაძლებელია აღმოჩნდეს არე, სადაც ორივე ზამბარა გაუჭიმავ მდგომარეობაში იქნება. ასეთი არე მიიღება უძრავი წერტილებიდან ელემენტარული კვანძის უჭიმავი სიგრძეების ტოლი რადიუსის წრეწირთა ზედეებით (ნახ.№ 29, უბანი D). შესაბამისად, როდესაც იტერაციის ნებისმიერი ბიჯისთვის მოძრავი კვანძი აღმოჩნდება აღნიშნულ უბანში, მასზე იმოქმედებს მხოლოდ სტაციონარული ძალა; შესაბამისად, მინიმიზაციის ფუნქციას ამ უბანში

გააჩნია ბრტყელი არე, წონასწორობის წერტილი მოთავსებულია აღნიშნული უბნის გარეთ, ხოლო მისი მდებარეობა დამოკიდებულია სტაციონარული ძალის მიმართულებასა და სიდიდეზე.



ნახ.№ 29. მინიმიზაციის ფუნქციაში ბრტყელი ფსკერის არსებობა

მინიმიზაციის ფუნქციის ფორმის დასადგენად ჩვენს მიერ გამოყენებული იქნა მატრიცული ლაბორატორიის *MatLab* მძლავრი სამგანზომილებიანი ვიზუალიზაციის შესაძლებლობები. თავად ფუნქციის გრაფიკები სხვადასხვა პარამეტრების მქონე დისკრეტული კვანძებისთვის წარმოდგენილია ნახ.№ 30-ზე.



ნახ.№ 30. მინიმიზაციის ფუნქციის გრაფიკები

როგორც ნახ.№ 30-1-დან ჩანს, ბრტყელი ფსკერი შემოსაზღვრულია მცირე ზომის არხებით, რომელთა არსებობა და ფორმა განპირობებულია ელემენტარული კვანძის პარამეტრებით (ზამბარის სიხისტე, უჭიმავი მონაკვეთის სიგრძე, უძრავი წერტილების კოორდინატები და ა.შ). ამ სიდიდეებზე დამოკიდებით, D არის მახლობლად (ნახ.№ 29) შესაძლებელია არსებობდეს ადგილი, სადაც გაჭიმული იქნება მხოლოდ

ერთი ზამბარა, რაც გამოიწვევს კვანძზე მოქმედი გაუწონასწორებელი ძალის შემცირებას, მაგრამ ცხადია, იგი არ გახდება ნულის ტოლი.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის ელემენტარული კვანძის დამუშავებისას გამოყენებული ძალთა გათანაბრების მეთოდი საკმაოდ მდგრადია და მიღებული შედეგები არ არის დამოკიდებული სისტემის საწყის მდგომარეობაზე. აღნიშნული მეთოდის ერთერთ მთავარ ღირსებას ისიც წარმოადგენს, რომ მას შეუძლია რეალური შედეგების პოვნა, მაშინაც კი, როდესაც მინიმიზაციის ფუნქციაში ბრტყელი ფსკერის არსებობა არის მოსალოდნელი. ამის მიზეზი იმაში მდგომარეობს, რომ მოდელირება უკეთდება სისტემაში მიმდინარე ფიზიკურ პროცესს და არა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის მათემატიკურ ანალიზს.

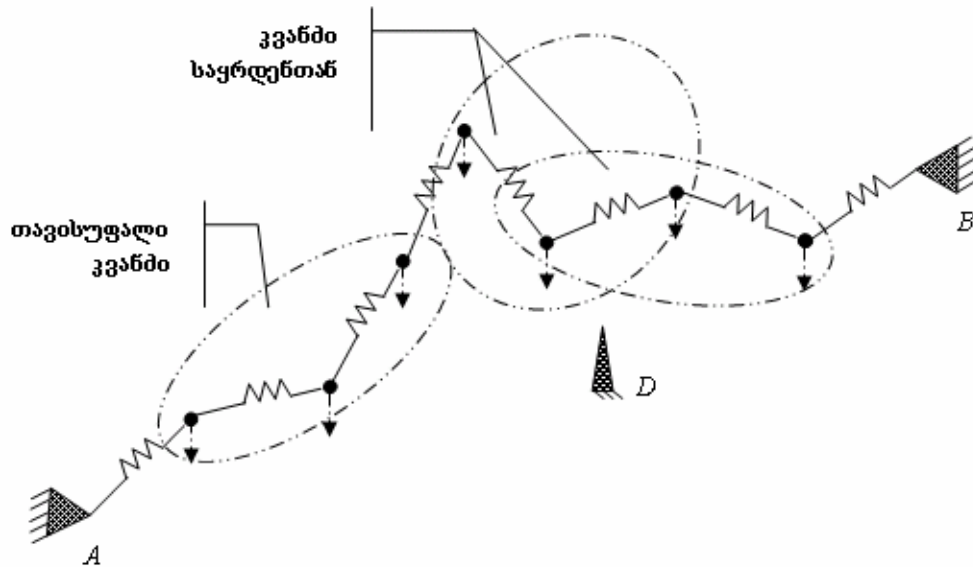
3.2. ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი

3.2.1 მრავალმალიანი ბაგირგზების მოდელირება დისკრეტული მოდელის გამოყენებით

ბაგირის დისკრეტული მოდელი წარმოადგენს უნივერსალურ სისტემას, რომელიც შესაძლებელია გამოყენებული იქნას ფაქტიურად ნებისმიერი სახის ბაგირთა სისტემების კვლევის დროს. ამ დრომდე ძირითადი აქცენტი კეთდებოდა ერთმალიანი, ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის სახით წარმოდგენილი ძალის შემთხვევაში დისკრეტული მოდელის გამოყენებაზე. როგორც შემდგომმა კვლევამ გვიჩვენა, საყრდენ(ებ)ის ფაქტორის გათვალისწინება მნიშვნელოვნად არ ცვლის ბაგირის დისკრეტული მოდელის საანგარიშო სქემას.

განვიხილოთ ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი, რომელსაც სივრცეში უკავია ნებისმიერი მდგომარეობა (ნახ.№ 31). A და B წერტილებს შორის მოთავსებულია საყრდენი D . იმისათვის, რომ კორექტულად მოხდეს ბაგირის საყრდენზე

გადასვლის აღწერა და მოდელირება, ზუსტად უნდა განისაზღვროს ვირტუალური კვანძის ქცევა მისი რომელიმე უბნის საყრდენთან შეხებისა და მასზე "გადასვლის" დროს.



ნახ.№ 31. მრავალმალიანი ბაგირგზის დისკრეტული მოდელი

შემოვიღოთ შემდეგი ორი სახის განმასხვავებელი ნიშანი (კვანძის სტატუსი) (ნახ.№ 31): "თავისუფალი კვანძი" და "კვანძი საყრდენთან". პირველ შემთხვევაში საყრდენი მდებარეობს კვანძის უძრავი წერტილების გარეთ, ხოლო მეორე შემთხვევაში - ამ წერტილებს შორის. განმასხვავებელი ნიშნების მინიჭება (შეცვლა) უნდა მოხდეს იტერაციის ყოველი ბიჯის დროს, ვინაიდან კვანძზე მოქმედი ძალების გავლენით, იგი (კვანძი) შესაძლებელია მოსცილდეს/მიუახლოვდეს საყრდენის მიდამოს.

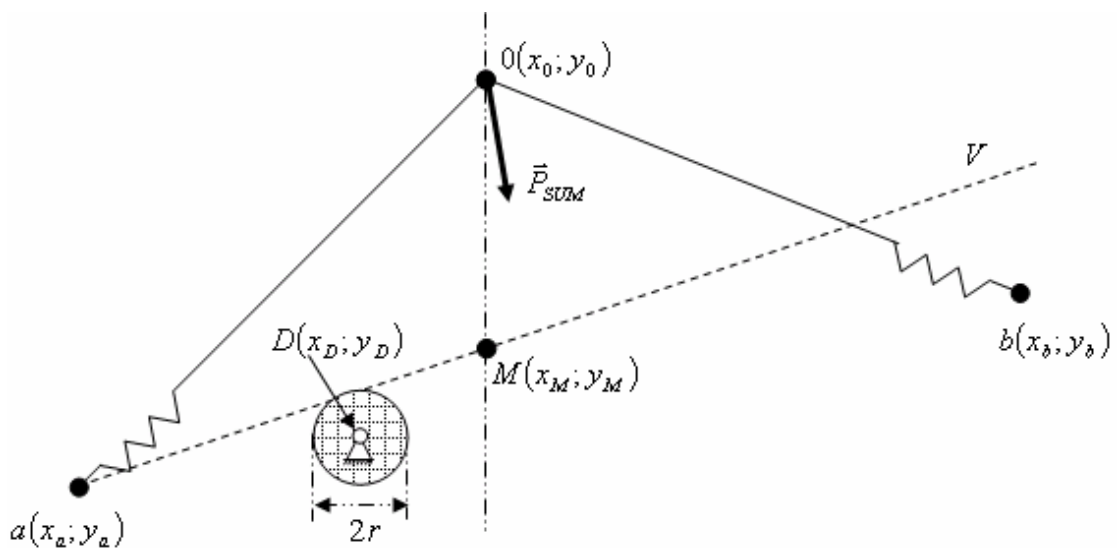
"თავისუფალი კვანძისთვის" სამართლიანია ყველა ის ალგორითმი და მსჯელობა, რომელიც ახასიათებს აქამდე განხილულ ელემენტარულ კვანძს.

ნიშანი "კვანძი საყრდენთან", უპირველეს ყოვლისა იმაზე მიუთითებს, რომ იტერაციის მიმდინარე ეტაპზე აღნიშნულ კვანძს (ან მის რომელიმე უბანს) გააჩნია საყრდენთან შეხების ყველაზე დიდი ალბათობა.

კვანძის საყრდენთან მიახლოვებისას (შემდგომში საყრდენის ბუნიკი წარმოდგენილი გვაქვს r რადიუსის მქონე უძრავი შკივის სახით)

ყოველი ბიჯისთვის განუწყვეტლივ უნდა მიმდინარეობდეს იმის დადგენა, მოხდა თუ არა რომელიმე უბნის საყრდენის ბუნითან შეხება. ამ სიტუაციის მათემატიკური შეფასება შესაძლებელია კვანძისა და ბუნიკის განლაგებაზე დაყრდნობით. ცნობილ სიდიდეებს წარმოადგენს უძრავი (a და b), მოძრავი (0) და შკივის ცენტრის (წერტილი D) კოორდინატები (ნახ.№ 32). უპირველეს ყოვლისა ვადგენთ, რომელ უბანს - მარჯვენა $x_D \in (x_a, x_0)$ თუ მარჯვენა $x_D \in (x_0, x_b)$ - გააჩნია შეხების მეტი ალბათობა. შემდეგში ვპოულობთ შესაბამისი უბნის უძრავი წერტილიდან შკივზე ბაგირის შესაძლო შეხების მიმართულებით გამავალ V მხეხს. ის, თუ რა მდგომარეობა უკავია მოძრავ კვანძს ამ მხეხის მიმართ, განაპირობებს წონასწორობის წერტილის პოვნის ალგორითმს.

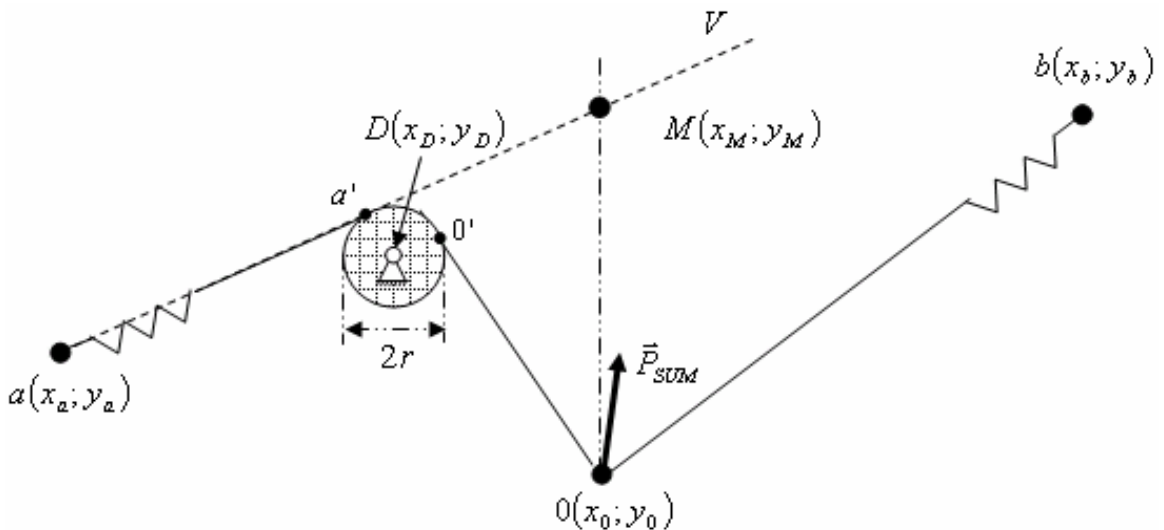
შემთხვევა I. ბაგირი არ ეხება საყრდენის ბუნიკს - $y_0 > y_M$ (მოძრავი კვანძი 0 მოთავსებულია უფრო მაღლა, ვიდრე ამავე ვერტიკალში V მხეხის M წერტილი (ნახ.№ 32). ელემენტარული კვანძი მიმდინარე იტერაციისთვის შესაძლებელია დავამუშავოთ როგორც "თავისუფალი კვანძი" - განვსაზღვროთ ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა \vec{P}_{sum} და ამ მიმართულებით გავაკეთოთ მცირე გადაადგილება. ახალ მდგომარეობაში დავადგინოთ, შეეხო თუ არა ბაგირი საყრდენს და ა.შ.



ნახ.№ 32. ელემენტარული კვანძი საყრდენთან - შემთხვევა I

შემთხვევა II. ბაგირი ეხება საყრდენის ბუნიკს - $y_0 \leq y_M$ (ნახ.№ 33).

ამ შემთხვევაში აუცილებელია შეიცვალოს კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის \vec{P}_{sum} განსაზღვრის ალგორითმი. $a-0$ წერტილებს შორის მოთავსებული ბაგირი დავყოთ სამ უბნად: I - მანძილი a უძრავი წერტილიდან შკივამდე (მონაკვეთი $a-a'$); II - შკივთან შეხებაში მყოფი ბაგირის სიგრძე (რკალი $a'-0'$); III - მანძილი მოძრავი 0 წერტილიდან შკივამდე (მონაკვეთი $0-0'$). თითოეული უბნის სიგრძის განსაზღვრა წარმოადგენს ანალიზური გეომეტრიის ამოცანას, რომელიც პრაქტიკული რეალიზაცია ადვილად არის შესაძლებელი.



ნახ.№ 33. ელემენტარული კვანძი საყრდენთან - შემთხვევა II

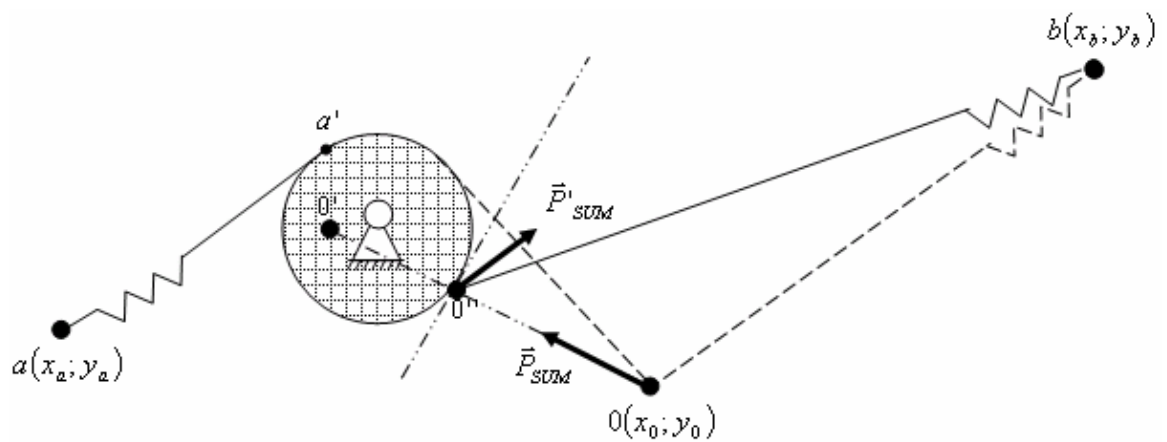
$a-0$ წერტილებს შორის მოთავსებული ბაგირის სიგრძის განსაზღვრის შემდეგ ვპოულობთ ზამბარის წაგრძელებას და შესაბამისად ამ შტოში ბაგირის დაჭიმულობის სიდიდეს, რომელიც მიმართული იქნება 0 -დან $0'$ წერტილისაკენ.

$b-0$ უბანზე მოქმედი ძალი განსაზღვრის წესი დარჩება იგივე, როგორც არის "თავისუფალი კვანძის" შემთხვევაში.

აღნიშნული მსჯელობის საფუძველზე, კვანძზე მოქმედი სტაციონარული დატვირთვის გათვალისწინებით, ვღებულობთ სამ ძალას,

რომლის გეომეტრიული ჯამი გვაძლევს \vec{P}_{sum} ჯამურ გაუწონასწორებელი ძალას. გადავადგილებთ კვანძს ამ მიმართულებით და ა.შ.

აქვე გვერდს ვერ ავუვლით ერთ მნიშვნელოვან გარემოებას; წონასწორობის მდგომარეობის პოვნის პროცესში კვანძი შესაძლებელია პროგრამულად აღმოჩნდეს შვივის არის შიგნით, რაც ფიზიკურად შეუძლებელია. ამ შემთხვევის კორექტული ასახვისთვის მივმართოთ ნახ.№ 34.



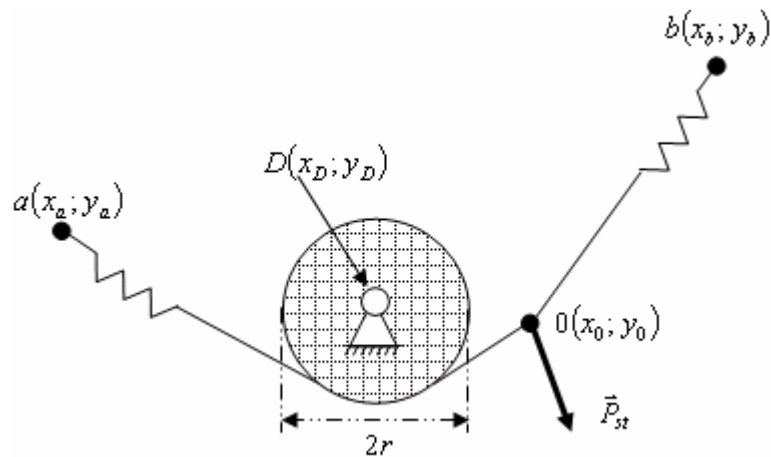
ნახ.№ 34. დისკრეტული კვანძის მოძრავი წერტილი საყრდენთან

ვთქვათ, ანგარიშის რაღაც მომენტში მოძრავ კვანძს უკავია $O(x_0, y_0)$ მდგომარეობა და მასზე მოქმედებს \vec{P}_{sum} ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა. ამ ძალის მიმართულებით კვანძის გადაადგილებისას იგი შესაძლებელია აღმოჩნდეს შვივის არის შიგნით (წერტილი O'). ასეთ შემთხვევაში ვიპოვოთ O წერტილიდან \vec{P}_{sum} ძალის მიმართულებით შვივთან შეხების წერტილი O'' და იგი მივიჩნიოთ კვანძის ახალ მდგომარეობად. $a - O''$ წერტილებს შორის მოთავსებული ბაგირი დავყოთ ორ უბნად: 1. მანძილი a უძრავი წერტილიდან შვივამდე (მონაკვეთი $a - a'$); 2. შვივთან შეხებაში მყოფი ბაგირის სიგრძე (რკალი $a' - O''$). ამ სიდიდეთა საფუძველზე დავადგინოთ ზამზარის წაგრძელება და ბაგირის დაჭიმულობის მნიშვნელობა, რომელიც მიმართული იქნება O'' წერტილზე გამავალი მხების გასწვრივ. ამ ძალასთან

ერთად, კვანძზე მოქმედი სტაციონარული ძალისა და $b-0''$ უბნის დაჭიმულობის გათვალისწინებით, მივიღებთ ახალ \vec{P}'_{sum} ჯამურ გაუწონასწორებელ ძალას (ნახ.№ 34).

ბაგირისა და შკივის (საყრდენის ბუნის) ურთიერთმდებარეობის გათვალისწინებით, შკივები შესაძლებელია დაიყოს სამ კატეგორიად: მზიდი, დამწოლი და კომბინირებული შკივები.

მზიდი შკივისა და ბაგირის ურთიერთქმედების შედეგად ბაგირის ტვირთავს შკივს გრავიტაციის ძალის მოქმედების მიმართულებით, სხვა სიტყვებით - შკივი "ზიდავს" ბაგირს (ნახ.№ 32, ნახ.№ 33, ნახ.№ 34); დამწოლი შკივის შემთხვევაში - შკივი "აწვება" ბაგირს გრავიტაციული ძალის მიმართულებით, ამიტომაც უწოდებენ შკივს "დამწოლს" (ნახ.№ 35).

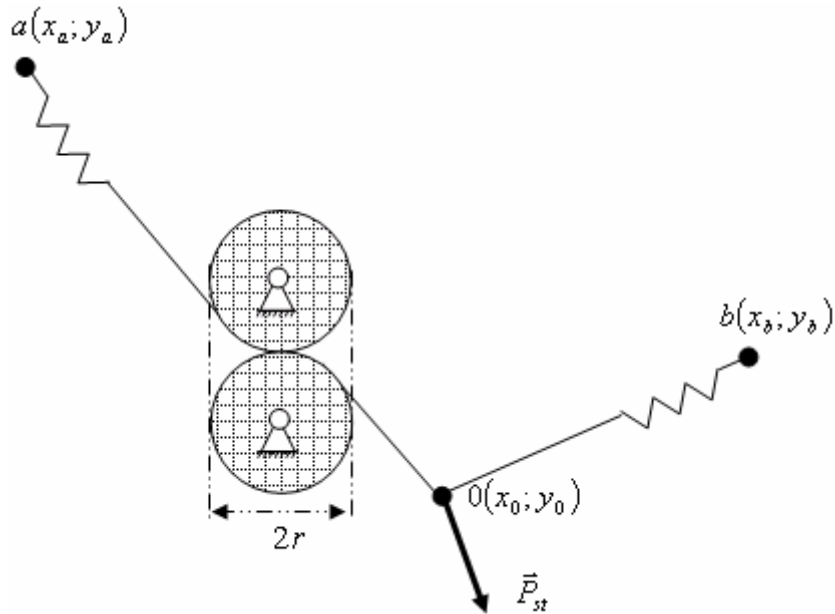


ნახ.№ 35. ელემენტარული უბნის შეხება დამწოლ შკივზე

დისკრეტული კვანძის ანგარიშის ალგორითმი დამწოლი შკივის შემთხვევაში განხილულის ანალოგიურია; განსხვავება მდგომარეობს მხოლოდ უძრავი a წერტილიდან შკივის მხების მიმართულების შერჩევაში (ნახ.№ 32, ნახ.№ 33).

კომბინირებული შკივი შედგება ორი შკივისგან, რომელთა შორისაც მოთავსებულია ბაგირი (ნახ.№ 36), და ამგვარად, ზღუდავს ბაგირის (ელემენტარული უბნის) თავისუფალ ვერტიკალურ გადაადგილებას;

ამიტომ, ელემენტარული უბანი ყოველთვის შეხებაში იქნება რომელიმე შკივთან.



ნახ.№ 36. ელემენტარული უბნის შეხება კომბინირებულ შკივზე

ვინაიდან ჩვენს ძირითად ამოცანას წარმოადგენს მალში ბაგირთა სისტემის მდებარეობის განსაზღვრა ბაგირთა ურთიერთქმედების ძალის გავლენის გათვალისწინებით, საყრდენის ბუნიკის ზომები შესაძლებელია მხედველობაში არ მივიღოთ მისი მცირე საკონტაქტო ზედაპირის გამო და იგი წარმოვადგინოთ ვირტუალური წერტილის სახით (ნახ.№ 32, ნახ.№ 33 - $r \approx 0$), რის გამოც იგივე შედეგის მიღებას ბევრად ნაკლები მანქანური დრო დასჭირდება.

3.2.2 დატვირთვა საყრდენებზე

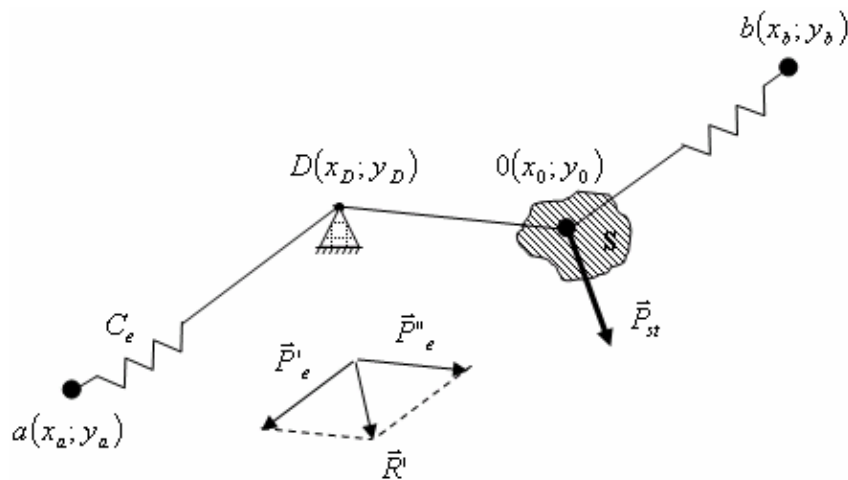
საყრდენთან ან შკივთან შეხებაში მყოფი დისკრეტული კვანძის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნისას გვერდს ვერ ავუვლით ხახუნის ძალის არსებობას და მის გავლენის გათვალისწინებას. მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენს მიერ განსახილველად წარმოდგენილი საკითხი მოიცავს ბაგირთა

სისტემებსა და მათ ურთიერთგავლენას, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია შევეხოთ ბაგირის მიერ საყრდენზე შექმნილი დატვირთვისა და მოქმედი ხახუნის ძალის განსაზღვრის საკითხებს.

ვთქვათ, საყრდენის ბუნიკთან (შკივთან) შეხებაში მყოფი დისკრეტული მოდელის ელემენტარულ კვანძს უკავია ნახ.№ 37-ზე ნაჩვენები მდგომარეობა. თავდაპირველად ჩავთვალოთ, რომ $a-D$ და $0-D$ მონაკვეთებში ბაგირს საყრდენის მიმართ გააჩნია \vec{P}'_e და \vec{P}''_e , C_e სიხისტის ზამბარით განპირობებული, ერთნაირი სიდიდისა და სხვადასხვა მიმართულების დაჭიმულობები. ავღნიშნოთ საყრდენის ბუნიკზე ბაგირის ხახუნის ძალა R_{fr} -ით, რომლის საორიენტაციო მნიშვნელობა შესაძლებელია განვსაზღვროთ შემდეგი ცნობილი გამოსახულებით [2]:

$$R_{fr} = |\vec{R}'| \cdot \mu = |\vec{P}'_e + \vec{P}''_e| \cdot \mu, \quad (3.8)$$

სადაც, μ საყრდენის ბუნიკის ხახუნის კოეფიციენტია; \vec{R}' - ბაგირის საყრდენის ბუნიკზე ღუნვით შექმნილი დაწოლა.



ნახ.№ 37. საყრდენზე ბაგირის ღუნვით გამოწვეული დატვირთვა

ვინაიდან ნახ.№ 37-ზე ნაჩვენები შემთხვევისთვის მოძრავ წერტილს წარმოადგენს $O(x_0; y_0)$ წერტილი, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ $a-D$ მონაკვეთზე ბაგირის \vec{P}'_e დაჭიმულობა განისაზღვრება C_e სიხისტის ზამბარის დეფორმაციით, ხოლო $0-D$ მონაკვეთზე მისი მნიშვნელობის

მოდული იცვლება $|\bar{P}''|_e = |\bar{P}'_e| \pm R_{fr}$ ფარგლებში, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს წონასწორობის წერტილთა S სიმრავლე. ამ პრობლემის თავიდან ასაცილებლად საჭიროა იტერაციის ყოველი ბიჯის გაკეთებისას დავადგინოთ, თუ რა მიმართულებით ხდება საყრდენის ბუნეზე ბაგირის გადაადგილება. ამის საშუალებას იძლევა $0-D$ მონაკვეთის სიგრძის ცვლილების კონტროლი. აღნიშნული მონაკვეთის დაჭიმულობის სიდიდე განისაზღვრება გამოსახულებით

$$|\bar{P}''|_e = |\bar{P}'_e| - R_{fr}, \quad (3.9)$$

$0-D$ მონაკვეთის შემცირებისას და

$$|\bar{P}''|_e = |\bar{P}'_e| + R_{fr}, \quad (3.10)$$

$0-D$ მონაკვეთის გაზრდისას.

\bar{P}''_e დაჭიმულობის ცვლილებას მოჰყვება საყრდენის ბუნეზე ბაგირის ღუნვით გამოწვეული დაწნევის და შესაბამისად R_{fr} ხახუნის ძალის შეცვლა, რომლის ახალი სიდიდე შესაძლებელია გადავიანგარიშოთ (3.8) გამოსახულებით და ა.შ.

საყრდენის ბუნეის ორივე მხარეს ბაგირის \bar{P}'_e და \bar{P}''_e საბოლოო დაჭიმულობების პოვნის შემდეგ შეგვიძლია განვსაზღვროთ ბაგირის მიერ საყრდენზე შექმნილი სრული დაწნევა:

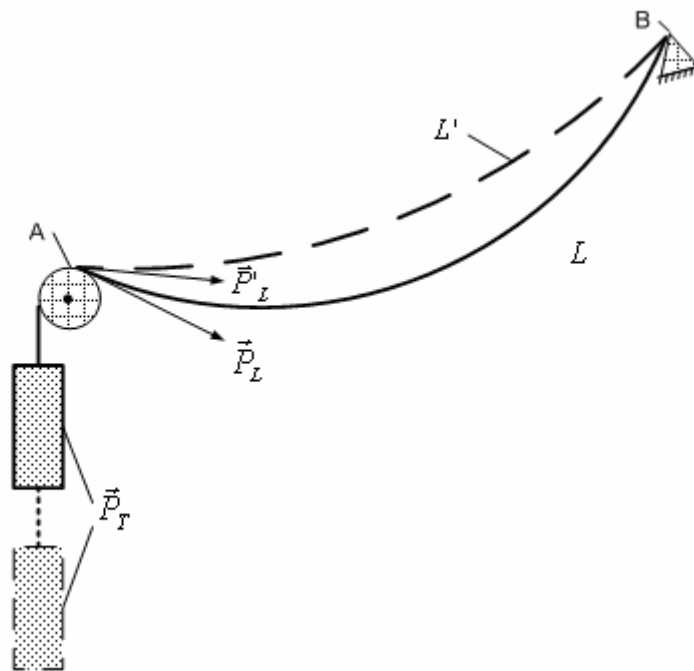
$$\bar{R}' = \bar{P}''_e + \bar{P}'_e. \quad (3.11)$$

როდესაც საკვლევი ამოცანის შინაარსიდან გამომდინარე, საყრდენის ზომების უგულვებელყოფა მნიშვნელოვან ცდომილებასთან არის დაკავშირებული, ბაგირის შტოებში დაჭიმულობების განსაზღვრისთვის შეგვიძლია მივმართოთ [11] და [12]-ში მოცემულ მეთოდებს. [11]-ში მოყვანილია უძრავ ცილინდრზე შემოხვეული ფოლადის ბაგირის შტოებში დაჭიმულობების განსაზღვრა და მოცემულია ეილერის ცნობილი ამოცანის დაზუსტებული ამონახსნი მოქნილი ბაგირის რეალური მექანიკური თვისებების გათვალისწინებით. [12] არსებითად არის განხილული სხვადასხვა სახის საყრდენ ზედაპირებთან (ბუნეი,

შკივი, ურიკის გორგოლაჭი და ა.შ.) ბაგირის ურთიერთქმედება ხახუნის ძალის გათვალისწინებით.

3.2.3 დამჭიმტვირთიანი ბაგირის ანგარიში

ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით დამჭიმტვირთიანი ბაგირის ანგარიშის მეთოდი შემუშავებულია პროფ. დ. პატარაიას მიერ [7]. აღნიშნული ალგორითმი ეფუძნება ერთმანეთის მიმდევრობით ორი კონკრეტული ამოცანის გადაჭრას.



ნახ.№ 38. დამჭიმტვირთიანი ბაგირი ანგარიშის ალგორითმი

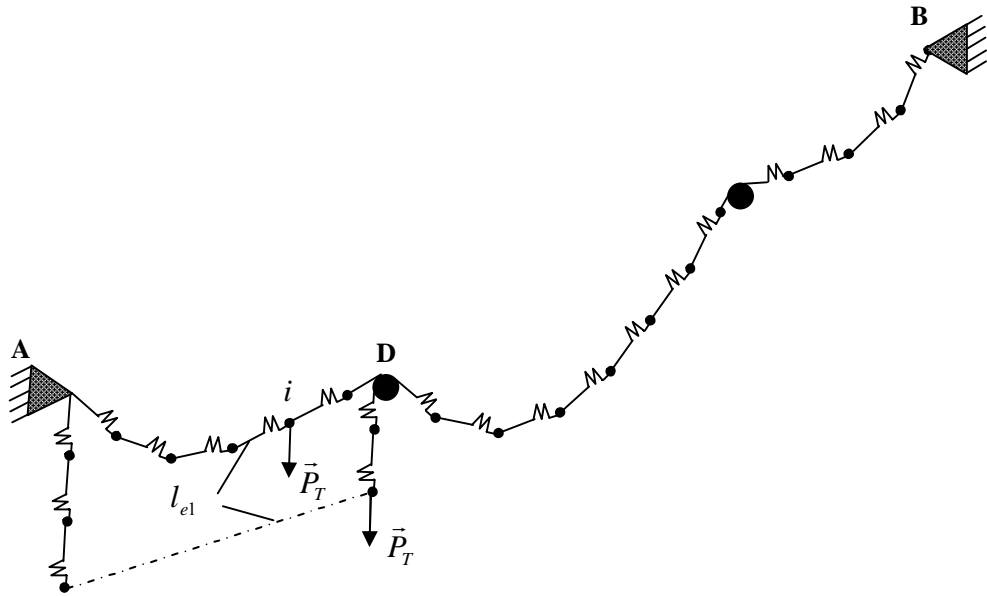
ჩათვლილია, რომ A და B წერტილებს შორის გაკიდულია L სიგრძის ბაგირი. აღნიშნულ მდგომარეობას A წერტილში შეესაბამება \vec{P}_L დაჭიმულობა (ნახ.№ 38). თუ $\vec{P}_T > P_L$, ანუ ტვირთმა გადაწონა ბაგირის დაჭიმულობა, მალიდან ამოიღება ბაგირის გარკვეული სიგრძე და ახალი, უფრო მცირე L' -სთვის განისაზღვრება ახალი დაჭიმულობა \vec{P}'_L . აღნიშნული

პროცესი მიმდინარეობს მანამ, სანამ არ შესრულდება პირობა $|\vec{P}_T - \vec{P}_L| < \varepsilon$, სადაც ε დადებითი მცირე სიდიდეა და განსაზღვრავს ანგარიშის სიზუსტეს. საკითხის გადაჭრის ასეთი მიდგომა ერთის მხრივ ნათლად ასახავს სისტემაში რეალურად მიმდინარე ფიზიკურ პროცესს და საშუალებას გვაძლევს გავითვალისწინოთ საყრდენზე ხახუნის ძალა ε -ის სახით; მაგრამ, მეორეს მხრივ, მოდელირების თვალსაზრისით სწრაფად პროგრესირდება ანგარიშის დროსთან დაკავშირებული პრობლემები. იმისათვის რომ დავადგინოთ A წერტილთან ბაგირის დაჭიმულობა, საჭიროა ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით ვიანგარიშოთ გაკიდული ბაგირი, შემდეგ გარკვეული ალგორითმით შევცვალოთ ბაგირის სიგრძე, რასაც მოჰყვება დისკრეტული კვანძის ძირითადი სიდიდეების ცვლილება, ანუ საჭიროა ელემენტარული კვანძების ხელახალი ფორმირება და ანგარიში და ა.შ.

ჩვენ განვიხილეთ მრავალმალიანი ბაგირგზის შემთხვევაში გაკიდული ბაგირის ანგარიშის ალგორითმი ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით. აღნიშნული საანგარიშო სქემა საკმაოდ მარტივად, ფაქტობრივად ალგორითმული ცვლილებების გარეშე, შესაძლებელია გარდაიქმნას დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირის საანგარიშო სქემად.

განვიხილოთ მრავალმალიანი ბაგირგზის ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირის დისკრეტული მოდელი (ნახ.№ 39). იმის მიუხედავად, იმყოფება თუ არა ბაგირი სტატიკურ წონასწორობაში, ნაჩვენები მოდელი ადვილად შეიძლება გარდაიქმნას დამჭიმტვირთიანი მზიდი ბაგირის ადეკვატურ მოდელად; ამისათვის, AD მალში მოთავსებულ i -ურ კვანძზე მოვდოთ \vec{P}_T დამჭიმი ტვირთის ტოლი ძალა, ხოლო იმავე კვანძის მარცხენა უჭიმავი მონაკვეთის l_{e1} სიგრძე საკმაოდ გავზარდოთ (აღნიშნულ უბანზე მოვახდინოთ ბაგირის წყვეტის იმიტაცია). შედეგად, იტერაციის ნებისმიერ საფეხურზე, აღნიშნული უბანის დაჭიმულობა იქნება ნულის ტოლი, ხოლო i -ურ კვანძზე იმოქმედებს მხოლოდ მარჯვენა ზამბარის სიხისტითა და \vec{P}_T ტვირთის წონით

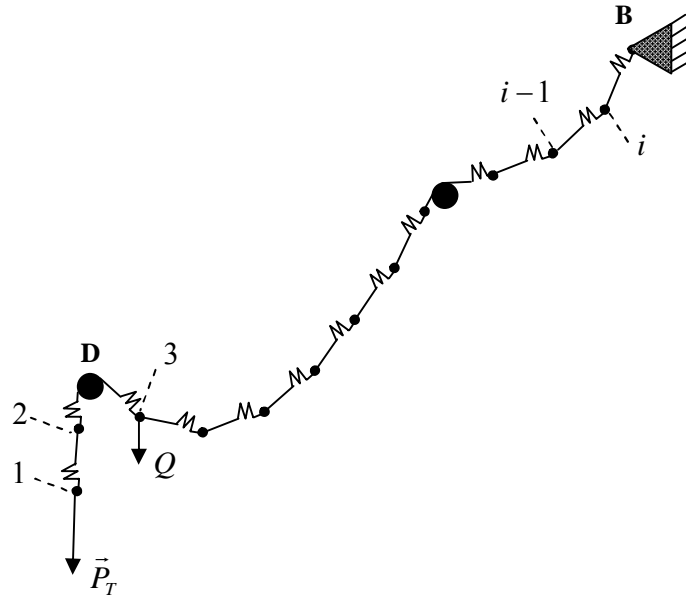
გამოწვეული ძალები; i უბანი დაიკავებს ვერტიკალურ მდგომარეობას, ხოლო საყრდენთან შეხებაში მყოფი კვანძების დამუშავება მოხდება იმ ალგორითმით, რომლის შესახებაც ზემოთ გვექონდა საუბარი.



ნახ.№ 39. მრავალმალიანი ბაგირგზის ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი

მოცემული ალგორითმის რეალიზებით, ბაგირგზის სადგურები მოთავსებული იქნება არა A და B , არამედ D და B წერტილებში. აღნიშნული გარემოება შესაძლებელია გავითვალისწინოთ მოდელირების საწყის ეტაპზე და ამის მიხედვით შევარჩიოთ A და D წერტილების კოორდინატები.

საკითხისადმი აღწერილი მიდგომა საშუალებას გვაძლევს გარდა გაკიდული ბაგირის ძირითადი სიდიდეების ანგარიშისა, საკმაოდ მარტივად მოვახდინოთ დამჭიმი ტვირთის მდებარეობის მოდელირებაც, როდესაც Q წონის ტვირთი გზის სხვადასხვა ადგილას იმყოფება და შესაბამისად დავადგინოთ მისი გადახრის მაქსიმალური ამპლიტუდა. ამისათვის საჭიროა ვიანგარიშოთ გაკიდული ბაგირი, როდესაც მალში ტვირთი არ არის და დავინიშნოთ დამჭიმი ტვირთის მდებარეობის კოორდინატები (ნახ.№ 40).



ნახ.№ 40. მრავალმალიანი ბაგირგზის დამჭიმტვირთიანი ბაგირის დისკრეტული მოდელი

შემდეგ, ეტაპობრივად გადავანაცვლოდ Q წონის ტვირთი D საყრდენის მარჯვნივ (ნახ.№ 40. 3-დან i -ური კვანძის ჩათვლით) მოთავსებულ დისკრეტულ კვანძებზე და ყოველი გადაანაცვლებისას განვსაზღვროთ დამჭიმი ტვირთის გადახრა.

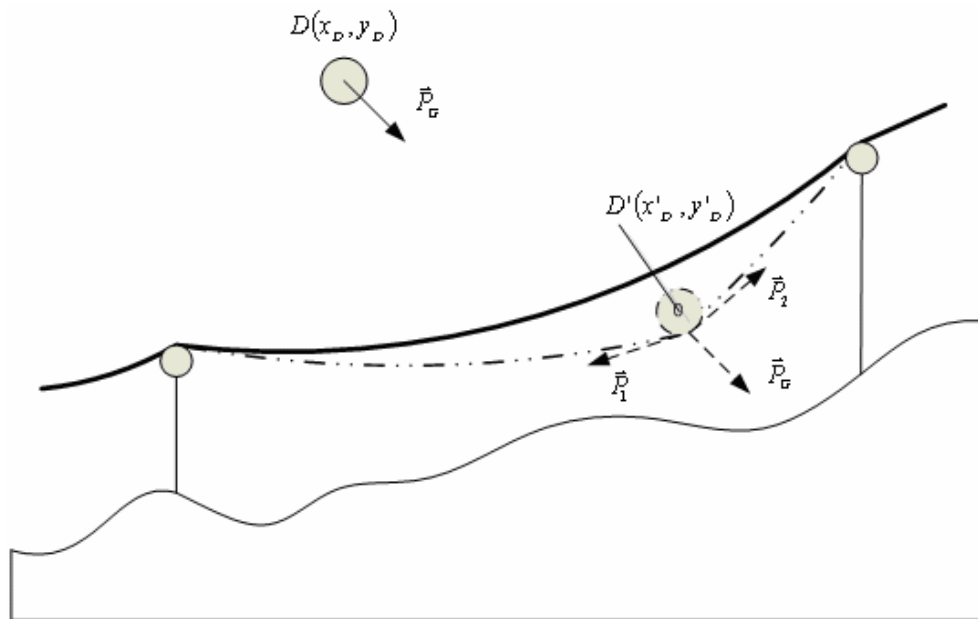
3.2.4 მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ვაგონის (გორგოლაქის) ანგარიში

როგორც ცნობილია, ვაგონი მზიდ ბაგირზე უძრავად კი არ არის დამაგრებული, არამედ გააჩნია მის (მზიდი ბაგირი) გასწვრივ თავისუფალი გადაადგილების საშუალება ვაგონზე მოქმედი წევის ძალის გათვალისწინებით. ბაგირის დისკრეტული მოდელის განსაზღვრებიდან ცნობილია, რომ ბაგირზე ნებისმიერი სახის დატვირთვის მოდება შესაძლებელია მხოლოდ და მხოლოდ კვანძზე. ვინაიდან კვლევის მიზანს წარმოადგენს ვაგონით დაკავშირებული ბაგირთა სისტემის განხილვა და მისი ანგარიშის ალგორითმის შემუშავება, უნდა გავითვალისწინოთ ის

გარემოება, რომ ვაგონი საწევი ბაგირის მიმართ უძრავია (არ შეუძლია მასზე გადაადგილება), მაგრამ მზიდ ბაგირზე გააჩნია გადაადგილების საშუალება.

თუ დეტალურად განვიხილავთ მრავალმალისანი ბაგირგზებისთვის დისკრეტული კვანძის საყრდენის ბუნიკზე (შკივზე) გადასვლის ალგორითმს, მარტივად შეგვიძლია მივიღოთ მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ვაგონის ანგარიშის ალგორითმიც.

ვაგონი მზიდ ბაგირს ეხება გრავიტაციული ძალის მიმართულების საწინააღმდეგოდ, ამიტომ იგი (ვაგონი) შეიძლება წარმოვადგინოთ დამწოლი შკივის სახით. განვიხილოთ მრავალმალისანი ბაგირგზის ერთ-ერთი მალი (ნახ.№ 41). იმის დაკონკრეტება, თუ როგორია მზიდი ბაგირის ბოლოების ჩამაგრება აუცილებელია არ არის, ვინაიდან ანგარიშის ალგორითმი ორივე შემთხვევისათვის ანალოგიურია.



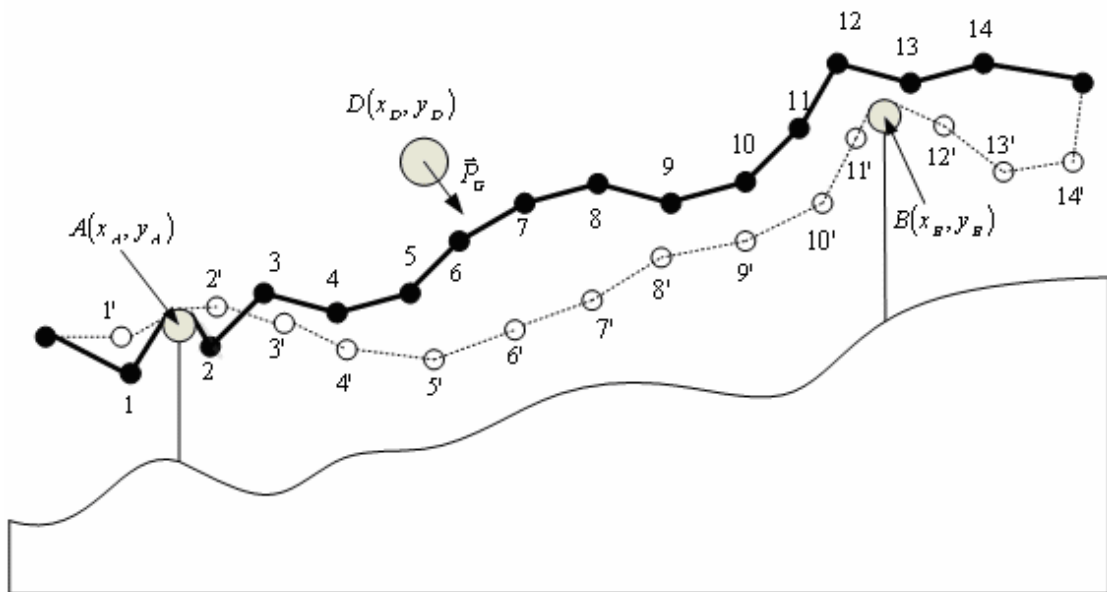
ნახ.№ 41. მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ტვირთის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრა

ჩავთვალოთ რომ, ბურთულაზე (შკივზე), რომელიც იმყოფება D წერტილში, მოქმედებს \vec{P}_G ძალა და მას (ბურთულას) შეუძლია მხოლოდ სიბრტყეზე გადაადგილება. ამავე სიბრტყეში გაკიდულია მზიდი ბაგირიც;

საჭიროა განვსაზღვროთ ბურთულის მდებარეობა და ბაგირის დაჭიმულობა მთლიანი სისტემის წონასწორობის მდგომარეობაში.

ცხადია, წონასწორობის მდგომარეობაში ბურთულა დაიკავებს რაღაც $D'(x'_D, y'_D)$ წერტილს, რომელსაც ბურთულის მარცხნივ და ბურთულის მარჯვნივ შეესაბამება მზიდი ბაგირის \vec{P}_1 და \vec{P}_2 დაჭიმულობები. ვინაიდან სისტემა წონასწორობაშია, \vec{P}_1 , \vec{P}_2 და \vec{P}_G დატვირთვებით ბურთულაზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა \vec{P}_{SUM} უნდა იყოს ნულის ტოლი.

ანგარიშის ალგორითმი შემდეგნაირად შეიძლება წარმოვადგინოთ; მოვახდინოთ ბაგირის დისკრეტიზაცია და სიბრტყეზე კვანძების საწყისი განლაგება (ნახ.№ 42 1-14 წერტილები).



ნახ.№ 42. მზიდ ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი ტვირთის დისკრეტული მოდელი

კვანძების ელემენტარული უბნების შემადგენლობაში შემავალი ზამბარები ნახაზზე ნაჩვენებია არ არის, მაგრამ ეს არ გამორიცხავს მათ არსებობას. კვანძები პირობითად დანომრილია 1-დან 14-მდე; A და B შკივები წარმოადგენს საყრდენის ბუნიკებს, ამიტომ მათ განვიხილავთ

როგორც მზიდ შკივებს; D კი წარმოადგენს ვაგონს, მასზე მოდებულია \bar{P}_G დატვირთვა და შესაბამისად მას განვსაზღვრავთ როგორც დამწოლ შკივს.

მთელი სისტემა სიბრტყეზე უძრავადაა გაყინული. დამუშავებას ვიწყებთ 1 კვანძიდან, რომლისთვისაც ვადგენთ კვანძის სტატუსს (ნახაზზე ნაჩვენები შემთხვევისთვის - "კვანძი საყრდენთან") და მისი რომელიმე უბნის შკივთან შეხების ფაქტს (მარჯვენა უბანი) (აგრეთვე იხ. ნახ.№ 31, ნახ.№ 32). კვანძის ანგარიშის ალგორითმი შეირჩევა ამ ორი ფაქტის გათვალისწინებით და წერტილი 1 გადაინაცვლებს ახალ 1' მდგომარეობაში. ზუსტად ანალოგიურად დამუშავდება და წაინაცვლებს წონასწორობის მდგომარეობისკენ 2 კვანძი (სტატუსი - "კვანძი საყრდენთან"; შკივს ეხება მარცხენა უბანი), რომლისთვისაც მარცხენა უძრავი წერტილი იქნება არა 1, არამედ 1'.

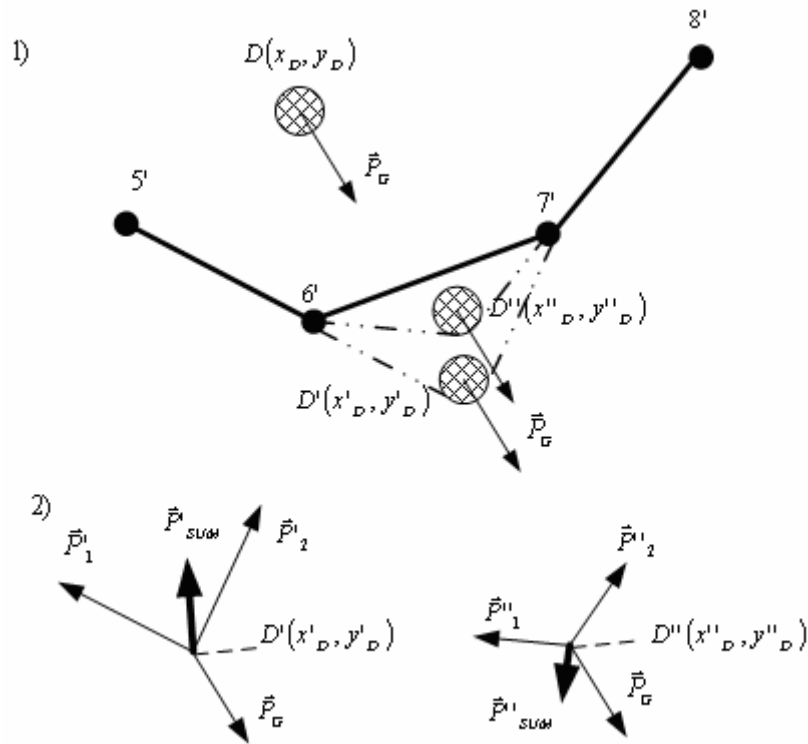
3 და 4 კვანძი დამუშავდება როგორც "თავისუფალი კვანძი".

5 და 6 კვანძის სტატუსია "კვანძი საყრდენთან", მაგრამ არცერთი მათი უბანი არ ეხება D შკივს, ვინაიდან D წარმოადგენს ვაგონს და მასზე ბაგირის შეხება შესაძლებელია მხოლოდ გრავიტაციული ძალის საწინააღმდეგო მიმართულებით და ა.შ.

ყველა კვანძის ერთჯერადი დამუშავების შემდეგ ბაგირი დაიკავებს ახალ მდგომარეობას, რომელიც აღიწერება 1'-14' წერტილების სახით და უფრო ახლოსაა წონასწორობის მდგომარეობასთან (ნახ.№ 42).

ანგარიშის შემდეგ ეტაპს წარმოადგენს შკივების (საყრდენებისა და ვაგონის) დამუშავება.

ვინაიდან A და B შკივები წარმოადგენს საყრდენის ბუნიკებს, მოქმედი ძალების გათვალისწინებით მათი თავისუფალი გადაადგილება არ ხდება. ვაგონს კი უკავია საწყისი $D(x_D, y_D)$ მდებარეობა, რომლისთვისაც ვპოულობთ დისკრეტულ კვანძებს სტატუსით "კვანძი საყრდენთან" (ნახ.№ 43-1. კვანძები 5' და 6'). ვადგენთ, გააჩია თუ არა შკივს 5'-6' ან 6'-7' უბნებზე შეხება და ამ ფაქტის გათვალისწინებით ვახდენთ მასზე (ვაგონი) მოქმედი გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრას.



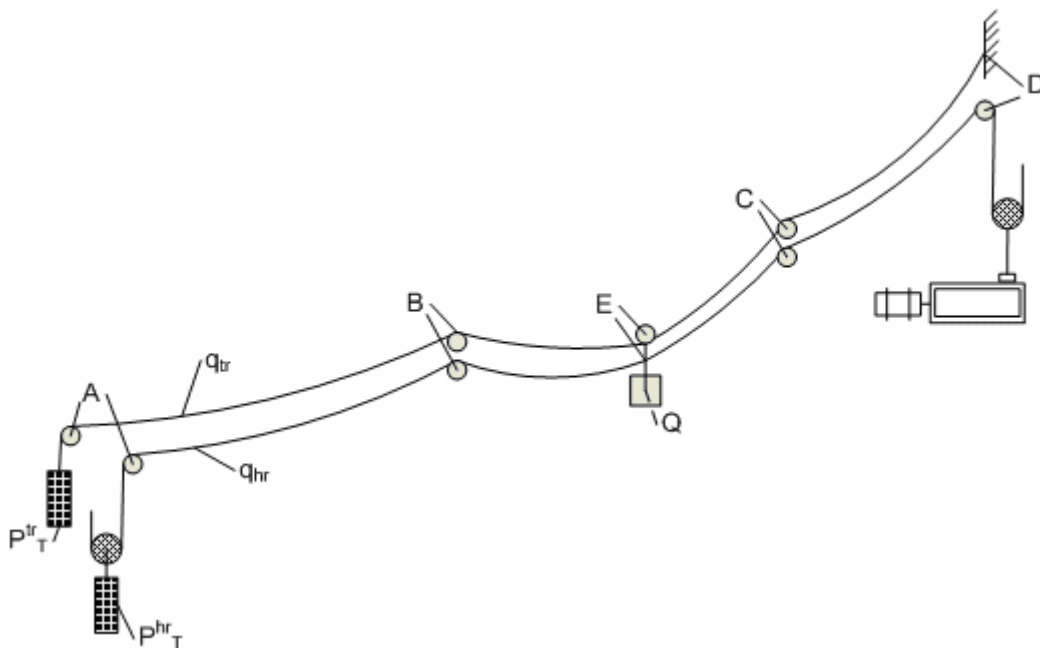
ნახ.№ 43. ბაგირის გასწვრივ მოძრავ ტვირთზე მოქმედი გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრა

ვინაიდან მოცემულ შემთხვევაში (ნახ.№ 43-1) შკივი არცერთ უბანს არ ეხება, მასზე იმოქმედებს \vec{P}_G ტოლი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა $\vec{P}_{SUM} = \vec{P}_G$. ძალთა გათანაბრების მეთოდის თანახმად, შკივი მცირე ბიჯით გადავაადგილოთ \vec{P}_{SUM} ძალის მიმართულებით ახალ $D'(x'_D, y'_D)$ წერტილში, სადაც ბაგირის მიერ შექმნილი დაწნევის გამო გაჩნდება \vec{P}'_1 და \vec{P}'_2 ძალები (იხ. ნახ.№ 43-2). შკივზე (ვაგონზე) მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა იქნება \vec{P}'_{SUM} , რომლის მიმართულებითაც ხდება ვაგონის წანაცვლება ახალ D'' წერტილში და ა.შ. იმ შემთხვევაში, თუ ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა ახალ მდგომარეობაში უფრო მეტია ვიდრე ძველში, შკივი უნდა დავაბრუნოთ ძველ წერტილში და უფრო მცირე ბიჯით წავანაცვლოთ წონასწორობის წერტილისაკენ.

დისკრეტული კვანძებისა და შკივების ასეთი ალგორითმით მრავალჯერად დამუშავებას მივყავართ მთლიანი სისტემის წონასწორობის მდგომარეობამდე.

3.2.5 ბაგირთა სისტემის ანგარიში დისკრეტული მოდელის გამოყენებით

ჩვენ პრაქტიკულად შევხებით ყველა იმ შემთხვევას, რომელსაც შეიძლება ადგილი ჰქონდეს ბაგირთა სისტემის მოდელირებისას. ერთმალისანი და მრავალმალისანი ბაგირგზები, დამჭიმტვირთიანი და ყრუდ ჩამაგრებული ბოლოებიანი მზიდი ბაგირი, ბაგირზე თავისუფლად მოძრავი და უძრავი ვაგონი, ცალცალკე აღებული ყველა მათგანი ექვემდებარება მოდელირებას ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით. ამ ეტაპზე საჭიროა ყველა ელემენტი დავუკავშიროთ ერთმანეთს და შევქმნათ ახალი საკვლევი სისტემა.



ნახ.№ 44. მრავალმალისანი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემა (ერთი შტო)

ნახ.№ 44-ზე ნაჩვენებია მრავალმალისანი ბაგირგზის ბაგირთა სისტემა. მზიდი ბაგირის ერთი ბოლო უძრავადაა ჩამაგრებული სადგურის

კონსტრუქციაში, ხოლო მეორე ბოლო ჩამაგრებულია P_T^{hr} წონის დამჭიმ ტვირთთან, რომელიც უზრუნველყოფს მზიდი ბაგირის გარკვეული მარაგით დაჭიმულობას.

მხედველობაში მივიღოთ საწევი ბაგირის მხოლოდ ერთი შტო. ვინაიდან ჩვენ ვიხილავთ სტატიკის ამოცანას, ამძრავი შკივიდან საწევი ბაგირის მოძრაობას ადგილი არ აქვს და ამიტომ მისი (საწევი ბაგირის) ერთი ბოლო შეგვიძლია ჩავთვალოთ უძრავად ჩამაგრებული, ხოლო P_T^{hr} დამჭიმი ტვირთი შევირჩიოთ ისე, რომ საწევი ბაგირის განსახილველ შტოში დაჭიმულობა მივიღოთ საჭირო მარაგით.

ვინაიდან საყრდენის ბუნიკსა და ამავე საყრდენზე საწევი ბაგირის გორგოლაქს შორის მანძილი მცირეა, მნიშვნელოვანი ცდომილების გარეშე შეგვიძლია დავუშვათ, რომ ბაგირების საყრდენზე გადასვლა ხდება ერთ დონეზე.

Q წონის ვაგონს გააჩნია მზიდ ბაგირზე თავისუფალი გადაადგილების შესაძლებლობა საწევი ბაგირის წევის ძალის გათვალისწინებით და მისი (ვაგონის) წონა თავმოყრილია ერთ E წერტილში.

ამოცანის გადაჭრას ვიწყებთ ბაგირთა დისკრეტიზაციით და იმ შეთანხმებების გამოყენებით, რაზეც ზემოთ გვექონდა საუბარი. ბაგირგზის ჰორიზონტალური სიგრძე ავიღოთ მეტობით (ნახ. № 45 $A'-D$ წერტილები), როგორც ეს დამჭიმტვირთიანი ბაგირების მოდელირებისას ვნახეთ (იხ. 3.2.3 გვ. 88) და განვსაზღვროთ A , B და C საყრდენების კოორდინატები.

ვინაიდან დისკრეტული კვანძის ანგარიშზე გავლენას ვერ ახდენს საწყისი მდებარეობა, ჩავთვალოთ, რომ მზიდი და საწევი ბაგირები განლაგებულია საყრდენების ზემოთ წრფეზე (მიღებული შედეგები იდენტური იქნება მაშინაც, თუ დისკრეტულ კვანძების საწყის კოორდინატებს განვსაზღვრავთ შემთხვევითობის პრინციპით). თითოეული კვანძის ძირითადი მახასიათებელი სიდიდეები შესაძლებელია

გამოთვლილი იქნას კონკრეტული ბაგირისთვის (1.16, 1.17, 1.18, 1.19) ფორმულების საშუალებით.

საწყისი მონაცემების მიხედვით ვიწყებთ სპეციალური კვანძების განსაზღვრას; მზიდი და საწევი ბაგირებისთვის ასეთი კვანძებია ნომრით 1, ვინაიდან მასზე უნდა მოვდოთ შესაბამისი დამჭიმი ტვირთის წონები, ხოლო მარცხენა უბნებში მოვახდინოთ ბაგირის წყვეტის იმიტაცია (ნახ.№ 45-ზე ნაჩვენებია წყვეტილი ხაზებით).

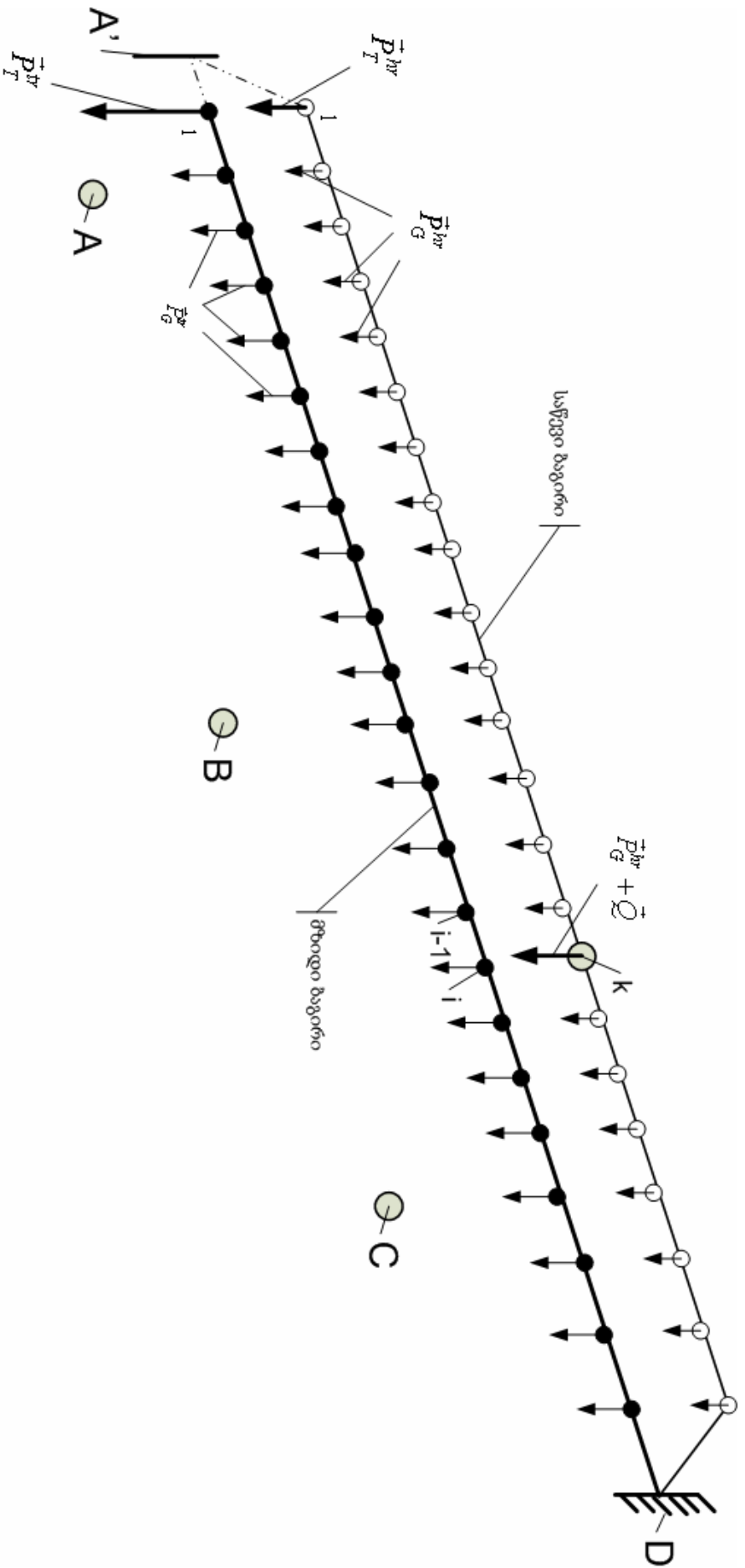
კიდევ ერთ სპეციალურ კვანძს წარმოადგენს საწევი ბაგირის k -ური კვანძი, რომლის სტაციონარული დატვირთვა განისაზღვრება $\bar{P}_G^{hr} + \bar{Q}$ (ნახ.№ 45), ვინაიდან მასზეა მოდებული ვაგონის წონა. ბაგირგზების გაანგარიშების დროს ცნობილ სიდიდეს წარმოადგენს ვაგონის მარცხნივ და მარჯვნივ მალში არსებული საწევი ბაგირის სიგრძეები; სწორედ მათი გათვალისწინებით ხდება k კვანძის შერჩევა.

საწყის ეტაპზე მთელი სისტემა უძრავადაა სიბრტყეზე გაყინული. კვანძების დამუშავებას ვახდენთ რიგრიგობით მზიდი და საწევი ბაგირებისთვის. აქ მხოლოდ შევხებით იმ საკვანძო მომენტებს, რომელსაც შეიძლება ადგილი ჰქონდეს სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრისას.

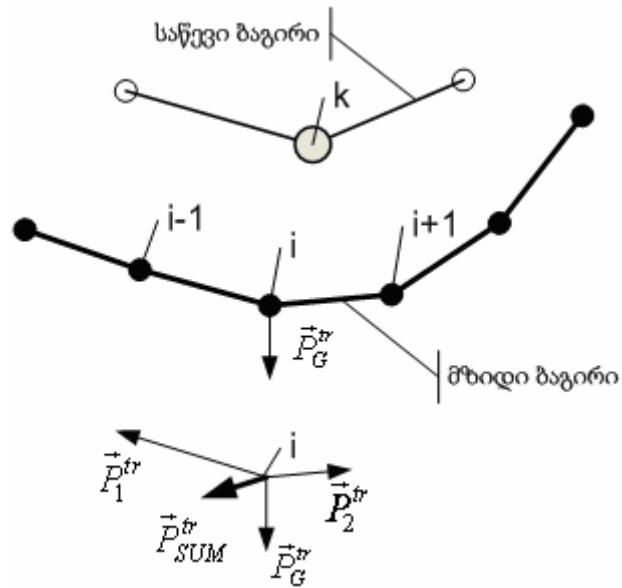
ბაგირების კვანძების დამუშავებისას ყოველთვის უნდა მოწმდებოდეს, ჰქონდა თუ არა ადგილი ვაგონისა და მზიდი ბაგირის რომელიმე უბნის შეხებას. ვთქვათ ვამუშავებთ მზიდი ბაგირის i -ურ კვანძს და მხოლოდ მას გააჩნია თავისუფალი გადაადგილების საშუალება; საწევი ბაგირის k კვანძი შეგვიძლია მივიჩნიოთ როგორც დამწოლი შკივი, რომელიც ასევე უძრავად იქნება სიბრტყეზე გაყინული.

ვინაიდან ანგარიშის ნებისმიერ ეტაპზე ცნობილია ყველა კვანძის მიმდინარე კოორდინატები, ყოველთვის შეგვიძლია განვსაზღვროთ მზიდ ბაგირზე დამწოლი შკივის შეხების ფაქტი.

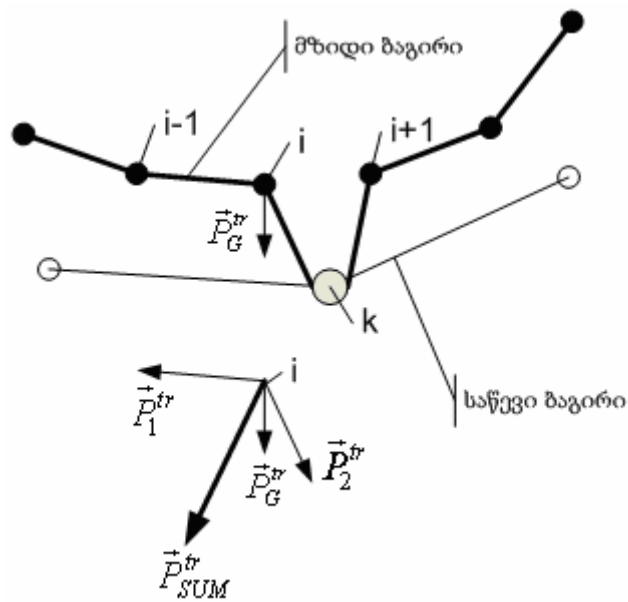
ნახ.№ 46 და ნახ.№ 47 ნაჩვენებია მზიდი ბაგირის i -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა ორივე შემთხვევისთვის.



ნახ. № 45. ბაგირების ბაგირთა სისტემის დისკრეტოზაცია



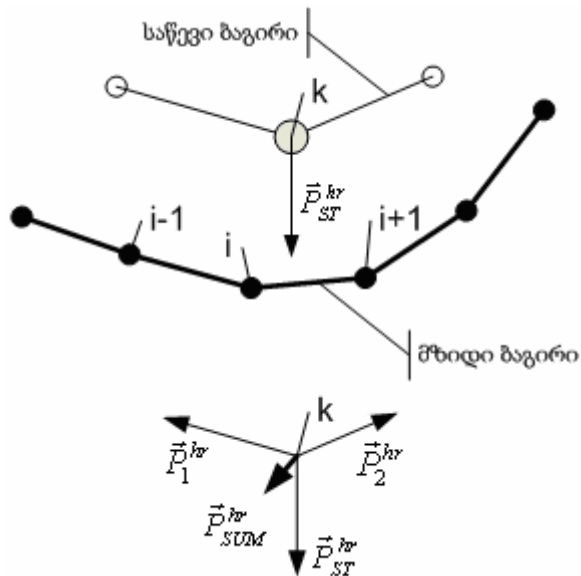
ნახ.№ 46. მზიდი ბაგირის i -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი არ ეხება მზიდ ბაგირს



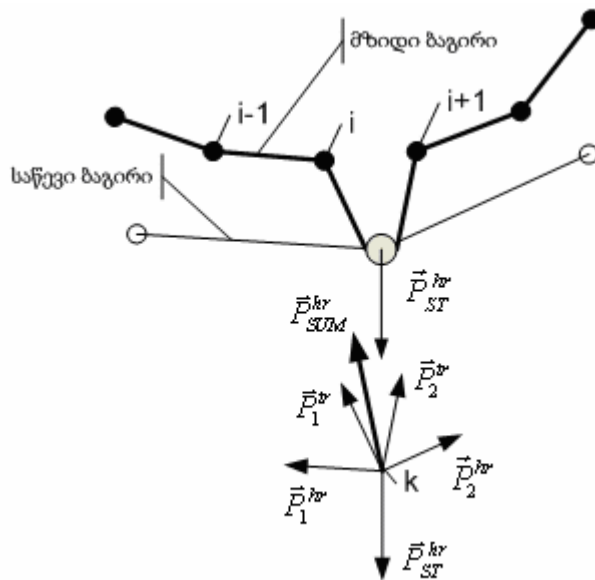
ნახ.№ 47. მზიდი ბაგირის i -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი ეხება მზიდ ბაგირს

მზიდი ბაგირის დამუშავების შემდეგ ხდება საწვევი ბაგირის წანაცვლება წონასწორობის მდგომარეობისკენ. k კვანძის დამუშავების დროს მხოლოდ მას შეეძლება თავისუფლად გადაადგილება მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის გათვალისწინებით. როდესაც საწვევი

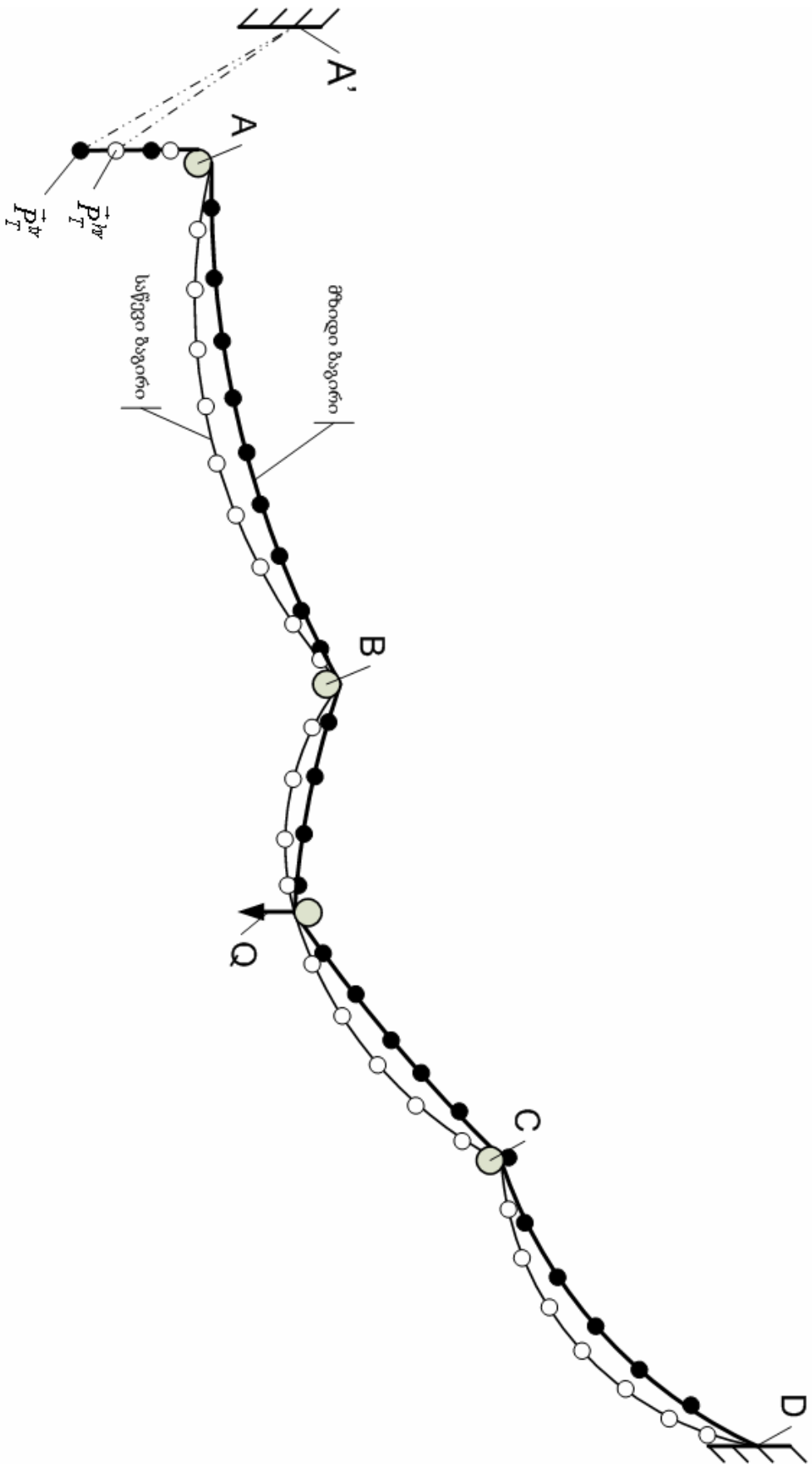
ბაგირის k კვანძს არ აქვს მზიდ ბაგირთან შეხება, მისი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა განისაზღვრება როგორც მარცხენა და მარჯვენა უბნების \vec{P}_1^{hr} , \vec{P}_2^{hr} დაჭიმულობებისა და $\vec{P}_{ST}^{kr} = \vec{P}_G^{hr} + \vec{Q}$ სტაციონარული დატვირთვის გეომეტრიული ჯამი (ნახ.№ 48).



ნახ.№ 48. საწვევი ბაგირის k -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი არ ეხება მზიდ ბაგირს



ნახ.№ 49. საწვევი ბაგირის k -ურ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა - ტვირთი ეხება მზიდ ბაგირს



ნახ. № 50. ზაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი - წინასწარობის მდგომარეობა

როგორც კი საწევი ბაგირის k კვანძი შეხებაში მოვა მზიდ ბაგირთან, შეიცვლება მხოლოდ მისი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი. როგორც ნახ.№ 49-დან ჩანს, ასეთ შემთხვევაში კვანძზე იმოქმედებს $\vec{P}_{ST}^{hr} = \vec{P}_G^{hr} + Q$ სტაციონარული ძალა, საწევი და მზიდი ბაგირების შესაბამისი უბნების \vec{P}_1^{tr} , \vec{P}_2^{tr} , \vec{P}_1^{hr} , \vec{P}_2^{hr} დაჭიმულობები.

ძალთა გათანაბრების მეთოდის თანახმად, კვანძის გადაადგილების ბიჯი და მიმართულება შეირჩევა ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის მიხედვით. ამრიგად, თუ ცალცალკე აღებული მზიდი და საწევი ბაგირის ყველა დისკრეტულ კვანძზე მოქმედებს თეორიულად ნულის (პრაქტიკულად - მცირე სიდიდე) ტოლი ძალა, მთელი სისტემა იქნება სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობაში და აღიწერება კვანძების კოორდინატებით (ნახ.№ 50). თავის მხრივ, კვანძის კოორდინატები განსაზღვრავენ შესაბამის უბანში ბაგირის დაჭიმულობასა და მის მიმართულებას.

განვიხილოთ ბაგირგზის ძალი შემდეგი საწყისი მონაცემებით: ძალის ჰორიზონტალური სიგრძე $l = 895$ (მ); საყრდენების დონეთა შორის სხვაობა - $h = 225$ (მ); სასტ. 3090-46 ტიპის დახურული სპირალური მზიდი ბაგირი (ერთეულოვანი სიგრძის წონა - $q_{tr} = 0,109$ (კნ); ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობა - $T_{tr.br} = 1420$ (კნ)); მზიდი ბაგირის დამჭიმი ტვირთის წონა - $P_{tr} = 400$ (კნ); სასტ. 2688-46 ტიპის საწევი ბაგირი (ერთეულოვანი სიგრძის წონა - $q_{hr} = 0,029$ (კნ); ბაგირის გამგლეჯი დაჭიმულობა - $T_{hr.br} = 394$ (კნ)); საწევი ბაგირის დამჭიმი ტვირთის წონა - $P_{hr} = 65$ (კნ); დატვირთული ვაგონის წონა - $Q = 40$ (კნ); ბაგირების დრეკადობის მოდული - $E = 160$ გპა;

მოცემული მაგალითი ამოვხსნათ ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით (საანგარიშო პროგრამის შესახებ უფრო დეტალურად იხილეთ შემდეგ თავში). ეტაპობრივად მოვახდინოთ ვაგონის გადაადგილება საწევი ბაგირის ერთი კვანძიდან მეორეზე და ჩავინიშნოთ

ვაგონის მდებარეობის კოორდინატები, რაც თავის მხრივ ბაგირთა სისტემის f_{sys} ჩაკიდულობის დადგენის საშუალებას გვაძლევს.

საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი დატვირთვის სიდიდისა და მიმართულების განსაზღვრისათვის, იგივე მაგალითი ვიანგარიშით მხოლოდ მზიდი ბაგირისთვის (იხ. 3.2.3 გვ. 88), რისთვისაც რიგრიგობით დავამძიმოთ მზიდი ბაგირის დისკრეტული კვანძები ვაგონის წონის ტოლი ძალით.

ორივე შემთხვევისთვის მიღებული ვაგონის მდებარეობის დისკრეტული კოორდინატები შესაძლებელია წარმოვადგინოთ მალის სიგრძეზე უწყვეტი ფუნქციის სახით, რისთვისაც მოვახდინოთ შედეგების ინტერპოლაცია; შედეგად მივიღებთ f_{sys} ბაგირთა სისტემისა და Q წონით დატვირთული მზიდი ბაგირის $f_{tr,Q}$ ჩაკიდულობებს მალის ნებისმიერ x წერტილში (ცხრილი № 5).

ცხრილი № 5. ბაგირთა სისტემისა და დატვირთული მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობების შედარება

| x | f_{sys} | $f_{tr,Q}$ | $\delta_{tr,Q}$ | $\varepsilon_{tr,Q}$ |
|-----|-----------|------------|-----------------|----------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 10 | 2,38 | 2,43 | -0,05 | -2,14% |
| 50 | 11,36 | 11,60 | -0,24 | -2,13% |
| 100 | 21,37 | 21,81 | -0,44 | -2,05% |
| 150 | 30,04 | 30,65 | -0,61 | -2,02% |
| 200 | 37,37 | 38,11 | -0,74 | -1,99% |
| 300 | 47,99 | 48,86 | -0,87 | -1,82% |
| 400 | 53,23 | 54,10 | -0,87 | -1,64% |
| 450 | 53,83 | 54,76 | -0,93 | -1,72% |
| 500 | 53,09 | 53,87 | -0,78 | -1,46% |
| 600 | 47,58 | 48,38 | -0,80 | -1,67% |
| 700 | 36,70 | 37,32 | -0,62 | -1,70% |
| 800 | 20,43 | 20,79 | -0,36 | -1,76% |
| 850 | 10,28 | 10,48 | -0,20 | -1,92% |

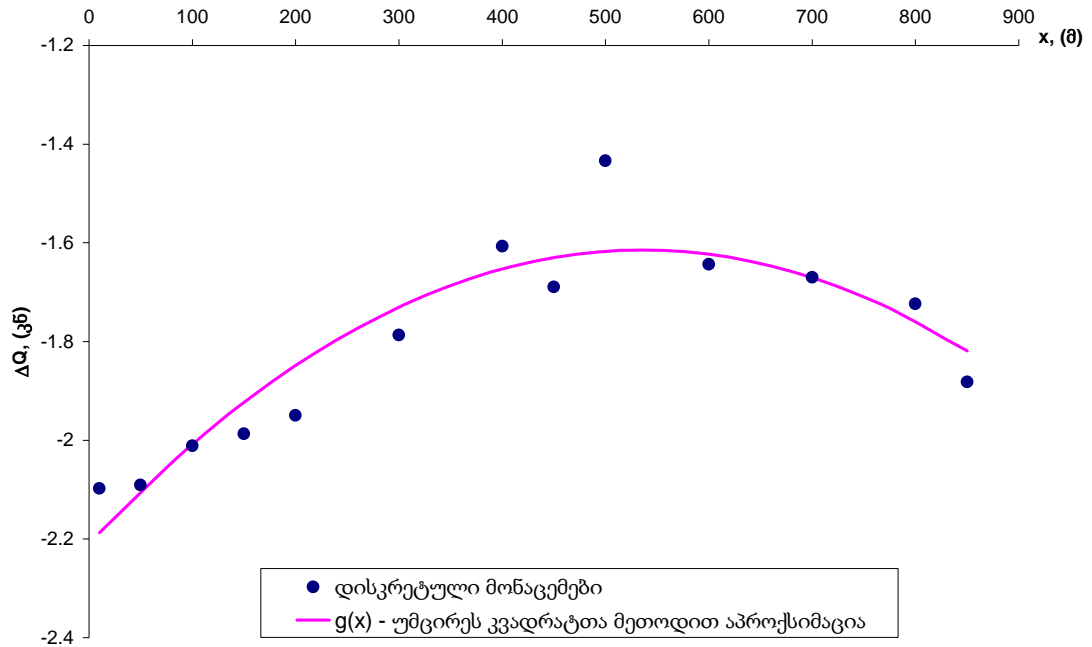
როგორც მიღებული შედეგებიდან ჩანს, ბაგირთა სისტემის f_{sys} ჩაკიდულობა უფრო ნაკლებია, ვიდრე დატვირთული მზიდი ბაგირის $f_{tr,Q}$

ჩაკიდულობა, რაც კიდევ ერთხელ ცხადყოფს საწვევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე მოქმედი განმტვირთავი ზემოქმედების არსებობას. მოცემული მაგალითისთვის, საწვევი ბაგირის გავლენის გარეშე დატვირთული მზიდი ბაგირის ჩაკიდულობის მნიშვნელობები ცდომილების მიხედვით მოთავსებულია დასაშვებ ფარგლებში (ცხრილი № 5, სვეტი 4 და 5), მაგრამ, როგორც ეს უკვე აღნიშნეთ (იხ. გვ. 54), ბაგირგზის იმ მალეობისთვის, სადაც საწვევი ბაგირი საკუთარი დაჭიმულობით ზრდის მზიდ ბაგირზე მოქმედ ვერტიკალურ დატვირთვას, აღნიშნული ცდომილება იზრდება.

ანგარიშის შემდეგ ეტაპზე განვსაზღვროთ საწვევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი ვერტიკალური დატვირთვა. ჩვენთვის უკვე ცნობილია მალის ნებისმიერ x წერტილში ვაგონის (შესაბამისად ბაგირთა სისტემის) მდებარეობის ორდინატა $y_{sys} = f(x)$, რომელიც მივიღეთ დისკრეტული მონაცემების ინტერპოლაციით. მეორეს მხრივ, მოცემული გვაქვს ნებისმიერ i -ურ $(x_i; y_i)$ კოორდინატების მქონე კვანძში Q წონით დატვირთული მზიდი ბაგირის დისკრეტული მოდელი, რომლისთვისაც მოვახდინოთ Q წონის კორექტირება (2.13) ფორმულით მიღებული ΔQ დამატებითი დატვირთვის ფარგლებში ისე, რომ $|y_i - y_{sys}| < \varepsilon$ (ε -ანგარიშის სიზუსტე შესაძლებელია ავიღოთ 0,01 მ -ის რიგის); აღნიშნული პროცესის გავრცელება დისკრეტული მოდელის სხვა კვანძებზე გვადლევს საწვევი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილ დამატებით ვერტიკალურ დატვირთვას, რომელიც გაბნეულია რაღაც $g(x)$ ფუნქციის მიდამოში (ნახ.№ 51).

როგორც ნახ.№ 51-დან ჩანს, საწვევი ბაგირის მიერ შექმნილი დამატებითი დატვირთვა იმეორებს იმ ფორმას, რომელიც ნახ.№ 16-ზე ვნახეთ; ეს კიდევ ერთხელ ადასტურებს იმ ფაქტს, რომ ბაგირთა სისტემის კვლევა საყრდენების მიდამოებში უნდა ხორციელდებოდეს უფრო ზუსტი საანგარიშო სქემების საშუალებით, რათა პროექტირების დროს დადგინდეს ვაგონის მზიდი ბაგირიდან ამოვარდნის ალბათობა და გამოირიცხოს

ექსპლუატაციაში გაშვებული ბაგირგზის საყრდენის ბუნკის ზომების შემდგომი კორექტირება.



ნახ.№ 51. საწვეი ბაგირის მიერ მზიდ ბაგირზე შექმნილი დამატებითი ვერტიკალური დატვირთვა

ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელის ანგარიშის ალგორითმი საშუალებას გვაძლევს დავაფიქსიროთ ვაგონის მზიდი ბაგირიდან აცდენის შემთხვევები, ვინაიდან ამ პირობის შემოწმება ანგარიშის ნებისმიერ მომენტში გამუდმებით მიმდინარეობს. ასევე სირთულეს არ წარმოადგენს ბაგირის წყვეტის იმიტირება, თუ დაჭიმულობამ დასაშვებ ზღვარს გადააჭარბა. აღნიშვნის ღირსია ის გარემოებაც, რომ ცალკეული ბაგირის და შესაბამისად ბაგირთა სისტემის დისკრეტული მოდელი შეიძლება გამოყენებული იქნას დინამიკური პროცესების კვლევისას [7], რაც რეალურად წარმოადგენს საბაგირო სისტემების პროექტირების ერთ-ერთ მთავარ ამოცანას.

4. ბაგირთა სისტემის მოდელირებისას ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების გამოყენების ასპექტები

4.1. საბაზისო კლასი - "კვანძი"

ჩვენს მიერ განხილული იქნა ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით ბაგირთა სისტემების ანგარიშის ალგორითმი, რომლის პრაქტიკული რეალიზაციისთვის შევირჩიეთ პროგრამირების ალგორითმული ენების მძლავრ კონცეფცია - ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირება [32, 33]. აქ მოვიყვანთ მხოლოდ იმ ზოგად განმარტებებსა და უპირატესობებს, რომელიც პროგრამირების დროს ობიექტების გამოყენებას გააჩნია, აგრეთვე ვაჩვენებთ ჩვენი ამოცანის გადაწყვეტისას პროგრამირების ამ თანამედროვე საშუალების გამოყენების სპეციფიკურ ასპექტებს.

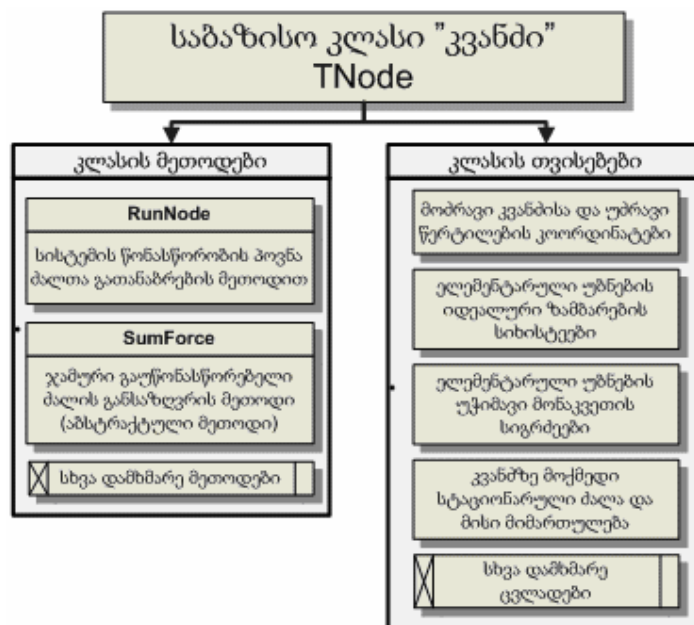
ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების დროს ერთმანეთისგან განასხვავებენ ორ ცნებას - კლასი და ობიექტი. კლასი არის სტრუქტურა, რომელსაც შეუძლია გააჩნდეს ცვლადები, ქვეპროგრამები და ფუნქციები; ხოლო ობიექტი არის რომელიმე კლასის კონკრეტული ეგზემპლარი, რომელიც დროის მოცემულ მომენტში კომპიუტერის მეხსიერებაში არის მოთავსებული. კლასს, შესაბამისად ობიექტს, შესაძლებელია გააჩნდეს გარკვეული რაოდენობის ცვლადი, რომლებიც მიუთითებენ კლასის თვისებებზე. ამ თვისებების განსაზღვრისთვის გამოიყენება ქვეპროგრამები და ფუნქციები, რომელთაც მეთოდები ეწოდებათ.

მთავარი ღირსება, რომლითაც ხასიათდება ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირება, არის მემკვიდრეობითობა. თითოეული კლასი შესაძლებელია განხილული იქნას როგორც ახალი კლასის მშობელი, რომელიც თავის შვილობილ კლასს უკლებლივ გადასცემს თავის თვისებებსა და მეთოდებს; ამასთან ერთად აძლევს იმის საშუალებასაც, რომ დაიმატოს ახალი თვისებები, ან გააუმჯობესოს არსებული მეთოდები.

ამრიგად, იქმნება იერარქიული კიბე, რომლის სათავეშიც დგას საბაზისო (მთავარი) კლასი.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის შემთხვევაში მიზანშეწონილად მიგვაჩნია შეიქმნას კლასი - "კვანძი", რომელშიც განისაზღვრება მისი ძირითადი მახასიათებელი სიდიდეები: მოძრავი კვანძისა და უძრავი წერტილების კოორდინატები, ზამზარის სიხისტეები, დემფირების კოეფიციენტები, უჭიმავი მონაკვეთის სიგრძეები, სტაციონარული ძალა და მისი მიმართულება. კომპიუტერული მოდელირებისას შესაძლებელია აღნიშნული კლასის მრავალი ობიექტის ფორმირება, რომლებიც საბოლოო ჯამში ერთიანდებიან ახალი კლასის - "ბაგირი" - შესაქმნელად.

ბაგირთა სისტემების ანგარიშის ალგორითმის განხილვისას ჩვენ ავღნიშნეთ, რომ თითოეული კვანძის დამუშავება ხდება ძალთა გათანაბრების მეთოდით [7]. ამრიგად მნიშვნელოვანია, რომ აღნიშნული მეთოდის გამოყენება შეეძლოს ანგარიშის პროცესში შექმნილ ყველა ობიექტს; ამისათვის შევიმუშავეთ საბაზისო კლასის - "კვანძი" (*TNode*)¹ - სტრუქტურა და განვსაზღვროთ მისი მეთოდები და თვისებები (ნახ.№ 52).



ნახ.№ 52. საბაზისო კლასის სტრუქტურა

¹ ზოგიერთ პროგრამირების ენებში მიღებულია კლასის სახელის წინ T სუფიქსის მითითება

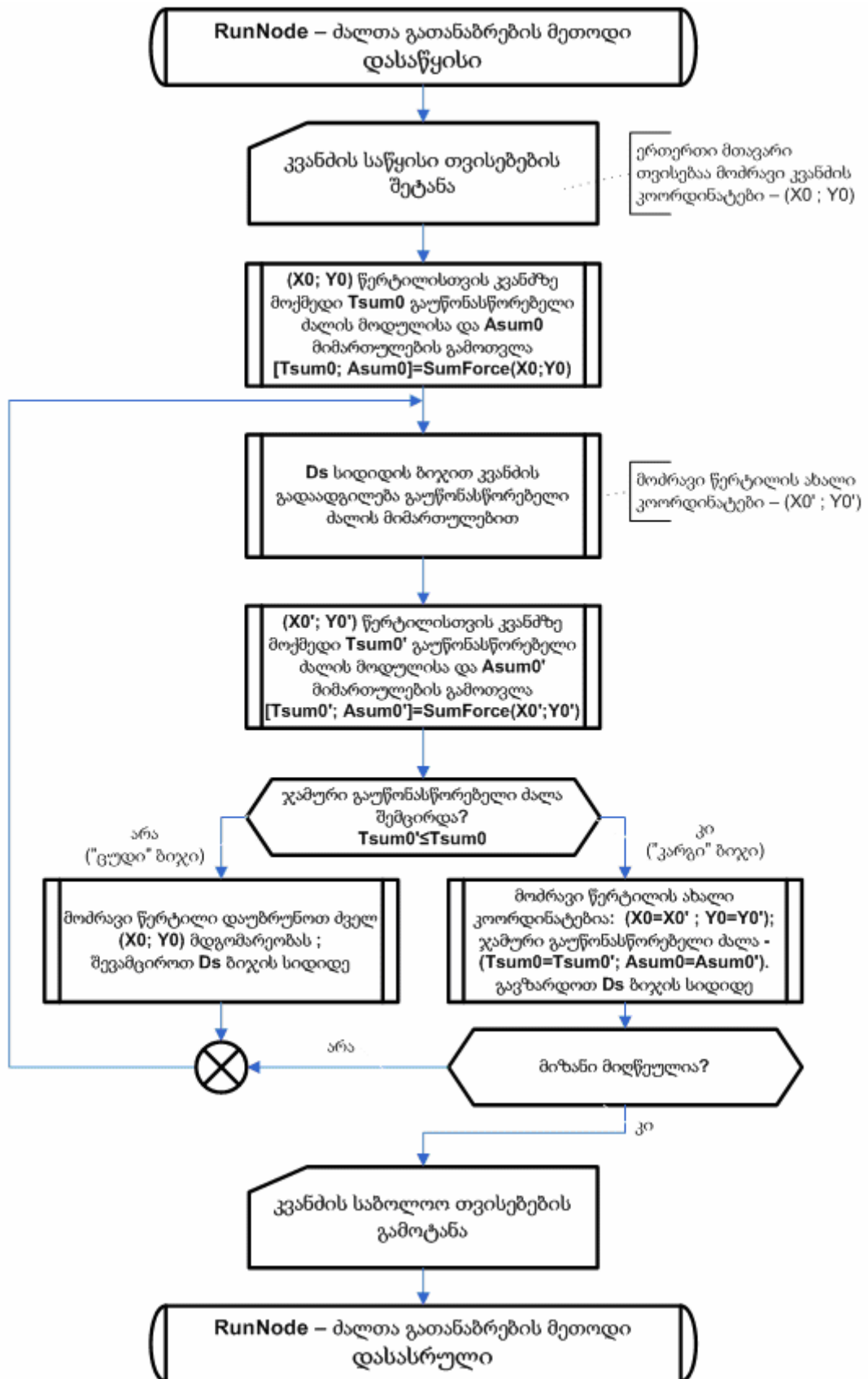
კლასს "კვანძი" გააჩნია ძირითადი თვისებები და მათი დამუშავების ალგორითმები, რომელთაგან სტრუქტურულ სქემაზე ნაჩვენებია მხოლოდ ორი, პირობითად *RunNode* - ძალთა გათანაბრების მეთოდი და *SumForce* - კვანძზე მოქმედი გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის მეთოდი.

ნახ.№ 53 ნაჩვენებია ძალთა გათანაბრების მეთოდის ალგორითმული სტრუქტურა, რომელიც შემუშავებული იქნა პროფ. დ. პატარაიას მიერ. აღნიშნული მეთოდი საერთო იქნება ყველა სახის (სტატუსის მქონე) კვანძისთვის.

კვანძის (x_0, y_0) საწყის მდგომარეობაში ხდება *Tsum0* ჯამური გაუწონასწორებელი ძალისა და *Asum0* მიმართულების განსაზღვრა *SumForce* მეთოდის გამოყენებით. კვანძი აღნიშნული ძალის მიმართულებით *Ds* საწყისი ბიჯით გააკეთებს ელემენტარულ წანაცვლებას, რასაც შეესაბამება ახალი კოორდინატები (x'_0, y'_0) . თითოეული ბიჯის შესაფასებლად გამოიყენება ორი სტატუსი - "კარგი" და "ცუდი"; "კარგ" ბიჯად მიჩნეულია სიდიდე, რომელიც კვანძს გადაანაცვლებს ისეთ ახალ მდებარეობაში, სადაც მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა ნაკლებია ან ტოლი, ვიდრე ბიჯის გაკეთებამდე; წინააღმდეგ შემთხვევაში ბიჯი ჩაითვლება "ცუდად".

კვანძის ახალ (x'_0, y'_0) მდგომარეობაში იგივე *SumForce* მეთოდით განისაზღვრება ახალი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალა *Tsum0'* და მიმართულება *Asum0'*. მოხდება ბიჯის შეფასება - თუ ბიჯი "კარგია", კვანძი დარჩება (x'_0, y'_0) მდგომარეობაში, ხოლო მომდევნო ბიჯის მნიშვნელობა იტერაციის პროცესის დასაჩქარებლად გაიზრდება. "ცუდი" ბიჯის შემთხვევაში კვანძი დაბრუნდება ძველ (x_0, y_0) მდგომარეობაში, ხოლო ბიჯის მნიშვნელობა შემცირდება.

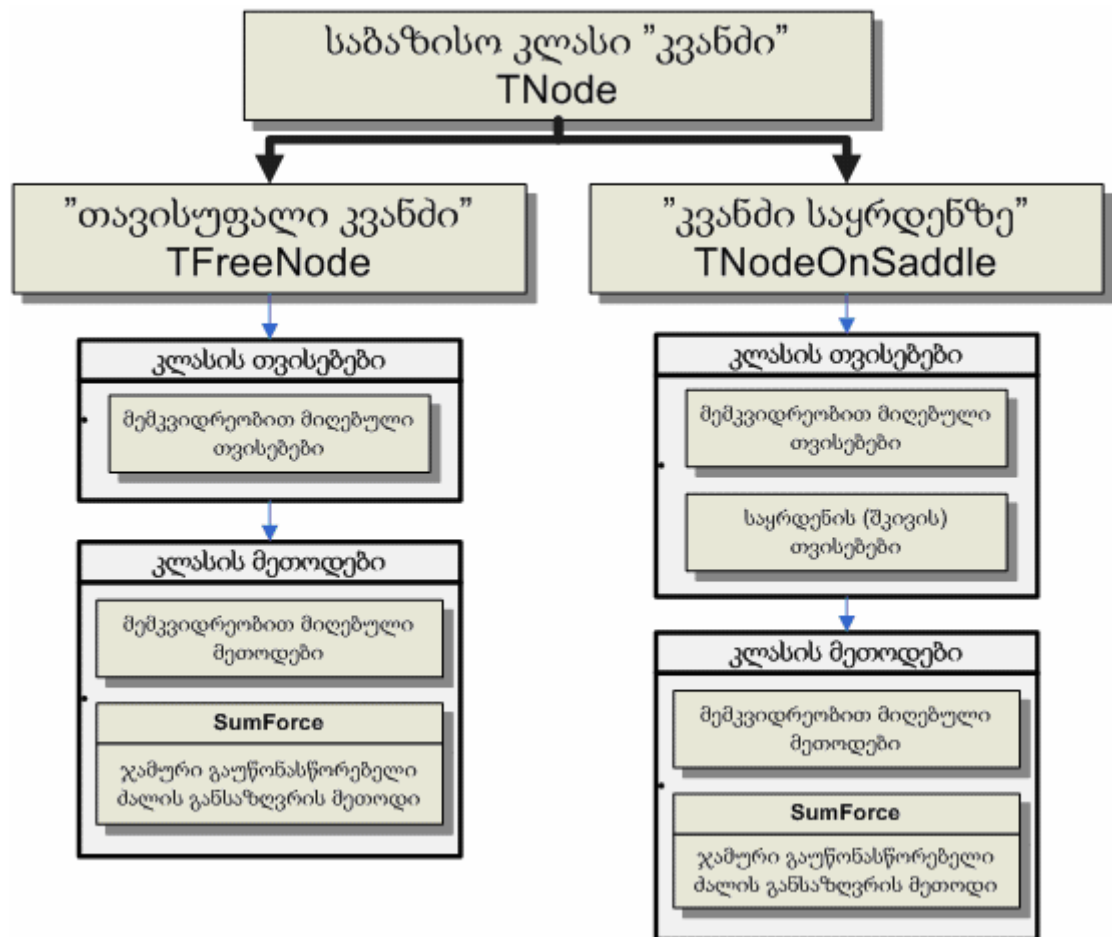
იტერაციის აღწერილი პროცესი მიმდინარეობს მანამ, სანამ მიზანი არ იქნება მიღწეული (როდის მიიღწევა მიზანი - იხ. 4.4).



ნახ.№ 53. ძალთა გათანაბრების მეთოდის ალგორითმული სტრუქტურა

მეთოდი *SumForce* აღწერილია როგორც აბსტრაქტული (მხოლოდ დეკლარირებული) მეთოდი [32, 33], ამიტომ არ შეიცავს არანაირ ოპერაციებს და აუცილებლად უნდა იქნან შეცვლილი შვილობილ კლასებში. ჩვენს შემთხვევაში აბსტრაქტული მეთოდის გამოყენების აუცილებლობა იმან განაპირობა, რომ საბაზისო კლასმა "იცოდეს", თუ როგორ იპოვოს სისტემის წონასწორობის მდგომარეობა, მიუხედავად იმისა რა ალგორითმით მოხდება ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრა.

საბაზისო კლასის "კვანძი" გამოვიყენოთ იერარქიული კიბის შესაქმნელად და განვსაზღვროთ ორი ახალი კლასი: "თავისუფალი კვანძი" (*TFreeNode*) და "კვანძი საყრდენზე" (*TNodeOnSaddle*) (ნახ.№ 54).



ნახ.№ 54. მემკვიდრეობითობა ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების დროს

თითოეული მათგანი მემკვიდრეობით მიიღებს მშობლის ყველა თვისებებსა და მეთოდებს.

ვინაიდან საბაზისო კლასში *SumForce* მეთოდი მხოლოდ დეკლარირებულია, ყოველი შემდეგი შვილობილი კლასისთვის კონკრეტულად შეიძლება მისი განსაზღვრა. შვილობილ კლასებს მემკვიდრეობით გადაეცემათ აგრეთვე *RunNode* მეთოდიც, რომლის გამოყენებისას მოხდება მიმართვა კლასის შესაბამის *SumForce* მეთოდზე.

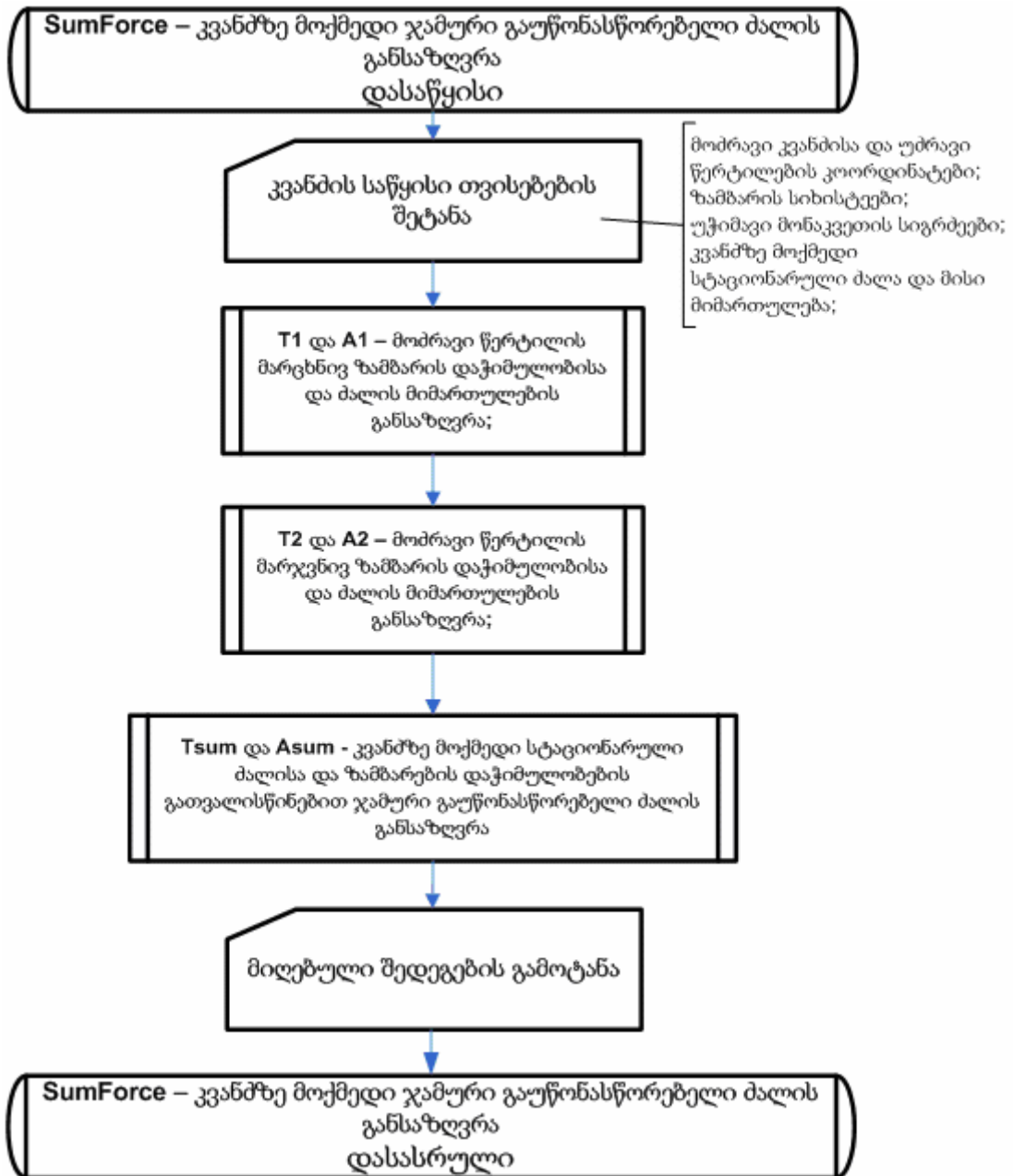
კლასისთვის "კვანძი საყრდენზე" დამატებულია საყრდენის ბუნჯის (შკივის) ძირითადი თვისებები (ცენტრის კოორდინატები, რადიუსი და ა.შ). მეტი სრულყოფისთვის შესაძლებელია ცალკე ახალი კლასის "საყრდენი" შექმნაც.

4.2. კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი

როგორც ვნახეთ, ელემენტარული კვანძის წონასწორობის პოვნის ამოცანა დადის მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრამდე; აღნიშნული ძალის პოვნისთვის საჭიროა ვიცოდეთ ზამბარის დაჭიმულობები მოძრავი კვანძის მარცხნივ და მარჯვნივ (იხ.ნახ.№ 8, ნახ.№ 28), რომელთა გეომეტრიული ჯამი კვანძზე მოქმედი სტაციონარული ძალის გათვალისწინებით გვამღევს საძიებელ სიდიდეს.

ნახ.№ 55-ზე მოყვანილია "თავისუფალი კვანძზე" მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი. კვანძის საწყისი თვისებებიდან აღსანიშნავია მოძრავი წერტილის მიმდინარე კოორდინატები, რომელიც ანგარიშის მთელი პროცესის განმავლობაში განუწყვეტლივ შეძლება იცვლებოდეს, რასაც ვერ ვიტყვით სხვა სიდიდეებზე. ვინაიდან კვანძის სტატუსიდან გამომდინარე არცერთ ელემენტარულ უბანს არ გააჩნია საყრდენთან შეხება, (1.20) ფორმულის

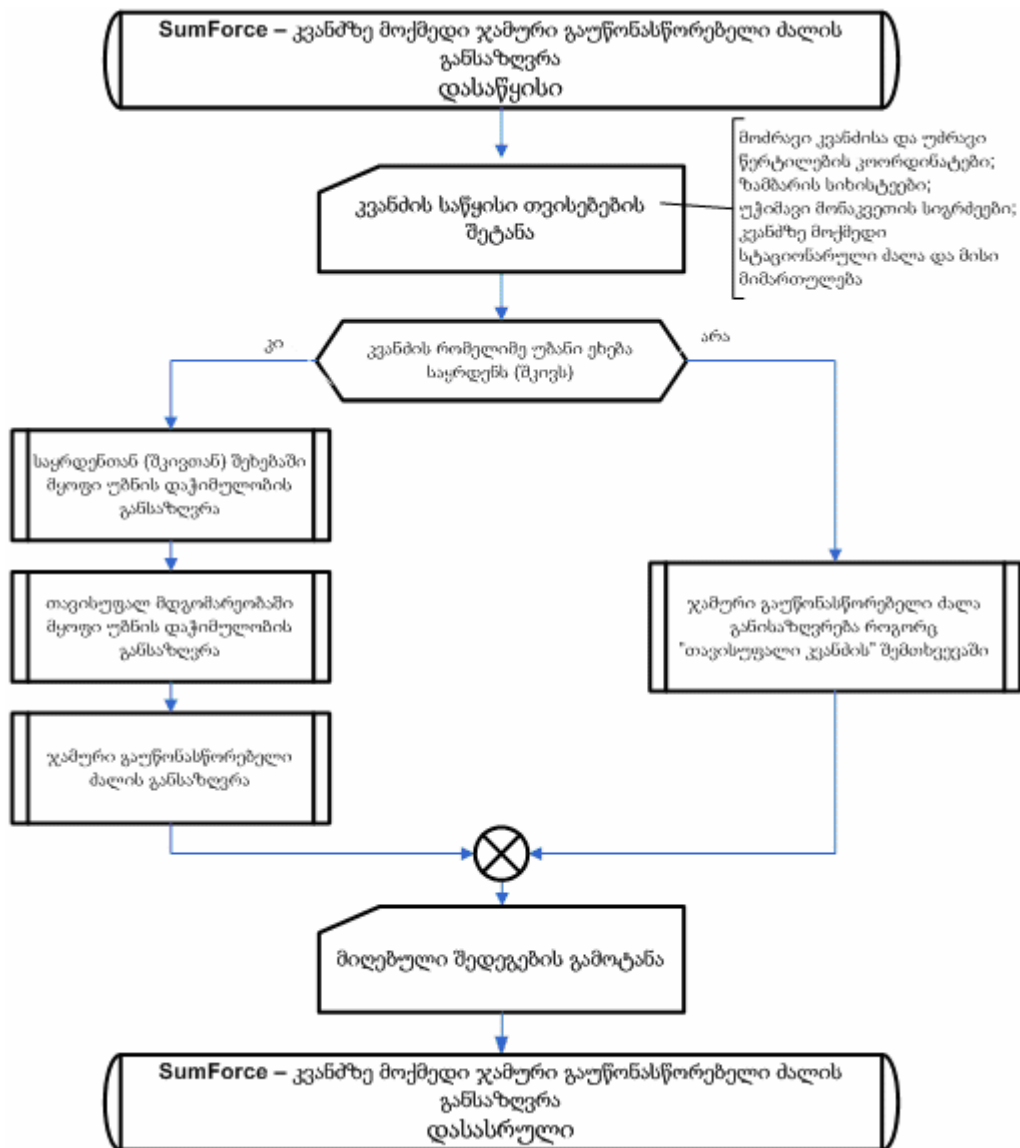
საშუალებით ვიპოვით დაჭიმულობებს მოძრავი წერტილის მარცხნივ და მარჯვნივ (იხ. ნახ.№ 8). აღნიშნული დაჭიმულობები მიმართული იქნება მოძრავი $0(x_0; y_0)$ -დან უძრავ $a(x_a; y_a)$ და $b(x_b; y_b)$ წერტილებისკენ.



ნახ.№ 55. "თავისუფალი კვანძი" - ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი

ნახ.№ 56 მოცემულია "კვანძი საყრდენთან" სტატუსის მქონე ელემენტარულ კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის

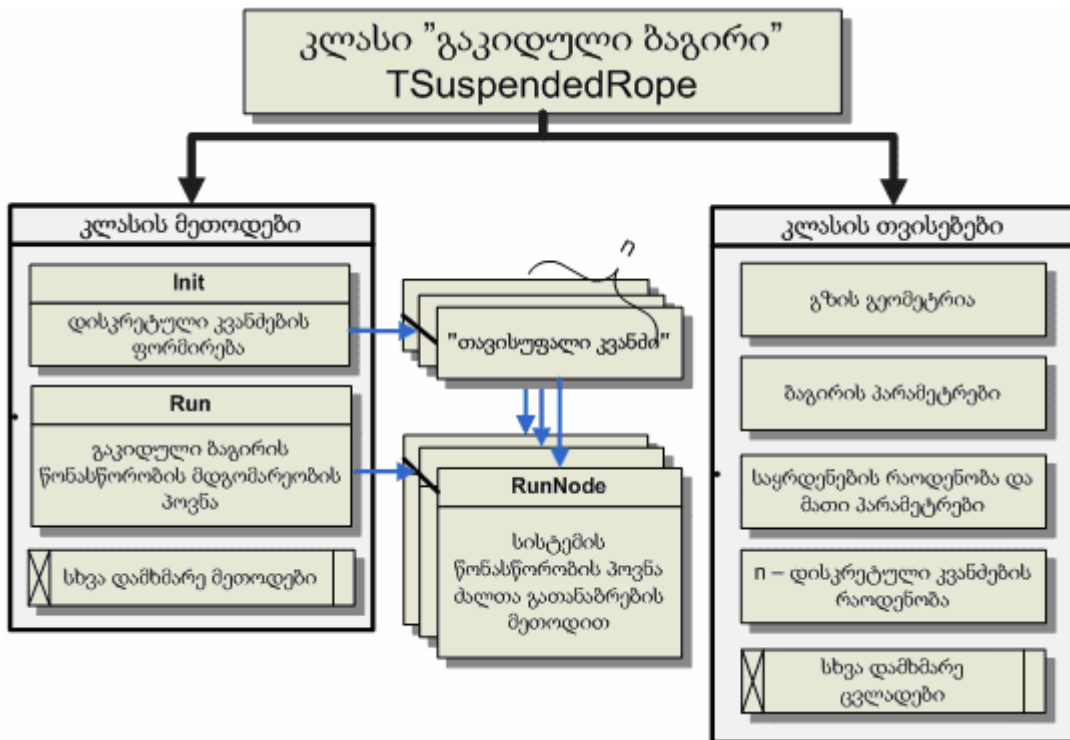
განსაზღვრის ალგორითმი. კვანძის რომელიმე უბანს შესაძლებელია გააჩნდეს საყრდენის ბუნიკთან (შკივთან) შეხება; აღნიშნულ უბანში დაჭიმულობა განისაზღვრება ნახ.№ 33-ზე ნაჩვენები თანამიმდევრობით. ანგარიშის დროს კვანძის სტატუსთან ერთად აუცილებად უნდა მოწმდებოდეს რომელიმე უბნის საყრდენთან შეხების ფაქტი და თუ ასეთ შემთხვევას ადგილი არ აქვს (იხ. ნახ.№ 32), ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი "თავისუფალი კვანძის" ანალოგიური იქნება.



ნახ.№ 56. "კვანძი საყრდენთან" - ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის განსაზღვრის ალგორითმი

4.3. კლასი "გაკიდული ბაგირი"

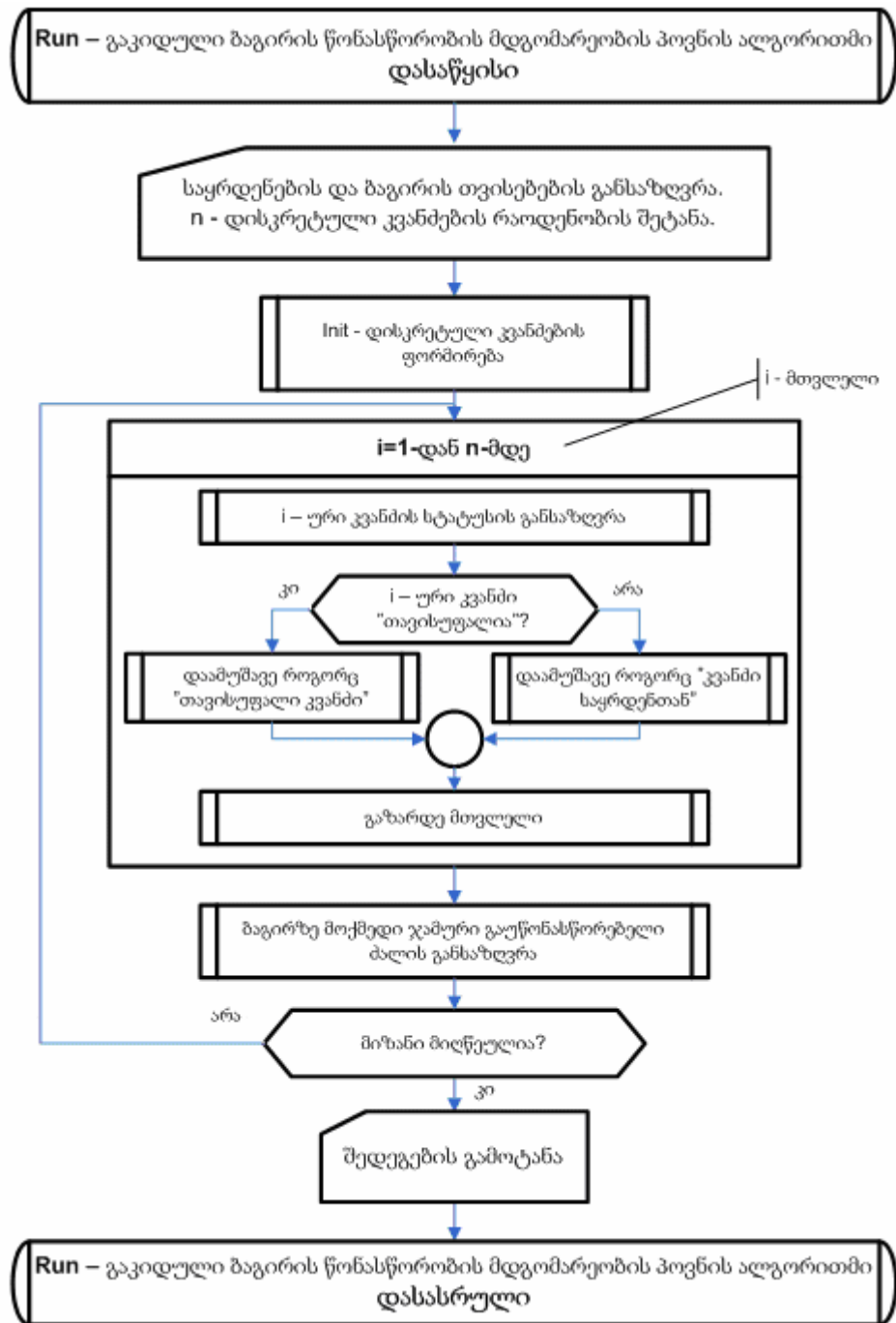
ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების კონცეფცია შესაძლებლობას იძლევა მივიღოთ უფრო რთული სტრუქტურის კლასები. მაგალითისთვის, კლასი "თავისუფალი კვანძი"-ს სასრული რაოდენობის ობიექტთა სიმრავლე გვაძლევს ახალ კლასს *TSuspendedRope* - "ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი" (შემდეგში - "გაკიდული ბაგირი").



ნახ.№ 57. ახალი კლასი - "ორ წერტილს შორის გაკიდული ბაგირი"

აღნიშნული კლასის მთავარ თვისებებს წარმოადგენს ბაგირგზის, ბაგირისა და საყრდენების პარამეტრები, დისკრეტული კვანძების რაოდენობა. მათ საფუძველზე *Init* მეთოდის საშუალებით ხდება შესაბამის რაოდენობის ობიექტის ("თავისუფალი კვანძი") ფორმირება და მათი საწყისი განლაგება (ნახ.№ 57). ობიექტების შექმნისას მთავარი სირთულე შემდეგში მდგომარეობს; წინასწარ შეუძლებელია იმის ცოდნა, თუ რამდენი კვანძი იქნება "თავისუფალი" და რამდენი "საყრდენთან". ამიტომ

თავდაპირველად ყველა კვანძი აღწერილია როგორც "თავისუფალი". თუ ანგარიშის დროს აღმოჩნდა, რომ რომელიმე კვანძი მიუახლოვდა საყრდენს, კომპიუტერის მეხსიერებაში შეიქმნება შესაბამისი კლასის ("კვანძი საყრდენთან") ეგზემპლარი, რომელიც მიმდინარე პარამეტრებზე დაყრდნობითა და შესაბამისი ალგორითმით შეასრულებს საჭირო გამოთვლებს.



ნახ.№ 58. გაკიდული ზაგირის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნის ალგორითმი

აღწერილი კლასის ანგარიშის მთავარ ნაწილს თავის თავზე იღებს ქვეპროგრამა *Run*, რომელიც სათითაოდ მიმართავს კომპიუტერის მეხსიერებაში შექმნილი n რაოდენობის "თავისუფალ კვანძს" და მისი *RunNode* ძალთა გათანაბრების მეთოდით პოულობს ბაგირის წონასწორობის მდგომარეობას (ნახ.№ 58).

ბაგირის წონასწორობის ხარისხის შესაფასებლად შეგვიძლია გამოვიყენოთ ბაგირზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის სიდიდე. თითოეული კვანძის მრავალჯერადი დამუშავების შედეგად აღნიშნული ძალა თეორიულად ნულისკენ, პრაქტიკულად კი მცირე ε სიდიდისკენ მიისწრაფის; ε -ის მნიშვნელობა დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე: ბაგირისა და ძალის პარამეტრებზე, დისკრეტული კვანძების რაოდენობაზე, გამომთვლელი ტექნიკის ანგარიშის სიზუსტეზე, კომპიუტერის მეხსიერებაში არსებული ცვლადების ტიპზე (*Real* - ნამდვილი რიცხვები; *Double* - ორმაგი სიზუსტის ნამდვილი რიცხვები) და ა.შ. მაგრამ, როგორც გამოცდილება გვიჩვენებს, ანგარიშის შეწყვეტის პირობის ჩამოყალიბებისას ბაგირზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის სიდიდის გამოყენება გარკვეულ სირთულეებთანაა დაკავშირებული. ეს საკითხი დეტალურადაა განხილული მომდევნო პარაგრაფში.

4.4. ანგარიშის შეწყვეტის პირობა

ბაგირის დისკრეტული მოდელის ანგარიშის დროს დიდი მნიშვნელობა აქვს იტერაციის პროცესის შეწყვეტის პირობის კორექტულ დასმას. კომპიუტერული მოდელირების დროს ყოველთვის არსებობს იმის საშიშროება, რომ იტერაციის პროცესი უსასრულოდ გაგრძელდეს; ამ პრობლემის თავიდან ასაცილებლად საჭიროა ანგარიშის შეწყვეტის პირობა ჩამოყალიბდეს ისეთი სახით, რომელიც გარანტირებულ შედეგს განაპირობებს (მისაღები სამანქანო დროის პირობებში).

წონასწორობის მდგომარეობაში ბაგირზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის სიდიდის საორიენტაციო მნიშვნელობა შესაძლებელია დადგენილი იქნას მრავალჯერადი რიცხვითი ექსპერიმენტით ბაგირის, ძალისა და დისკრეტული კვანძების პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის; მაგრამ, პროცესის თვალსაზრისით, გაცილებით კარგ შედეგს გვაძლევს ელემენტარული კვანძის დამუშავებისას გაკეთებული ბიჯების რაოდენობის კონტროლი.

როგორც უკვე ავღნიშნეთ (იხ. ნახ.№ 53), ელემენტარული კვანძის დამუშავებისას გაკეთებული ბიჯის შეფასება ხდება ორი ნიშნით - "კარგი" და "ცუდი" ბიჯები, რომელთა რაოდენობა ანგარიშის ნებისმიერ დროს ხელმისაწვდომ სიდიდეებს წარმოადგენს. ვთქვათ, ელემენტარული კვანძის დამუშავებისას გაკეთდა k და j რაოდენობის "კარგი" და "ცუდი" ბიჯები. იმ შემთხვევაში, თუ $k > 0$ - ე.ი. მოძრავმა წერტილმა ოდნავ მაინც წაინაცვლა წონასწორობის მდგომარეობისაკენ; როდესაც $k = 0$ - კვანძს აღარ შეუძლია წონასწორობის მდგომარეობასთან მიახლოვება და მიმდინარე მდებარეობა წარმოადგენს ზღვრულ მნიშვნელობას, მიუხედავად იმისა, თუ რა სიდიდის გაუწონასწორებელი ძალა მოქმედებს სისტემაზე. აღნიშნული თავისებურებიდან გამომდინარე, მთლიანი დისკრეტული სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნის შეწყვეტის პირობა შემდეგი სახით ფორმულირდება: "ანგარიში შეწყვიტე მაშინ, როდესაც არცერთ კვანძს აღარ შეუძლია კარგი ბიჯის გაკეთება":

$$\sum_{i=1}^n k_i = 0, \quad (4.1)$$

სადაც, n - დისკრეტული კვანძების რაოდენობა; k_i - i -ური კვანძის მიერ გაკეთებული "კარგი" ბიჯების რაოდენობა.

(4.1) პირობა შესაძლებელია გამოყენებული იქნას ნებისმიერი სისტემის დამუშავებისას, რომლის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნა ხდება ძალთა გათანაბრების მეთოდით.

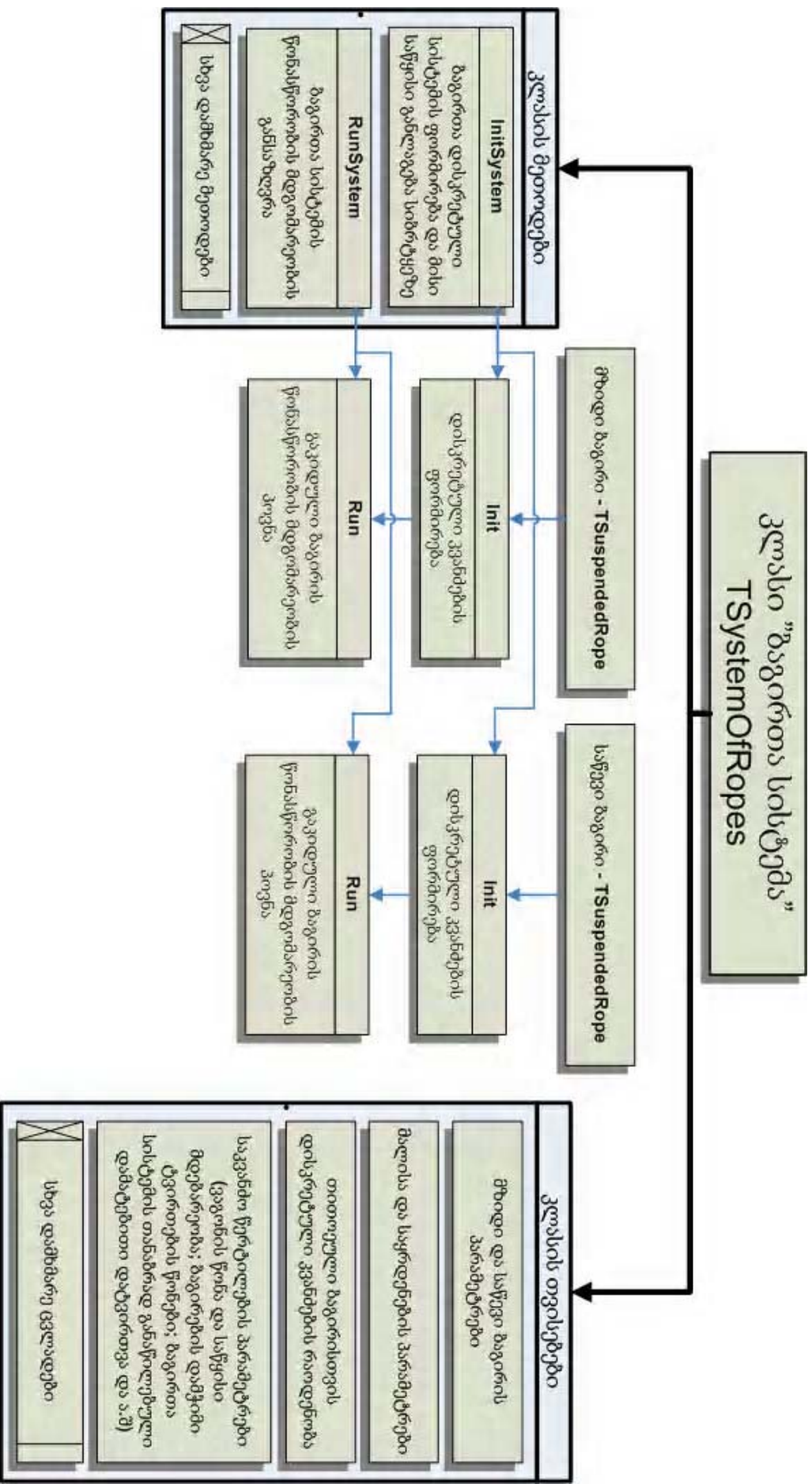
4.5. კლასი ”ბაგირთა სისტემა”

იერარქიული კიბის შემდეგ საფეხურს წარმოადგენს კლასი *TSystemOfRopes*, რომელიც პასუხისმგებელია ბაგირთა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნაზე (ნახ.№ 59). მისი მთავარი თვისებები განპირობებულია ბაგირთა სისტემების დამახასიათებელი სიდიდეებით. განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ორ მეთოდს (ქვეპროგრამას): *InitSystem* - სისტემის მომზადება-დისკრეტიზაცია და *RunSystem* - სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნა.

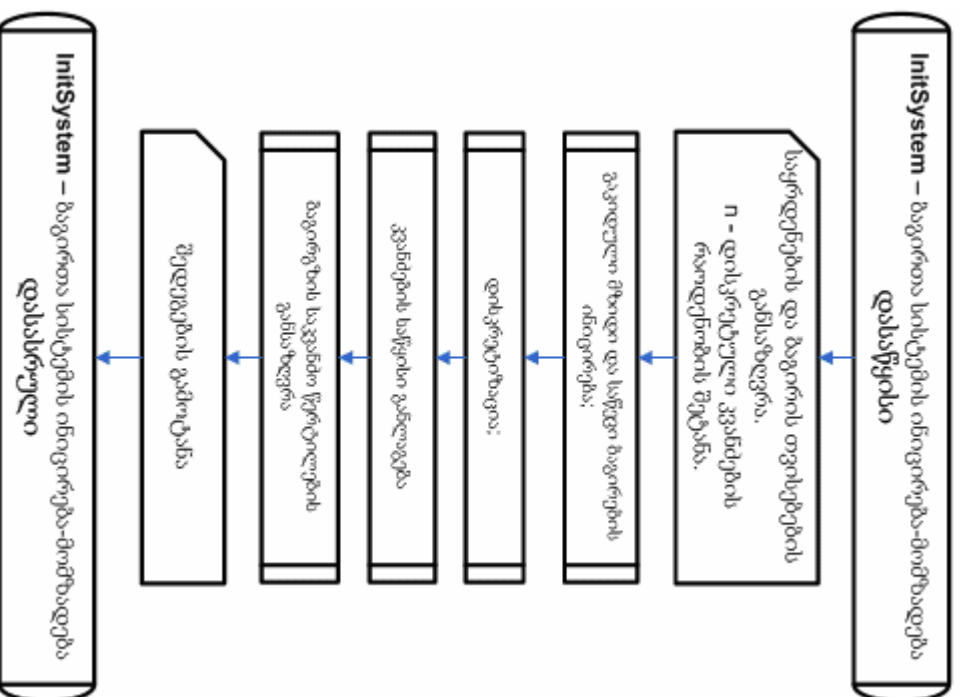
ქვეპროგრამა *InitSystem* კომპიუტერის მეხსიერებაში ქმნის *TSuspendedRope* კლასის ორ მთავარ ობიექტს - გაკიდულ მზიდ და საწევ ბაგირებს, გადასცემს მათ შესაბამის სიდიდეებს, ახდენს მათ დისკრეტიზაციასა და სიბრტყეზე საწყის განლაგებას შესაბამისი ობიექტის *Init* მეთოდის გამოძახებით (ნახ.№ 59). ბაგირის დისკრეტული კვანძების საწყისი კოორდინატები შესაძლებელია შევირჩიოთ შემთხვევითი პრინციპით, განვალაგოთ მალის მთავარ ქორდაზე, პარაბოლაზე ან სხვა ნებისმიერი სახით, ვინაიდან მიღებული შედეგების სიზუსტეზე ეს ფაქტორი პრაქტიკულად არავითარ გავლენას არ ახდენს.

ბაგირთა სისტემის ინიცირება-მომზადების ქვეპროგრამა აგრეთვე ახორციელებს ბაგირგზის საკვანძო წერტილების განსაზღვრას და მათი თავისებურებების გათვალისწინებას შემდგომი ანგარიშის დროს. ასეთი წერტილები შეიძლება იყოს საყრდენის ბუნიკებისა და მიმმართველი შკივების კოორდინატები, ვაგონის წონა და საწყისი მდებარეობა, ბაგირთა დამჭიმი ტვირთების წონები და ა.შ (ნახ.№ 60).

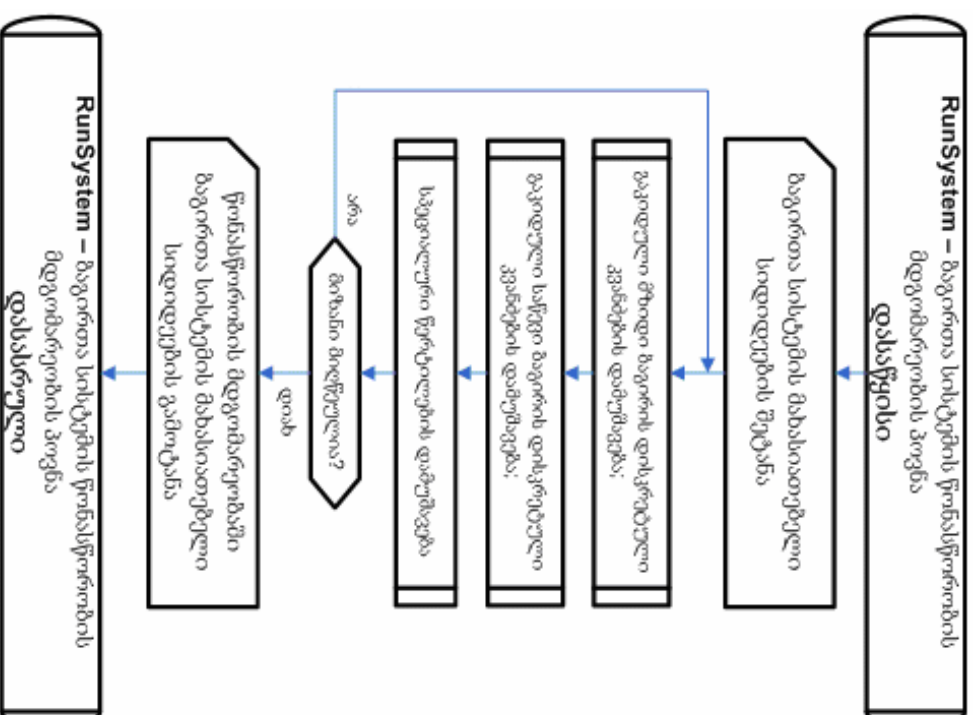
დისკრეტული კვანძებისა და სპეციალური წერტილების განსაზღვრის შემდეგ საჭიროა ვიპოვოთ მთლიანი ბაგირთა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობა; ამ ამოცანის გადაჭრას ახორციელებს მეთოდი *RunSystem* (ნახ.№ 59, ნახ.№ 61), რომელიც იყენებს მზიდი და საწევი ბაგირების *Run* მეთოდებს.



ნახ.№ 59. კლასი "ზაგირთა სისტემა"-ის სტრუქტურა



ნახ. № 60. ბავირთა სისტემის ინიცირება-მომზადება



ნახ. № 61. ბავირთა სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის განსაზღვრა

ქვეპროგრამა *RunSystem* რიგრიგობით ახდენს მზიდი და საწევი ბაგირის დისკრეტული კვანძების წანაცვლებას წონასწორობის მდგომარეობისაკენ. ყველა დისკრეტული კვანძის ერთჯერადი დამუშავების შემდეგ ხდება სპეციალური წერტილების - შკივების (საყრდენის ბუნიკებისა და ვაგონის) ანალიზი და მათზე მოქმედი ძალების განსაზღვრა; იმ შემთხვევაში, თუ სპეციალურ წერტილს შეუძლია გადაადგილება (მაგ. ვაგონი), ძალთა გათანაბრების მეთოდის თანახმად იგი შეიცვლის მდებარეობას, რასაც მოჰყვება მთლიანი სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის შეცვლა (წონასწორობის მდგომარეობისკენ "გადანაცვლება"). შემდეგ ეტაპზე განმეორებით მოხდება ბაგირთა დისკრეტული კვანძების დამუშავება და ა.შ, მანამ, სანამ მიზანი არ იქნება მიღწეული. როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, იდეალურ შემთხვევაში მიზანი მიიღწევა მაშინ, როდესაც სისტემის შემადგენლობაში შემავალ არცერთ დისკრეტულ კვანძს აღარ შეუძლია წონასწორობის მდგომარეობასთან უკეთესი მიახლოება.

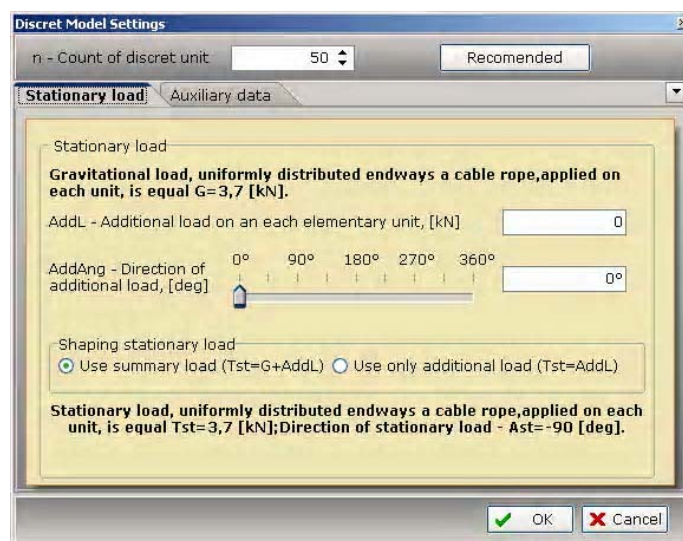
მზიდი და საწევი ბაგირის დისკრეტული კვანძების ანგარიშის დროს ჯამური გაუწონასწორებელი ძალების განსაზღვრა ხდება ნახ.№ 46, ნახ.№ 47, ნახ.№ 48 და ნახ.№ 49 ნაჩვენები სქემებით. საყრდენებსა და ვაგონზე ბაგირების მიერ შექმნილი დაწნევა იანგარიშება 3.2.2-ში მოცემული ალგორითმით.

ბაგირის დისკრეტული მოდელის შემთხვევაში სისტემის წონასწორობის მდგომარეობის პოვნა გულისხმობს ელემენტარული კვანძების კოორდინატების განსაზღვრას. ამის პარალელურად ცნობილია ზამზარის სიხისტეები და უჭიმავი მონაკვეთის სიგრძეები (ნახ.№ 8). ყველა აღნიშნული სიდიდე განაპირობებს ბაგირთა სისტემის სხვა პარამეტრების (ბაგირის დაჭიმულობა, ჩაკიდულობა, მხების კუთხე და ა.შ) განსაზღვრას.

4.6. ბაგირთა სისტემის ანგარიშის კომპიუტერული პროგრამა

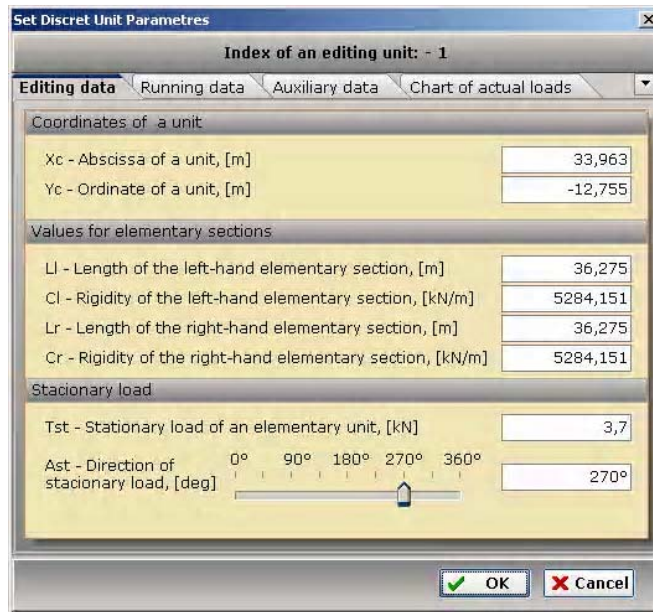
განხილული ბაგირთა სისტემის გაანგარიშების ალგორითმი ჩვენს მიერ რეალიზებული იქნა *Delphi*-ს გარსში, რომელიც ეფუძნება ობიექტზე ორიენტირებული პროგრამირების ალგორითმულ ენას *Object Pascal*. შევნიშნოთ, ეს გარემოება სრულებითაც არ გამორიცხვას ბაგირთა სისტემების დამუშავებისას სხვა ენების გამოყენების შესაძლებლობას.

პროგრამა *RSM (Rope System Model)* აღჭურვილია მონაცემთა შეტანა-კორექცია-დამახსოვრების მექანიზმით, რომელიც მომხმარებელთან ინტერაქტიულ (დიალოგურ) რეჟიმში ახორციელებს საწყისი მონაცემების კორექტულობის შემოწმებას, განსაზღვრავს სხვადასხვა სიდიდეების რეკომენდებულ მნიშვნელობებს და ა.შ. (ნახ.№ 62, ნახ.№ 63).



ნახ.№ 62. დისკრეტული კვანძების რედაქტირების დიალოგური ფანჯარა

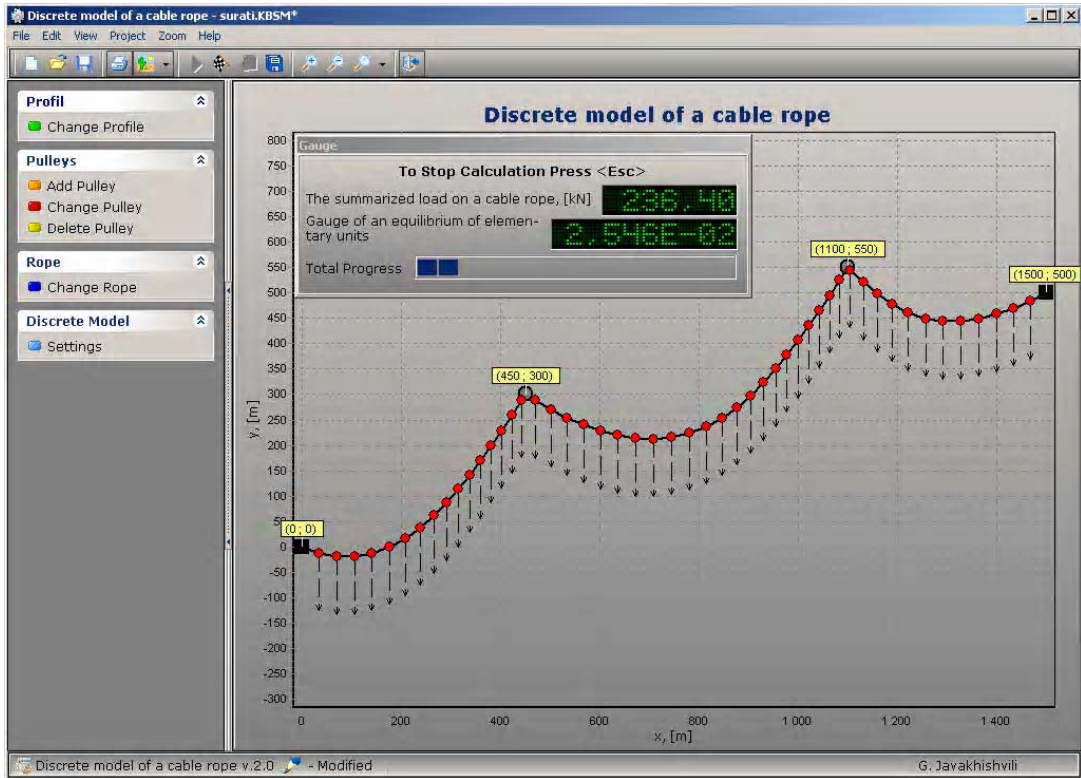
ანგარიშისთვის აუცილებელ მონაცემთა კლასიფიკაცია ხდება ორი ნიშნით - მთავარი და დამხმარე; მთავარი სიდიდეებია ბაგირგზის ბაგირთა სისტემების მახასიათებელი პარამეტრები; დამხმარე მონაცემებს განეკუთვნებიან ანგარიშის პროცესის მმართველი და საკონტროლო (მონიტორინგის) სიდიდეები.



ნახ.№ 63. ელემენტარული კვანძის საწყისი სიდიდეების რედაქტირების დიალოგური ფანჯარა

აუცილებელი სიდიდეების შეტანისა და მათი კორექტულობის შემოწმების შემდეგ პროგრამა ახორციელებს ანგარიშს, რომლის მსვლელობის თვალის მიდევნება შესაძლებელია გრაფიკულ რეჟიმში (ნახ.№ 64). ისრებით ნაჩვენებია დისკრეტულ კვანძებზე მოქმედი სტაციონარული ძალა და მისი მიმართულება; ინდიკატორების ფანჯარა განსაზღვრავს ანგარიშის სავარაუდო ხანგრძლივობას, ბაგირზე მოქმედ ჯამურ გაუწონასწორებელ ძალასა და სხვა დამხმარე სიდიდეებს.

ანგარიშის რიცხვითი შედეგები შესაძლებელია ეკრანზე გამოვიტანოთ ნებისმიერ დროს ცხრილის სახით, მოვახდინოთ მათი დათვალიერება, საწყისი სიდიდეების რედაქტირება, შემდგომი ანალიზისთვის მათი ექსპორტირება MS Excel -ის ელექტრონული ცხრილის სახით, საბეჭდო მოწყობილობაზე ბეჭდვა და ა.შ.



ნახ.№ 64. გაკიდული ბაგირის გაანგარიშების პროცესი

The screenshot shows a software window titled "View Nodes" displaying a table of node coordinates and properties. The table has the following columns: №, Xa, [m], Ya, [m], Xc, [m], Yc, [m], Xb, [m], Yb, [m], Tst, [kN], Ast, [Deg], C1, [kN/m], L1, [m], and C2. The table contains 20 rows of data, representing nodes 1 through 20. The data is as follows:

| № | Xa, [m] | Ya, [m] | Xc, [m] | Yc, [m] | Xb, [m] | Yb, [m] | Tst, [kN] | Ast, [Deg] | C1, [kN/m] | L1, [m] | C2 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------|------------|------------|---------|----|
| 1 | 0,000 | 0,000 | 29,412 | 9,804 | 58,824 | 19,608 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 2 | 29,412 | 9,804 | 58,824 | 19,608 | 88,235 | 29,412 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 3 | 58,824 | 19,608 | 88,235 | 29,412 | 117,647 | 39,216 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 4 | 88,235 | 29,412 | 117,647 | 39,216 | 147,059 | 49,020 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 5 | 117,647 | 39,216 | 147,059 | 49,020 | 176,471 | 58,824 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 6 | 147,059 | 49,020 | 176,471 | 58,824 | 205,882 | 68,627 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 7 | 176,471 | 58,824 | 205,882 | 68,627 | 235,294 | 78,431 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 8 | 205,882 | 68,627 | 235,294 | 78,431 | 264,706 | 88,235 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 9 | 235,294 | 78,431 | 264,706 | 88,235 | 294,118 | 98,039 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 10 | 264,706 | 88,235 | 294,118 | 98,039 | 323,529 | 107,843 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 11 | 294,118 | 98,039 | 323,529 | 107,843 | 352,941 | 117,647 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 12 | 323,529 | 107,843 | 352,941 | 117,647 | 382,353 | 127,451 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 13 | 352,941 | 117,647 | 382,353 | 127,451 | 411,765 | 137,255 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 14 | 382,353 | 127,451 | 411,765 | 137,255 | 441,176 | 147,059 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 15 | 411,765 | 137,255 | 441,176 | 147,059 | 470,588 | 156,863 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 16 | 441,176 | 147,059 | 470,588 | 156,863 | 500,000 | 166,667 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 17 | 470,588 | 156,863 | 500,000 | 166,667 | 529,412 | 176,471 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 18 | 500,000 | 166,667 | 529,412 | 176,471 | 558,823 | 186,274 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 19 | 529,412 | 176,471 | 558,823 | 186,274 | 588,235 | 196,078 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |
| 20 | 558,823 | 186,274 | 588,235 | 196,078 | 617,647 | 205,882 | 3,20000 | -90,000 | 6043,5000 | 31,3725 | 60 |

The software interface includes a menu bar (File) and buttons for Export, Preview, Print, and Close. At the bottom, there are OK and Cancel buttons.

ნახ.№ 65. ანგარიშის შედეგების ფანჯარა

დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომი ეძღვნება აქტუალური სამეცნიერო პრობლემის - ბაგირგზის ბაგირთა სისტემის მანქანური გაანგარიშების ალგორითმის დამუშავებას და მისი გამოყენებით ბაგირთა სისტემის კვლევას. ბაგირთა სისტემების მიღებული კომპიუტერული მოდელი საშუალებას გვაძლევს მაქსიმალურად გავითვალისწინოთ ბაგირგზების უსაფრთხო ექსპლუატაციისადმი წაყენებული მოთხოვნები, შევამციროთ საინჟინრო პროექტირებისას მიღებული უხეში დაშვებებისა და გამარტივებების საერთო რაოდენობა. შედეგად უზრუნველყოფილია საბაგირო სისტემების ანგარიშის მაღალი სიზუსტე.

ჩატარებული კვლევები იძლევა შემდეგი ძირითადი დასკვნების გამოტანის შესაძლებლობას:

გაკიდული ბაგირის ანგარიშის კლასიკური მეთოდების გამოყენებით მიღებული შედეგები, განსაკუთრებით გრძელი მალის შემთხვევაში, ხასიათდებიან გარკვეული ცდომილებებით, რომლებიც შესაძლებელია გახდნენ ბაგირგზის უსაფრთხო ექსპლუატაციის დარღვევის წინაპირობა. გაკიდული ბაგირის ანგარიში საყრდენებთან ახლოს უმჯობესია ვაწარმოოთ ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენებით. ამ შემთხვევაში ბაგირის რეალურ მექანიკურ და ფიზიკურ თვისებებს არსებითად ითვალისწინებს თავად მოდელი, რაც განაპირობებს ანგარიშის შედეგების მაღალ სიზუსტეს.

ჯაჭვწირის პარაბოლით აპროქსიმაციის მეთოდის გამოყენებით ჩატარებული ბაგირთა სისტემების წინასწარი კვლევით დადგინდა, რომ შესაძლოა საწევი ბაგირი საკუთარი დაჭიმულობით არა თუ ზრდიდეს, არამედ ამცირებდეს კიდევ მზიდი ბაგირის შეყურსულ დატვირთვას. ჩვენს მიერ განხილულ მაგალითებში ნათლად ჩანს, რომ საყრდენებთან ახლოს საწევი ბაგირის მიერ შექმნილი დამატებითი ძალა შესაძლოა მნიშვნელოვანი სიდიდის იყოს. აღნიშნულის გათვალისწინება აუცილებელია ბაგირგზის დინამიკური პროცესების კვლევისას, რამეთუ გამოირიცხოს მოძრავი შემადგენლობის საყრდენზე გადასვლისას ვაგონის

ურიკის მზიდი ბაგირიდან ამოვარდნა ან საყრდენის ბუნიკის არასწორი მონტაჟი.

დეტალურად იქნა გამოკვლეული ბაგირის დისკრეტული კვანძის დამუშავების ალგორითმი - ძალთა გათანაბრების მეთოდი, რომელიც ახდენს კვანძზე მოქმედი ჯამური გაუწონასწორებელი ძალის მინიმიზაციას. დადგინდა, რომ მიზნობრივ ფუნქციას მინიმუმის მახლობლად შეიძლება გააჩნდეს "ბრტყელი ფსკერი", მაგრამ ამის მიუხედავად, აღნიშნული ალგორითმი განაპირობებს ანგარიშის რეალურ შედეგებს.

შემუშავებული ალგორითმები ეფუძნება ბაგირის დისკრეტულ მოდელს, ითვალისწინებს ბაგირის ინერციულ, დრეკად და დისიპაციურ თვისებებს, საყრდენის ბუნიკზე ხახუნის ძალის არსებობას და სხვა მნიშვნელოვან მექანიკურ თუ ფიზიკურ თვისებებს, რაც განაპირობებს მიღებული შედეგების საიმედოობას და მაღალ სიზუსტეს. მათემატიკური მოდელირებისგან განსხვავებით, დამუშავებული მოდელით აღნიშნული სისტემის ანგარიშის შედეგებზე გავლენას ვერ ახდენს სისტემის მდებარეობის პირველი მიახლოება.

ვაგონით დაკავშირებული მზიდი და საწვევი ბაგირების დისკრეტული მოდელის შექმნასთან ერთად დამუშავებულია სხვადასხვა სახის საბაგრო სისტემების საანგარიშო სქემები, რაც კიდევ ერთხელ ადასტურებს მსგავსი ამოცანების გადაჭრისას ბაგირის დისკრეტული მოდელის გამოყენების ეფექტურობას.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. კ. ბარამიძე, ი. კოგანი. სამგზავრო კიდული საბაგირო გზები. თბილისი: განათლება. 1969, 248 გვ.
2. Отчет по научно-исследовательской работе «Разработка математического обеспечения и программной документации по расчету несущего каната с глухим закреплением концов для ПКД с кольцевым и маятниковым движением». Институт горной механики. Тбилиси, 1988, 115 с.
3. Дукельский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Москва-Ленинград: Машиностроение, 1951, 396 с.
4. Беркман М.Б., Бовский Г.Н., Куйбида Г.Г., Леонтьев Ю.С. Подвесные канатные дороги. Москва: Машиностроение, 1984, 264 с.
5. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. Москва: Наука, 1980, 240.
6. Якубовский Ю.В., Живов В.С., Коритынский Я.И., Мигушов И.И. Основы механики нити. Москва: «Легкая индустрия», 1973, 271 с.
7. Патарая Д.И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог. Тбилиси: Мецниереба, 1991, 102 с.
8. Патарая Д.И., Цверикмазашвили Н.И. Об использовании вычислительной техники при расчетах подвесных канатных дорог. Горная электромеханика – Научные труды. 1979, №7(217), 31-38 с.
9. Патарая Д.И., Цверикмазашвили Н.И. Математическое описание статического состояния канатной системы маятниковой подвесной дороги. Горная электромеханика и автоматика – Научные труды. 1982, №4 (249), 34-39 с.
10. Патарая Д.И., Цверикмазашвили Н.И. О зависимостях между параметрами маятниковых подвесных канатных дорог. Горная электромеханика и автоматика – Научные труды. 1980, №9 (230), 85-89 с.
11. Флоринский Ф.В. О взаимодействии между шкивом и канатом в условиях неравномерного движения каната на ободу. Стальные канаты - Научные труды, №6, 1969, 315-318 с.
12. Малиновский В.А. Стальные канаты, Часть II, Основы теории изгиба и взаимодействия с опорной поверхностью. Одесса: Астропринт, 2002, 178 с.
13. Отчет по научно-исследовательской работе «Установка автоматического управления работой 20 маятниковых канатных

дорог». Грузинский политехнический институт – Институт горного дела. Тбилиси, 1963, 305 с.

14. Правила устройства и безопасной эксплуатации пассажирских подвесных и буксировочных канатных дорог. Федеральный горный и промышленный надзор россии. №32, 2003.
15. ბ. გელიშვილი, გ. ჯავახიშვილი. საწევი ბაგირის გავლენა ბაგირგზის მზიდი ბაგირის დატვირთვაზე. სამთო ჟურნალი, 2001, №1(6), 44-45 გვ.
16. ბ. გელიშვილი, გ. ჯავახიშვილი. ბაგირგზის საწევი ბაგირის გავლენა მზიდ ბაგირზე მოქმედ ჩაწერტებულ დატვირთვაზე. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, შრომები, 2004, №2(452), 80-83 გვ.
17. გ. ჯავახიშვილი. გაკიდული ბაგირის სხვადასხვა მეთოდით ანგარიში. ინტელექტუალი, 2007, №5, 59-64 გვ.
18. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Москва: Наука, 1972, 544 с.
19. Осецкий В.М., Горбачев Б.Г., Доброборский Г.А., Козловский Н.С., Моисеенко Е.И., Маясников Г.В., Перевалов В.С., Фальк И.Н. Прикладная механика. Москва: Машиностроение, 1977, 488 с.
20. Квасов Б.И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. Москва: Физматлит, 2006, 360с.
21. Бур К. Практическое руководство по сплайнам. Москва: Радио и связь, 1985, 303 с.
22. Щенен П., Коснар М., Гардан И., Робер Ф., Робер И., Витомски П., Кастельжо П. Математика и САПР – Основные методы. Книга 1. Москва: Мир, 1988, 206с.
23. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления – Том первый. Москва: Наука, 1976, 456 с.
24. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления – Том второй. Москва: Наука, 1985, 560 с.
25. Первозвансий А.А. Поиск. Москва: Наука, 1970, 264 с.
26. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. - Москва: Наука, 1972, 544с.
27. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MatLab 7. Санкт-Петербург: БХВ - Петербург, 2005, 1104с.
28. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1/7+SIMULINK 5/6® Основы применения. Москва: СОЛОН-Пресс, 2005, 800 с.

29. თ. იმედაძე, ნ. მჭედლიძე, ი. დავითაშვილი. მართვის პრობლემათა თანამედროვე ანალიზი Matlab-ის პროგრამული უზრუნველყოფით. თბილისი, ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2003, 160 გვ.
30. Lyshevski S.E. Engineering and Scientific Computations Using MATLAB®. WILEY-INTERSCIENCE, Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003, 240 p.
31. Otto S.R., Denier J.P. An Introduction to Programming and Numerical Methods in MATLAB. Springer, London, 2005, 468 p.
32. Фленов М.Е. Библия Delphi. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2004, 880 с.
33. Бобровский С.И. Delphi 7. Учебный курс. Санкт-Петербург: Питер, 2003, 736 с.