

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

რამაზ ინაძე

ენგურჰესის წყალსაცავში წყლის დონის  
ცვალებადობასთან დაკავშირებით კაშხლის  
რეაქციის დროის კვლევა

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

აკტორეფერატი

თბილისი  
2016 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის  
სამთო-გეოლოგიური ფაკულტეტის  
საინჟინრო გეოდეზიისა და გეოინფორმატიკის დეპარტამენტში

სამეცნიერო ხელმძღვანელები: პროფესორი მურმან მესხი  
პროფესორი სულიკო ფირალიშვილი

რეცენზენტები: *პროფესორი ანდროსი ჩიქაბიძე*  
*პროფესორი პირიან ყაფიასვიციანი*

დისერტაციის დაცვა შედგება 2016 წლის "5" ივლისს, 15:00 საათზე  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამთო-გეოლოგიური  
ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის №54 სხდომაზე.  
III კორპუსი, აუდიტორია №239  
მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,  
ხოლო ავტორეფერატისა - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი,  
ასოცირებული პროფესორი

დ. თევზაძე

## შესავალი

დისერტაციაში დასმული საკითხი – ენგურჰესის თაღოვანი კაშხლის რეაქციის კვლევა წყალსაცავში წყლის დონის (წწდ) ცვლილებაზე – ფაქტობრივად, საინჟინრო ნაგებობის ერთ–ერთი დეფორმაციული პარამეტრია.

დეფორმაციული პარამეტრების გაზომვა და დადგენა შესაძლებელია არა მარტო ამ დარგის სპეციალისტების (გეოდეზისტის, გეოფიზიკოსის, გეოლოგის, ჰიდროლოგის და სხვ.) მიერ ჩატარებული დაკვირვებებისა და განაზომების შედეგად, არამედ მათემატიკური სტატისტიკის ერთ–ერთი განყოფილების – დროითი რიგების ანალიზის გამოყენებითაც.

ამრიგად, ვინაიდან კვლევის საკითხი გეოდეზიური და გეოფიზიკური მეთოდებით პირდაპირ გაზომვას არ ექვემდებარება, ვიყენებთ ენგურჰესის ტექნიკურ სისტემაში ფორმირებული დროითი რიგების ანალიზის მეთოდს, რომელიც არაპირდაპირი გზით დაგვეხმარება მიზნის მიღწევაში.

ანალიზისათვის განკუთვნილი დროითი რიგებია: წყალსაცავში წყლის დონის ცვლილება, რომლის განზომილებაა მეტრი და კაშხლის სხვადასხვა ჰორიზონტებსა და სექციებში დამაგრებული დახრილობის გამზომი ხელსაწყოების – ე.წ. დახრმზომების მაჩვენებლები რომელთა განზომილებაა – კუთხური სეკუნდები.

უნდა აღინიშნოს, რომ დახრმზომთა ფაქტობრივი მაჩვენებლები არ წარმოადგენს მხოლოდ წწდ ცვლილებაზე რეაქციას. ამ მაჩვენებლებში წწდ ცვლილების გარდა შედიან სინთეზური გავლენის მქონე ისეთი გაუზომავი და მოდელში გაუთვალისწინებელი ფაქტორები, როგორცაა სისტემის ტემპერატურული რეჟიმი, კაშხლის ტანში წყლის დრენაჟი და შესაძლოა სხვა ფაქტორები.

ზოგჯერ ერთიან სისტემას გააჩნია რეაქციის დაგვიანების საწყისი ინტერვალი, რომლის შემდეგ იგი იწყებს შემავალ პროცესზე რეაგირებას. ხშირად ეს დრო უცნობია და მისი მიახლოებითი სიდიდის გამოსავლენად საჭიროა ექსპერიმენტების ჩატარება მოდელებზე, რაც გამოიხატება რეაქციის დაგვიანების დროის პარამეტრის ( $\tau$  უწყვეტი პროცესის და  $b$ –

დისკრეტული პროცესისას) ჩართვით მოდელში. ამ მოდელთა ნარჩენი შეცდომების (ფაქტიური და მოდელით გამოთვლილი რიგის წევრთა სხვაობა) კვადრატების ჯამის მინიმუმი მიგვანიშნებს რეაქციის დაგვიანების დროის ალბათურ სიდიდეზე.

**თემის აქტუალურობა.** ქვეყნის ენერგეტიკული უზრუნველყოფა მისი დამოუკიდებლობის გარანტია, რაშიც დიდი წილი მიუძღვის ჰიდროენერგეტიკულ პოტენციალს, რომლითაც მდიდარია საქართველო.

ენერგეტიკის სხვა ბუნებრივი რესურსებისგან განსხვავებით, ჰიდროენერჯის წყარო განახლებადი, ეკოლოგიურად სუფთა და ეკონომიკურად იაფი წყაროა.

საქართველოს მრავალი ჰიდროენერგეტიკული ობიექტიდან განსაკუთრებით გამორჩეულია თავისი უნიკალურობითა და გრანდიოზულობით ენგურჰესის მაღლივი კაშხალი ორმაგი სიმრუდის მქონე თაღით, რაც საინჟინრო აზროვნებისა და შემოქმედების სიამაყედ შეიძლება ჩაითვალოს.

2015 წ. იუნესკოს გადაწყვეტილებით, ენგურჰესის მაღლივ თაღოვან კაშხალს კულტურული მემკვიდრეობის ძეგლის სტატუსი მიენიჭა, რაც კიდევ უფრო ზრდის პასუხისმგებლობას მის უსაფრთხო ექსპლუატაციაზე.

იმისათვის, რომ კაშხლის დეფორმაციული მახასიათებლების სრულყოფილი სურათი გვექონდეს, საჭიროა ვიცოდეთ მისი რეაქცია წნდ სისტემატურ, პერიოდულ (სეზონურ) ცვლილებაზე ანუ გავიგოთ დროის რა მონაკვეთში რეაგირებს კაშხალი წყლის დონის განსაზღვრული დოზით (საფეხურით) ცვლილებაზე. ეს საშუალებას მოგვცემს წინასწარ გათვლილი სტრატეგიით მოვახდინოთ წნდ ცვლილების რეგულირება კაშხლის რეაქციის სტაბილიზაციის მიზნით.

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს დისერტაციაში დასმული საკითხის აქტუალურობა.

**სამუშაოს მიზანი.** სადისერტაციო თემაში დასმული საკითხის კვლევის მიზანია სრულყოფილი გავხადოთ ენგურჰესის კაშხლის დეფორმაციული კვლევის პროცესი მასში ახალი პარამეტრის – კაშხლის რეაქციის დროის კვლევა წნდ ცვლილებაზე – ჩართვით.

**კვლევის ობიექტი.** თემაში დასმული საკითხის კვლევა ჩატარდა ენგურჭესის მაღლივი კაშხლის მაგალითზე, რაც პრეცედენტული შეიძლება გახდეს სხვა, მსგავსი შემთხვევების დროს.

**კვლევის მეთოდი.** სადოქტორო დისერტაციის თემის კვლევისას გამოყენებულია მათემატიკური სტატისტიკის ერთ–ერთი განყოფილების – დროითი რიგების ანალიზის მეთოდი.

დროითი რიგების ანალიზის მეთოდის დადებითი მხარეა მიღებული მოდელების სხვადასხვა მიზნით პრაქტიკული გამოყენება, რაც დისერტაციაში დაწვრილებითაა განხილული.

**მეცნიერული სიახლე.** თემაში დასმული პრაქტიკული საკითხის გადაჭრისათვის გამოყენებულია მათემატიკური სტატისტიკის დროითი რიგების ანალიზის მეთოდი. ჩვენი ინფორმაციით აღნიშნული წარმოადგენს მეცნიერულ სიახლეს საკითხის გადაწყვეტაში როგორც მეთოდური, ისე საკითხის დასმის თვალსაზრისით.

**ძირითადი შედეგები.** ენგურჭესის ერთიანი ტექნიკური სისტემის ფაქტიური დროითი რიგების (წყალსაცავში წყლის დონეებისა და კაშხლის 402 ჰორიზონტზე განლაგებული დახრმზომების მაჩვენებლების) საფუძველზე, მათი დისკრეტიზირებითა და ახალი სხვადასხვანტერვალის დროითი რიგების აგრეგირებით მიღებული მოდელებით დადგენილია რიგების წევრთა შორის ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდე და კაშხლის რეაქციის დრო წყალსაცავში წყლის დონის ცვლილებაზე.

**კვლევის შედეგების გამოყენების სფერო.** კვლევის შედეგები შეიძლება გამოყენებული იქნეს როგორც ენგურჭესის კაშხლის პირობებში პროცესების სტაბილიზაციისათვის, ისე სხვა მსგავს შემთხვევებში სათანადო კორექტირებით.

**ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა.** სადისერტაციო ნაშრომი შეიცავს შესავალს, ოთხ თავსა და დასკვნებს. სადისერტაციო ნაშრომი წარმოდგენილია 128 გვერდზე და შეიცავს 43 ნახაზსა და 25 ცხრილს.

## I თავი. დროითი რიგების ანალიზის არსი

დროითი რიგი დროში მოწესრიგებული თანამიმდევრული სიდიდეების ერთობლიობაა, რომლის წარმოშობის ძირითადი წყარო ბუნებაში მიმდინარე პროცესები და ტექნიკასა და ეკონომიკაში ჩატარებული ცდებია ანუ სხვანაირად, საქმე გვაქვს ბუნებრივ და ემპირიულ დროით რიგებთან.

დროითი რიგის ანალიზის ძირითადი მეთოდებია სპექტრალური და პარამეტრული. პირველი ხასიათდება მრავალი პარამეტრითა და სირთულით, მაშინ როდესაც მეორე გამოირჩევა მცირე პარამეტრიანობით და შედარებით მარტივი სახისაა.

დროითი რიგები ერთმანეთისგან განირჩევიან არა მარტო წარმოშობით, არამედ შინაგანი ბუნებით, თვისებებით, რომელთაგან აღვნიშნავთ ძირითადს – სტაციონარულობასა და არასტაციონარულობას, სეზონურობასა და პერიოდულობას და სხვ. სეზონური რიგები იმავდროულად პერიოდულებია, მაშინ როდესაც პერიოდული რიგები ყოველთვის სეზონურები არ არიან.

როდესაც ტექნიკური პროცესის ფიზიკური მექანიზმი ცნობილია, შედგება მისი თეორიული მოდელი, ხოლო, როდესაც უცნობია სათანადო ინფორმაციის ნაკლებობით, გვიხდება ემპირიული მოდელის გამოყენება. ზუსტი თეორიული და ემპირიული მოდელები ორ უკიდურესობას მიეკუთვნება. ჩვეულებრივ, იყენებენ ალბათურ, შემთხვევით ანუ სტოქასტიკურ მოდელებს, რომლებიც შუალედურ პოზიციას იჭერენ თეორიულ და ემპირიულ მოდელებს შორის და ხშირად საკმაოდ ზუსტად აღწერენ პროცესს.

ზოგადად, დროითი რიგების ალბათურ მოდელებს ხშირად იყენებენ ყველა იმ ტექნიკურ, ეკონომიკურ და სხვ. დარგში, სადაც საქმე გვაქვს დროში ცვალებად ემპირიული სიდიდეების ანალიზთან და გვიხდება მოდელების გამოყენება პროცესების პროგნოზირების, რეგულირების, სტაბილიზირებისა ან სხვა მიზნით. ასეთი მოდელების მიმართ მთავარი

მოთხოვნებია: წრფივობა და მაქსიმალურად მარტივი სახე; პარამეტრების მინიმალური რაოდენობა; პროცესის ადექვატურობა.

ზოგადად, დროითი რიგი პერიოდულია, როდესაც მისი ერთმანეთის მსგავსი თავისებურებები მეორდება ყოველი  $n$  რაოდენობის საყრდენი ინტერვალის შემდეგ (ენგურჰესის პირობებში  $n=12$  თვეს ანუ 1 წელს). წყალსაცავის შევსება–დაცლის პერიოდი გრძელდება ერთი წელი თვიური საყრდენი ინტერვალით. წწდ და დახრმზომის მაჩვენებელთა დროითი რიგები ამავე დროს სეზონურიცაა – წყალსაცავი ივსება გაზაფხულ–ზაფხულის დაახლოებით 6 თვიან და იცლება შემოდგომა–ზამთრის 6 თვიან ინტერვალში, რაც დაკავშირებულია წყლის მოდენასთან – წვიმების სეზონთან, თოვლის დნობასთან, წყლის ხარჯვასთან და სხვ.

პერიოდულ (სეზონურ) დროით რიგებში მნიშვნელოვან ფაქტად ითვლება  $s$  ინტერვალით დაშორებული წევრების მსგავსება. თუ რიგს წარმოვიდგენთ ცხრილის სახით, რომელშიც ჰორიზონტალურად განვალაგებთ ერთი რომელიმე წლის 12 თვის მონაცემებს, ხოლო ვერტიკალურად – სხვადასხვა წლების მონაცემებს, მაშინ ცხრილის სტრუქტურაში ადვილი შესამჩნევი იქნება ის ფაქტი, რომ მნიშვნელოვანია არა ერთი, არამედ ორი დროითი ინტერვალი – თვე და წელი. ცხრილიდან გამოჩნდება, რომ არსებობს განსაზღვრული თანაფარდობა: მოცემული რომელიმე თვის სხვადასხვა წლებში მაჩვენებლებს შორის და მოცემული რომელიმე წლის სხვადასხვა თვეებში მაჩვენებლებს შორის. ამ დროს პერიოდულობის ეფექტი ვლინდება ასეთი სახით:

– რომელიმე წლის რომელიღაც თვის მონაცემები მსგავსია და ამდენად სტატისტიკურად დაკავშირებულია წინა წლების იმავე თვის მონაცემებთან ავტორეგრესიული მოდელით ( $12, 24, \dots$  სხვაობითი ოპერატორით). ასეთივე სახის მოდელები გვექნება წლის ყველა თვისათვის. მოსალოდნელია, რომ ამ მოდელების პარამეტრები დაახლოებით ერთნაირი იქნება, მაგრამ არ არის აუცილებელი, რომ მათი ნარჩენი შეცდომები ურთიერთკორელირებულნი იყვნენ.

– ერთი რომელიმე წლის პერიოდის ფარგლებში თვეების მონაცემთა ერთმანეთთან დაკავშირება ხდება მეორე სახის მოდელით, სადაც ფიგურირებს „თეთრი ხმაური“.

ორივე სახის მოდელის გაერთიანებით ვღებულობთ დინამიკური სისტემის გადამცემი ფუნქციის მულტიპლიკატორული სახის მოდელს, რომელმაც ადექვატურად უნდა ასახოს სისტემაში მიმდინარე პროცესები.

სეზონურ პროცესებთან დაკავშირებით აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ დროითი რიგის წევრები ერთმანეთთან მჭიდრო კავშირს ამჟღავნებენ არა რიგში მიმდევრობით, არამედ პერიოდული თანამიმდევრობით –  $z_t, z_{t-12}, z_{t-24}, \dots$ . სეზონურ ავტორეგრესიულ მულტიპლიკატორულ მოდელში, როგორც ვხედავთ, განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენენ  $t-12, t-24, \dots$  რიგის წევრები, რაც ეწინააღმდეგება ინტუიციასა და საღ აზრს. ძნელია წარმოვიდგინოთ, რომ  $z_t$  რიგის წევრებზე მოქმედებდეს შემფოთებები, მომხდარი 12, 24, ... საყრდენი ინტერვალის უკან.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, დროით რიგში წევრთა ტენდენციას გაზრდის ან შემცირებისკენ, ზოგადად ტრენდი ეწოდება. დროითი რიგი უმეტეს შემთხვევაში ინტერპრეტირდება როგორც ჯამი ტრენდისა (რიგის სისტემატური ნაწილი) და შეცდომისა (რიგის შემთხვევითი ნაწილი). ითვლება, რომ შემთხვევით ნაწილს აქვს ერთნაირი დისპერსია და ურთიერთკორელირებულნი არიან. ზოგადად, ტრენდი შეიძლება იყოს დეტერმინირებული, კოვარიაციული, პერიოდული ან სხვა სახის. ტრენდის პერიოდულობა ნიშნავს, რომ იგი თითქმის ზუსტად მეორდება დროის განსაზღვრული შუალედის შემდეგ. ასეთი განმეორებები ზოგჯერ აბსოლუტურად რეგულარული და პერიოდულია (მაგალითად, 1 წელი წყალსაცავში წყლის დონისათვის). ტრენდი ასახავს დროითი რიგის წევრთა ცვლილებას, მაგრამ იმავე დროს, თვით ტრენდის ხასიათიც შესაძლოა იცვლებოდეს დროში. და ეს ცვლილება შეიძლება იყოს წრფივი, არაწრფივი, კოვარიაციული, სინუსოიდალური, პერიოდული, სისტემატური, ფლუქტუაციური ან სხვა სახის.



გადამცემი ფუნქციის მოდელების იდენტიფიცირებისას გასარკვევია ფაქტორთა ურთიერთზეგავლენის საკითხი, კერძოდ გამომავალ პროცესზე მოქმედი ფაქტორებიდან რომელია ძირითადი, არსებითი, ეგზოგენური (უკუკავშირის არმქონე) და რომელი არა, ე.ი. უნდა დადგინდეს ფაქტორთა მიზეზ–შედეგობრიობა, რომელსაც არ ახასიათებს სიმეტრიულობის თვისება, თუმცა გამორიცხული არ არის. მაგალითად, წწდ ცვლილება მოქმედებს კაშხლის მოძრაობაზე, მაგრამ პირიქით მოვლენას არ აქვს ადგილი. იმავეს თქმა ტემპერატურისა და წყლის დრენაჟის ფაქტორებზე ალბათ არ იქნება გამართლებული, რადგან არ არის გამორიცხული კაშხლის მოძრაობამ გავლენა იქონიოს ამ ფაქტორებზე.

ზოგადად, ეგზოგენური ფაქტორი მეტი გავლენის მქონეა გამომავალ პროცესზე, ვიდრე არაეგზოგენური, თუმცა მათაც აქვთ შედეგზე გავლენა.

როგორც აღვნიშნეთ, მრავალგანზომილებიანი პროცესი შედგება შემავალი და გამომავალი პროცესებისგან, სადაც გამომავალი ის პროცესია, რომლის ქცევაც გვანტერესებს, მაგრამ მასზე უშუალო ზემოქმედება არ შეგვიძლია (კაშხლის რეაქცია). მისი ცვლილება შესაძლებელია მხოლოდ შემავალ პროცესზე (წწდ ცვლილება) ზემოქმედებით (დონის ცვლილების რეგულირებით). ამრიგად, შემავალი პროცესი დამოუკიდებელია, ხოლო გამომავალი – დამოკიდებული.

გამომავალი პროცესის დროითი რიგის წევრები, პროცესის ინერციულობის გამო, დამოკიდებულია როგორც შემავალი, ისე გამომავალი პროცესების მიმდინარე და წარსულ წევრებზე, არც ის არის გამორიცხული, რომ ზოგჯერ ერთიან სისტემაში ადგილი ჰქონდეს შემავალ–გამომავალი პროცესების დახურულ უკუკავშირსაც.

ორ ან მეტ ფაქტორს შორის დამოკიდებულების ამსახველი გადამცემი ფუნქცია შეიძლება იყოს უწყვეტი სახის და ამ შემთხვევაში ის აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით, ან წყვეტილი სახის, დისკრეტული, რომელიც აღიწერება პარამეტრული, ავტორეგრესიული მოდელით.

რეალურ მონაცემებთან დაკავშირებულმა მოდელმა უნდა გაითვალისწინოს არა მარტო შემავალ–გამომავალ პროცესებს შორის დინამიკური ურთიერთობა, არამედ სისტემაში არსებული ხმაური,

შეშფოთება, რომელთა ნაწილი ემორჩილება რეგისტრირებას ანუ გაზომვადია, ნაწილი კი გაუზომვადია ე.წ. „თეთრი ხმაურის“ სახით.

ყოველივე, ზემოთ განხილულის საფუძველზე შეიძლება გამოვიტანოთ ზოგადი სახის დასკვნა – დროითი რიგების ანალიზის შედეგად მიღებული ალბათური სახის მოდელი უნდა იყოს მაქსიმალურად მარტივი სახის, ეკონომიური – პარამეტრიზაციის თვალსაზრისით და პროცესის ადეკვატური. ასეთი სახის მოდელი დაგვეხმარება პროცესის პროგნოზირებასა და რეგულირებაში, დროითი რიგის წევრთა შორის ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდის დადგენასა და გამომავალი პროცესის რეაქციის დროის დადგენაში შემავალ პროცესთან მიმართებაში.

## **II თავი. დროითი რიგის მოდელის იდენტიფიცირება**

დროით რიგზე მოდელის მორგებისას ძირითადია სწორად იქნეს შერჩეული მოდელთა კლასიდან ის, რომელიც ყველაზე ადეკვატურად ასახავს ფაქტიურ მონაცემებს.

საერთოდ, ერთგანზომილებიანი დროითი რიგის იდენტიფიკაციისას ავტოკორელაციური ფუნქცია მიგვანიშნებს, თუ რიგის რომელი წევრები იქნება მნიშვნელოვანი, ხოლო მრავალგანზომილებიანი მოდელის იდენტიფიცირებისას იმავე როლს ურთიერთკორელაციური ფუნქცია ასრულებს.

ზოგადად, მოდელი შეიძლება შევარჩიოთ პროცესის ფიზიკური არსით, ინტიუციითა და გამოცდილებით ან იტერაციულად, ცდისა და შეცდომის გზით.

მოდელის იდენტიფიცირებისას უნდა დაცული იქნეს პარამეტრების ეკონომიურობის პრინციპი, რაც იმას ნიშნავს, რომ მცირე რაოდენობის პარამეტრების შემცველი მოდელი შეიძლება უფრო ადეკვატური იყოს, ვიდრე მრავალპარამეტრიანი. გარდა ამისა, პარამეტრების რაოდენობის გაზრდით მცირდება მათი განსაზღვრის სიზუსტე.

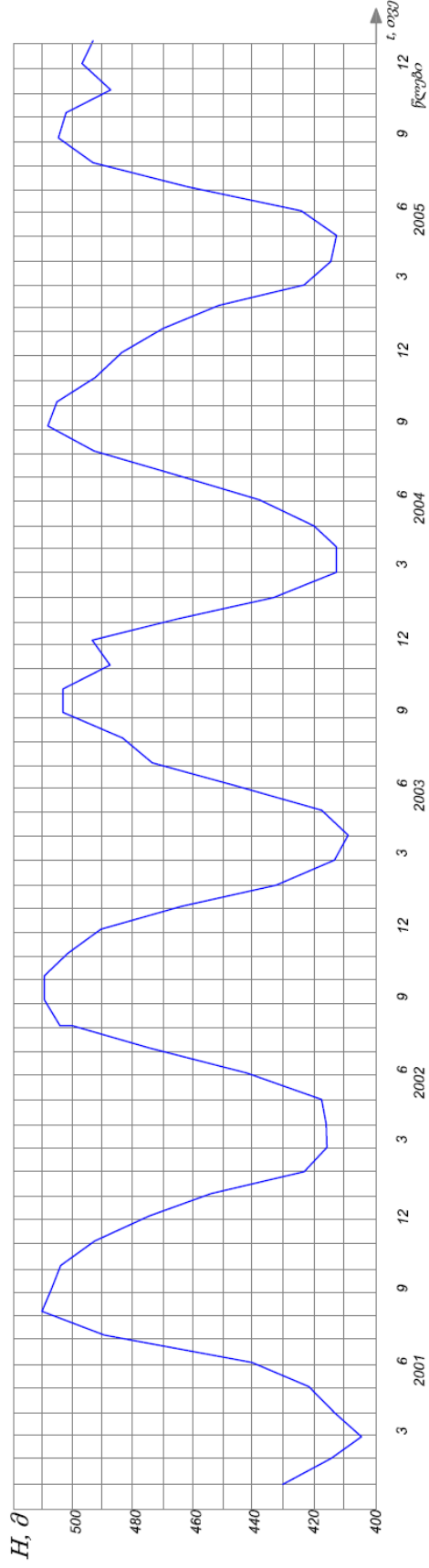
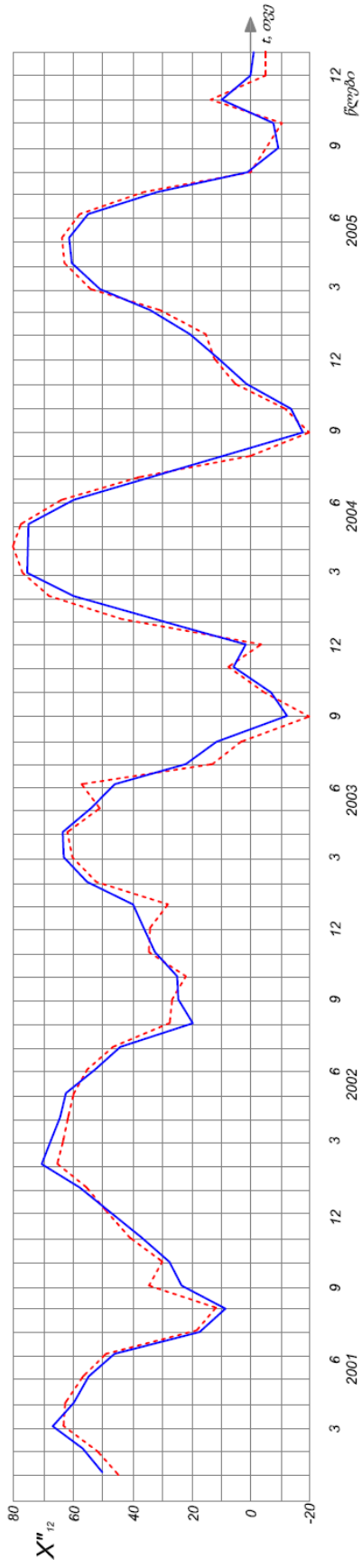
აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ მოდელის შედგენის პროცესი არასაიმედო იქნება, თუ გენერალური ერთობლიობიდან საანალიზოდ

ამოღებული დროითი რიგი არარეპრეზენტატულია. მიღებულია, რომ რიგი რეპრეზენტატულია, თუ მისი წევრების რაოდენობა (პერიოდული რიგისათვის – საყრდენი ინტერვალების) არანაკლებია 50–ზე, ხოლო სასურველია მეტი იყოს 100–ზე.

მოდელის იდენტიფიკაციისა და პარამეტრების შეფასების ეტაპები ერთმანეთისგან მკვეთრად გაუმიჯნავი პროცედურებია. ერთი მეორეში გადადის და ხშირად მოდელის სახის გაუმჯობესებაში მნიშვნელოვან როლს პარამეტრების შეფასების პროცედურა ასრულებს.

ჩვენს წინაშე მდგომი ამოცანის – ენგურჰესის კაშხლის რეაქციის დროის კვლევა წწდ ცვლილებაზე – გადასაწყვეტად საჭირო მოდელთა საიდენტიფიკაციოდ ვიყენებთ წწდ ცვლილებისა ( $H_t$ ) და კაშხლის 402 ჰორიზონტზე განლაგებული დახრმზომების მაჩვენებელთა ( $X_t$ ) დროით რიგებს: 2001–2005 წწ ( $N = 60$  საყრდენი ინტერვალით); 2011–2013 წწ ( $N = 30$  საყრდენი ინტერვალით); 2012–2013 წწ ( $N = 24$  საყრდენი ინტერვალით). პირველი ორი დღელამურინტერვალანია, ხოლო მესამე – საათურ–ინტერვალანია. გარდა ამისა პირველი რიგი წარმოდგენილია ერთი დახრმზომით, ხოლო ორი მომდევრო – სამით. პირველი რიგი აკმაყოფილებს რეპრეზენტატულობის მოთხოვნას, დანარჩენი ორი – ნაკლებად. თუმცა მათ ვიყენებთ ანალიზისათვის, რადგან წარმოდგენილი არიან სამი დახრმზომით. მათი გამოყენებით მიღებული დასკვნები შეიძლება რაოდენობრივი მაჩვენებლებით ნაკლებსაიმედონი იყვნენ, თუმცა თვისობრივად და ხარისხობრივად ისინი იმავე ხასიათის მქონენი არიან, როგორც პირველი რიგი.

ქვემოთ, სანიმუშოდ მოცემულია 2001–2005 წწ წწდ და დახრმზომის მაჩვენებელთა დროითი რიგების გრაფიკული გამოსახულება (ნახ. 1). ნახაზზე წყვეტილი ხაზით ნაჩვენებია იმავე რიგის გრაფიკული გამოსახულება, მოდელით მიღებული. როგორც ნახაზიდან ჩანს, მოდელი ადეკვატურად ასახავს ფაქტიურ რიგს, რადგან საკმაოდ ზუსტად იმეორებს პროცესის პერიოდულობას.



ნახ. 1. წყალსაცავში წყლის დონეთა ( $H_t$ ), დახრმზომის ფაქტიურ ( $X_{12}$  მთლიანი ხაზი) და მოდელით მიღებულ ( $X_{12}^m$  წყვეტილი ხაზი) მაჩვენებელთა დიაგრამების (2001–2005 წწ).

ქვემოთ მოცემულია ერთ- და მრავალგანზომილებიანი დროითი რიგების მოდულების იდენტიფიცირებისათვის საჭირო ავტო- და ურთიერთკორელაციური ფუნქციების გამოყენების პროცედურები.

აღნიშნოთ დროითი რიგი ზოგადად  $Z_t$ -თი, სადაც  $t$  არის დისკრეტული დრო (საათი, დღეღამე, თვე, წელი).  $Z_t$  და  $Z_{t+k}$  წევრებს შორის კოვარიაციას ეწოდება ავტოკოვარიაცია  $k$  დაყოვნებით, რომელიც ორ წევრს შორის ინტერვალის რაოდენობაა.  $C_k$  ავტოკოვარიაცია განისაზღვრება ფორმულით

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}), \quad k = 1, 2, \dots, \sim N/4, \quad (2.1)$$

სადაც  $N$  არის დროითი რიგის წევრთა რაოდენობა (პერიოდული რიგის დროს-საყრდენ ინტერვალთა რაოდენობა),  $\bar{Z}$  - დროითი რიგის წევრთა საშუალო არითმეტიკული. რიგის წევრებს შორის ურთიერთკორელაციები დგინდება ფორმულით

$$r_k = \frac{C_k}{C_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^N (Z_t - \bar{Z})(Z_t - \bar{Z})} = \frac{C_k}{\sigma_z^2}, \quad k = 1, 2, \dots, \sim N/4, \quad (2.2)$$

სადაც  $C_0 = \sigma_z^2$  არის დროითი რიგის წევრთა დისპერსია ( $r_0 = 1$ ).

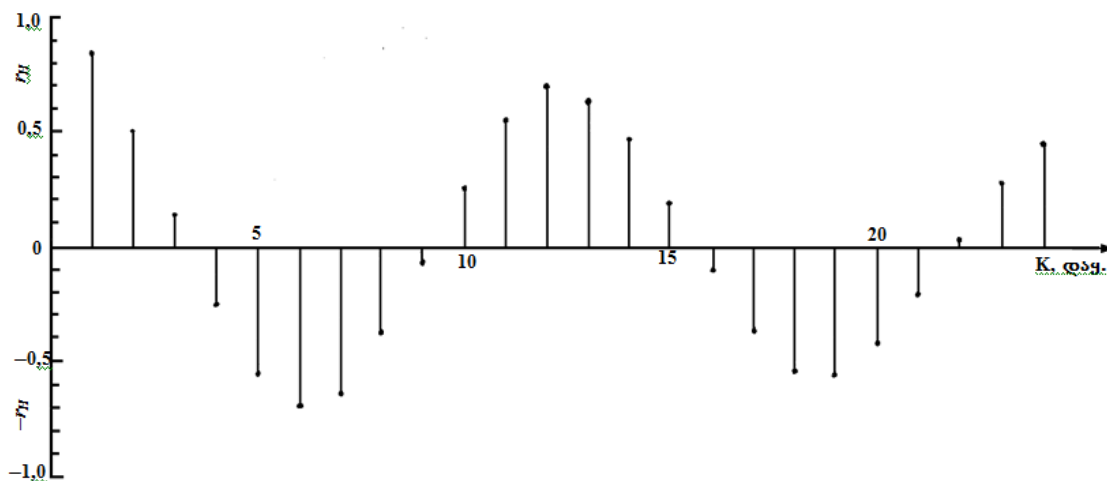
ავტოკორელაციების სტანდარტული შეცდომა (სკშ)  $\sim N^{-1/2}$  რიგისაა, რაც გამომდინარეობს კორელაციის კოეფიციენტის სკშ სიდიდიდან

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N-1}}. \quad (2.3)$$

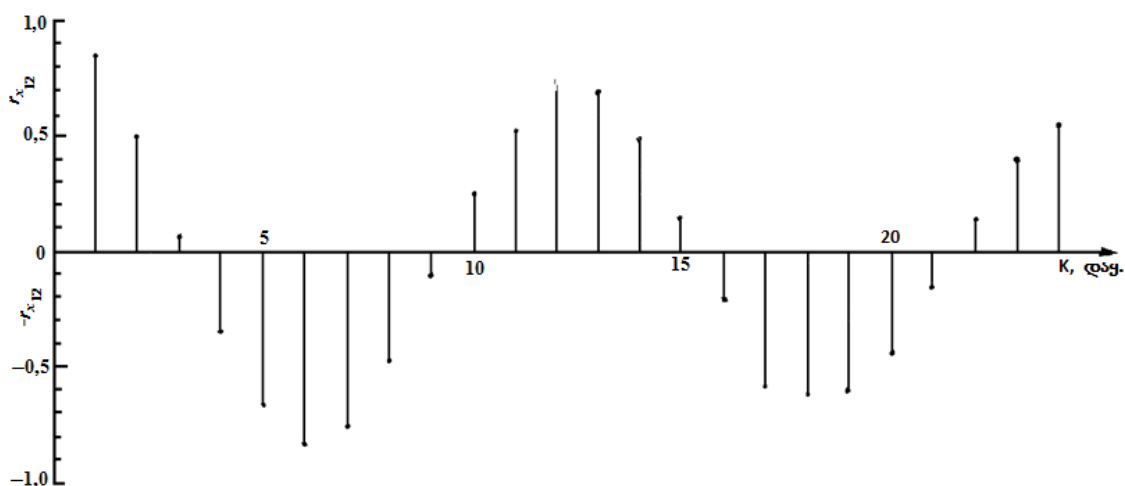
თუ  $N$  მეტია 100-ზე, ხოლო  $r$  მცირეა ( $r < 0,5$ ), მაშინ მიახლოება  $\sigma_r \approx N^{-1/2}$  დამაკმაყოფილებელია.

2001-2005 წწ დროითი რიგების ავტოკორელაციები მოცემულია ქვემოთ ნახაზებზე (ნახ. 2 და ნახ. 3).

რაც შეეხება მრავალგანზომილებიანი რიგების მოდელთა იდენტიფიცირების პროცესს, როგორც აღვნიშნეთ, ამისათვის ვიყენებთ რიგების ურთიერთკორელაციურ ფუნქციას.



ნახ. 2. წყლის დონეთა ავტოკორელაციები (2001-2005 წწ)



ნახ. 3. დახრმზომის მაჩვენებელთა ავტოკორელაციები (2001-2005 წწ)

გადამცემ ფუნქციაში, რომელიც ფაქტიურად მრავალგანზომილებიან პროცესს განასახიერებს, შემავალი და გამომავალი დროითი რიგების ავტოკოვარიაციები გამოისახება ფორმულებით:

$$\left. \begin{aligned} C_{xx}(k) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}); \\ C_{yy}(k) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}). \end{aligned} \right\} k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \sim N/4, \quad (2.4)$$

ხოლო ურთიერთკოვარიაციები – ფორმულებით:

$$\left. \begin{aligned} C_{xy}(k) = C_{yx}(-k) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}); \\ C_{yx}(k) = C_{xy}(-k) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(x_{t+k} - \bar{x}). \end{aligned} \right\} k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \sim N/4. \quad (2.5)$$

გადამცემ ფუნქციაში შემავალი ცალკეული რიგების სტანდარტული შეცდომების გამოსათვლელად ვიყენებთ ფორმულას:

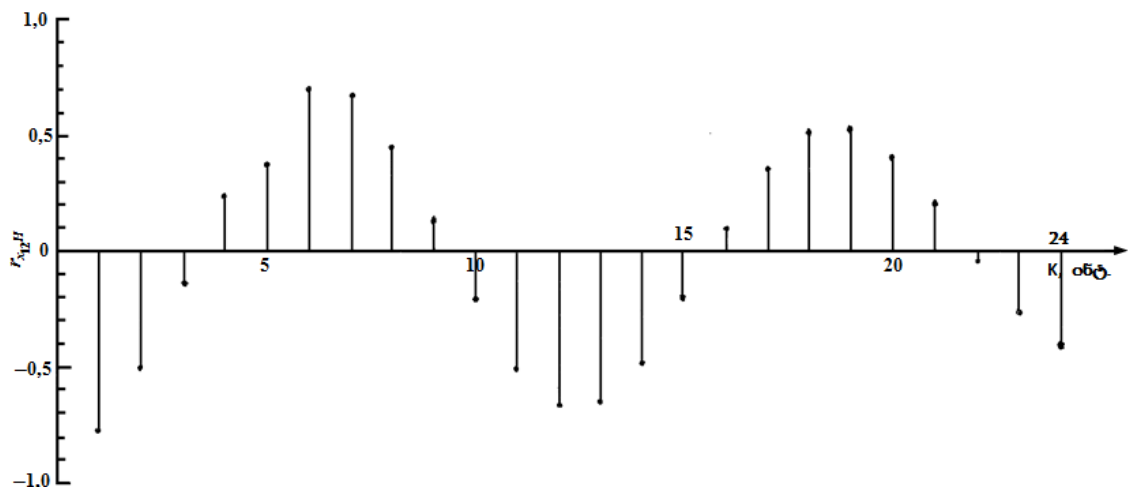
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \left[ \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 / N \right]^{1/2}, \\ \sigma_y &= \left[ \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2 / N \right]^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

დროით რიგებს შორის ურთიერთკორელაციები გამოითვლება ფორმულით

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \sim N/4 \quad (2.7)$$

პრაქტიკულად, როგორც ავტო-, ისე ურთიერთკორელაციური ფუნქციების გამოსათვლელად  $N$  რაოდენობა არ უნდა იყოს 50-ზე ნაკლები.

ურთიერთკორელაციური ფუნქცია წარმოდგენილია ნახ. 4-ზე.



ნახ. 4. წწდ და დახრმზომის მაჩვენებელთა ურთიერთკორელაციები (2001–2005 წწ)

როგორც 2, 3 და 4 ნახაზებზე მოცემული ავტო- და ურთიერთკორელაციური ფუნქციების გრაფიკული გამოსახულებებიდან ჩანს, როგორც ერთ, ისე მეორე შემთხვევაში დროითი რიგების მოდელების იდენტიფიცირებისათვის მნიშვნელოვანია  $k = 1, 6, 12$  დაყოვნებებიანი წევრები, რაც სეზონური (პერიოდული) დროითი რიგებისათვის არის დამახასიათებელი.

თუ სეზონური (პერიოდული) მოდელის შესადგენად გამოვიყენებთ სამივე დაყოვნების ოპერატორს, გადამცემი ფუნქცია იქნება მრავალპარამეტრიანი (15), ხოლო ორი ოპერატორის ( $B$  და  $B^{12}$ ) გამოყენებისას, მივიღებთ 7 პარამეტრიან მოდელს. შერჩევას გამოვრიცხეთ  $B^6$  ოპერატორი, როგორც შედარებით ნაკლები კორელაციის მქონე.

ამრიგად, იდენტიფიკაციის შედეგად შერჩეული მოდელის სახე ასეთია

$$(1-B)(1-B^{12})X_t = (1-B)(1-B^{12})H_t, \quad (2.8)$$

სადაც  $B$  არის რიგში უკან ძვრის ოპერატორი ( $BZ_t = Z_{t-1}$ ,  $B^2Z_t = Z_{t-2}$ , ...,  $B^nZ_t = Z_{t-n}$ ).

(2.8) მოდელი გაშლილი სახით ასე დაიწერება

$$X_t - BX_t - B^{12}X_t + B^{13}X_t = H_t - BH_t - B^{12}H_t + B^{13}H_t. \quad (2.9)$$

საბოლოოდ, მოდელში პარამეტრების გათვალისწინებით იგი დაიწერება შემდეგი სახით

$$X_t = \delta_1 X_{t-1} + \delta_2 X_{t-12} - \delta_3 X_{t-13} + \omega_0 H_{t-b} - \omega_1 H_{t-1-b} - \omega_2 H_{t-12-b} + \omega_3 H_{t-13-b}, \quad (2.10)$$

სადაც  $b$  არის კაშხლის რეაქციის დაყოვნების დრო წწდ ცვლილებისას და გამოისახება წევრთა შორის დროის ინტერვალობით.

შემავალი პროცესის  $t-1$ ,  $t-12$  და  $t-13$  ოპერატორების  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  და  $\omega_3$  პარამეტრები განსაზღვრავს (2.10) მოდელი მულტიპლიკატორული სახის იქნება თუ არა. ამისათვის აღნიშნულმა პარამეტრებმა უნდა დააკმაყოფილონ პირობა

$$\omega_1 \cdot \omega_2 - (-\omega_3) < 2\sigma_\omega. \quad (2.11)$$

სადაც  $\sigma_\omega$  არის  $\omega_i$  პარამეტრების დადგენის სტანდარტული შეცდომა, რომელიც ტოლია  $\sigma_\omega \approx N^{-1/2}$ . 2001–2005 წწ დროითი რიგების მოდელებმა შემოწმებისას დაადასტურეს მათი მულტიპლიკატორული სახე, რაც პრაქტიკულად გამოიხატება სხვადასხვა ინტერვალის მქონე მოდელების პარამეტრების მცირეოდენ ცვლილებაში.

თუ მოვახდენთ მოცემული დროითი რიგების დისკრეტიზირებასა და მათი ახალ, სხვადასხვა ინტერვალის მქონე რიგებად აგრეგირებას და



მათში შევიტანთ დამატებით  $b$  პარამეტრებს ( $b = 0,1,2,\dots$  ინტერვალებში გამოსახულს), როგორც ეს (2.10) მოდელშია წარმოდგენილი, მაშინ ამ მოდელთა ნარჩენი შეცდომების კვადრატების ჯამის მინიმუმი იქნება ის კრიტერიუმი, რომელიც მიგვანიშნებს რეაქციის დროს წყდ ცვლილებისას.

(2.10) სახით იდენტიფიცირებული გადამცემი ფუნქციის ფაქტორთა ( $X_t$  და  $H_t$ ) ინდექსების გამოთვლა ხდება ქვემოთ ცხრილში (ცხრ.2) მოცემული სქემითა და ტოლობებით. შედეგად მივიღებთ სხვადასხვა დროითი რიგებისათვის სხვადასხვა ინტერვალის შემცველ ახალ დროით რიგებს.

მოდელის ზოგადი სახე

$$X_t = \delta_1 X_{t-A} + \delta_2 X_{t-B} - \delta_3 X_{t-C} + \omega_0 H_{t-b} - \omega_1 H_{t-A-b} - \omega_2 H_{t-B-b} + \omega_3 H_{t-C-b}$$

ცხრილი 2

N	წევრთა შორის ინტერვალი $D$ , სთ	დაყოვნება $b$ ინტერვალობით	$A = \frac{720}{D}$	$B = 12A$	$C = A + B$
1	1	0÷72	720	8640	9360
2	6	0÷12	120	1440	1560
3	12	0÷6	60	720	780
4	18	0÷4	40	480	520
5	24	0÷3	30	360	390
6	48	0÷2	15	180	195
7	72	0÷1	10	120	130
8	96	0÷1	7,5	90	97,5
9	120	0÷1	6	72	78
10	144	0-1	5	60	65

შენიშვნა:  $A$ ,  $B$  და  $C$  არიან მოცემული დისკრეტული რიგის წევრთა რაოდენობები შესაბამისად თვეში, წელიწადში და წელიწადსა და თვეში; 720 – საყრდენ ინტერვალში (თვეში) საათების რაოდენობაა (24×30).

### III თავი. დროითი რიგის მოდელის პარამეტრების დადგენა და ადექვატურობის დიაგნოსტიკური შემოწმება

დროითი რიგის მოდელის იდენტიფიცირების მომდევნო ეტაპი პარამეტრების დადგენაა, რომელთანაც დაკავშირებულია ფაქტიურ მონაცემებთან მოდელის შესაბამისობა. ფაქტიურ რიგზე პირველად მორგებულმა მოდელმა შესაძლოა ადექვატურად ვერ აღწეროს რიგი. ამიტომ დამუშავებულია დიაგნოსტიკური გასინჯვის ხერხები, რაშიც

გვეხმარება ნარჩენი შეცდომების კვადრატების ჯამის მინიმუმი და  $\chi^2$  კრიტერიუმი.

დროითი რიგის იდენტიფიკაციის შედეგად მიღებული მოდელის პარამეტრების შეფასება მოხდა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით (უკმ), რისთვისაც მონაცემთა საფუძველზე შედგა ნორმალურ განტოლებათა სისტემა. ამოცანის ალგორითმიზაციითა და Quick BASIC-ის ენაზე პროგრამის შედგენით და კომპიუტერზე ამოხსნით მიღებულია მოდელების პარამეტრების მნიშვნელობები და ნარჩენ შეცდომათა კვადრატების ჯამები, რომელთა ანალიზით ვადგენთ მოდელთა ადექვატურობას.

მოდელის პარამეტრების შეფასების სიზუსტე განისაზღვრა ფორმულით

$$\sigma_p \approx (1 - P^2)/N, \quad (3.1)$$

სადაც  $\sigma_p$  არის პარამეტრის დადგენის სტანდარტული შეცდომა (სკშ),  $P$  – მოდელის პარამეტრი, ხოლო  $N$  – რიგში წევრთა რაოდენობა.

მიღებული მოდელით გამოთვლილ და რიგის წევრების საწყისი მნიშვნელობების შედარებით ვღებულობთ ნარჩენ შეცდომებს, რომლებიც გვეხმარება მოდელთა ადექვატურობის დადგენაში.

ზოგადად, მოდელის ადექვატურობის დამადასტურებელია: მოდელის იმიტაციურობის ხარისხი; ნარჩენ შეცდომათა ავტოკორელაციების ნაკლებობა ორმაგ სტანდარტულ შეცდომაზე; იგივე ავტოკორელაციების კვადრატების ჯამის გასინჯვა  $\chi^2$  კრიტერიუმზე და სხვ.

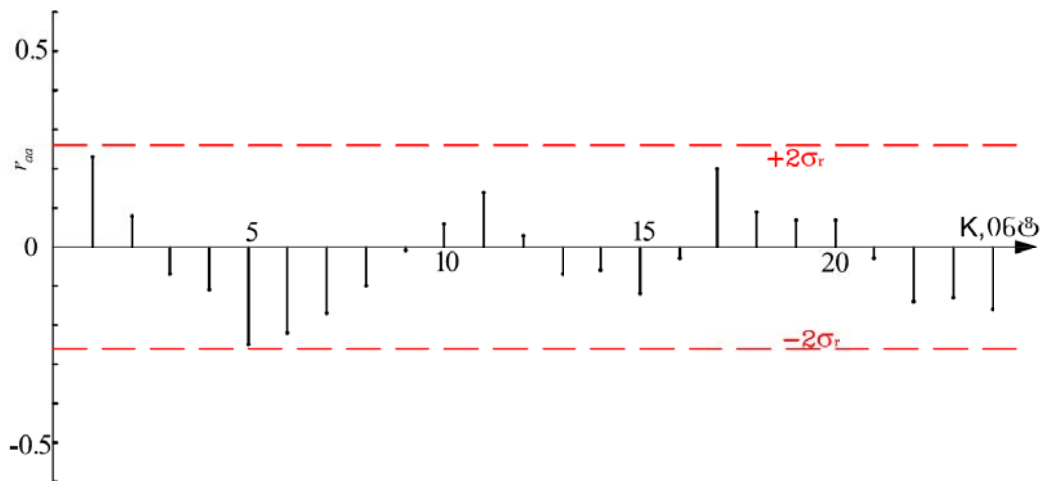
მოდელის იმიტაციურობის ხარისხი ადექვატურობის დამადასტურებელი ყველაზე თვალსაჩინო ხერხია. იგი მდგომარეობს დროითი რიგის წევრთა ფაქტიურ და მოდელით მიღებულ მნიშვნელობათა გრაფიკულ წარმოდგენაში (იხ. ნახ. 1).

ვინაიდან ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციების შედარება გვიხდება სტანდარტულ შეცდომებთან, საჭიროა დადგენილ იქნეს მისი სიდიდე

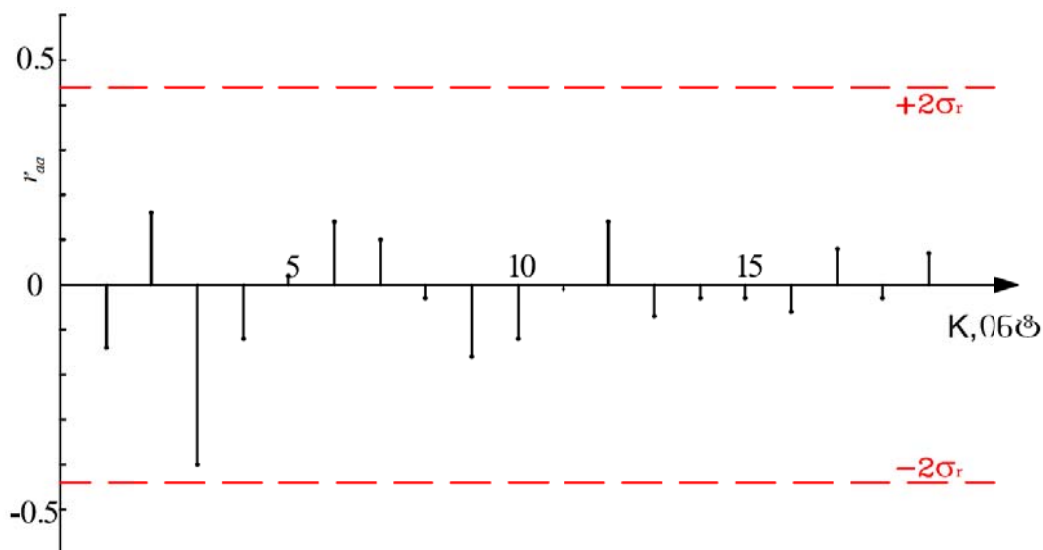
$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N-1}}, \quad (3.2)$$

სადაც  $r$  არის ავტოკორელაციების სიდიდე,  $N$  – საყრდენ ინტერვალთა რაოდენობა. თუ  $r$  არ აღემატება  $\pm 0,2$ , ხოლო  $N > 60$ -ზე, მაშინ (3.2) დამოკიდებულების მაგივრად შეიძლება გამოვიყენოთ მისი მიახლოება –  $\sigma_r \approx N^{-1/2}$ . რაც უფრო მცირე იქნება  $r$  და დიდი  $N$ , მით უფრო ზუსტი იქნება მიახლოება.

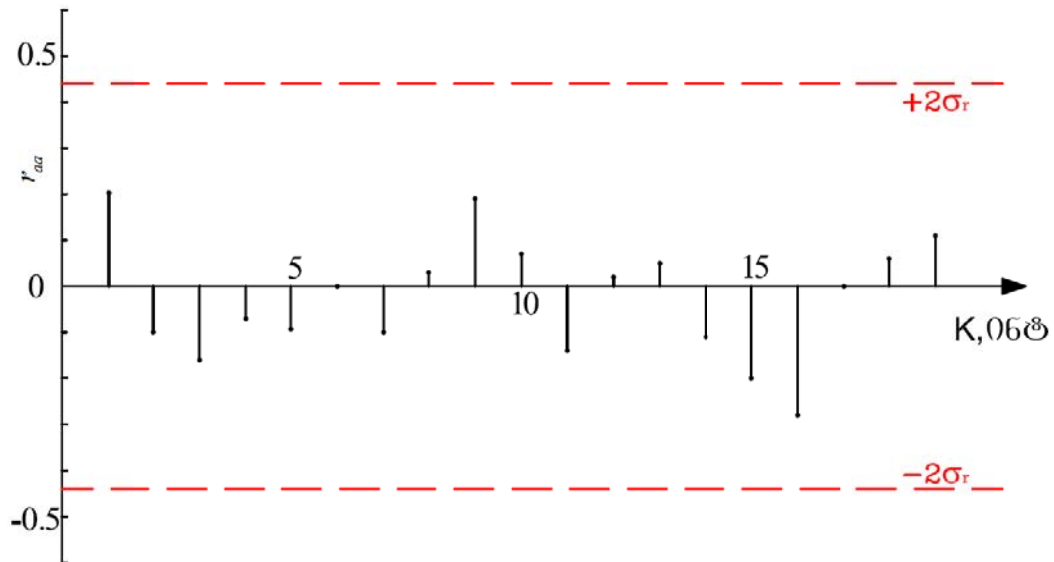
ქვემოთ, ნახაზებზე (ნახ. 5, 6, 7, 8) წარმოდგენილია 2001-2005 წწ. დროითი რიგის მოდელთა ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციები (დახრმზომი განლაგებულია მე-12 სექციაში და მოდელი ერთდღიანი



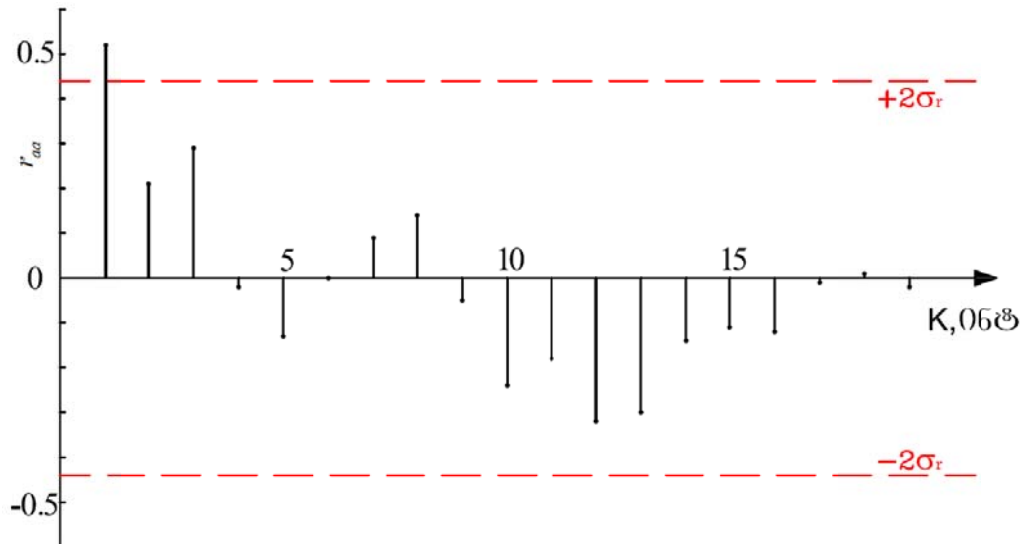
ნახ. 5. 2001–2005 წწ მოდელების ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციები (დახრმზომი მე-12 სექციაში)



ნახ. 6. 2011–2013 წწ მოდელების ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციები (დახრმზომი მე-12 სექციაში)



ნახ. 7. 2011–2013 წწ მოდელების ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციები (დახრმზომი მე–18 სექციაში)



ნახ. 8. 2011–2013 წწ მოდელების ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციები (დახრმზომი მე–26 სექციაში)

ინტერვალის მქონეა) და 2011–2013 წწ დროითი რიგების ნარჩენ შეცდომათა ავტოკორელაციები (დახრმზომებით 12, 18 და 26 სექციებში. მოდელი ამ შემთხვევაშიც ერთდღიანი ინტერვალის შემცველია). ნახაზებიდან ჩანს, რომ ავტოკორელაციების სიდიდეები ძირითადად ნაკლებია ერთმაგ სკმ–ზე და მხოლოდ რამდენიმე უახლოვდება სკმ–ის ორმაგ მნიშვნელობას. რაც შეეხება  $\chi^2$  კრიტერიუმზე გასინჯვას, იგი მოხდა მხოლოდ 2001–2005წწ. რეპრეზენტატულ დროით რიგზე. ამისათვის გამოთვლილი იქნა  $K$  დაყოვნებიანი ავტოკორელაციების კვადრატების ჯამი, რომელთა ნამრავლი  $n$ -ზე გვაძლევს  $Q$ -ს შემდეგ მნიშვნელობას

$$Q = n \sum_{k=1}^K r_{aa}^2, \quad (3.3)$$

სადაც  $k$  არის დაყოვნების ბიჯის (ინტერვალის) რიგითი ნომერი,  $K$  – დაყოვნების საბოლოო მნიშვნელობა,  $r_{aa}$  – ნარჩენი შეცდომების ( $a_t$ ) ავტოკორელაციები. თუ (3.3) ფორმულით გამოთვლილი სიდიდე ახლოსაა  $\chi^2$  ცხრილურ მნიშვნელობასთან  $\nu$  თავისუფლების ხარისხითა და  $\varepsilon = 5-10\%$  ნიშნადი დონით (0,90–0,95 ალბათობით), მაშინ მოდელი ადექვატურია.  $\nu$  თავისუფლების ხარისხი ტოლია  $\nu = K - \delta - \omega$ , სადაც  $\delta$  და  $\omega$  პარამეტრების რაოდენობაა მოდელში. 2001–2005 წწ. სხვადასხვა ინტერვალთან მოდელებისათვის (3.3) ფორმულით გამოთვლილი  $Q$ -ს სიდიდე იცვლება 24,2÷26,2 ფარგლებში.  $\varepsilon = 5-10\%$  დონისათვის,  $\nu = 24 - 3 - 4 = 17$ .  $Q$ -ს ცხრილური მნიშვნელობები მერყეობს 24,8÷27,6 ფარგლებში, რაც მოდელთა ადექვატურობაზე მეტყველებს.

ნარჩენი შეცდომების ურთიერთდამოუკიდებლობა, რაც მოდელის ადექვატურობის ერთ-ერთი ნიშანია, მოწმდება ნულოვანი და ალტერნატიული ჰიპოთეზებით. ნულოვანი ჰიპოთეზა მდგომარეობს ნარჩენი შეცდომების ურთიერთდამოუკიდებლობაში, ხოლო ალტერნატიული – მათ დამოკიდებულებას მიუთითებს. ამ ორი ჰიპოთეზის განსასხვავებლად გამოიყენება  $\chi^2$  კრიტერიუმი.

როდესაც ადექვატურობის დიაგნოსტიკური გასინჯვა ვერ ადასტურებს მოდელის ვარგისიანობას, საჭირო გახდება ყველა საჭირო პროცედურის – იდენტიფიცირება, პარამეტრების სიდიდეთა დადგენა, ადექვატურობის შემოწმება – იტერაციული ციკლის განმეორება მოდელის კლასის (ტიპის) ან მოდელში პარამეტრების რაოდენობის ცვლილებით.

დაბოლოს, დასკვნის სახით შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მოდელის ადექვატურობის შემოწმების კრიტერიუმები გვეუბნებიან, რომ მოცემულ დროით რიგზე მორგებული მოდელების უმრავლესობა (გამონაკლისია  $\chi^2$  კრიტერიუმზე 2011–2013 წწ და 2012–2013 წწ დროითი რიგების მოდელები) ადექვატურად წარმოადგენენ ამ რიგების წევრთა სიმრავლეს, ამოღებულს

დროითი რიგების მონაცემთა გენერალური ერთობლიობიდან. რაც მეტი იქნება დისკრეტული სიმრავლე, მით მეტად იზრდება ადექვატურობის დონე.

#### **IV თავი. დროითი რიგების მოდელების პრაქტიკული გამოყენება**

დროითი რიგების როგორც ერთ-, ისე მრავალფაქტორიანი დინამიკური სისტემების ავტორეგრესიული მოდელები მრავალმხრივ პრაქტიკულ გამოყენებას პოულობენ ტექნიკისა და ეკონომიკის სხვადასხვა მიმართულებით: დროითი რიგის მომავალი წევრების პროგნოზირებაში მისი მიმდინარე და წარსული მნიშვნელობების გამოყენებით; დინამიკური სისტემების გადამცემი ფუნქციის გამოყენებით გამომავალი პროცესის რეაქციის დროის დროის პოვნაში შემავალი პროცესის ცვლილებაზე; პირდაპირი და უკუკავშირის მქონე რეგულირების სქემების პროექტირებაში სისტემის ნომინალიდან გადახრის კომპენსირების მიზნით; დროითი რიგის წევრთა შორის ოპტიმალური ინტერვალის დადგენაში და სხვა.

პროგნოზირების მიზნით მოდელის გამოყენებისას უპირატესობა ენიჭება ალბათურ (სტოქასტიკურ) და არა დეტერმინირებულ მოდელს, რადგან ეს უკანასკნელი პროგნოზს იძლევა ნაკლები სიზუსტით, რაც განპირობებულია იმით, რომ დროითი რიგის ალბათური ბუნება მოდელში, რომელიც მხოლოდ დეტერმინირებულ ფუნქციას შეიცავს, სრულიად იგნორირებულია.

როგორც ბუნებრივი, ისე ემპირიული დროითი რიგის წევრთა შორის ინტერვალის სიდიდე ხშირად განპირობებულია ამა თუ იმ ფაქტორით და ფიქსირებულია. ზოგჯერ ინტერვალს ირჩევენ საჭიროების ან მოთხოვნილების მიხედვით. როდესაც სიტუაცია ინტერვალის ოპტიმალურობის შესახებ გაურკვეველია, უნდა გაანალიზდეს სხვადასხვა-ინტერვალის დროითი რიგების მოდელები. ნარჩენი შეცდომების დისპერსია ამ დროს უნდა მიისწრაფოდეს მინიმუმისკენ ინტერვალის თანდათანობით შემცირებასთან ერთად. საღი აზრის კარნახით, დროითი

რიგის წევრთა შორის ინტერვალი ისეთი უმცირესი სიდიდე უნდა ავიღოთ, რომ შუალედში მნიშვნელოვანი რამ არ ხდებოდეს.

ინტერვალის ოპტიმიზაცია საჭიროა მაშინაც, როდესაც ტექნიკურ სისტემაში გადამცემი ფუნქციის მოდელთან გვაქვს საქმე და საჭიროა გამომავალი პროცესის შემავალთან მიმართებაში რეაქციის დროის დადგენა. ამისათვის საჭირო ხდება ფაქტიურად ჩვენს ხელთ არსებული დროითი რიგიდან შევადგინოთ სხვადასხვაინტერვალიანი დროითი რიგები მისი დისკრეტიზირებითა და ახალი რიგების აგრეგირების გზით. ეს კი ხდება ინტერვალის თანდათანობით გაზრდით.

ოპტიმალური ინტერვალის დადგენაში ხშირად იყენებენ დასაბუთებულ პრაქტიკულ ვარაუდსა და გამოცდილებას. ობიექტურ საიმედო კრიტერიუმად კი ამ დროს მიღებულია ნარჩენი შეცდომების სტანდარტული შეცდომა მოდელში პარამეტრების რაოდენობის გათვალისწინებით.

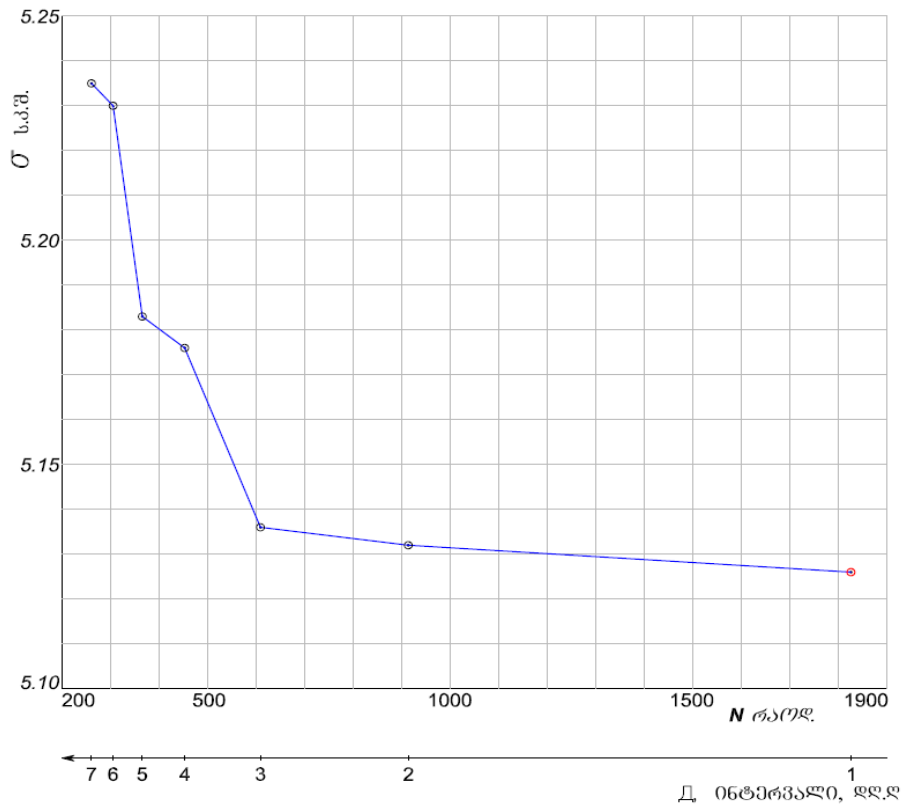
ნარჩენი შეცდომების სტანდარტული შეცდომა (სკმ) გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \hat{X}_i)^2}{N - \nu}}, \quad (4.1)$$

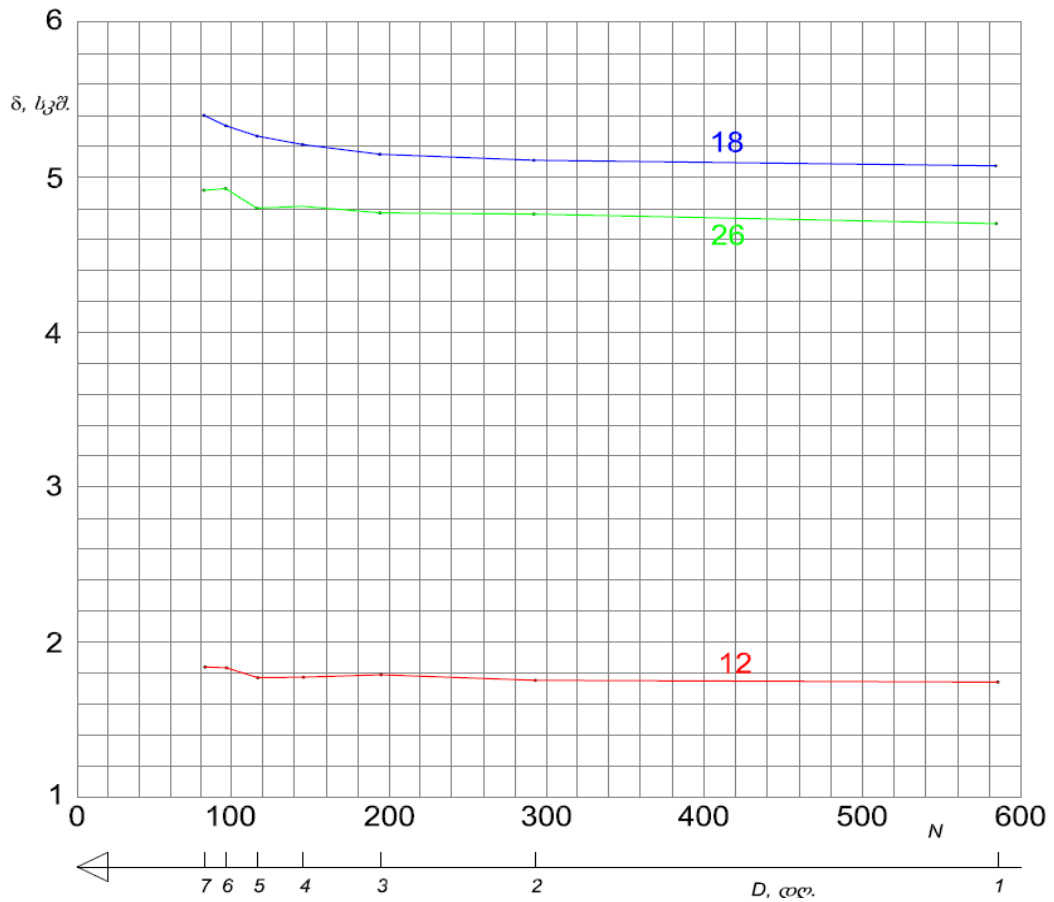
სადაც  $X_i$  არის დროითი რიგის ფაქტიური წევრები,  $\hat{X}_i$  – იგივე წევრები გამოთვლილი მოდელით,  $N$  – დროითი რიგის წევრთა რაოდენობა, ხოლო  $\nu$  – თავისუფლების ხარისხია და ტოლია მოდელში პარამეტრების რაოდენობის.

როგორც ზემოთ გვაქვს აღნიშნული, ჩვენს მიერ გაანალიზებულა 2001–2005 წწ, 2011–2013 წწ დღელამურ და 2012–2013 წწ საათურინტერვალიანი დროითი რიგები. ამასთან პირველი რიგი წარმოდგენილია ერთი, ხოლო დანარჩენი ორი – სამი დახრმზომით.

ამ რიგებისგან მიღებული სხვადასხვაინტერვალიანი დროითი რიგების მოდელების ანალიზი ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდის შესახებ წარმოდგენილია ქვემოთ ნახაზებზე (ნახ. 9, 10).



ნახ. 9. 2001–2005 წწ. დღეღამური დროითი რიგები. 402 ჰორიზონტი. მე-12 სექცია



ნახ. 10. 2011–2013 წწ. დღეღამური დროითი რიგები. 402 ჰორიზონტი. მე-12, 18, 26 სექციები



როგორც ნახაზებიდან ჩანს, დროითი რიგის წევრთა შორის ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდე ზოგადად მიისწრაფის უმცირესი ინტერვალისკენ, მაგრამ არის გამონაკლისიც. ასე, მაგალითად, დღელამურ-ინტერვალისანი მოდელების შემთხვევაში თუ ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდე მიისწრაფის 1 დღელამისკენ, საათურინტერვალისანი მოდელების შემთხვევაში ასეთი სურათი გვაქვს: კაშხლის განაპირა მხარეს - მე-12 და 26 სექციებში არსებული დახრმზომების მიხედვით ოპტიმალური ინტერვალის სიდიდეა 18 საათი, ხოლო შუაში - მე-18 სექციის დახრმზომის მიხედვით მისი სიდიდეა 12 სთ.

იმის გათვალისწინებით, რომ საჭიროა ინფორმაციის მაქსიმალურობისა და კრიტერიუმიდან გამომდინარე სტანდარტული შეცდომის მინიმალურობის დაცვა, აგრეთვე იმისაც ერთ ობიექტზე სხვადასხვაინტერვალისანი დროითი რიგების გენერირება რომ არ იქნება მიზანშეწონილი, გონივრული იქნებოდა დროითი რიგების ფორმირება 6 სთ-იანი ინტერვალით. ზედმეტი დაზღვევის გათვალისწინებით (ინტერვალის შიგნით რომ მნიშვნელოვანი რამ არ ხდებოდეს) ინტერვალის სიდიდედ შეიძლება მიღებული იქნეს 1 საათი.

წყალსაცავში წყლის დონის ცვლილებაზე კაშხლის რეაქციის დროის კვლევისათვის ვიყენებთ ერთიანი ტექნიკური სისტემის - წყალსაცავი-კაშხლის გადამცემი ფუნქციის ზოგად მულტიპლიკატორული სახის მოდელს (2.10), რომლის  $b$  პარამეტრი ასრულებს ინდიკატორის როლს კაშხლის რეაქციის დროის დადგენაში და რომელიც გამოსახულია ინტერვალის ერთეულებით.  $b$  დაყოვნებების მიხედვით მოდელი, რომლის ნარჩენი შეცდომების კვადრატების ჯამი იქნება მინიმალური, მიგვანიშნებს კაშხლის რეაქციის დროზე ანუ იმ დროზე (ინტერვალებში), რომელიც სჭირდება კაშხალს რეაქციის გამოსავლენად,

ტექნიკური სისტემის ინერციულობის გამო, კაშხლის რეაქცია წინ ცვლილებაზე არ იქნება მყისიერი ანუ ადგილი ექნება რეაქციის დაგვიანებას

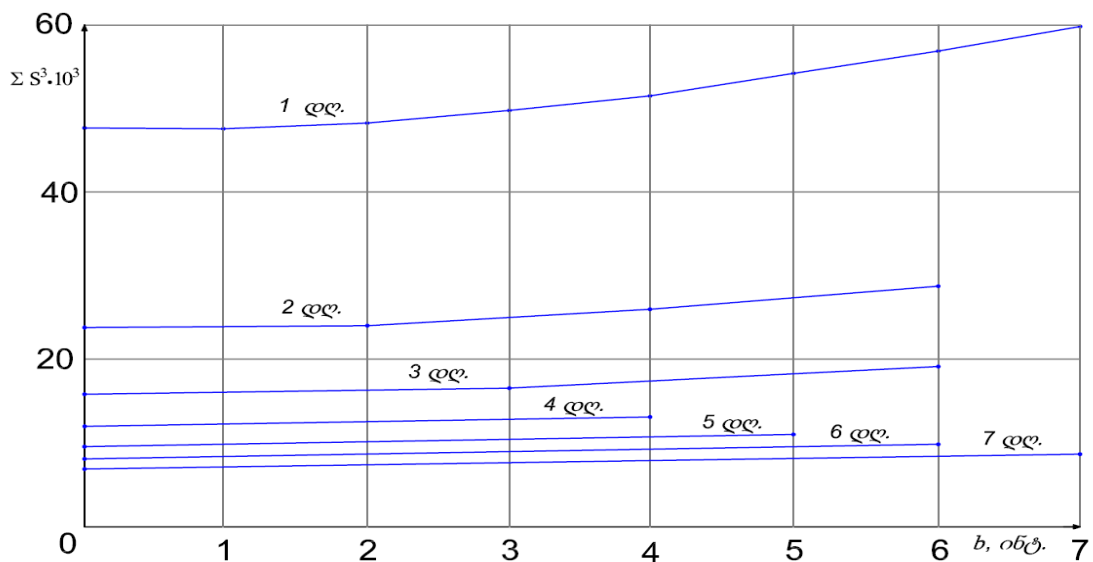
$b$  დროის ინტერვალით, რომელიც მისაღები უნდა იყოს სალი აზრითა და პროცესის მიმდინარეობის ლოგიკურობით.

იგივე სხვადასხვაინტერვალისანი მოდელები, რომლებიც გამოვიყენეთ ოპტიმალური ინტერვალის დადგენისას დაგვეხმარება კაშხლის რეაქციის დროის დადგენაში იმ განსხვავებით, რომ სტანდარტული შეცდომის ნაცვლად კრიტერიუმად ვიყენებთ მოდელთა ნარჩენი შეცდომების კვადრატების ჯამის მინიმუმს, გამოსახულს ფორმულით

$$\min S_a^2 = \sum_{t=1}^N (X_t - \hat{X}_t)^2, \quad (4.2)$$

სადაც  $S_a$  არის მოდელის ნარჩენი შეცდომები, დანარჩენი აღნიშვნები იგივეა, რაც (4.1) ფორმულაში.

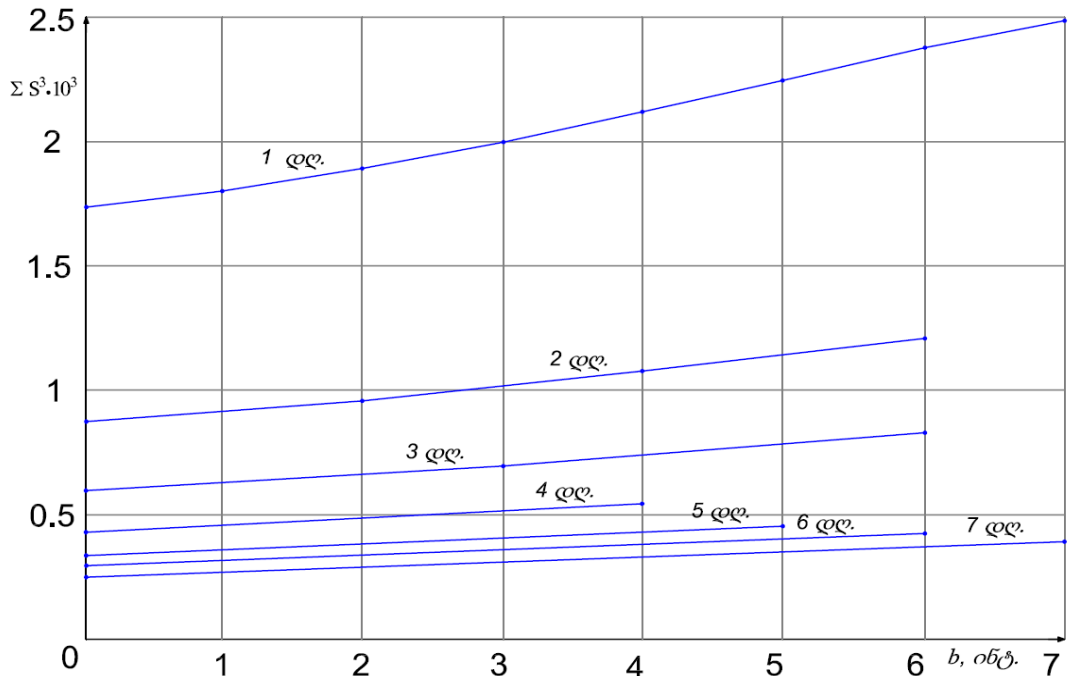
აღნიშნული კრიტერიუმით გამოვლენილი კაშხლის რეაქციის დრო ინტერვალობით (დღეღამე, საათი) მოცემულია ქვემოთ ნახაზებზე (11, 12, 13, 14). 2001-2005 წწ დროითი რიგებით მიღებული მოდელების ანალიზით, რეაქციის დროს განისაზღვრება  $b=0-1$  ინტერვალით, რაც ნიშნავს, რომ კაშხლის რეაქციის დრო ნაკლებია ან ტოლი 1 დღეღამის.



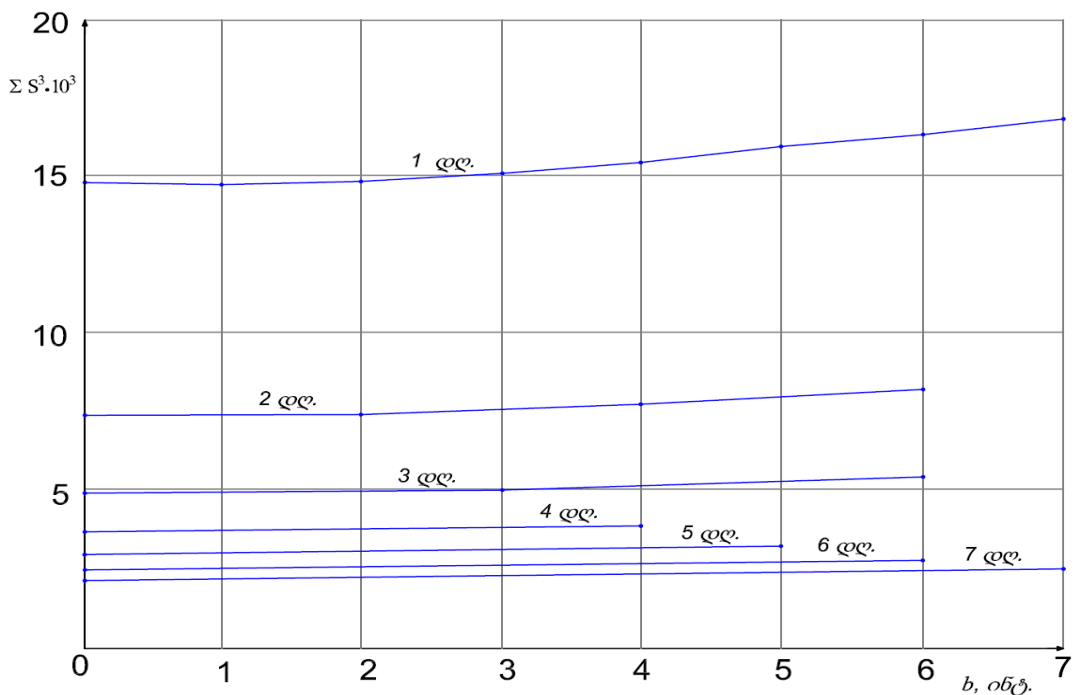
ნახ. 11. 2001–2005 წწ. დროითი რიგები. დახრმზომი N 12 სექციაში

2011-2013 წწ. ნაკლებად რეპრეზენტატული რიგების მოდელები 3 დახრმზომით (12, 18 და 26 სექციებში), შემდეგ შედეგს იძლევა: მე-12 და მე-18 სექციებში სექციების დახრმზომებით რეაქციის დაგვიანების დრო მოდის  $b=0-1$  ინტერვალზე, ხოლო მე-26 სექციის დახრმზომით –  $b=0,1,2$ ,

ინტერვალზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ კაშხლის შუაში და მარჯვენა მხარეს რეაქცია მჟღავნდება 1 დღელამის, ხოლო მარცხენა მხარეს 1–2–3 დღელამის ფარგლებში.



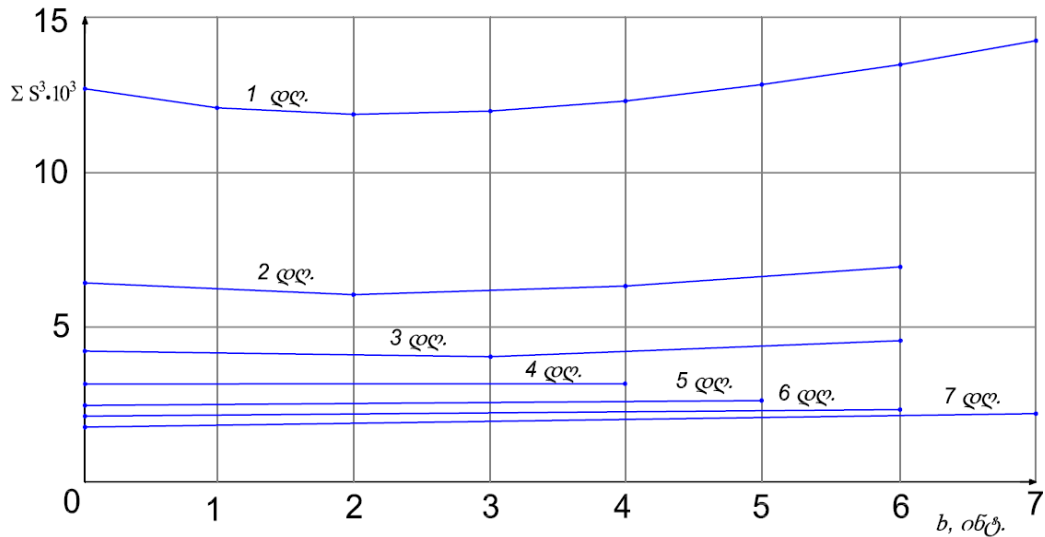
ნახ. 12. 2011–2013 წწ. დროითი რიგები. დახრმზომი N 12 სექციაში



ნახ. 13. 2011–2013 წწ. დროითი რიგები. დახრმზომი N 18 სექციაში

2012-2013 წწ. საათურინტერვალის დროითი რიგების მოდელების ანალოგიური ანალიზი შემდეგ სურათს გვაძლევს: მე-12 და მე-18 სექციების დახრმზომთა მიხედვით  $b = 0$ , რაც მიგვანიშნებს, რომ რეაქცია მჟღავნდება

6 საათის ფარგლებში, ხოლო მე-26 სექციის დახრმზომის მიხედვით  $b$  იცვლება 1, 2–დან 7–მდე, რაც მიუთითებს რეაქციის დროს 18 საათიდან ( $b = 1$ ) 42 საათამდე ( $b = 7 \times 6$  სთ), რაც 1–2 დღელამის ფარგლებშია.



ნახ. 14. 2011–2013 წწ. დროითი რიგები. დახრმზომი N 26 სექციაში

მიუხედავად იმისა, რომ უკანასკნელი ორი რიგი არ არის წარმომადგენლობითი, მათი დახმარებით მიღებული შედეგები ხარისხობრივად (ნაპირებისკენ რეაქცია დაგვიანებულია, ხოლო კაშხლის შუაში უფრო სწრაფი) და თვისობრივად ეთანადება ზოგად სურათს.

დასასრულ, შეიძლება ასეთი დასკვნების გამოტანა:

1. დროითი რიგების წევრებს შორის ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდე მოდელების ანალიზის საფუძველზე იმყოფება 12 საათსა (კაშხლის ცენტრალურ ნაწილში) და 18 საათს შორის (კაშხლის ნაპირებისკენ). მხედველობაშია მისაღები, რომ ერთ საერთო სისტემაში დროითი რიგების გენერირება უნდა ხდებოდეს ერთი ინტერვალით და გარდა ამისა ინტერვალი უნდა მიღებული იქნეს ისეთი უმცირესი სიდიდე, რომ მის შიგნით არაფერი მნიშვნელოვანი არ ხდებოდეს. ყველაფერი ამის გათვალისწინებით, მართებულად მოგვაჩნია დროითი რიგები ფორმირდებოდეს 1 საათიანი ინტერვალით;
2. კაშხლის რეაქციის დრო წწდ ცვლილებაზე მოდელთა ანალიზის შედეგად კაშხლის მარჯვენა ნაწილში და შუაში მქლავნდება 1 დღელამის ფარგლებში, ხოლო კაშხლის მარცხენა მხარეს – 2–3 დღელამის ფარგლებში.

მხედველობაშია მისაღები, რომ გაანალიზებული რიგებიდან რეპრეზენტატიული იყო მხოლოდ 2001-2005 წწ რიგი 1 დახრმზომით (მე-12 სექციაში) დანარჩენი ორი რიგის მოდელთა შედეგებს მათი არარეპრეზენტატიულობის გამო შეიძლება აკლდეს რაოდენობრივი თვალსაზრისით საიმედოობა და დამაჯერებლობა, თუმცა თვისობრივად და ხარისხობრივად იმავე მიდრეკილებას ამჟღავნებენ.

### დასკვნები

1. ენგურჰესის ობიექტზე არსებული წწდ და დახრილობის გამზომთა დროითი რიგების ანალიზი აჩვენებს, რომ ისინი მიეკუთვნებიან პერიოდულ (სეზონურ) დროითი რიგების კატეგორიას წლიური პერიოდულობითა და თვიური საყრდენი ინტერვალით.
2. საანალიზოდ განკუთვნილი დროითი რიგების წევრთა რაოდენობა ზოგისა რეპრეზენტატიულია (მაგალითად, 2001-2005 წწ), ზოგს კი აკლია რეპრეზენტატიულობის ხარისხი (მაგალითად, 2011-2013 წწ და 2012-2013 წწ).
3. პერიოდული დროითი რიგების წევრთა ავტო- და ურთიერთ-კორელაციები აჩვენებენ, რომ მათი სიდიდეები მნიშვნელოვანია, როდესაც რიგის წევრებს შორის დაყოვნებებია - 1, 6, 12, ... ანუ პერიოდის დასაწყისში, შუაში და ბოლოს.
4. წინა დასკვნა არის იმის საფუძველი, რომ იდენტიფიცირება გავუკეთოთ ავტორეგრესიულ, წრფივი სახის მულტიპლიკატორული ტიპის მოდელს (მცირედცვლადი პარამეტრებით).
5. პარამეტრების სიდიდეთა შესაფასებლად უპირატესობას ვანიჭებთ უკმ, როგორც უფრო მარტივი ალგორითმისა და არანაკლები სიზუსტის შემცველს, ვიდრე მაქსიმალური დამაჯერებლობის მეთოდია.
6. მოდელების ადექვატურობის დიაგნოსტიკური შემოწმებისათვის არსებული მრავალი მეთოდიდან შერჩეულ იქნა ნარჩენი შეცდომების ავტოკორელაციების სიდიდეთა ნაკლებობა ორმაგ სტანდარტულ შეცდომებზე და  $\chi^2$  სტატისტიკური კრიტერიუმები.

7. მოცემული დროითი რიგებიდან დისკრეტიზირებითა და ახალი რიგების აგრეგირებით მიღებული სხვადასხვაინტერვალისანი რიგების ანალიზი აჩვენებს, რომ წევრთა შორის ინტერვალის ოპტიმალური სიდიდე, მინიმალური სკმ კრიტერიუმით, მერყეობს 12 საათიდან (402 ჰორ. მე-18 სექცია) 18-24 საათამდე (იგივე ჰორიზ. მე-12 და მე-26 სექციები).
8. სადისერტაციო თემაში დასმული საკითხის - კაშხლის რეაქციის დროის კვლევა წნდ ცვლილებაზე - კვლევისას ჩატარებულმა სამუშაომ აჩვენა, რომ რეპრეზენტატიული დროითი რიგის (2001-2005 წწ) მიხედვით რეაქციის დრო, ნარჩენი შეცდომების კვადრატების ჯამის მინიმუმის კრიტერიუმით, მერყეობს კაშხლის ცენტრალურ ნაწილში მარჯვენა მხარეს 1 დღელამიდან კაშხლის თაღის მარცხენა მხარისკენ 2-3 დღელამემდე.
9. კაშხლის შუაში და ნაპირებში მისი რეაქცია წნდ ცვლილებაზე სინქრონიზაციაშია ჰორიზონტალური დეფორმაციების გეოდეზიურ განაზომებთან, რომელიც მეტყველებს, რომ წყალსაცავში წყლის მაქსიმალური დონისას (510 მ), მისი შუა ნაწილის ჰორიზონტალური ძვრა 25-40 მმ აღწევს, მაშინ, როცა თაღის ნაპირებისკენ იგივე დროში მისი სიდიდე 15-20 მმ-ს არ აღემატება. იგივეს გვეუბნება დროითი რიგების ანალიზი - კაშხლის შუა ნაწილში რეაქცია წნდ ცვლილებაზე უფრო სწრაფია (1 დღელამე), ვიდრე ნაპირებისკენ (2-3 დღელამე).
10. დროითი რიგების ანალიზის მეთოდის გამოყენებისას უნდა გაიზარდოს მათი რეპრეზენტატიულობის დონე (ამისათვის საყრდენი ინტერვალის რაოდენობა რიგში არ უნდა იყოს 50-ზე ნაკლები, სასურველია იყოს >100);
11. სასურველია გვექონდეს სხვადასხვა ჰორიზონტებზე (და არა მხოლოდ ერთზე) განლაგებული არანაკლებ სამი (შუაში და თაღის ორივე ბოლოსკენ) დახრილობის გამზომი ხელსაწყო;
12. მნიშვნელოვანია გადამცემი ფუნქციის მათემატიკური მოდელი იყოს მრავალფაქტორიანი, რისთვისაც მას უნდა დაემატოს ტემპერატურისა და წყლის დრენაჟის ფაქტორები. ეს გააუმჯობესებდა მოდელის გამოყენებით მხარეს და ამ ფაქტორების კაშხლის რეაქციაზე ზეგავლენის რანჟირების შესაძლებლობას მოგვცემდა.

13. მოდელების ადექვატურობასა და კაშხლის რეაქციის დროის დადგენის სურათს გააუმჯობესებდა წყდ ცვალებადობის გამოსახვა მეტრობით, მაგრამ წყლის მასის გათვალისწინებით, დროის განსაზღვრულ ინტერვალში.
14. კაშხლის სიმაღლის მიხედვით ყოველი 1 მეტრი სხვადასხვა მასის შემცველია და კაშხალი არაერთგვარად რეაგირებს მასზე.
15. იმისათვის, რომ დროის ერთეულში რეგულირება ხდებოდეს წყლის მასის გათვალისწინებით, საჭიროა წყალსაცავის ტერიტორიის ტოპოგეგმით დადგინდეს 410-510მ ჰორიზონტებს შორის ყოველ განსაზღვრულ შუალედში (5, 10მ) როგორ იცვლება მოცულობა (ტოპოგეგმის ჰორიზონტალების მიხედვით).

#### **აპრობაცია**

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი საკითხები მოხსენების სახით გაშუქდა სტუ-ს სტუდენტთა 83-ე ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე, თბილისი 2015 წელი. ასევე კოლოკვიუმსა და თემატურ სემინარებზე.

#### **პუბლიკაციები:**

1. რ.ინაძე, მ.მესხი, ს.ფირალიშვილი. „ენგურჰესის ტექნიკური სისტემის დროითი რიგების მოდელების იდენტიფიკაცია“. სტუ, შრომები N 1(495) 2015 წ. 34-42გვ.
2. რ.ინაძე, მ.მესხი, ს.ფირალიშვილი. „ენგურჰესის ტექნიკური სისტემის დროითი რიგების მოდელების პარამეტრების შეფასება და ადექვატურობის დიაგნოსტიკური შემოწმება“. სტუ, შრომები N 1(495), 2015 წ. 42-47გვ.
3. რ.ინაძე, მ.მესხი, ს.ფირალიშვილი. „დროითი რიგის წევრთა შორის ოპტიმალური ინტერვალის დადგენა“. სტუ, შრომები N1(499), 2016 წ. 79-88გვ.
4. რ.ინაძე, მ.მესხი, ს.ფირალიშვილი. „ენგურჰესის წყალსაცავში წყლის დონის ცვლილებაზე კაშხლის რეაქციის დროის კვლევა“. სტუ, შრომები N 1(499). 2016 წ. 88-98გვ.
5. რ.ინაძე, "დროითი რიგის წევრთა შორის ინტერვალის დროის კვლევა" სტუ, 83-ე საერთაშორისო სამეცნიერო კომფერენცია, 2015 წელი.

## Abstract

### **Unsteadiness level of water in the Enguri dam reservoir, which is connected to the weir and its investigation**

In the doctoral work is stated the issue of research of dam reaction time related with variation of water level in Enguri power station reservoir. It highlights the issue under study as one of the important parameters of deformation, relevance in Enguri power station dam stability and safe operation issue.

Deformation parameters, as a rule, are subject to inspection or measurement of geophysical methods. As for the study of deformation parameter in determining the reaction of the dam-dam reservoir water level change is not subject to direct measurement, which is why we have to be determined with the help of the method of mathematical statistics, in particular with respect to time series analysis method.

It is known that the use of the analysis of time series, has a long history. If spectral method was used in the early years of the 20th century and the first half of the parametric method is used. The first is characterized by complexity and multivaluedness, second is simplicity and simplicity. The latter is protected by the use of the basic requirements - setting principle of the economy, something with which the associated parameters of the accuracy and adequacy of the level.

The time series under analysis on Enguri power station dam is formed by empirical means and represents the time series with different intervals of measuring devices readings installed with inclination in different horizontal and sections in the reservoir water level and dam body.

By time series under analysis the seasonality (frequency), and annual retaining monthly intervals is determined. From time series for obtaining of stochastic (probabilistic, random) models is used the iterative scheme that includes the following stages: a time series analysis on the representation; stationary-unstationary; seasonality-periodicity; the nature of trend in series and other properties.

For the identification of models are used: for one-dimensional series - autocorrelations and autocorrelations; for two-dimensional series - intercorrelations and intercorrelations. To determine the parameters are used least squares method as a simpler and more sensitive compared with other methods (for example, the maximum credibility method).

Is justified the obtained models multiplication form with interrelations of parameters. Is developed the special scheme for indexation of input factors in transfer function input-output processes model.

For diagnostic examinations of the adequacy of obtained models are used: the lack of autocorrelations residual errors on double standard error; test of residual sum of squares of errors on  $\chi^2$  criteria with taking into account significance (probability) level and degree of freedom; model simulation graphical visualizations (how to replicate the model temporal frequency of series).

Is conducted research among terms of time series to determine the optimal interval. For mentioned purpose are digitalizing of the actual time series for aggregation of new containing various interval. The average square residual error of obtained models by minimum criteria is determined the optimal value of interval - 1-6 hours.

For dam reaction time researching is applied same time series with various discretization interval. Their minimum value of residual sum of squares of errors accepted



as the criterion for determining the reaction time. Is obtained dam reservoir forecasting time on change of water level in reservoir within range of 1-3 days.

It is recommended that in Enguri power station for fixation of water level in reservoir will be used not equal to the water column height, but equal mass on a certain interval, which will positively affect on its stability and life.

It is recommended as well as the multifaceted stochastic model, in which the water level in the reservoir of the dam and the temperature factor but would enter the body of water drainage factors. In this kind of model in the case of the dam will be a more complete picture of the reaction and the reaction of the dam could be a factor in the rankings.

The main result of the research lies in the reservoir water level changes in the image, and the establishment of the reservoir water level changes and dakhilobis metering equipment performance time interval between the rows of the members of the.