# პროდუქციის შეზღუდული რესურსების პირობებში მინიმალური დანახარჯებით წარმოების ამოცანის შესაბამისი გამოთვლითი სქემების აგების გზები

ია გიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

**რეზიუმე**

განხილულია რამდენიმე სახეობის პროდუქციის შეზღუდული რესურსების პირობებში მინიმალური დანახარჯებით წარმოების საწყისი ამოცანის აპროქსიმაციის ყველაზე ეფექტური ხერხი და გაანალიზებულია შესაბამისი გამოთვლითი სქემების აგების გზები.

**საკვანძო სიტყვები:** დანახარჯების მინიმიზაცია. შეზღუდული რესურსები. წრფივი პროგრამირება. ალგორითმი. დეკომპოზიციის მეთოდი.

## 1. შესავალი

შეზღუდული რესურსების პირობებში რამოდენიმე სახეობის პროდუქციის წარმოების პროცესის, საწარმოო დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით, ოპტიმიზაციის ამოცანას შეესაბამება მთელრიცხვა პროგრამირების შემდეგი ამოცანა

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} C_{ij}\cdot\theta_{ij} - ის\ მინიმიზაცია, \tag{1}$$

როდესაც

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} a_{ijr}^{k}\cdot\theta_{ij} \le b_1^k$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} a_{ijr}^{k}\cdot\theta_{ij} \le b_r^k;\ \ k=1,2,\dots,m;\ r=1,2,\dots,R \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{J_i}\theta_{ij} = 1, \qquad i=1,2,\dots,n \tag{3}$$

$$\theta_{ij} = 0{,}1 \text{ ყველა i.j–თვის} \tag{4}$$

სადაც $a_{ijr}$ არის k ინტერვალში j-ური გეგმის მიხედვით i-ური სახეობის პროდუქციის წარმოების R სახეობის რესურსების დანახარჯი; $C_{ij}$ - საწარმოო დანახარჯებია

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{m} C_{ij}(x_{ik}^{j})$$

$$x_{ij} = \left(x_{i1}^{j}, x_{i2}^{j}, \dots, x_{im}^{j}\right), \quad j=1,2,\dots,J_i$$

$\theta_{ij}$ - ბინალური ცვლადია და $\theta_{ij}=1$ შეესაბამება i–ური სახეობის პროდუქციაზე j-ური გეგმის მიხედვით დაკმაყოფილებას.

## 2. ძირითადი ნაწილი

ამოცანა (1)-(4) შეიცავს n+m შეზღუდვას, რომელთაგან n შეესაბამება (3) შეზღუდვებს. რადგანაც საბაზისო სიმრავლეში შედის n+m+R ცვლადები და ერთ-ერთი ცვლადი მაინც,

რომელიც შედის (3) ტოლობაში, არ უდრის ნულს, მაშინ ოპტიმალური ბაზისი შეიძლება მოიცავდეს არაუმეტეს $m \cdot R$ არამთელრიცხვა ცვლადებს. თუ $n \gg m \cdot R$, როგორც ეს ხდება პრაქტიკაში, მაშინ ამოცანა (2) – (3) შეიძლება ჩაითვალოს (1)-(4) ამოცანის კარგ აპროქსიმაციად.

განვიხილოთ საწყისი ამოცანის აღწერილი აპროქსიმაცია ვექტორულ ფორმაში: მინიმიზაცია

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} C_{ij} \cdot \theta_{ij} \tag{5}$$

როდესაც

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} a_{ij} \cdot \theta_{ij} \leq b \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{J_i} \theta_{ij} = 1 \tag{7}$$

$$\theta_{ij} \geq 0 \quad \text{ყველა i,j თვის} \tag{8}$$

(5) ამოცანის გარკვეული საბაზისო ამონახსნისთვის B საბაზისო მატრიცით, ავღნიშნოთ სიმპლექს მამრავლების ვექტორი $m \cdot R$ კომპონენტებით $\pi_1 = (\pi_{1,1}, \pi_{1,2}, \dots, \pi_{i.mR})$, რაც შეესაბამება (6) შეზღუდვას , ხოლო $\pi_2 = (\pi_{2,1}, \pi_{2,2}, \dots, \pi_{2,n})$ - სიმპლექს-მამრავლების ვექტორი $n$ კომპონენტებით, რაც შეესაბამება (7) შეზღუდვას. ფარდობითი შეფასებები, რაც შეესაბამება ამოცანა (5) შეზღუდვების მატრიცის ცალკეულ სვეტებს, განისაზღვრება როგორც

$$\overline{C_{ij}} = C_{ij} - \pi_1^T \cdot a_{ij} - \pi_{2i} \tag{9}$$

წრფივი პროგრამირების საერთო სქემის თანახმად, სიმპლექს-მეთოდის მორიგ ბიჯზე ბაზისში შეტანილი ვექტორის ნიმერი განისაზღვრება პირობიდან

$$\overline{C_{i^*j^*}} = \min_i \min_j \overline{C_{ij}} \tag{10}$$

(9)-ს გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\overline{C_{i^*j^*}} = \min_i \min_j \left(\overline{C_{ij}} - \pi_1^T \cdot a_{ij} - \pi_{2i}\right) \tag{11}$$

ფარდობითი შეფასების განსაზღვრა დიდი რაოდენობის სვეტებიანი მატრიცისთვის არ წარმოადგენს სირთულეს. ძირითადი სირთულე მე-(5) ამოცანის ამოხსნის, წრფივი პროგრამირების საერთო სქემის მიხედვით, დაკავშირებულია B საბაზისო მატრიცით ოპერირების საჭიროებასთან, რომელიც დიდი n დროს ხდება გადატვირთული. თუმცა როგორც აჩვენეს დანცინმა და ვან სლეიკმა, (7) შეზღუდვების სპეციფიკა ეფექტურად შეიძლება იყოს გამოყენებული დასამახსოვრებელი ინფორმაციის შესამცირებლად. ამ ალგორითმის თანახმად, $n + m \cdot R$ განზომილებიანი საბაზისო მატრიცის ნაცვლად, საკმარისია დამხმარე B' მატრიცის $m \cdot R$ განზომილებით და გარკვეული მცირე დამხმარე ინფორმაციის შენახვა. გამოთვლების თითოეულ ბიჯზე B' მატრიცის დახმარებით გამოითვლება $\boldsymbol{\pi}_1$ და $\boldsymbol{\pi}_2$ და სრულდება სიმპლექს მეთოდის ბიჯი.

მე-(5) ამოცანის ამოხსნის სხვა მიდგომა მდგომარეობს დანცინ-ვულფის დეკომპოზიციის მეთოდის გამოყენებაში. ამისთვის შეზღუდვა (6) უნდა იყოს განხილული როგორც დაწყვილებული. (7) შეზღუდვა შეიძლება იყოს დაყოფილი ცალკეულ ჯგუფებზე და შეზღუდვების თითოეული ჯგუფი გამოყენებული, როგორც ქვეამოცანის შეზღუდვა. მაგ., თუ პირველი რამოდენიმე შეზღუდვა (7) გაერთიანებულია პირველ ჯგუფში, შემდეგი რამოდენიმე შეზღუდვა – მეორე ჯგუფში და ა.შ., და იქმება სულ P ჯგუფი, მაშინ შეზღუდვების მატრიცას ექნება შემდეგი სახე

$$\begin{bmatrix} D_1, & D_2, & \dots, & D_p \\ E_1, & E_2, & \dots, & E_p \end{bmatrix}, \qquad (12)$$

სადაც $1 \le p \le n$. მთავარი ამოცანა, რომელიც შეესაბამება ამ მატრიცას, შედგება $m \cdot R$ შეზღუდვისგან და შესაბამისი ქვეამოცანების P განტოლებებისგან.

P-ს შერჩევა დამოკიდებულია გამოყენებულ გამოთვლით სქემაზე. კერძოდ, დიდი P დროს მთავარ ამოცანას ექნება დიდი რაოდენობის სტრიქონები, და შესაბამისად, საბაზისო მატრიცა დიდი განზომილებით. თუმცა შეზღუდვების სპეციფიკა იძლევა დანცინგ-ვან სლეიკის ალგორითმის გამოყენების საშუალებას, რაც ზრდის დეკომპოზიციის გამოყენების ეფექტურობას P დიდი რაოდენობის დროს.

## 3. დასკვნა

ამრიგად, მოცემულ ნაშრომში განხილულია რამოდენიმე სახეობის პროდუქციის შეზღუდული რესურსების პირობებში მინიმალური დანახარჯებით წარმოების საწყისი ამოცანის აპროქსიმაციის ყველაზე ეფექტური ხერხი და გაანალიზებულია შესაბამისი გამოთვლითი სქემების აგების გზები.

## ლიტერატურა:


1. Первозванский А.А. Гайцгори В. Г. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация. М.Наука, 1979.
2. Оскорбин Н.Н. О схемах численных методов блочного программирования //Экономика и математические методы. 1981. Т. XVII.Вып.5.


## THE WAYS OF CREATION OF COMPUTING CIRCUITS CORRESPONDING TO THE TASK OF PRODUCING OF PRODUCTION WITH MINIMUM EXPENSES IN THE CONDITIONS OF RESTRICTED RESOURCES

Giashvili Ia
Georgian Technical University

**Summary**

In the given work the most effective ways of initial task approximation of producing various types of production by minimum expenses in the conditions of restricted resources are considered and creation ways corresponding to the computing circuits are analyzed.

## ПУТИ ПОСТРОЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ЗАДАЧЕ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ С МИНИМАЛЬНЫМИ ЗАТРАТАМИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ

Гияшвили И.
Грузинский Технический Университет

**Резюме**

Рассматриваются наиболее эффективные приемы аппроксимации исходной задачи производства различных видов продукции с минимальными затратами в условиях ограниченных ресурсов и анализируются пути построения соответствующих вычислительных схем.