პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური საწარმოო დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრის დროს

ია გიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

სტატიაში განხილულია პროდუქციაზე მოთხოვნის მინიმალური საწარმოო დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრის დროს. ამოცანის გადაჭრა დაფუძნებულია დროის დისკრეტიზაციაზე და გრაფების მოდელის გამოყენებაზე. წარმოების გეგმის თითოეული ალტერნატივისთვის განსაზღვრულია რკალის სიგრძე, მიღებულია ორიენტირებული გრაფი, რომელშიც უმოკლესი გზა განსაზღვრავს წარმოების ოპტიმალურ გეგმას, ხოლო ამ გზის სიგრძე პერიოდის არსებული მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილებასთან დაკავშირებულ დანახარჯებს.

საკვანძო სიტყვები: საწარმოო დანახარჯები. ოპტიმიზაცია. დროის დისკრეტიზაცია. გრაფების მოდელი. უმოკლესი გზის ალგორითმი.

1. შესავალი

მმართველობითი გადაწყვეტილების მიღებისას წარმოიქმნება სხვადასხვა სახის ოპტიმიზაციის ამოცანები. ერთ-ერთი ასეთი მიკროეკენომიკური ამოცანაა პროდუქციაზე მოთხოვნის მაქსიმალურად დასაკმაყოფილებლად წარმოების ოპტიმალური მოცულობის განსაზღვრა დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით ფიქსირებული ფასის პირობებში. ამოცანის გადასაჭრელად გავერკვიოთ საწარმოო დანახარჯების ქცევაში - რომელი დანახარჯი შეიცვლება და რამდენით მენეჯერების მიერ მიღებული გადაწყვეტილების შედეგად. დანახარჯთა ქცევაში იგულისხმება ის, თუ როგორ იცვლება საწარმოო დანახარჯები საქმიანობის დონის ცვლილების შესაბამისად. მუდმივი დანახარჯი არ იცვლება მთლიანობაში საქმინობის დონის შეცვლასთან ერთად. მაგალითად, იჯარის გადასახადი ან ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯი, რომელიც საჭიროა პარტიის წარმოების დასაწყებად. ცვლადია დანახარჯი, რომელიც იცვლება მთლიანად საქმიანობის დონის პროპორციულად, მაგალითად პირდაპირი მასალა და შრომითი დანახარჯები.

2. ძირითადი ნაწილი

პროდუქციაზე მოთხოვნის მაქსიმალურად დაკმაყოფილების შესაძლებლობა დამოკიდებულია საწარმოს სიმძლავრეზე (b). განვიხილოთ სიტუაცია, როდესაც საწარმოო სიმძლავრე შეზღუდული არ არის. დაგეგმვის პერიოდში შეიძლება იქნას წარმოებული ნებისმიერი მოცულობის პარტია და შეიძლება შენახულ იქნას ნებისმიერი მოცულობის მზა პროდუქციის მარაგი, ანუ პარტიის მოცულობის ზრდა და მისი შენახვა არ არის დაკავშირებული კაპიტალურ დანახარჯებთან. ამოცანა მდგომარეობს იმაში, თუ როგორ დაკმაყოფილდეს პეროიდის მოთხოვნა: - პეროიდის მთლიანი მოთხოვნის შესაბამისი მოცულობა ვაწარმოოთ ერთ პარტიაში; - პერიოდის თითოეული ინტერვალის მოთხოვნის დაკმაყოფილება მოხდეს ცალკეული პარტიების წარმოებით; - ერთი პარტიის მოცულობით დაკმაყოფილდეს რამდენიმე მომდევნო ინტერვალის მოთხოვნა.

თითოეულ შემთხვევაში იქმნება მარაგი და ხდება ინტერვალის მოთხოვნის თანდათანობით დაკმაყოფილება, ან იქმნება მარაგი მომდევნო რამდენიმე ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად.

კვლევა დაფუძნებულია დროის დისკრეტიზაციაზე და გრაფული მოდელის გამოყენებაზე. დაგეგმვის T პერიოდი დაყოფილია n ინტერვალებად. დაგეგმვის პერიოდის და ინტერვალის ხანგრძლივობა დამოკიდებულია პროდუქციის თვისებებზე (სეზონური, მალფუჭებადი და სხვა) და შეიძლება იყოს განსხვავებული.

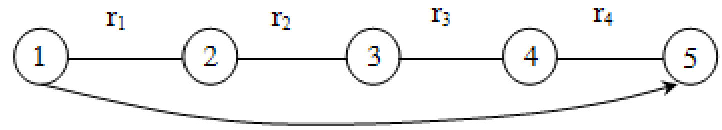
მოდელში გათვალისწინებულია ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი კრიტერიუმი – წარმოების დანახარჯების მინიმიზაცია. დაგეგმვის n-ინტერვალიანი T-პერიოდისთვის განსაზღვრულია n+1 კვანძიანი (წვეროიანი) გრაფი, რომლის კვანძები შეერთებულია რკალებით. რკალი ორ კვანძს შორის ნიშნავს, რომ პარტიის მოცულობა აკმაყოფილებს ამ კვანძებს შორის ინტერვალების მოთხოვნას. გრაფში გზის სიგრძე ადიტიურია, იგი უდრის შემავალ რკალთა სიგრძეების ჯამს. გრაფის რკალის სიგრძე (d) ასახავს მოცემული პარტიის წარმოების დანახარჯებს $C(x)=K+F+ax^m$, სადაც K – ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯია საწარმოო პროცესის სამუშაო მდგომარეობაში მოსაყვანად; F – მუდმივი დანახარჯია, ax^m- ცვლადი დანახარჯი. პერიოდის მთლიანი საწარმოო დანახარჯი იქნება:

პერიოდის მოთხოვნის დაკმაყოფილების შესაბამისი წარმოების გეგმის ალტერნატიული ვარიანტები წარმოვიდგინოთ $x=(x_1,x_2, \dots , x_k)$, სადაც x - პერიოდის წარმოების მოცულობა, k - ალტერნატივების რაოდენობა.

თითოეული განხილული ალტერნატივისთვის განვსაზღვროთ რკალის სიგრძე, მივიღებთ ორიენტირებულ გრაფს, რომელშიც უმოკლესი გზა განსაზღვრავს წარმოების ოპტიმალურ გეგმას, ხოლო ამ გზის სიგრძე პერიოდის არსებული მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილებასთან დაკავშირებულ დანახარჯებს.

მაგალითისთვის განვიხილოთ 4 ინტერვალიანი პერიოდი n=4.

ალტერნატივა 1. 1 კვანძში (ინტერვალში) წარმოებული პარტიის მოცულობა განკუთვნილია მომდევნო 4 ინტერვალის, ანუ მთლიანი პერიოდის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად (ნახ.1).

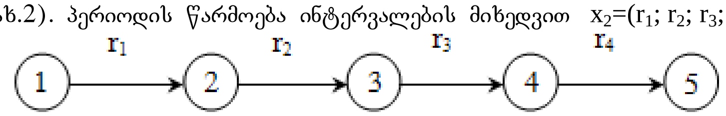


ნახ.1 $x_1=r_1+r_2+r_3+r_4$

პერიოდის წარმოება ინტერვალების მიხედვით იქნება:

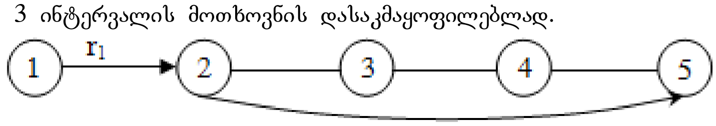
$$x_1 = \left(\sum_{i=1}^{4} r_i ; 0; 0; 0 \right)$$

ალტერნატივა 2. პერიოდის თითოეული ინტერვალის მოთხოვნის დაკმაყოფილება ხდება ცალკეული პარტიის წარმოებით (ნახ.2). პერიოდის წარმოება ინტერვალების მიხედვით $x_2=(r_1; r_2; r_3; r_4)$.



ნახ.2

ალტერნატივა 3. 1 კვანძში (ინტერვალში) წარმოებული პარტიის მოცულობა განკუთვნილია 1 ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად, ხოლო 2 კვანძში წარმოებული პარტიის მოცულობა განკუთვნილია მომდევნო 3 ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად.

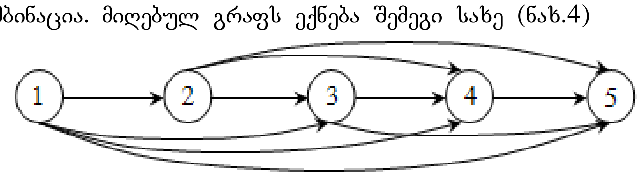


$r_2+r_3+r_4$ ნახ.3

პერიოდის წარმოება ინტერვალების მიხედვით იქნება:

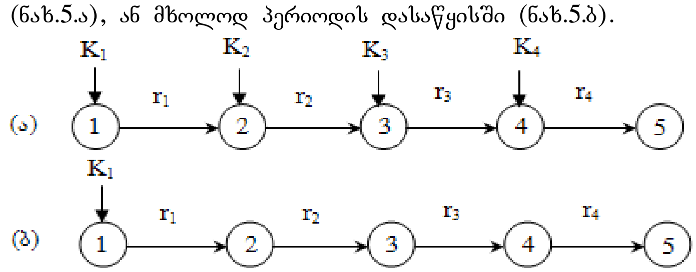
$$x_3 = \left(r_1 ; \sum_{i=2}^{4} r_i ; 0; 0 \right)$$

ანალოგიურად შეიძლება განვიხილოთ პერიოდის მოთხოვნის დაკმაყოფილების შესაბამისი წარმოების გეგმის ყველა შესაძლო კომბინაცია. მიღებულ გრაფს ექნება შემეგი სახე (ნახ.4)



ნახ.4

რაც შეეხება ტექნიკურ მოსამზადებელ დანახარჯებს იგი შეიძლება გაიწიოს ან თითოეული პარტიის წარმოების დაწყების წინ (ნახ.5.ა), ან მხოლოდ პერიოდის დასაწყისში (ნახ.5.ბ).



ნახ.5

ინტერვალების ხანგრძლივობაზე დამოკიდებულებით, ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯები (ტემპერატურული რეჟიმის უზრუნველყოფა) შეიძლება შემცირდეს ინტერვალების მიხედვით

$$\mathbf{K}_i = K\left(1 - \frac{i-1}{i_{\max}}\right)$$

თითოეული განხილული ალტერნატივისთვის განსაზღვრულია საწარმოო დანახარჯები ინტერვალების მიხედვით და წარმოდგენილია ცხრილის სახით. 1-ელ ცხრილში წარმოდგენილია მონაცემები, როდესაც ტექნიკური მოსამზადებელი დანახაჯი გაიწევა თითოეული პარტიის წარმოების დაწყების წინ, ხოლო მე-2 ცხრილში ტექნიკური მოსამზადებელი დანახარჯი გაიწევა მხოლოდ პერიოდის დასაწყისში.

ცხრ.1

	ალტერნატივა 1	ალტერნატივა 2	ალტერნატივა 3
C_1	$\mathbf{K}_1 + F + a\left(\sum_{i=1}^{4}[r_1)\right)$	$\mathbf{K}_1 + \frac{F}{4} + ar_1{}^m$	$\mathbf{K}_1 + \frac{F}{2} + ar_1{}^m$
C_2	0	$\mathbf{K}_2 + \frac{F}{4} + ar_2{}^m$	$\mathbf{K}_1 + \frac{F}{2} + a\left(\sum_{i=2}^{4}[r_1)\right]^m$
C_3	0	$\mathbf{K}_3 + \frac{F}{4} + ar_3{}^m$	0
C_4	0	$\mathbf{K}_4 + \frac{F}{4} + ar_4{}^m$	0
	$\sum_{i=1}^{4}\mathbf{K}_i + F + a\left(\sum_{i=1}^{4}\right.$	$\sum_{i=1}^{4}\mathbf{K}_i + F + a\sum_{i=1}^{4}$	$\sum_{i=1}^{4}\mathbf{K}_i + F + a\left(r_1{}^m + \left(\sum_{i=2}^{4}\right.\right.$

ცხრ.2

	ალტერნატივა 1	ალტერნატივა 2	ალტერნატივა 3
C_1	$\mathbf{K}_1 + F + a\left(\sum_{i=1}^{4}[r_i\right.$	$\mathbf{K}_1 + \frac{F}{4} + ar_1{}^m$	$\mathbf{K}_1 + \frac{F}{2} + ar_1{}^m$
C_2	0	$\frac{F}{4} + ar_2{}^m$	$\frac{F}{2} + a\left(\sum_{i=2}^{4}[r_i)\right]^m$
C_3	0	$\frac{F}{4} + ar_3{}^m$	0
C_4	0	$\frac{F}{4} + ar_4{}^m$	0
	$K_1 + F + a\left(\sum_{i=1}^{4}[r_i\right.$	$K_1 + F + a\sum_{i=1}^{4} r_i{}^m$	$K_1 + F + a\left(r_1{}^m + \left(\sum_{i=2}^{4}\right.\right.$

მას შემდეგ რაც გამოთვლები ჩატარებულია ყველა რკალისთვის, მიღებულ ორიენტირებულ გრაფში ვპოულობთ უმოკლეს გზას, რომლის სიგრძე იძლევა მიზნობრივი ფუნქციის (საწარმოო დანახარჯების) მინიმალურ მნიშვნელობას, ხოლო მინიმალურ გზაში შემავალი რკალები საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ განხილული პერიოდის წარმოების ოპტიმალური გეგმა ინტერვალების მიხედვით.

3. დასკვნა

შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრეების დროს საწარმოო დანახარჯების მინიმიზაციიდან გამომდინარე ოპტიმალურ საწარმოო გეგმად შეიძლება მივიჩნიოთ ალტერნატივე 1, როდესაც 1 კვანძში (ინტერვალში) წარმოებული პარტიის მოცულობა განკუთვნილია მომდევნო 4 ინტერვალის, ანუ მთლიანი პერიოდის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. აგებული მოდელის გამოყენება ასევე შეიძლება შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრეების

დროს. ამრიგად, შექმნილ გრაფში უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენება საშუალებას იძლევა განისაზღვროს რამდენიმე ამონახსნი. მათ შორის ოპტიმალურის ამორჩევა ხდება გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ შერჩეული კრიტერიუმის გათვალისწინებით.

ლიტერატურა:

1. Волченская Т.В., Князьков В.С. Компьютерная математика: Часть 2. Теория графов/ Учебн.пособ.-Пенз.ун-та,2002.
2. Орлов А.И.Основы теории принятия решений. Учебное пособие. Москва,2002.

MODEL OF SATISFACTION OF THE DEMANDS ON THE GOODS WITH MINIMAL MANUFACTURING EXPENSES IN THE CASE OF UNLIMITED MANUFACTURING RESOURCES

Giashvili Ia
Georgian Technical University

Summary

This article discusses the model of demand satisfaction at minimal costs of production in the situation of unlimited production capacity. The solution is based on the time discretization and the use of graph models. For each alternative production plan the length of the curve is defined and an oriented graph is designed, determining the optimum production plan by the shortest path and costs for optimum satisfaction of current demand by its length.

МОДЕЛЬ УДОВЛЕТВОРЕНИЯ ПОТРЕБНОСТЕЙ ПРОДУКЦИИ МИНИМАЛЬНЫМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ЗАТРАТАМИ ПРИ НЕОГРАНИЧЕННЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ МОЩНОСТЯХ

Гиашвили И.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотрена модель удовлетворения спроса на продукцию минимальными производственными издержками при неограниченной производственной мощности. Решение задачи основано на дискретизации времени и использовании метода графов. Для каждого альтернативного производственного плана определена длина дуги, получен ориентированный граф, в котором кратчайший путь определяет оптимальный план производства, а длина этого пути - затраты, связанные с оптимальным удовлетворением существующего спроса.