ტორპედოს ბლანტი სითხის ნაკადით გარსდენის მათემატიკური მოდელირება

თამაზ ობგაძე, ირმა დავითაშვილი, ნინო ვარძიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

ნაშრომში აგებულია ტორპედოს ბლანტი სითხით გარსდენის მათემატიკური მოდელი. ტორპედოს ფორმის მოდელირება ხდება გაწელილი ელიფსის საშუალებით. ნაკადის მოდელირებისთვის გამოყენებულია კინემატიკური პირობები $L_2(G)$ მეტრიკით. შემოფარგვლის პირობები მოიცემა უწყვეტობის განტოლებით და ენერგიის განტოლებით. მიღებულია სიჩქარეთა ველისა და წნევების განაწილება ტორპედოს საზღვრის გასწვრივ.

საკვანძო სიტყვები: ტორპედო. ბლანტი სითხე. გარსდენა. მათემატიკური მოდელი. უწყვეტობის განტოლება. ენერგიის განტოლება.

1. შესავალი

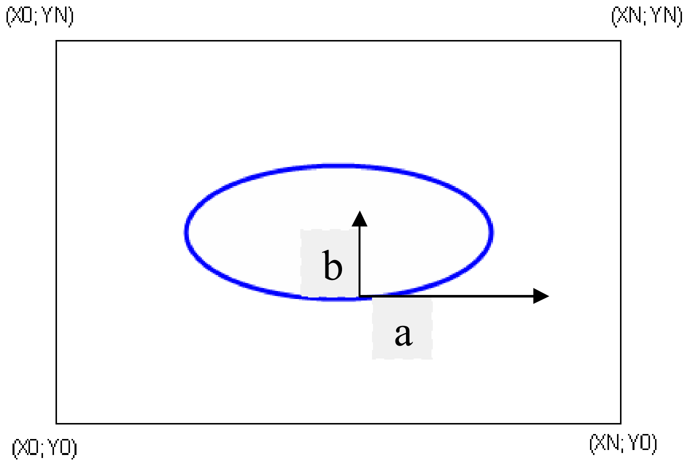
ტორპედოს ბლანტი სითხის გარსდენის ამოცანის შესასწავლად, განვიხილოთ ელიფსის, მართკუთხედის ფორმის სიჩქარეთა ეპიურის მქონე ნაკადით გარსდენა. დალამბერის პრინციპის მიხედვით, განვიხილავთ შემთხვევას, როდესაც ტორპედო უძრავია და მას ეჯახება უკუმში ბლანტი სითხის დამყარებული ნაკადი. თუ ჩავთლვით, რომ შემხვედრი ნაკადის სიჩქარეთა ვექტორის ეპიურა საწყის x=X0 კვეთში წარმოადგენს სწორ ხაზს, შესაბამისი სასაზღვრო პირობა $L_2(G)$-ის მეტრიკით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$IGR1(\alpha,\beta)=\int_{Y0}^{YN}(u(X0,y,\alpha)-1)^2\,dy+\int_{Y0_0}^{YN}v(X0,y,\beta)^2\,dy. \tag{1}$$

სადაც [Y0,YN] – შესასწავლი შუალედის ჰორიზონტალური, ხოლო [X0,XN]- ვერტიკალური საზღვრებია. ანუ, ამონახსნს ვეძებთ დეკარტულ ნამრავლზე.

$$G=[X0,XN]\times[Y0,YN].$$

ჩვენს შემთხვევაში X0=-2; XN=2; Y0=-1; YN=1



ნახ.1. ტორპედოს გარსდენის სქემა

2. ძირითადი ნაწილი

სიჩქარეთა ველის კოორდინატებს ბრტყელი დინებისას, ისევე როგორც წნევის ველს ვეძებთ ორგანზომილებიანი პოლინომური ბაზისის მიმართ შემდეგნაირად:

$$u(x,y,\alpha)=\frac{R(x,y)}{500}\cdot\sum_{m=0}^{k1}\sum_{n=0}^{k1}(\alpha_{m,n}\cdot\phi(x,y,m,n)) \tag{2}$$

$$v(x,y,\beta)=\frac{R(x,y)}{500}\cdot\sum_{m=0}^{k1}\sum_{n=0}^{k1}(\beta_{m,n}\cdot\psi(x,y,m,n)) \tag{3}$$

$$p(x,y,\gamma)=\sum_{m=0}^{k1}\sum_{n=0}^{k1}(\gamma_{m,n}\cdot\sigma(x,y,m,n)) \tag{4}$$

სადაც $R(x,y)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1$, $a=1$, $b=0.5$.

რადგან ტორპედო მიახლოებით წარმოადგენს ელიფსური კვეთის მქონე სხეულს, ხოლო

$$\psi(x,y,m,n):=x^m\cdot y^n$$

$$\sigma(x,y,m,n):=x^m\cdot y^n$$

ტორპედოს ბლანტი სითხით გარსდენისას ადგილი აქვს:

ა) მასის შენახვის კანონს

$$\int_{Y0}^{YN}u(X0,y,\alpha)\,dy=\int_{Y0}^{YN}u(XN,y,\alpha)\,dy+\int_{X0}^{XN}\left(v(x,Y0,\beta)+v(x,YN,\beta)\right)dx \tag{5}$$

რომლის მიხედვითაც შემხვედრი ნაკადის მასა კვეთის დსაწყისში ტოლია პროფილის გვერდებზე და მის კვალში გასული ნაკადების ჯამისა;

ბ) ბერნულის განტოლებას

$$E1(\alpha,\beta,\gamma)-E2(\alpha,\beta,\gamma)=E4(\alpha,\beta,\gamma) \tag{6}$$

რომლის თანახმად პროფილის საწყის და საბოლოო კვეთებში ენერგიათა სხვაობა ტოლია პროფილის ზედაპირის გასწვრივ ხახუნზე დახარჯული ენერგიისა

$$E1(\alpha,\beta,\gamma):=\int_{Y0}^{YN}\left[p(X0,y,\gamma)+1.1\cdot\left(u(X0,y,\alpha)^2+v(X0,y,\beta)^2\right)\right]dy \tag{7}$$

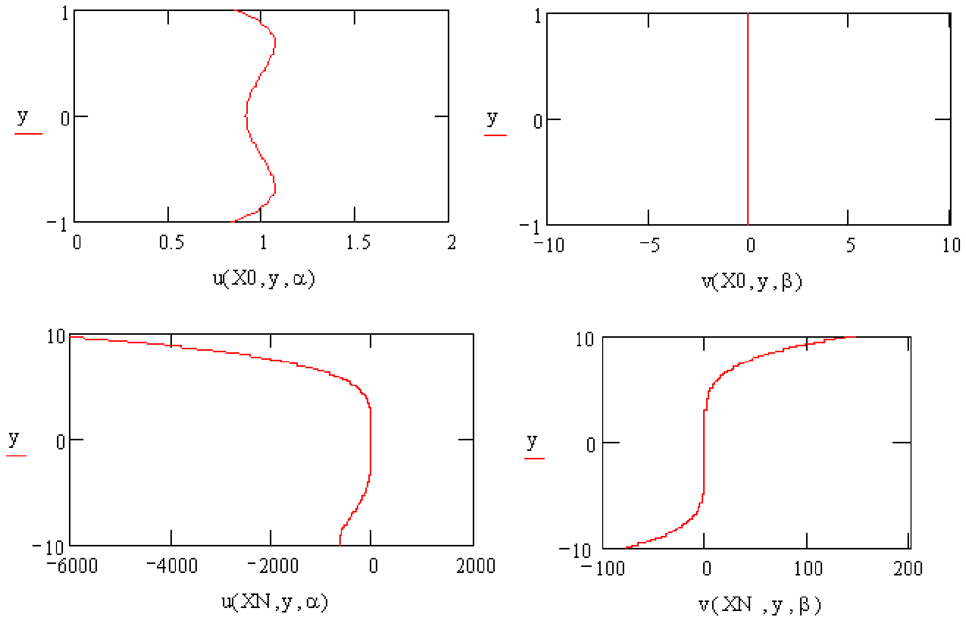
$$E2(\alpha,\beta,\gamma):=\int_{Y0}^{YN}\left[p(XN,y,\gamma)+1.1\cdot\left(u(XN,y,\alpha)^2+v(XN,y,\beta)^2\right)\right]dy \tag{8}$$

$$E3(\alpha,\beta,\gamma):=0.11\cdot\frac{XN-X0}{YN-Y0}\cdot\int_{Y0}^{YN}\frac{u(XN,y,\alpha)^2+v(XN,y,\beta)^2+\left(u(X0,y,\alpha)^2+v(X0,y,\beta)^2\right)}{4}\,dy \tag{9}$$

$$E4(\alpha,\beta,\gamma):=E3(\alpha,\beta,\gamma)+0.11\cdot\frac{XN-X0}{YN-Y0}\cdot\int_{Y0}^{YN}\frac{\sqrt{\left(u(X0,y,\alpha)^2+v(X0,y,\beta)^2\right)\cdot\left(u(XN,y,\alpha)^2+v(XN,y,\beta)^2\right)}}{2}\,dy \tag{10}$$

სადაც, (7), (8), (9), (10) ფორმულები წარმოადგენს დამხმარე ფუნქციებს ბერნულის განტოლებისთვის.

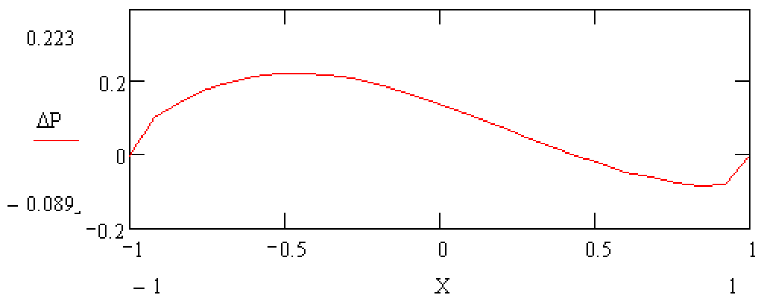
ამოცანის მიზანია $IGR1$ ფუნქციის მინიმიზაცია, ანუ, α,β,γ კოეფიციენტების პოვნა, რომლის შემდეგაც ვპოულობთ $u(x,y,\alpha)$, $v(x,y,\beta)$, $p(x,y,\gamma)$ ფუნქციებს. ამოცანა გადაწყვეტილია MathCad_13 ინსტრუმენტით და მიღებულ შედეგებს აქვს შემდეგი სახე:



IGR1(α, β, γ) = 0.007

ნახ.1. სიჩქარეთა ეპიურების განაწილება

მიღებულ წნევათა სხვაობას ტორპედოს პროფილის ზედა და ქვედა ზედაპირს შორის კი შემდეგი სახე აქვს:



ნახ.2. წნევათა სხვაობის განაწილება

3. დასკვნა

შემუშავდა ბლანტი სითხით გარსდენის მათემატიკური მოდელი ტორპედოსათვის, რომლის ფორმის მოდელირება ხორციელდება გაწელილი ელიფსის საშუალებით. ნაკადის მოდელირებისთვის გამოყენებულ იყო კინემატიკური პირობები $L_2(G)$ მეტრიკით. შემოფარგვლის პირობები აღიწერება უწყვეტობისა და ენერგიის განტოლებებით. მიღებულია სიჩქარეთა ველისა და წნევების განაწილება ტორპედოს საზღვრის გასწვრივ.

ლიტერატურა:

1. Обгадзе Т.А., Прокошев В.Г. Вычислительная физика, Мин.обр.России, ВлГУ, 1999

2. ობგაძე თ. მათემატიკური მოდელირება (უწყვეტი მათემატიკური მოდელები). მონოგრ., ტ.1, სტუ, თბილისი, 2006

3. ობგაძე თ., დავითაშვილი ი. ახალი ალგორითმი პროფილის სტაციონარული გარსდენის ამოცანების ამოსახსნელად, სტუ-ს შრ. კრ., მას, №1(2), თბილისი, 2007

4. Обгадзе Т.А., Давиташвили И .Оптимизация профиля крыла самолёта. Тез.докл., междун. конф. «Нелинейная динамика и устойчивость», посвящённой 100 летию Ляпунова, Санкт-Петербург, 2007

5. ობგაძე თ., დავითაშვილი ი. არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდის გამოყენება თვითმფრინავის ფრთის პროფილის ოპტიმიზაციისათვის. საერთაშ. სამეც.კონფ. ICT'07, თბ., 2007

MATHEMATICAL MODELLING OF THE FLOW OF THE TORPEDO BY THE STREAM OF THE VISCOUS LIQUID

Obgadze Tamaz, Davitashvili Irma, Vardziashvili Nino
Georgian Technical University

Summary

The mathematical model of a flow torpedo is constructed by a stream of a viscous liquid. Form modeling torpedo is made by the stretched ellipse. Kinematics conditions are applied to stream modeling with metric L_2 (G). Restriction conditions are given by the equation of indissolubility and the energy equation. Distribution of a field of speeds and pressure along border torpedo is received.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТОРПЕДО ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Обгадзе Т., Давиташвили И., Вардзиашвили Н.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Построена математическая модель обтекания торпедо потоком вязкой жидкости. Моделирование формы торпедо производится с помощью растянутого эллипса. Для моделирования потока применяются кинематические условия по метрике L_2(G). Условия ограничения даются уравнением неразрывности и уравнением энергии. Получено распределение поля скоростей и давлений вдоль границы торпедо.