რისკი და ოპტიმალური სარისკო გადაწყვეტილება ბუნების წინააღმდეგ თამაშში

გურამ ბელთაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განხილულია ბუნების წინააღმდეგ თამაშში სარისკო გადაწყვეტილების მიღებასთან დაკავშირებული პრობლემა. ამისათვის დახასიათებულია რისკისათვის და რისკის წარმომშობი გაურკვევლობის დამახასიათებელი მიზეზები. გამოყოფილია გაურკვევლობის ვარიანტები, რომლებიც გვხვდება თამაშთა თეორიაში. ბუნების წინააღმდეგ თამაშში სრული გაურკვევლობის პირობებში სევიჯის მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმით მიღებული გადაწყვეტილების ოპტიმალობის დამაჯერებლობის მიზნით რისკების თამაშში შემოტანილია საშუალო მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმი, რომელიც გვაძლევს მოთამაშის ოპტიმალურ შერეულ სტრატეგიას. ასეთი სტრატეგიისათვის განსაზღვრულია სპექტრის და აწონილი საშუალო მინიმალური რისკის ცნებები.

საკვანძო სიტყვები: რისკი. გაურკვევლობა. თამაში ბუნების წინააღმდეგ. კრიტერიუმი. საშუალო მინიმალური რისკი. სპექტრი.

1. შესავალი

გადაწყვეტილების მიმღები პირის (გმპ) მიერ საქმიანობის ნებისმიერ სფეროში გადაწყვეტილების მიღება დამოკიდებულია განსხვავებული სტრატეგიების (ქმედებების) გამოყენების შედეგად მისაღები შედეგების წინასწარ განსაზღვრულობის ხარისხზე. ამიტომ გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიაში განიხილება გადაწყვეტილების მიღების სამი სახის მოდელი [1]:

1. გადაწყვეტილების მიღება განსაზღვრულობის პირობებში, როცა ყოველ ქმედებას მივყავართ წინასწარ გარკვეულ კონკრეტულ შედეგთან;

2. გადაწყვეტილების მიღება რისკის პირობებში ანუ ნაწილობრივი განუზღვრელობის (იგივე ნაწილობრივი გაურკვევლობის) პირობებში, როცა ყოველ ქმედებას მივყავართ შესაძლო კერძო შედეგების სიმრავლიდან ერთ-ერთ შედეგთან. ამასთან თითოეულ შედეგს აქვს მოხდენის კონკრეტული ალბათობა და ისინი ცნობილია გმპ-თვის (თუ ისინი უცნობია, მაშინ მათი გამოთვლა შესაძლებელია მის მიერ, ან ექსპერტული შეფასებებით);

3. გადაწყვეტილების მიღება განუზღვრელობის (ან სრული განუზღვრელობის) პირობებში, როცა ამა თუ იმ ქმედებას ან მათგან რამდენიმეს აქვს კერძო შედეგების სიმრავლე, რომელთა ალბათობები გმპ-თვის უცნობია და მათი პოვნა შეუძლებელია, ან ამ ალბათობებს საერთოდ არ აქვს აზრი.

ამდენად, აღნიშნული სამი მოდელიდან მეორე და მესამე რისკის პრობლემასთან არის დაკავშირებული. მათი დამუშავების და ანალიზის მეთოდები შეისწავლება თამაშთა და სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღების თეორიაში. თამაშთა თეორიის პრინციპებზე დაყრდნობით არსებობს

საკმაოდ მარტივი მეთოდები და მოდელები, რომელთა წარმატებით გამოყენების შემთხვევაში შეგვიძლია მინიმუმამდე დავიყვანოთ მოსალოდნელი დანაკარგები. ორი მოთამაშის შემთხვევაში, როცა ერთი–პირველი მოთამაშე (შემდეგში მოთამაშე, გმპ) რაციონალური მოთამაშეა, ხოლო მეორე მოთამაშე–ბუნება გადაწყვეტილებას არ ღებულობს გონივრული ქმედებით – იგი სტრატეგიას ირჩევს შემთხვევით, თამაში მოიცემა მატრიცული თამაშის ფორმით და მას ეწოდება თამაში ბუნების წინააღმდეგ. ასეთ თამაშში შევისწავლით მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიის პოვნის ამოცანას რისკის ანალიზზე დაყრდნობით. ეს კი საჭიროებს რისკის და განუზღვრელობის ცნებებში საფუძვლიან გარკვევას. განვიხილოთ დასმული ამოცანები.

2. ძირითადი ნაწილი

2.1. რისკი და განუზღვრელობა. რისკის ცნებას და მის გამოყენებას საკმაოდ დიდი ისტორია აქვს. ისტორიკოსების მტკიცებით რისკი არსებობდა ყოველთვის. ადამიანები ძველ დროში თამაშობდნენ აზარტულ თამაშებს, კერძოდ კამათლის თამაშის სცენები აღმოჩენილია ეგვიპტის სამარხებში. კაცობრიობის ისტორია მოწმობს, რომ ის, ვისაც შეუძლია დროულად გარისკვა, ის უფრო დიდ მოგებას (სარგებლიანობას) ღებულობს. ამისათვის საკმარისია გავიხსენოთ გაბედული პოლიტიკოსები და მხედართმთავრები, უშიშარი ინჟინრები, მეწარმეები და ა.შ. მრავალი გადაწყვეტილება დაკავშირებულია რისკთან, სარისკო სიტუაციიდან გადახრა ხშირ შემთხვევაში ხდება გარდაუვალი, ამიტომ აუცილებელია ყველაფერი გავაკეთოთ იმისათვის, რომ შევამციროთ არასასურველი რისკი. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა ვისწავლოთ ანგარიშით გარისკვა, დავევუფლოთ რისკის მეცნიერებას და ხელოვნებას.

1738 წელს დ. ბერნულიმ სანკტ-პეტერბურგის მეცნიერებათა აკადემიის მოამბეში გამოაქვეყნა სტატია ‘‘ახალი თეორიის შინაარსი რისკის გაზომვის შესახებ’’, სადაც მან ჩამოაყალიბა თავისი აღიარებული სანკტ-პეტერბურგის პარადოქსი [1]. ამ ნაშრომის ძირითადი თეზისი დ. ბერნულიმ ასე ჩამოაყალიბა: ‘‘რისკი თითოეულის მიერ აღიქმება თავისებურად და იგი არ შეიძლება შეფასდეს ერთნაირად. ამასთან ქონების სარგებლიანობის შეფასება არ არის მარტივი წრფივი ფუნქცია და იგი დამოკიდებულია ადამიანზე, რომელიც იმყოფება სარისკო სიტუაციაში’’. ამრიგად, ფასის და ალბათობის ცოდნა ყოველთვის არაა საკმარისი შედეგის შეფასებისათვის, ვინაიდან სარგებლიანობა ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში შეიძლება დამოკიდებული იყოს შემფასებელ სუბიექტზე. ყოველი სუბიექტი კი რისკზე რეაგირებს ღირებულებათა სისტემის შესაბამისად.

ორასი წელი დაჭირდა დ. ბერნულის იდეის შემდგომ განვითარებას. მხოლოდ 1944 წელს იქნა დამუშავებული ჯონ ფონ ნეიმანისა და ოსკარ მორგენშტერნის მიერ სარგებლიანობის თეორია [3], რომლითაც შესაძლებელია ვიპოვოთ ოპტიმალური გადაწყვეტილება სარისკო პირობებში.

სიტყვა ‘‘რისკის’’ წარმოშობის შესახებ არსებობს განსხვავებული შეხედულებები. ზოგიერთი თვლის, რომ იგი არაბული წარმოშობისაა, ზოგიერთი თვლის, რომ იგი ბერძნული წარმოშობისაა, ზოგიერთის აზრით იგი იტალიურია. უფრო მეტად თვლიან, რომ იგი ესპანურ-პორტუგალიური

წარმოშობისაა და აღნიშნავს ბრაგას (წყალქვეშა კლდეს ზღვაში, რომელიც თითქმის წყლის ზედაპირზეა ამოსული) ანუ მოსალოდნელ საფრთხეს, საშიშროებას. ინგლისურენოვან სამეცნიერო ლიტერატურაში თავიდან გამოიყენებოდა სიტყვა საშიშროება, სიტყვა ''რისკი'' კი გამოიყენება 1830 წლიდან და პირველად გვხვდება სადაზღვევო კომპანიებში. მეოცე საუკუნეში საბოლოოდ დამკვიდრდა სიტყვა ''რისკი''. რისკის გაწევა ალალბედზე მოქმედებას, სახიფათო მდგომარეობაში ჩადგომას ნიშნავს. აქედან გამომდინარეობს, რომ რისკზე წასვლას ჩვენ გვაიძულებს გარემოების გაურკვევლობა: აუცილებელია ვიმოქმედოთ, მაგრამ უცნობია როგორ. ამასთან, რაც მეტია გადაწყვეტილების მიღებისას გაურკვევლობა, მით მეტია რისკი. გარდა ამისა, გარისკვა გვიწევს ისეთ შემთხვევაშიც, როცა გვაქვს წარმატების იმედი და კიდევ, როცა რისკის მოსალოდნელ დადებით შედეგს აქვს კანონზომიერი ხასიათი (იღბლიანი შემთხვევა). მაშასადამე, რისკისათვის დამახასიათებელია მიზეზები: გაურკვევლობა, წარმატების მოლოდინი და იღბლიანი შედეგის მიღების იმედი.

ჩვენ შესაძლოა განვიცადოთ ზემოქმედება პოლიტიკური, ეკონომიკური, ეკოლოგიური, ფსიქოლოგიური, სამართლებრივი, სამედიცინო და სხვა რისკისაგან. მათგან ზოგიერთი განსაკუთრებით საშიშია უსაფრთხო ცხოვრებისათვის. ასეთი რისკების კონტროლისათვის მეტად საჭირო ფაქტორს წარმოადგენს ჩვენი აღზრდა და განათლება სარისკო კულტურის ფორმირებისათვის. სარისკო კულტურა წარმოადგენს მართვისათვის საჭირო ცოდნისა და პრაქტიკული უნარ-ჩვევების ერთობლიობას, რომლებიც განპირობებულია ჩვენი წარმოდგენების, თვალსაზრისთა, ღირებულებათა და ტრადიციული ადათ-წესების საშუალებით.

დღეისათვის არ არსებობს რისკის არსის ცალსახა გაგება. ეს გამოწვეულია მისი, როგორც მოვლენის სირთულის გამო, რომელსაც გააჩნია მრავალი არათანმთხვევი, ზოგჯერ კი ურთიერთსაწინააღმდეგო რეალური საფუძვლები. ეს განაპირობებს რისკის ცნების განსაზღვრის რამდენიმე ვარიანტის შესაძლებლობას:

1. რისკი პოტენციური დანაკარგის შესაძლებლობის რიცხვითი განზომილებაა. რისკის ცნებით ხასიათდება განუზღვრელობა, რომელიც დაკავშირებულია მიღებული გადაწყვეტილების რეალიზაციისას წარმოშობილ შესაძლო არასასურველ სიტუაციასთან და შედეგთან;

2. რისკი დანაკარგების და ზარალის წარმოშობის, გეგმით გათვალისწინებული შემოსავლების და მოგების მიღების ალბათობაა;

3. რისკი–მომავლისათვის ჩვენი ფინანსური შედეგების გაურკვევლობაა;

4. რისკი მომავალში წმინდა შემოსავლების გაურკვევლობის ხარისხია;

5. რისკი არასასურველი შედეგის, საშიშროების, დანაკარგის და დაზიანების შანსია;

6. რისკი–ღირებულებათა დაკარგვის ალბათობაა ისეთი საქმიანობის პირობებში, როცა საქმიანობის პირობები და გარემოება განსხვავდება წინასწარდასახული გეგმისაგან და ანგარიშისაგან.

ჩამოთვლილი ცნებებიდან ნათლად ჩანს, რომ რისკის საფუძველში დევს ალბათობისა და განუზღვრელობის მოვლენები, რისთვისაც რისკთან დაკავშირებით საჭიროა ამ ორი მოვლენის ძირეული კლასიფიკაცია.

მაინც რა არის განუზღვრელობის (იგივე გაურკვევლობის) მიზეზები, რომლებიც წარმოშობენ რისკს? ასეთი ძირითადად სამი მიზეზია. მათგან პირველია არცოდნა, საკმარისად არაინფორმირებულობა, ანუ გარემომცველ გარემოზე ჩვენი ცოდნის არასისრულე, არასაკმარისობა. ამიტომ არის კაცობრიობის განვითარების ისტორია და შესაბამისად ცივილიზაცია ამავე დროს გაურკვევლობასთან ბრძოლის ისტორია. მეორე მიზეზად უნდა დავასახელოთ შემთხვევითობა, რაშიც ვგულისხმობთ ისეთ შემთხვევას, როცა ერთნაირ პირობებშიც კი შესაძლებელია განსხვავებული შედეგების მიღება, ე.ი. წინასწარ არ შეგვიძლია დავადგინოთ რა შედეგს მივიღებთ ქმედების გამეორების შემთხვევაში. ამრიგად, ყოველი ასეთი შემთხვევის დაგეგმვა შეუძლებელია და რადგან არ ვიცით რას მოგვცემს შემთხვევითობა, ამიტომ წარმოიშობა რისკი. მესამე მიზეზია წინააღმდეგობა და მუქარა, რომლებსაც ადგილი აქვთ ყოველი სახის კონფლიქტურ სიტუაციებში. ასეთ სიტუაციები გვხვდება ყველა სფეროში და ყველა მათგანის პირობებში გადაწყვეტილების მიღება ყოველთვის დაკავშირებულია გაურკვევლობასთან და მაშასადამე რისკთან. კონფლიქტურ სიტუაციებში გადაწყვეტილებების მიღებას სწავლობს თამაშთა მათემატიკური თეორია და ამდენად ამ დარგის საგანს წარმოადგენს აგრეთვე როგორც გაურკვევლობების, ისე რისკების კანონზომიერებების ანალიზი. ყოველივე აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ ყველა გადაწყვეტილება, რომელიც დაკავშირებულია რისკთან, დამოკიდებულია არა მხოლოდ გარემოს მდგომარეობაზე და მის ცვლილებაზე, არამედ კიდევ იმაზეც, გადაწყვეტილების მიმღები პირისათვის როგორი სახით იქნება ფორმირებული გარემოზე წარმოდგენა. ამიტომ აღმოჩნდება, რომ გმპ რაც მეტ ინფორმაციას მოიპოვებს გარემოს შესახებ, გამოიყენებს საკუთარ გამოცდილებას და შესაბამის მეთოდებს, მისი გადაწყვეტილება აღმოჩნდება უფრო მეტად კონსერვატიული, ფრთხილი: ის უპირატესობას მიანიჭებს ისეთ გადაწყვეტილებებს, რომლებშიც მოგების ალბათობა მეტია, ხოლო წაგების ალბათობა კი ნაკლები.

შევეხოთ გაურკვევლობის ვარიანტებს, რომელთაგან თითოეული ან მათი შერეული კომბინაციები გვხვდება თამაშთა თეორიაში და მათი შინაარსი მოცემულია [3] –ში:

1. სტრატეგიების კომბინატორული რაოდენობა, რომელთა განხილვა განსაზღვრულ დროში კომპიუტერის გამოყენებითაც კი შეუძლებელია (მაგალითად ჭადრაკში);

2. შემთხვევითი ძალების მოქმედების შედეგად წარმოქმნილი შემთხვევითი ფაქტორებით გამოწვეული მოვლენები; სამიზნეში სროლისას მოხვედრათა გაბნევა; მომსახურების სისტემაში მოთხოვნილებათა შემთხვევითი ნაკადი; ფულად საშუალებათა შემთხვევითი ნაკადი საბანკო სისტემაში ან წარმოებაში და ა.შ.;

3. სტრატეგიული გაურკვევლობა, რომელიც გამოწვეულია თამაშში პარტნიორის, ბუნების წინააღმდეგ თამაშში კი ბუნების უცნობი ქმედების შედეგად.

2.2. რისკის ანალიზი ბუნების წინააღმდეგ თამაშის გამოყენებით. ბუნების წინააღმდეგ თამაშში შეგნებულად მოქმედებს მხოლოდ მოთამაშე (გმპ, სტატისტიკოსი), ხოლო ბუნების ქმედება გაურკვეველია და ზოგიერთ შემთხვევაში არც პროგნოზირებადია. აქ გაურკვევლობა გამოწვეულია ბუნების ქცევაზე ჩვენი არასაკმარისი ინფორმირებულობით. ამიტომ ასეთ თამაშს ზოგჯერ უწოდებენ "თამაშს არასრული ინფორმაციით". აქ ბუნება არაა დაინტერესებული მონაწილე, მის ქმედებას განაპირობებს შემთხვევა. "ბუნებაში" შეიძლება ვიგულისხმოთ ისეთი გაურკვეველი ფაქტორების სიმრავლე, რომელთაც ადგილი აქვთ ან წარმოიშობა მოთამაშის მიერ გადაწყვეტილების მიღების მომენტში. ბუნების წინააღმდეგ თამაშების ერთი კლასია სტატისტიკური თამაშები, მეორე კი–თამაშები სრული განუზღვრელობის პირობებში [2]. პირველს კიდევ უწოდებენ "თამაშებს რისკის ან ექსპერიმენტის პირობებში", ხოლო მეორეს - "თამაშებს ქსპერიმენტის გარეშე პირობებში". ბუნების წინააღმდეგ თამაშში მოთამაშეს აქვს სტრატეგიები (სვლები) $x_i \in X$ (ჩავთვალოთ $x_i \equiv i$), ხოლო ბუნების სტრატეგიები (მდგომარეობები) იყოს $\omega_j \in \Omega$ $(\omega_j \equiv j)$, რომელთა დადგენა ზოგიერთ შემთხვევაში მოითხოვს ექსპერტებთან თანამშრომლობას. ასეთ თამაშში შესაძლებელია მოთამაშის სტრატეგიების რიცხვის შემცირება დომინირებით, ხოლო ბუნების სტრატეგიებზე ამ წესს ვერ გამოვიყენებთ.

პირველ რიგში განვიხილოთ სტატისტიკური თამაში. რადგან ასეთ თამაშში ბუნება არაა დაინტერესებული მოგებებით, ამიტომ თამაშში საინტერესოა მხოლოდ მოთამაშის მოგებები. ჩავწეროთ სტატისტიკური თამაში მატრიცული თამაშის სახით [2]:

$$H_u = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & . & \omega_n \\ \hline x_1 & u_{11} & u_{12} & . & u_{1n} \\ \hline x_2 & u_{21} & u_{22} & . & u_{2n} \\ \hline . & . & . & . & . \\ \hline x_m & u_{m1} & u_{m2} & . & u_{mn} \\ \hline Q & q_1 & q_2 & . & q_n \\ \hline \end{array}. \qquad (1)$$

ამ მატრიცის ბოლო სტრიქონში მოთავსებული ვექტორი $Q(\omega) = (q_1, q_2, ..., q_n)$ ბუნების მდგომარეობათა ალბათობებია.

შევნიშნოთ, რომ (1) თამაშში უნაგირა წერტილის არსებობა როგორც წმინდა, ასევე შერეულ სტრატეგიებში მოთამაშეს არ აძლევს გარანტიას ასეთი წონასწორული გადაწყვეტილების არჩევაზე. ამიტომ ბუნების წინააღმდეგ ნებისმიერი თამაშის შემთხვევაში მოთამაშემ გარანტირებული სარგებლიანობის მისაღებად სასურველია გამოიყენოს ფრთხილი, მაქსიმინური სტრატეგია $\underline{v}(i^*) = \max_i \min_j u_{ij}$.

(1) სტატისტიკურ თამაშში გადაწყვეტილება მიიღება ბაიესური სტრატეგიის გამოყენებით. ამისათვის გამოითვლება თითოეული სტრატეგიის საშუალო მოსალოდნელი სარგებლიანობა

$u(x_i) = q_1 u_{i1} + ... + q_n u_{in}, i = 1,...,m$ და ოპტიმალური ბაიესური სტრატეგია იქნება ისეთი $x_i^* = i^*$, რომლისთვისაც $u(x_i^*) = u(i^*) = \max_i u(x_i)$. შესაძლოა (1) თამაშში მაქსიმინური და ოპტიმალური ბაიესური სტრატეგიები ერთმანეთს დაემთხვეს და ეს საუკეთესო შემთხვევაა. შეიძლება მაქსიმინური და ბაიესური მნიშვნელობები ერთმანეთისაგან მცირეთი განსხვავდებოდეს. ამ შემთხვევაში კი ოპტიმალური გადაწყვეტილების მისაღებად საჭირო იქნება დამატებითი ექსპერიმენტის ჩატარება.

სტატისტიკური თამაშიდან შეგვიძლია გადავიდეთ ახალ თამაშზე, რომლის მოგების მატრიცა უფრო ბუნებრივად გამოსახავს მოთამაშის მოგების გაურკვევლობას იმ შემთხვევაში, როცა ბუნება უმართავია, არაწინასწარმეტყველია. მოგების ასეთ მატრიცას წარმოადგენს რისკების მატრიცა $R_u = \left(r(x_i, \omega_j)\right) \equiv (r_{ij})$, რომლის ელემენტები რისკებია და ისინი გამოითვლება შემდეგი ფორმულით $r_{ij} = \max_i u_{ij} - u_{ij} = u_j - u_{ij}$. ეს სიდიდე წარმოადგენს მოთამაშის შესაძლო დანაკარგს ბუნების შესაბამის მაქსიმალურ წაგებასთან შედარებით. ამრიგად, რისკების თამაშს აქვს სახე

$$R_u = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & . & \omega_n \\ \hline x_1 & r_{11} & r_{12} & . & r_{1n} \\ \hline x_2 & r_{21} & r_{22} & . & r_{2n} \\ \hline . & . & . & . & . \\ \hline x_m & r_{m1} & r_{m2} & . & r_{mn} \\ \hline Q & q_1 & q_2 & . & q_n \\ \hline \end{array} . \qquad (2)$$

თეორემა 1. ბუნების წინააღმდეგ (1) სტატისტიკურ თამაშში მაქსიმალური საშუალო მოგების შესაბამისი სტრატეგია x_i^* ემთხვევა რისკების (2) თამაშში მინიმალური საშუალო რისკის შესაბამის სტრატეგიას.

დამტკიცება. (1) თამაშიდან ვწერთ

$$H_u(x_i^*, Q(\omega)) = \max_i H_u(x_i, Q(\omega)) = \max_i \sum_{j=1}^{n} u_{ij} q_j = \sum_{j=1}^{n} u_{i^* j} q_j .$$

(2) თამაშიდან ვღებულობთ:

$$R_u(x_i, Q(\omega)) = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} q_j = \sum_{j=1}^{n} (u_j - u_{ij}) q_j = \sum_{j=1}^{n} (u_j q_j - u_{ij} q_j) = C - \sum_{j=1}^{n} u_{ij} q_j ,$$

სადაც C მუდმივი სიდიდეა და აქედან

$$\sum_{j=1}^{n} u_{ij} q_j + R_u(x_i, Q(\omega)) = C .$$

ამ ტოლობაში $i^* = x_i^*$ სტრატეგიისათვის პირველი შესაკრების მნიშვნელობა მაქსიმალურია, რის გამოც მეორე შესაკრები სიდიდე $R_u(x_i^*, Q(\omega))$ იქნება მინიმალური. თეორემა დამტკიცებულია.

ახლა განვიხილოთ ბუნების წინააღმდეგ თამაში სრული გაურკვევლობის შემთხვევაში

$$H_u = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & . & \omega_n \\ \hline x_1 & u_{11} & u_{12} & . & u_{1n} \\ \hline x_2 & u_{21} & u_{22} & . & u_{2n} \\ \hline . & . & . & . & . \\ \hline x_m & u_{m1} & u_{m2} & . & u_{mn} \\ \hline \end{array}. \qquad (3)$$

ასეთ თამაშში ოპტიმალური გადაწყვეტილების მისაღებად მოთამაშე ძირითადად იყენებს მაქსიმაქსის, მაქსიმინის (ვალდის), სევიჯის, ლაპლასის კრიტერიუმებს [2]. (3) –ის შესაბამის რისკების თამაშში (სადაც $r_{ij} = u_j - u_{ij}$)

$$R_u = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & . & \omega_n \\ \hline x_1 & r_{11} & r_{12} & . & r_{1n} \\ \hline x_2 & r_{21} & r_{22} & . & r_{2n} \\ \hline . & . & . & . & . \\ \hline x_m & r_{m1} & r_{m2} & . & r_{mn} \\ \hline \end{array} \qquad (4)$$

კი გამოიყენება სევიჯის მინიმალური რისკის კრიტერიუმი $S_{i^*} = \min_i \max_j r_{ij}$.

მაგალითი 1. მოცემულია თამაში ბუნების წინააღმდეგ

$$H_u = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\ \hline x_1 & 2 & 4 & 1 \\ \hline x_2 & 8 & -1,9 & 6 \\ \hline \end{array}. \qquad (5)$$

მინიმალური რისკის შესაბამისი გადაწყვეტილების მისაღებად განვიხილოთ შესაბამისი რისკების თამაში

$$R_u = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\ \hline x_1 & 6 & 0 & 5 \\ \hline x_2 & 0 & 5,9 & 0 \\ \hline \end{array}, \qquad (6)$$

რომელშიც მინიმალური რისკის S_{i^*} კრიტერიუმის საშუალებით ვღებულობთ გადაწყვეტილებას $x_2^* = 2$: $\min_i \max_j r_{ij} = \min\{6;5,9\} = 5,9 = S_2$, რომლის შესაბამისი მნიშვნელობა მცირეთი განსხვავდება $x_1 = 1$ სტრატეგიის შესაბამისი მაქსიმალური $r_{11} = 6$ მნიშვნელობისაგან. ეს კი ეჭვის ქვეშ გვაყენებს (5) თამაშში მეორე სტრატეგიის ოპტიმალობის შესახებ, მაშინ როცა ამ შემთხვევაში შესაძლებელია მოთამაშემ წააგოს კიდეც 1,9 (პირველი სტრატეგიის გამოყენების შემთხვევაში კი ყოველთვის იგებს).

იმ გარემოების შესაბამისად, რომლის პირობებშიც თამაშდება (5) თამაში და მაშასადამე დამატებითი ექსპერიმენტის ჩატარებას არ აქვს აზრი, ხოლო (6) თამაშში მეორე სტრატეგიის ოპტიმალობა ეჭვქვეშაა, რისკების (4) თამაშისათვის შემოგვაქვს საშუალო მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმის განსაზღვრება, რომელიც წარმოადგენს სევიჯის მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმის განზოგადებას. ამისათვის ვიყენებთ მოთამაშის შერეულ სტრატეგიას.

ვთქვათ $P(x) = (p_1, p_2, ..., p_m)$ მოთამაშის შერეული სტრატეგიაა (4) თამაშში. მატრიცული თამაშების თეორიაში ნაჩვენებია, რომ $\max\limits_Q PR_u Q^T = \max\limits_j PR_{u.j}$. ამიტომ

$$\min_P \max_Q PR_u Q^T = \min_P \max_J PR_{u.j}.$$

განსაზღვრება 1. რისკების (4) თამაშში მოთამაშის საშუალო მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმი ეწოდება სიდიდეს

$$S_{P^*} = \min_P \max_j PR_{u.j}. \tag{7}$$

განსაზღვრება 2. საშუალო მინიმაქსური რისკის (7) კრიტერიუმით განსაზღვრული ოპტიმალური შერეული $P^* = (p_1^*, p_2^*, ..., p_m^*)$ სტრატეგიის სპექტრი ვუწოდოთ მოთამაშის ისეთ $x_i^* = i^*$ სტრატეგიას, რომლის შესაბამისი ალბათობა $P(x_i^*) = p_i^*$ არის უდიდესი, ხოლო შესაბამისი აწონილი საშუალო რისკი, გამოთვლილი ტოლობით

$$R_u(x_i^*; p_i^*) = p_i^*(r_{i1} + r_{i2} + ... + r_{in}), \tag{8}$$

იქნება მინიმალური. მოთამაშის ოპტიმალურ გადაწყვეტილებად ვღებულობთ $x_i^* = i^*$ სტრატეგიას (ვეყრდნობით ლაპლასის კრიტერიუმს, რომლის ძალით ბუნების თითოეული სტრატეგიის ალბათობაა $1/n$ და იგი ვერ ახდენს გავლენას ყოველი $i = 1,2,\dots,n$- თვის (8) ტოლობით გამოთვლილი სიდიდეების შედარებაზე).

ჩვენს (6) თამაშში მოთამაშის შერეულ სტრატეგიას აქვს სახე $P = (p, 1-p)$. გამოვიყენოთ (7) კრიტერიუმი და მისი შესაბამისი ოპტიმალური შერეული $P^* = (p^*, 1-p^*)$ სტრატეგიის პოვნისათვის გამოვიყენოთ $2xn$ მატრიცული თამაშის ამოხსნის გრაფიკული ხერხი [2]. ამ ხერხით $P^* = (0{,}495; 0{,}505)$, რომლის სპექტრია მოთამაშის მეორე სტრატეგია, ხოლო (8) ტოლობით გამოთვლილი შესაბამისი აწონილი საშუალო მინიმალური რისკი ტოლია $R_u(2; 0{,}505) = 0{,}505.5{,}9 = 2{,}9795$. რაც შეეხება პირველი სტრატეგიის შესაბამის აწონილ საშუალო რისკს, იგი არის $R_u(1; 0{,}495) = 0{,}495.(6+5) = 5{,}445$. ამ ორ სიდიდეს შორის განსხვავება უფრო მნიშვნელოვანია, ვიდრე სევიჯის კრიტერიუმით გამოთვლილ 5,9 და 6 სიდიდეებს შორის. ამრიგად, (6) და (5) თამაშებში ოპტიმალურია $x_2 = 2$ სტრატეგია.

შენიშვნა. საშუალო მინიმაქსური რისკის (7) კრიტერიუმის შესაბამის ოპტიმალურ შერეულ სტრატეგიას $2xn$ და $3x3$ თამაშებისათვის ვიპოვით გრაფიკული ხერხის საშუალებით. სხვა განზომილების თამაშისათვის მისი პოვნა მოითხოვს მინიმაქსის სპეციალური ტიპის ამოცანის ამოხსნას.

3. დასკვნა

სრული გაურკვევლობის პირობებში ბუნების წინააღმდეგ თამაშში სევიჯის მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმით განსაზღვრული ოპტიმალური სტრატეგია შესაძლოა არ იყოს დამაჯერებელი. ასეთი სტრატეგიის უფრო მეტად დამაჯერებლობის მიზნით განსაზღვრულია საშუალო მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმი, როგორც სევიჯის მინიმაქსური რისკის კრიტერიუმის განზოგადება შერეული სტრატეგიის გამოყენებით. განსაზღვრულია ასეთი ოპტიმალური სტრატეგიის სპექტრის და აწონილი საშუალო მინიმალური რისკის ცნებები.

ლიტერატურა:

1. ბელთაძე გ., ჯიბლაძე ნ. გადაწყვეტილებათა მიღების თეორია. I-ნაწ. თეორიის საწყისები, პრიორიტეტების და სარგებლიანობების ანალიზი. სტუ, თბილისი, 2009

2. ბელთაძე გ., მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ. გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიის საფუძვლები და მათი გამოყენება საზოგადოებრივ მეცნიერებებში. სტუ, თბილისი, 2003

3. Нейман Д.Фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. под ред. Воробьева Н.Н. М., Наука, 1970.

RISK AND THE OPTIMAL RISKY SOLUTION IN THE GAME AGAINST NATURE

Beltadze Guram
Georgian Technical University

Summary

The problem related to risky decision making in the game against the nature is discussed. For this purpose, the peculiar reasons of the risk as well as the indefiniteness causing the risk are characterized. The scenarios of indefiniteness are separated those being faced in game theory. In the game against the nature under indefinite conditions, in order to justify the rationality of the decision, by application of the Savage's mini-maximal risk criteria into the risk games, the average mini-maximal risk criteria is being inserted, out of which the optimal mixed strategy of the gamer is received. For such strategy, the knowledge spectrum and weighted average minimal risks are being determined.

РИСК И ОПТИМАЛЬНОЕ РИСКОВАННОЕ РЕШЕНИЕ В ИГРАХ ПРОТИВ ПРИРОДЫ

Белтадзе Г.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотрена проблема, связанная с принятием рискованных решений в игре против природы. Для этого рассмотрены характерные причины для риска и неопределенности, порождающие риск. Выделены варианты неопределенностей, которые встречаются в теории игр. В игре против природы в условиях полной неопределенности с целью подтверждения достоверности оптимального решения, полученого методом критерия минимаксного риска Сэвиджа, в игре рисков введен критерий среднего минимаксного риска, из которого получаем оптимальную смешанную стратегию игрока. Для такой стратегии определены понятия спектра и взвещенного среднего минимального риска.