მსგავსების ზომის ფორმირება (ნიშანთა) „დამთხვევა-არდამთხვევის“ პრინციპის გამოყენებით

ოთარ ვერულავა, ია ირემაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

შესწავლილია მსგავსების ზომის ფორმირების პროცესი თანაბარგანზომილებიანი ობიექტებისათვის, კერძოდ, ეს შეიძლება იყოს ამოსაცნობი სახეების ეტალონური აღწერები, სახეთა სასწავლო, საკონტროლო ან უცნობი რეალიზაციები. ამოცნობის პროცესში დამთხვევის (არადამთხვევის) პრინციპის გამოყენება გულისხმობს სუპერპოზიციის პროცედურის არსებობას. აქედან გამომდინარე, აუცილებელია ობიექტების თანაბარგანზომილებიანობის პირობის დაკმაყოფილებაც. ფორმირებული მსგავსების ზომის ფუნქციისათვის, დამტკიცებულია მეტრიკული თვისებების არსებობა და ნაჩვენებია მისი გამოყენების შესაძლებლობები ბინარული და არაბინარული ამოსაცნობი ობიექტებისათვის.

საკვანძო სიტყვები: მსგავსების ზომა. მეტრიკული თვისებები. სუპერპოზიცია. დამთხვევა. რეფლექსურობა. სიმეტრიულობა. სამკუთხედის მეთოდი.

1. შესავალი

სახეთა ამოცნობაში გამოყენებულ შედარების პროცესებში დიდი ადგილი უკავია მეტრიკული თვისებების მქონე ფუნქციებს და ზოგიერთ შემთხვევაში, არამეტრიკულ გამოსახულებებს, ან ალგორითმების სახით მოცემულ პროცედურებს [1,2]. შედარების პროცესი ხორციელდება, როგორც წესი, ორ ობიექტს შორის, კერძოდ, სახის ეტალონურ აღწერასა და ამოსაცნობ ობიექტებს შორის. უმრავლეს შემთხვევაში ეს ორი ობიექტი თანაბარგანზომილებიანია ან დაიყვანება ტოლ განზომილებაზე. თუ ეს ობიექტები არათანბარგანზომილებიანია, ასეთ შემთხვევაში პრაქტიკულად შეუძლებელი ხდება მეტრიკული ფუნქციებისა და უმრავლეს შემთხვევაში არამეტრიკული ფუნქციების გამოყენებაც.

შემდგომში მივიღებთ, რომ შედარების პროცედურებში გამოყენებული ამოცნობის ობიექტები თანაბარგანზომილებიანია და შესაბამისად, მათთვის შესაძლებელია სუპერპოზიციის პრინციპის გამოყენება. სუპერპოზიციის პრინციპის გამოყენება გულისხმობს ნიშანთა დამთხვევის ან არადამთხვევის მიმართებების განხორციელებას.

ამოცნობის ბინარული ობიექტების შემთხვევაში დამთხვევა-არადამთხვევის მიმართებები მარტივად განისაზღვრება. კერძოდ, თუ მოცემულია ორი ობიექტი $A_i = (x_{in})$, და $A_j = (x_{jn})$, სადაც $n = \overline{1;\ N}$, N –ნიშანთა ბინარული სივრცის განზომილებაა, მაშინ დამთხვევის მიმართებებისთვის გვექნება:

$$\forall x_{in}; x_{jn} = \{0; 1\}, \tag{1}$$

$$x_{ik} = x_{jk} \Rightarrow \; 0 = 0; \quad 1 = 1. \qquad (2)$$

არადამთხვევისათვის გვექნება:

$$x_{ik} \neq x_{jk} \;\Rightarrow\; 1 \neq 0; \;\; 0 \neq 1 \qquad (3)$$

სადაც $i = 1; I, \; k = 1; N$, I - სახეთა რაოდენობაა.

თუ ნიშანთა სიმრავლე წარმოდგენილია დისკრეტული რიცხვების სახით, მაშინ დამთხვევა-არადამთხვევის მიმართებები განიმარტება ისე, როგორც ეს მოცემულია [2,3] ნაშრომებში, ანუ დამთხვევა აღინიშნება ერთიანით, არდამთხვევა – ნულით.

გაცილებით საინტერესოა შემთხვევები, როდესაც ნიშნები იღებს მნიშვნელობებს ნამდვილ რიცხვთა დიაპაზონიდან. დავუშვათ x_{ik} ნიშანი იღებს ნამდვილ მნიშვნელობას შემდეგი დიაპაზონიდან: $\alpha_k \leq x_{ik} \leq \beta_k$; მივიღებთ რომ ნიშანთა მნიშვნელობების დიაპაზონები არ იკვეთება. ასეთ შემთხვევაში x_i ნიშნის გაზომვით მიღებული სიდიდისათვის გვექნება: თუ $x_i \in \Delta_k$, სადაც Δ_k სიდიდე x_{ik} ნიშნის მნიშვნელობათა დიაპაზონია (α_k, β_k) წყვილების სახით, მაშინ $x_{ik} = 1$. წინააღმდეგ შემთხვევაში $x_{ik} = 0$. ასეთი მეთოდით მიღებული ნიშანთა სიმრავლე წარმოადგენს მოცემული სახის ბინარულ რეალიზაცას, რაც ნიშნავს, რომ სიმრავლეს, რომელიც მოცემულია ნამდვილ რიცხვთა თანაუკვეთი დიაპაზონების სახით, გარდაიქმნა ბინარულ ვექტორებად ან მატრიცებად, რაც საშუალებას გვაძლევს დამთხვევა-არადამთხვევის მიმართებები წარმოდგენილ იქნას (2) ან (3) გამოსახულების სახით. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ ნებისმიერი მსგავსების ზომა, რომელიც ფორმირდება ბინარული ამოსაცნობი ობიექტებისათვის, გამოსადეგია არაბინარული სახისათვისაც იმ შემთხვევაში, როდესაც კმაყოფილდება, ზემოთ მოცემული პირობა, ნიშანთა მნიშვნელობების დიაპაზონთა თანაუკვეთობის შესახებ.

შედეგი: ნაშრომში განხილულია სახეთა ამოცნობაში ფართოდ გავრცელებული ცნების გამოსახულებათა დამთხვევა-არადამთხვევის პრინციპის ფორმალიზაციის პროცედურა, რის შედეგად მიღებულია მსგავსების ზომა $VER(\bullet)$ ფუნქციის სახით, რომლისათვისაც დამტკიცებულია მეტრიკულობის ოთხივე თვისება ბინარული რეალიზაციებისათვის (გამოსახულებისათვის).

ნაჩვენებია, თუ როგორ შეიძლება არაბინარული რეალიზაციები მთელი ან ნამდვილი რიცხვებით, დავიყვანოთ ბინარულ სახეზე.

მსგავსების ზომის ფორმირება: დავუშვათ, მოცემულია {A} სახეთა სიმრავლე, N-განზომილებიან {x} ნიშანთა სივრცეში. სახეთა ნიშნები ბინარულია, ანუ სრულდება (1) პირობა ნებისმიერი A_i და A_j ამოსაცნობი ობიექტების, რომლებიც შეიძლება იყოს სახეთა აღწერები – ეტალონები ან რეალიზაციები.

<u>განსაზღვრა 1.</u> A_i და A_j ობიექტების თანხვედრა ეწოდება N განზომილებიან სივრცის (პიქსელების) იმ რაოდენობას, რომლისათვისაც სრულდება გამოსახულება (2)-ით მოცემული პირობა.

<u>განსაზღვრა 2.</u> A_i და A_j ობიექტების განსხვავება (არათანხვედრა) ეწოდება ნიშანთა იმ რაოდენობას N-დან, რომლისთვისაც სრულდება (3) გამოსახულებით მოცემული პირობა.

თუ ამოცნობის პროცესში მონაწილე ობიექტების თანხვედრის და განსხვავების-არათანხვედრის მიმართებების განხორციელებას განვიხილავთ, როგორც შემთხვევით პროცესს, ცხადი ხდება რომ თანხვედრა-განსხვავების სახით გვაქვს ხდომილებათა სრული ჯგუფი, შესაბამისად ჭეშმარიტია შემდეგი ტოლობა:

$$TAN_{ij} + GAN_{ij} = 1 \qquad (4)$$

სადაც TAN_{ij} წარმოადგენს თანხვედრის ხდომილებას, GAN_{ij} – დანსხვავების ხდომილებას.

აღვნიშნოთ რაოდენობრივად ეს ხდომილებები: A_i და A_j ობიექტების თანხვედრა (2) გამოსახულებების მიხედვით წარმოვადგინოთ თანხვედრილი ნიშნების – პიქსელების რაოდენობით და გამოვსახოთ a_{ij}–ით, განსხვავებული პიქსელების რაოდენობა b_{ij}–ით. N განზომილებიანი რასტრისთვის, (4)გამოსახულების მხედველობაში მიღებით, გვექნება:

$$a_{ij} + b_{ij} = N \tag{5}$$

(5) გამოსახულებიდან გამომდინარე მსგავსების ზომად ავირჩიოთ შემდეგი ფუნქცია,

$$VER_{ij} = N - (a_{ij} - b_{ij}) \tag{6}$$

დავამტკიცოთ (6) გამოსახულება მოცემული ფუნქციის მეტრიკული თვისებები:

1. **არაუარყოფითობა:** $VER_{ij} \geq 0$

მივიღოთ მხედველობაში, რომ a_{ij} და b_{ij} სიდიდეები პიქსელების რაოდენობაა და შესაბამისად სრულდება შემდეგი პირობები:

$$a_{ij} \geq 0; \qquad b_{ij} \geq 0.$$

(5) გამოსახულებიდან გვაქვს $b_{ij} = N - a_{ij}$. b_{ij} ეს მნიშვნელობა ჩავსვათ (6) გამოსახულებაში, მივიღებთ:

$$VER_{ij} = N - (a_{ij} - N + a_{ij}) = 2N - 2a_{ij}$$

A_i და A_j ობიექტების სრული თანხვედრის შემთხვევაში $a_{ij} = N$. ყველა დანარჩენ შემთხვევაში $a_{ij} < N$. შესაბამისად გვაქვს რომ $2N \geq 2a_{ij}$. აქედან გვაქვს VER ფუნქციის არაუარყოფითობა.

$$VER_{ij} \geq 0. \tag{7}$$

2. **რეფლექსურობა:**

$$VER_{ii} = 0 \tag{8}$$

ცხადია, რომ A_i ობიექტის თანხვედრა თავის თავთან სრულია, რაც ნიშნავს, რომ განსხვავება არა გვაქვს, ანუ $a_{ij} = N$ და $b_{ij} = 0$. თუ ამ მონაცემებს ჩავსვამთ (6) გამოსახულებაში, მივიღებთ:

$$VER_{ii} = N - (N - 0) = 0$$

რაც ნიშნავს, რომ (8) გამოსახულება ჭეშმარიტია ანუ $VER(\bullet)$ ფუნქცია რეფლექსურია;

3. **სიმეტრიულობა:**

$$VER_{ij} = VER_{ji} \tag{9}$$

მივიღოთ მხედველობაში, რომ $a_{ij} = a_{ji}$ და $b_{ij} = b_{ji}$. აქედან გამომდინარე გვაქვს:

$$N - (a_{ij} - b_{ij}) = N - (a_{ji} - b_{ji})$$

რაც ნიშნავს, რომ (9) ტოლობა ჭეშმარიტია;

4. სამკუთხედის პირობა:

როგორც ცნობილია, სამკუთხედის პირობას ნებისმიერი ფუნქციისათვის და, მათ შორის VER ფუნქციისათვისაც აქვს შემდეგი სახე:

$$VER_{ij} \leq VER_{ik} + VER_{kj} \tag{10}$$

უტოლობა (10)–ში ჩავსვათ VER ფუნქციის მნიშვნელობები (6) გამოსახულებიდან:

$$N - (a_{ij} - b_{ij}) \leq N - (a_{ik} - b_{ik}) + N - (a_{kj} - b_{kj}) \tag{11}$$

გამოსახულება (5)-ის მიხედვით განვსაზღვროთ "b" ცვლადების მნიშვნელობები, გვექნება:

$$b_{ij} = N - a_{ij}; \quad b_{ik} = N - a_{ik}; \quad b_{kj} = N - a_{kj} \tag{12}$$

ცვლადების მიღებული გამოსახულებები (12) ტოლობიდან ჩავსვათ (11) გამოსახულებაში, შესაბამისად გვექნება:

$$N - (a_{ij} - N + a_{ij}) \leq N - (a_{ik} - N + a_{ik}) + N - (a_{kj} - N + a_{kj})$$

მარტივი გარდაქმნით მივიღებთ:

$$-a_{ij} \leq N - (a_{ik} + a_{kj}) \Rightarrow a_{ij} \geq (a_{ik} + a_{kj}) - N \tag{13}$$

გამოსახულება (13) წარმოადგენს ცვლადების a_{ij}, a_{ik}, a_{kj} წრფივ ფუნქციას. აქედან გამომდინარე, თუ იგი სამართლიანია ამ ცვლადების მნიშვნელობების ორზე მეტი კომბინაციისათვის, მაშინ უტოლობა (13) ჭეშმარიტია.

მივიღოთ მხედველობაში, რომ აღნიშნული ცვლადებისათვის სამართლიანია შემდეგი უტოლობები:

$$0 \le a_{ik} \le N; \qquad 0 \le a_{ij} \le N; \qquad 0 \le a_{kj} \le N \qquad (14)$$

განვიხილოთ შემდეგი სიტუაციები:

<u>სიტუაცია 1.</u> $a_{ik} = a_{kj} = N$; აღნიშნული ტოლობა ნიშნავს, რომ A_i-რი და A_k-რი გამოსახულებები სრულად ემთხვევა ერთმანეთს. ეს სიტუაცია მოცემულია ოთხგანზომილებიანი რასტრისთვის $(N=4)$ 1-ელ ნახაზზე. ცხადია, რომ 1 პუნქტით მოცემული პირობა ვერ შესრულდება, თუ j-ური გამოსახულება იგივურად ტოლი არ იქნება A_i და A_k გამოსახულებების; ე.ი. გვაქვს $a_{ji} = N$. ჩავსვათ სიტუაცია 1-სთვის მიღებული ცვლადების მნიშვნელობები (13) გამოსახულებაში, გვექნება: $N \ge (N+N) - N \Rightarrow N \ge N$, რაც ნიშნავს, რომ ამ სიტუაციისათვის, ანუ ეტალონების ერთი კომბინაციისათვის (13) უტოლობა ჭეშმარიტია.

1	1
0	0

i

1	1
0	0

k

1	1
0	0

j

ნახ.1

<u>სიტუაცია 2.</u> $a_{ik} = 0$, რაც ნიშნავს, რომ A_i და A_k გამოსახულებები არცერთი პიქსელით არ ემთხვევა ერთმანეთს (ნახ.2) გამოსახულება (14)-დან გამომდინარე $a_{kj} \le N$ და $a_{ij} \ge 0$ ცხადი ხდება რომ a_{kj}-ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის უტოლობა (13) ჭეშმარიტია.

1	0
1	0

i

0	1
0	1

k

1	1
0	0

j

ნახ.2

<u>სიტუაცია 3.</u>

$a_{ik} = \frac{N}{2} = 2;\ a_{kj} = \frac{N}{2} = 2$, რაც ნიშნავს, რომ ოთხგანზომილებიანი რასტრისათვის მხოლოდ ორი პიქსელი ემთხვევა ერთმანეთს (ნახ.3.) უტოლობა (13)-ის მიხედვით ყველაზე უარესი სიტუაცია, ამ შემთხვევაში, გვაქვს მაშინ, როდესაც A_k და A_j გამოსახულებები აცდენილია მთლიანად, რაც ნიშნავს, რომ $a_{ki} = 0$ (ნახ.3). ჩავსვათ (13) უტოლობაში ცვლადების არჩეული მნიშვნელობები, გვექნება: $0 \ge (2+2) - 4 \Rightarrow 0 \ge 0$ რაც ნიშნავს, რომ ცვლადების მესამე კომბინაციისათვის (13) უტოლობა ჭეშმარიტია. მივიღეთ, რომ ცვლადთა სამი კომბინაციისათვის (13) უტოლობა სამართლიანია, ამგვარად სამკუთხედის პირობა $VER(\bullet)$ ფუნქციისთვის სრულდება, რაც უნდა დაგვემტკიცებინა.

1	0
1	0

i

0	1
0	1

k

0	1
1	0

j

ნახ.3

3. დასკვნა

მსგავსების ზონის ფუნქციის ფორმირებისათვის გამოყენებულია სახეთა ამოცნობაში ფართოდ გავრცელებული დამთხვევა-არადამთხვევის პრინციპი. აღნიშნული პრინციპების საფუძველზე აგებულია მსგავსების ზომა $VER(\bullet)$ ფუნქციის სახით, რომლისათვისაც დამტკიცებულია მეტრიკულობის ოთხივე თვისება: არაუარყოფითობა, რეფლექსურობა, სიმეტრიულობა და სამკუთხედის პირობა. $VER(\bullet)$ ფუნქციის არგუმენტებია ბინარული ცვლადები, მაგრამ სხვა შემთხვევაში, როდესაც არგუმენტები

მთელი ან ნამდვილი რიცხვებია, ნაჩვენებია ის პროცედურები, რომლებითაც შესაძლებელია რეალიზაციების წარმოდგენა (დაყვანა) ბინარულ სახეზე.

ლიტერატურა:

1. ვერულავა ო., ხუროძე რ. ამომცნობი სისტემების თეორიული საფუძვლები. სტუ. თბილისი, 2001
2. Фор А. Васприятие и распознавание образов. Пер. с франц. М. 1989.
3. ვერულავა ო., ქვანია თ. მსგავსების ზომის შეფასება და შერჩევა გადაწყვეტილებების მიღებისას სახეთა ამოცნობაში. „მეცნიერება და ტექნოლოგიები", №7-9. თბ., 2005
4. Judd K., A.Mees,K.L. Teo and T. Vincent (ed). Control and chaos: Matematical Modelling. Birkhauser, Boston, 1997.
5. Diday E., Simon J.C. Clustering analisis (dans "Digital Pattern Recognition"), Redacteur. K.S.F.U., Springer Varlag, Berlin 1980
6. Verulava O., Khurodze R. Clastering analisis and Becision – making by "Rankof Links" 2002.
7. Cheng, Hong Yeung, Dit-Yan, Locally linear metric adaptation with application to semi-supervised clustering and image retrieval. Pattern recognition, v.39,no 7, Juli 2006, p. 1253-1264;
8. Cheng, Hong Yeung, Dit-Yan, Extending the relevent component analysis algorithm for metric learning using both positive and negative eguivalence constraints Pattern recognition, v.39, iss. 5 May 2006, p. 1007-1010.

FORMATION OF MEASURES OF SIMILARITY WITH APPLICATION OF THE PRINCIPLE OF "SIMILARITY-DISSIMILARITY" (ATTRIBUTES)

Verulava Otar, Iremadze Ia
Georgian Technical University

Summary

There is studied the process of formation of measures of similarity for the objects with equal-dimension. Particularly, It can be the standard descriptions of recognition images, educational images, control and unknown images. During the recognition process is used the principle of coincidence (dissimilarity), that means the existence of procedure of superposition. Hence, it is necessary to provide the conditions of dimension equality. For the function of formed measures of similarity here is proved the existence of metric features and represented the opportunities of their utilization for binary and not binary recognition objects.

ФОРМИРОВАНИЕ МЕР ПОДОБИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРИНЦИПА «СХОДСТВА-НЕСХОДСТВА» (ПРИЗНАКОВ)

Верулава О., Иремадзе И.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Изучен процесс формирования мер сходства для равномерных объектов. Это может быть эталонное описание распозновательных образов, учебных образов, контрольных и незнакомых образов. В процессе распознования используется принцип сходства (несходства), подразумевается наличие процедуры суперпозиции. Исходя из этого, обязательно нужно обеспечить условие равномерности объектов. Для функции формируемых мер сходства доказано наличие метрического сходства и показаны возможности их использования для распозновательных объектов в бинарном и небинарном виде.