

## **არაწრფივი აგრეგირებული პროცენტულ-დიფერენციალური რეგულატორების სტრუქტურული კონსტრუირება და სიმეტრია**

ვალიდა სესამე, ნანა მაღლაკელიძე  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

### **რეზიუმე**

ნაშრომში განხილულია არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ამოცანა სინერგეტიკული მეთოდით, რომელიც ემყარება მდგომარეობათა სივრცეში სისტემის კოორდინატებს შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების-ატრაქტორების შემოღებას, რომლებზედაც ობიექტის ბუნებრივი თვისებები საუკეთესოდ ეთანადება მართვის ტექნოლოგიურ მოთხოვნებს. სინერგეტიკული მიღვომის მიხედვით დამყარებულია შესაბამისობა ინვარიანტულ მრავალსახეობებსა და საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალებს შორის.

**საკვანძო სიტყვები:** რეგულატორი. პლ-რეგულატორი. სინერგეტიკა. სიმეტრია. სტრუქტურული კონსტრუირება.

### **1. შესავალი**

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პრობლემის გადაჭრის თვალსაზრისით ძალზე მნიშვნელოვანია იმ ზოგადი თვისების გამოვლენა, რომელსაც ემყარება არაწრფივი აგრეგირებული სისტემის დინამიკური ობიექტების მართვის თეორია [3,4].

მართვის არაწრფივი სისტემის სინთეზის პრობლემაში მოცემული კონცეპცია იყენებს ინვარიანტების და ინვარიანტული დამოკიდებულებების ცნებას. თუმცა, ინვარიანტების კლასიფიკაციის თეორიისაგან განსხვავებით ის ეფუძნება, პირველ რიგში, დისიპატიური სტრუქტურების თეორიას და მეორე რიგში, ინვარიანტების – ატრაქტორების (სინერგიების) მიზნობრივ შემოტანას, რომლებშიც ხორციელდება სისტემის მიმართული თვითორგანიზაცია.

სინერგეტიკულ მეთოდში გაერთიანებულია კავშირი ინვარიანტულ მრავალსახეობებსა და სისტემების საოპტიმიზაციო ფუნქციონალებს შორის. სინერგეტიკის თვალსაზრისით ოპტიმიზაციის მეთოდი ეყრდნობა ორ წარმოდგენას: ფუნქციონალის სინერგეტიკულ ინტერპრეტაციას და უშუალო კავშირის დამყარებას ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (ორაკ)-ის თეორიის ხარისხის კვადრატულ და სხვა კრიტერიუმებს და თანმხლებ ფუნქციონალებს შორის. თუმცა, უნდა აღვნიშნოთ, რომ ამ მიღვომის გამოყენება არაწრფივი სისტემების მართვის ანალიტიკური კონსტრუირების ამოცანებში ეფუძნება ინვარიანტულ მრავალსახეობებს და არა რომელიმე ოპტიმალურობის კრიტერიუმს, რომლებსაც აქ გააჩნიათ თანმხლები, მეორადი ხასიათი [1].

### **2. ძირითადი ნაწილი**

განვიხილოთ აგრეგირებული რეგულატორების სტრუქტურული სინთეზის ამოცანა აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (არაკ)-ის მეთოდით [1,2], მეორე რიგის არაწრფივი ობიექტებისათვის, რომელიც აღიწერება შემდეგი განტოლებათა სისტემით

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1) + a_2 x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2) + u\end{aligned}\tag{1}$$

სადაც  $f_1, f_2$  ფუნქციებია, რომლებიც დიფერენცირებადია თავისი არგუმენტების მიხედვით და აკმაყოფილებს საწყის პირობებს  $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$ . არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თანახმად, შემოვიტანოთ მაკროცვლადი

$$\psi_1 = x_2 + \varphi_1(x_1), \quad (2)$$

თუ  $\psi_1$  შევიტანოთ ფუნქციონალურ განტოლებაში მივიღებთ:

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0,$$

(1) ობიექტის განტოლების გათვალისწინებით მივიღებთ მართვის კანონს

$$u = -\dot{\varphi}_1(t) - \frac{1}{T_1} \varphi_1 - \frac{1}{T_1} x_2 - f_2(x_1, x_2). \quad (3)$$

(3) მართვას გადაჰყავს სისტემის გამოშვანებული წერტილი (2)  $\psi_1 = 0$  მრავალსახეობის გარემოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება შემდეგი სახის დიფერენციალური განტოლებით

$$\dot{x}_{1\psi_1}(t) = f_1(x_{1\psi_1}) + a_2 \varphi_1(x_{1\psi_1}). \quad (4)$$

(4) განტოლების ნულოვანი ამონასნის მდგრადობისათვის უნდა შესრულდეს პირობა:

$$a_2 \varphi_1(x_1) = f_1(x_1) + ax_1 \quad (5)$$

უკანასკნელი გამოსახულების გათვალისწინებით (1)-(3) ჩაკეტილი სისტემის განტოლება  $x_1$  გამომავალი კოორდინატის მიმართ მიიღებს სახეს:

$$\frac{T_1}{a} \ddot{x}_1(t) + \left( T_1 + \frac{1}{a} \right) \dot{x}_1(t) + x_1 = 0,$$

რომელიც  $a > 0, T_1 > 0$  პირობების შემთხვევაში ასიმპტოტურად მდგრადია მთელში. ა მართვის მიღებული (3) გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ სინთეზირებულ რეგულატორს გააჩნია პროპორციულ-დიფერენციალური მართვის ალგორითმი  $\varphi_1$  ფუნქციის მიმართ. რეგულატორის ასაგებად საჭიროა შემოვიტანოთ  $\varphi_1$  ფუნქცია მასში  $x_1$  კოორდინატის და  $f_1(x_1)$  ფუნქციის შემოტანით, შემდგომ  $x_2$  კოორდინატისა და  $f_2(x_1, x_2)$  ფუნქციის შემოტანით. რეგულატორის ტექნიკურად რეალიზაციისათვის საჭიროა დიფერენციატორი და ამჯამავი. რეგულატორის ტექნიკური რეალიზაცია შეიძლება განხორციელდეს სერიულად გამოშვებული ავტომატიზაციის საშუალებებით ან პროგრამულად იქნეს აგებული მიკროპროცესორებზე და მიკრო ეგზ-ზე.

ანალოგიურად წინა შემთხვევისა განვიხილოთ რეგულატორების სტრუქტურული სინთეზი არაწრფივი მესამე რიგის შემდეგი სახის ობიექტებისათვის:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1) + a_2 x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2) + a_3 x_3, \\ \dot{x}_3(t) &= f_3(x_1, x_2, x_3) + u, \end{aligned} \quad (6)$$

სადაც  $f_1, f_2, f_3$  - ცვლადების მიხედვით დიფერენცირებადი ფუნქციებია და აკმაყოფილებენ საწყის პირობებს  $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0, f_3(0) = 0$ .

შემოვიტანოთ შემდეგი სახის პირველი მაკროცვლადი

$$\psi_1 = x_3 + \varphi_1(x_1, x_2), \quad (7)$$

რომლის ჩასმითაც  $T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0$ , ფუნქციონალურ განტოლებაში და (6) ობიექტის განტოლების გათვალისწინებით მივიღებთ შემდეგი სახის მართვის კანონს:

$$u = -\dot{\varphi}_1(t) - \frac{1}{T_1} \varphi_1 - \frac{1}{T_1} x_3 - f_3(x_1, x_2, x_3). \quad (8)$$

მიღებულ მართვის კანონს გადაჰყავს სისტემის გამოშვანებული წერტილი გადაჰყავს  $\psi_1 = 0$  პირველი მრავალსახეობის გარემოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებებით

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1\psi_1}(t) &= f_1(x_{1\psi_1}) + a_2 x_{2\psi_1} \\ \dot{x}_{2\psi_1}(t) &= f_2(x_{1\psi_1}, x_{2\psi_1}) - a_3 \varphi_1(x_{1\psi_1}, x_{2\psi_1}) \end{aligned} \quad (9)$$

შემოვიტანოთ მეორე მაკროცვლადი

$$\psi_2 = x_2 + \varphi_2(x_1). \quad (10)$$

თუ ჩავსვამთ მას  $T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 = 0$ , ფუნქციონალურ განტოლებაში (9) განტოლების გამოყენებით ვპოულობთ შემდეგი სახის შუალედურ მართვას

$$a_3 \varphi_1 = \dot{\varphi}_2(t) + \frac{1}{T_2} \varphi_1 + \frac{1}{T_2} x_2 + f_2(x_1, x_2). \quad (11)$$

მართვა (11) თავისი სტრუქტურით (8) და (3) მართვის კანონების იდენტურია და თავის მხრივ, გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი  $\psi_2 = 0$  მრავალსახეობის მიღამოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება განტოლებით

$$\dot{x}_{1\psi_2}(t) = f_1(x_{1\psi_2}) + a_2 \varphi_2(x_{1\psi_2}) \quad (12)$$

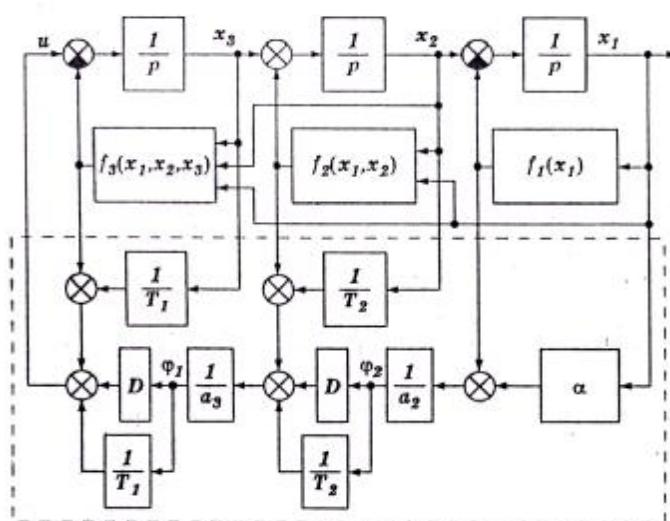
$\varphi_1(x_1)$  ფუნქციის შერჩევა

$$a_2 \varphi_2(x_1) = f_1(x_1) + ax_1 \quad (13)$$

სახით გვაძლევს საშუალებას უზრუნველყოთ (12) განტოლების ნულოვანი ამონახსნის ასიმპტოტური მდგრადობა მთელში. ხორციელდება ჩაკეტილი სისტემის სინთეზი, რომლის განტოლებასაც  $x_1$  კოროდინატის მიმართ აქვს შემდეგი სახე:

$$\frac{T_1 T_2}{a} \overset{(3)}{x_1} + \left( T_1 T_2 + \frac{T_1}{a} + \frac{T_2}{a} \right) \ddot{x}_1(t) + \left( T_1 + T_2 + \frac{1}{a} \right) \dot{x}_1(t) + x_1 = 0 \quad (14)$$

როგორც (14) განტოლებიდან გამომდინარეობს, როცა  $a > 0, T_1 > 0, T_2 > 0$  სისტემა, პირველ რიგში, ასიმპტოტურად მდგრადია, ხოლო მეორე რიგში აქვს გარდამავალი პროცესების აპერიოდულად მიღევადი ხასიათი. ფუნქცია  $\varphi_2$ -ის სახე ემთხვევა (5)-ს. (8) და (11) გამოსახულებებიდან გამომდინარეობს, რომ აგებული მართვის (8) და (11) კანონები წარმოადგენენ მიმდევრობით შეერთებულ პროპორციულ-დიფერენციალურ რეგულატორებს რომელთა შესასვლელებზეც მიეწოდებათ სიგნალები, რომლებიც შეესაბამებიან  $x_1$  და  $x_2$  კოროდინატებს და  $f_1(x_1)$  და  $f_2(x_1, x_2)$  ფუნქციებს.



ზემოთ ნახსენები რგოლები სტანდარტული პროპორციულ-დიფერენციალური სტრუქტურის როგორც ტიპიური ელემენტარული რგოლები

### 3. დასკვნა

სიმეტრიის თვისება გამოვლენილ სტრუქტურებს და სინთეზირებულ აგრეგირებულ რეგულატორს შორის ამტკიცებს რომ სიმეტრია – ეს ერთგვარი განზოგადოებული ბუნებრივი თვისებაა, რომელიც დამახასიათებელია ბუნების კანონებისათვის. მათ შორის რასაკვირველია ტექნი-

ნახაზზე გამოსახულია ჩაკეტილი სისტემის სტრუქტურული სქემა, რომლის მართვის მოწყობილობა წარმოადგენს ორ მიმდევრობით შეერთებულ პროპორციულ-დიფერენციალურ რეგულატორს, რომელთა შესასვლელებზეც მიეწოდება შესაბამისი ცვლადები. ნახაზიდან შეიძლება აღვნიშნოთ, რომ აგრეგირებული რეგულატორები შედგება მიმდევრობით შეერთებული რეგულირებადი ელემენტა-რული რგოლებისგან, რომლებიც ახორციელებს შემავალი სიგნალების დიფერენცირებისა და მასშტაბირების ოპერაციას.

აგრეგირებული რეგულატორების ეს თვისება საშუალებას გვაძლევს გამოყოფილ სტრუქტურის როგორც

ქური დინამიკური ობიექტების მართვის აგრეგირებული სისტემებისათვისაც. ჩამოყალიბებული აგრეგირებული რეგულატორების სტრუქტურული კონსტრუირების ხერხი იღუსტრირებული იქნა მეორე და მესამე რიგის არაწრფივი ობიექტების სკალარული მართვის სინთეზის ამოცანაზე.

**ლიტერატურა:**

1. გუგუშვილი ა., ხუროძე რ., იმედაძე თ., გარგი დ. მართვის თეორია. არაწრფივი სისტემები მე-2 ნაწ., სტუ, თბილისი. 1999
2. გუგუშვილი ა., ხუროძე რ., იმედაძე თ., გარგი დ. მართვის თეორია. სინერგეტიკა. მე-3 ნაწ., სტუ, თბილისი. 2000
3. Красовский А.А. Алгоритмические основы оптимальных адаптивных регуляторов нового класса. Автоматика и телемеханика. 1995. №9
4. Загарий Г.И., Шубладзе А.М. Синтез систем управления на основе критерия максимальной степени устойчивости. М.: Энергоатомиздат, 1988

**STRUCTURAL DESIGNING AND SYMMETRY OF THE NONLINEAR  
REGULATORS AGGREGATED PROPORTIONALLY-DIFFERENTIATION**

Valida Sesadze Nana Maglakelidze  
Georgian Technical University

**Summary**

Problem decisions of analytical designing of nonlinear regulators of synergetic method, which is based on carried in functional dependence in space of positions of attractors on which natural properties are arranged with technological requirements of control as considered. By the synergetic approach conformity between invariant diverses and optimizing functions is established.

**СТРУКТУРНОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ И СИММЕТРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ  
АГРЕГИРОВАННЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ДИФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ**

Сесадзе В., Маглакелидзе Н.И.  
Грузинский Технический Университет

**Резюме**

Рассматривается решение задачи аналитического конструирования нелинейных регуляторов синергетическим методом, которое основано на введении функциональной зависимости в пространстве положений - атTRACTоров, на которых естественные свойства объекта наилучшим образом подстраиваются к технологическим потребностям управления. Исходя из синергетического подхода установлено соответствие между инвариантными многообразными и оптимизирующими функционалами.