რობასტული მიმყოლი სისტემის სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფებით

ომარ კოტრიკაძე, ქეთევან კოტრიკაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

რობასტული მართვა თანამედროვე მართვის თეორიის ახალი მიმართულებაა. ნაშრომში დასაბუთებულია წრფივი მიმყოლი სისტემის რობასტულობა და ხარიტონოვის ძლიერი თეორემის საფუძველზე ფესვური ჰოდოგრაფებით დადგენილია უმცირესი მდგრადობის მარაგის მქონე პოლინომი და ამ პოლინომისათვის აგებულია ნორმირებული ფესვური ჰოდოგრაფები. მიღებული ფესვური ჰოდოგრაფების პორტრეტი საშუალებას იძლევა ჩატარებული იქნას რობასტული მიმყოლი სისტემის გაწყობის პარამეტრების სინთეზი.

საკვანძო სიტყვები: რობასტულობა. სინთეზი. მიმყოლი სისტემა. ფესვური ჰოდოგრაფი.

1. შესავალი

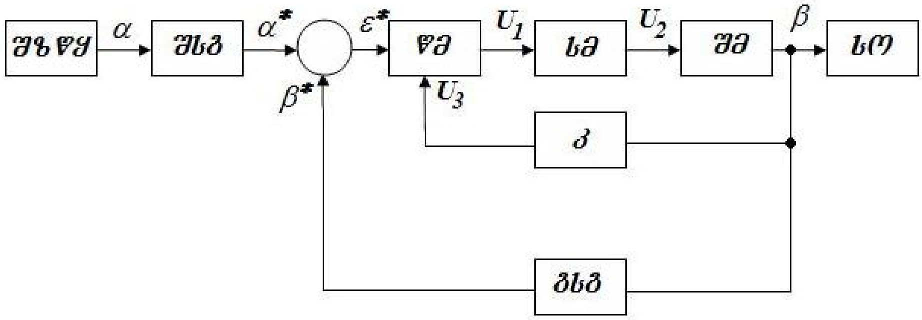
თანამედროვე მართვის თეორიაში დიდი ყურადღება ეთმობა რობასტული მდგრადობისა და სინთეზის ამოცანებს. ზოგადად, რობასტული სისტემის ქვეშ იგულისხმება ავტომატური მართვის სისტემა, რომლის პარამეტრები დიდ საზღვრებში იცვლებიან. რობასტული მართვისადმი ასეთი დიდი ყურადღება განაპირობა მანიპულატორების, მფრინავი აპარატების და სხვადასხვა ტექნოლოგიური დანადგარების მიმყოლო სისტემის დინამიკის და მისი თვისებრივობის მაჩვენებლების შეფასების სიზუსტის გაზრდამ. რობასტული მდგრადობისა და სინთეზის ამოცანების გადასაწყვეტად გამოიყენება ავტომატური მართვის თეორიაში ცნობილი თითქმის ყველა მეთოდი. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია რობასტულ მართვაში ხარიტონოვის მდგრადობის კრიტერიუმები (ძლიერი და სუსტი თეორემები).

რობასტული ანალიზისა და სინთეზის ამოცანების გადაწყვეტა განსაკუთრებით საინტერესოა მართვის თეორიაში ცნობილი, ერთ-ერთი ფუნდამენტური, ფესვური ჰოდოგრაფების, მეთოდით. ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდი საშუალებას იძლევა დადგენილი იქნას ფესვების მოძრაობის ტრაექტორიები ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში, როცა ადგილი აქვს ავტომატური მართვის სისტემის მახასიათებელი განტოლების პარამეტრების ცვლილებას ნებისმიერ საზღვრებში. ავტომატური მართვის თეორიაში ასეთ საზღვრებად მიიჩნევა ნული და პლუს უსასრულობა. რობასტული ანალიზის ჩასატარებლად მნიშვნელოვანია არა მარტო ფესვური ჰოდოგრაფების დადგენა, ასევე მისი განტოლებების ცოდნაც. ასეთი მეთოდიკა კიდევ უფრო ამარტივებს ფესვების ტრაექტორიების დადგენას. მოცემულ მეთოდს შესაძლებელია გრაფო-ანალიზური მეთოდი ვუწოდოთ.

განვიხილოთ რობასტული მიმყოლი სისტემის სინთეზი.

2. ძირითადი ნაწილი

კლასიკური მიმყოლი სისტემის ფუნქციონალურ სქემას აქვს ნახ. 1-ზე გამოსახული სახე. α - მიმყოლი სისტემის მმართველი ზემოქმედებაა, რომელსაც გამოიმუშავებს შემავალი ზემოქმედების წყარო (შზწყ).



ნახ.1

α^* - მმართველი ზემოქმედების გაზომვის შედეგია; β^* - მიმყოლი სისტემის β გამოსავალი სიდიდის გაზომვის შედეგი; ε^* - მიმყოლი სისტემის $\varepsilon = \alpha - \beta$ შეცდომის გაზომვის შედეგია და

$\varepsilon^* = \alpha^* - \beta^*$; U_1 - წინასწარი მაძლიერებლის (წმ) გამოსავალი სიდიდეა და ამავე დროს სიმძლავრის მაძლიერებლის (სმ) მმართველი ზემოქმედება; U_2 - სიმძლავრის მაძლიერებლის (სმ) გამოსავალი სიდიდეა და შემსრულებელი მექანიზმის (შმ) ძრავას მმართველი ზემოქმედებაა; β - მიმყოლი სისტემის სარეგულირო პარამეტრია და სამართავი ობიექტის (სო) ღერძის მობრუნების კუთხეა; U_3 - მაკორექტირებელი (კ) მოწყობილობის გამოსავალი სიგნალია.

მოცემული მიმყოლი სისტემის ელემენტების მოძრაობის დიფერენცილაურ განტოლებათა სისტემას ჩაწერილს ლაპლასის სახეში აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} \varepsilon = \alpha - \beta \\ \varepsilon^* = k_{\text{სმ}} \varepsilon \\ U_1 = k_1 \varepsilon^* - k_1^{/} U_3 \\ (T_{\text{გ}} S + 1)(T_{\text{მ}} S + 1) U_2 = k_2 U_1 \\ (T_2 S + 1) S\beta = k_3 U_2 \\ U_3 = k_4 T S^2 \beta \end{cases}, \tag{1}$$

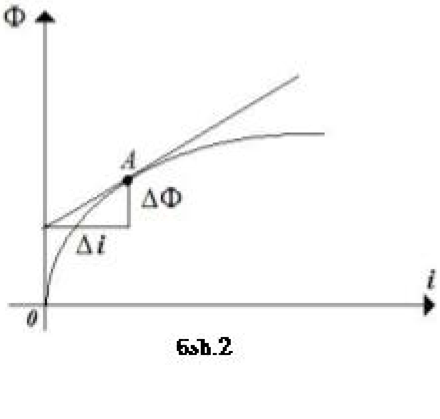
სადაც $k_{\text{სმ}}$ - საზომი გარადამსახის გადაცემის კოეფიცინტია; T_1 - შემსრულებელ მექანიზმის დამოუკიდებელ აღგზნებიანი ძრავას ელექტრომექნიკური დროის მუდმივაა; k_3 - ძრავას გადაცემის კოეფიციენტია; T - მაკორექტირებელი მოწყობილობის დროის მუდმივაა; k_4 - მაკორექტირებელ მოწყობილობაში გამოყენებული ტაქოგენერატორის გადაცემის კოეფიციენტია; k_1 და $k_1^{/}$ - წინასწარი მაძლიერებლის გაძლიერების კოეფიციენტებია შესაბამისად ε^* და U_3-ის მიმართ; $T_{\text{გ}}$ და $T_{\text{მ}}$ - სიმძლავრის ელექტრომანქანური მაძლიერებლის (ემმ) განივი და მართვის წრედის დროის მუდმივებია; k_2 - ელმანქანური მაძლიერებლის გადაცემის კოეფიციენტია.

სისტემის ელემენტების პარამეტრების გამოსათვლელ ფორმულებს აქვს სახე:

$$T_{\text{გ}} = \frac{L_{\text{გ}}}{R_{\text{გ}}}; \quad T_{\text{მ}} = \frac{L_{\text{მ}}}{R_{\text{მ}}}; \quad k_2 = \sigma_1 \sigma_2 \Omega^2 T_{\text{გ}} T_{\text{მ}}; \quad T_1 = \frac{jR_{\text{ღ}}}{R_{\text{ღ}} c_T + c_e c_M \Phi^2}; \quad k_3 = \frac{c_M \Phi}{R_{\text{ღ}} c_T + c_e c_M \Phi^2}; \quad T = RC;$$

$k_4 = \dfrac{U_m}{\Omega_m}$, სადაც $L_{\text{გ}}$ და $L_{\text{მ}}$ ემმ-ს განივი და მართვის წრედის ინდუქციურობებია:

$R_{\text{გ}}$ და $R_{\text{მ}}$ ემმ-ს განივი და მართვის წრედის აქტიური წინაღობებია; σ_1 და σ_2 ემმ-ს კონსტრუქციული მუდმივებია; Ω - ემმ-ს როტორის ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა; J - სამართავი ობიექტის ინერციის მომენტია დაყვანილი ძრავას ღერძზე; $R_{\text{ღ}}$, c_e და c_M - ძრავას აქტიური წინაღობაა და კონსტრუქციული მუდმივებია; c_T - ბლანტი ხახუნის კოეფიციენტია; Φ - ძრავას აღგზნების მაგნიტური ნაკადია; R და C - მაკორექტირებელი მოწყობილობის მადიფერენცირებელი რგოლის აქტიური წინაღობა და ტევადობაა; U_m და Ω_m - მაკორექტირებელი მოწყობილობის ტაქოგენერატორის მაქსიმალური გამოსავალი ძაბვაა და მისი შესაბამისი ბრუნვის კუთხური სიჩქარე.



ნახ.2

ახლა ვაჩვენოთ, რომ საქმე გვაქვს რობასტული მართვის ამოცანასთან. რადგანაც ემმ-ის მაგნიტური წრედი შესრულებულია რკინაზე, ამიტომ დამოკიდებულება $\Phi = f(i)$ არაწრფივია (ნახ.2), რის გამოც ინდუქციობა $L = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta i}$ ცვლადი სიდიდეა და დამოკიდებულია $\Phi = f(i)$ მახასიათებელზე A წერტილის მდებარეობაზე. ცხადია, რომ 0 წერტილის მახლობლობაში L მაქსიმალურია, ხოლო A წერტილის მარჯვნივ იგი თითქმის ნულამდე აღწევს. აქედან გამომდინარე, $L_{\text{გ}} \in [\underline{L_{\text{გ}}}; \overline{L_{\text{გ}}}]$, $L_{\text{მ}} \in [\underline{L_{\text{მ}}}; \overline{L_{\text{მ}}}]$; გარდა ამისა ცვლადია J ინერციის მომენტიც. რაც განსაკუთრებით შეიმჩნევა მანიპულატორის მიმყოლ სისტემაში, ე. ი. $J \in [\underline{J}; \overline{J}]$. გამოდის, რომ $T_{\text{გ}}$, $T_{\text{მ}}$, k_2 და T_1, პარამეტრები სისტემის მუშაობის პროცესში იც-

ვლებიან და ეს ცვლილებები ატარებენ შემთხვევით ხასიათს. ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში, რომ შერჩეული იქნას $k_1^{/}$ და T ისეთნაირად, რომ მივიღოთ სასურველი დინამიკური პროცესი (რობასტული სინთეზი).

მიმყოლი სისტემის რობასტული მდგრადობის დასადგენად ვიპოვოთ შეკრული სისტემის მახასიათებელი განტოლება და დავადგინოთ მისი კოეფიციენტების ცვლილების საზღვრები; შეკრული სისტემის მახასიათებელი განტოლება იქნება:

$$T_ძ\, T_1\, S^3 + (T_ძ + T_1 + k_0)S^2 + S + k = 0\,, \tag{2}$$

სადაც $k = k_1 k_2 k_3 k_{სძ}$ გახსნილი სისტემის გადაცემის კოეფიციენტია;

$k_0 = k_1^{\prime} k_2 k_3 k_4 T$ უკუკავშირის სიღრმის კოეფიციენტია; (წინასწარი მაძლიერებლის დიდი გამოსავალი აქტიური წინაღობის გამო $T_ð$-ს უგულებელვყოფთ).

ამგვარად, მივიღეთ მახასიათებელი განტოლება:

$$a_0\, S^3 + a_1 S^2 + a_2 S + a_3 = 0\,, \tag{3}$$

$a_0 = T_ძ\, T_1$; $a_1 = T_ძ + T_1 + k_0$; $a_2 = 1$; $a_3 = k$. ამ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე $a_0 \in [\underline{a_0}; \overline{a_0}]$; $a_1 \in [\underline{a_1}; \overline{a_1}]$, ხოლო a_2 და a_3 კოეფიციენტები არ იცვლება.

$$\underline{a_0} = \underline{T_ძ}\ \underline{T_1}\,;\ \ \overline{a_0} = \overline{T_ძ}\ \overline{T_1}\,;\ \ \underline{a_1} = \underline{T_ძ} + \underline{T_1} + \underline{k_0}\,;\ \ \overline{a_1} = \overline{T_ძ} + \overline{T_1} + \overline{k_0}\,;$$

($\underline{a_0}$-ით აღნიშნულია a_0-ის უმცირესი მნიშვნელობა, ხოლო $\overline{a_0}$-ით - უდიდესი მნიშვნელობა).

აღსანიშნავია, რომ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე, a_0 კოეფიციენტის ცვლილება სისტემის თვისებებითაა განპირობებული და იგი კონტროლს არ ექვემდებარება, ხოლო a_1 კოეფიციენტი შეიცავს k_0 პარამეტრს, რომლის ცვლილების შედეგად შეიძლება a_1-ის შეცვლა სასურველ სიდიდეზე და სასურველი მიმართულებით.

მიმყოლი სისტემის დინამიკის თვისებრივობის მაჩვენებლებიდან ვისარგებლოთ ისეთი მაჩვენებლებით, როგორებიცაა: გარადამავალი პროცესის დრო, გადარეგულირება და რხევათა რიცხვი გარადამავალი პროცესის განმავლობაში.

რობასტული სინთეზის ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: განსაზღვრული იქნას k_0-ის ის მნიშვნელობა, რომელიც უზრუნველყოფს სასურველ დინამიკურ პროცესს. ამ ამოცანის გადასაწყვეტად (3) განტოლება ჩავწეროთ დაყვანილ სახეში:

$$S^3 + b_1 S^2 + b_2 S + b_3 = 0\,, \tag{4}$$

სადაც $b_i = \dfrac{a_i}{a_0}$, $(i = 1,2,3)$.თუ (3) განტოლებაში იცვლებოდა a_0 და a_1 კოეფიციენტები, (4) განტოლებაში იცვლება სამივე კოეფიციენტი, რომელთა ცვალებადობის ინტერვალების დადგენა დიდ სირთულეს არ წარმოადგენს $b_i \in [\underline{b_i}; \overline{b_i}]$.

(3) მახასიათებელი განტოლებისათვის ხარიტონოვის პოლინომებს ექნება სახე:

$$\left[\begin{array}{l} P_1 = \underline{a_3} + \underline{a_2}\mathrm{S} + \overline{a_1}\mathrm{S}^2 + \overline{a_0}\mathrm{S}^3 \\ P_2 = \underline{a_3} + \underline{a_2}\mathrm{S} + a_1\mathrm{S}^2 + \underline{a_0}\mathrm{S}^3 \\ P_3 = \underline{a_3} + a_2\mathrm{S} + \underline{a_1}\mathrm{S}^2 + \underline{a_0}\mathrm{S}^3 \\ P_4 = a_3 + \underline{a_2}\mathrm{S} + \underline{a_1}\mathrm{S}^2 + a_0\mathrm{S}^3 \end{array}\right. . \tag{5}$$

თუ (5) პოლინომებს გავყოფთ a_0-ზე მივიღებთ ხარიტონოვის დაყვანილ პოლინომებს:

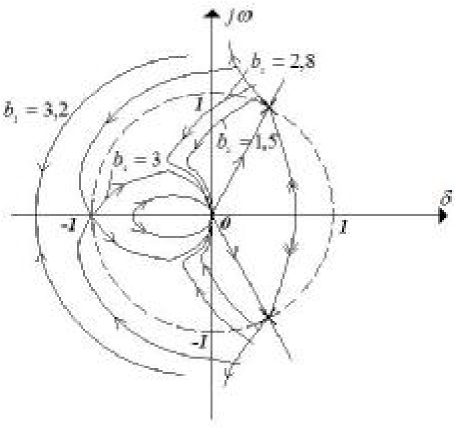
$$\begin{cases} P_1' = \underline{b_3} + \underline{b_2}\mathrm{S} + \alpha_1\overline{b_1}\mathrm{S}^2 + \mathrm{S}^3 \\ P_2' = \dfrac{1}{\alpha_3}\underline{b_3} + \overline{b_2}\mathrm{S} + \overline{b_1}\mathrm{S}^2 + \mathrm{S}^3 \\ P_3' = \overline{b_3} + \overline{b_2}\mathrm{S} + \dfrac{1}{\alpha_1}\underline{b_1}\mathrm{S}^2 + \mathrm{S}^3 \\ P_4' = \alpha_3\overline{b_3} + \underline{b_2}\mathrm{S} + \underline{b_1}\mathrm{S}^2 + \mathrm{S}^3 \end{cases} \tag{6}$$

$\underline{b_1} = \dfrac{\underline{a_1}}{\overline{a_0}}$; $\underline{b_1} = \dfrac{\overline{a_1}}{\underline{a_0}}$; $\underline{b_2} = \dfrac{\underline{a_2}}{\overline{a_0}}$; $\overline{b_2} = \dfrac{\overline{a_2}}{\underline{a_0}}$; $\underline{b_3} = \dfrac{\underline{a_3}}{\overline{a_0}}$; $\overline{b_3} = \dfrac{\overline{a_3}}{\underline{a_0}}$; $\alpha_0 = \dfrac{\overline{a_0}}{\underline{a_0}}$; $\alpha_1 = \dfrac{\overline{a_1}}{\underline{a_1}}$; $\alpha_3 = \dfrac{\overline{a_3}}{\underline{a_3}}$;

(6) პოლინომების α -ს შემცველელი შესაკრებები შეიძლება გამოსახული იქნას მხოლოდ და მხოლოდ α_0 -ის საშუალებით; კერძოდ, $\alpha_1\underline{b_1} = \dfrac{\overline{b_1}}{\underline{a_0}}$; $\dfrac{1}{\alpha_3}\overline{b_3} = \alpha_0\underline{b_3}$; $\dfrac{1}{\alpha_1}\overline{b_1} = \alpha_0\underline{b_1}$; $\alpha_3\underline{b_3} = \dfrac{\overline{b_3}}{\underline{a_0}}$.

ხარიტონოვის დაყვანილი პოლინომებისთვის ავაგოთ ფესვური ჰოდოგრაფები, რაც საშუალებას იძლევა დადგენილი იქნას უმცირესი მდგრადობის მარაგის მქონე მახასიათებელი განტოლება და საშუალება გვექნება ჩავატაროთ k_0 პარამეტრის სინთეზი, რათა უზურუნველვყოთ სისტემის დინამიკის თვისებივობის მაჩვენებლების სასურველი მნიშვნელობები.

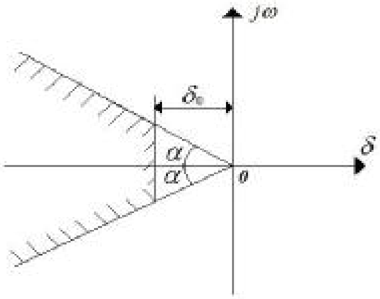
ფესვური ჰოდოგრაფების აგება დავიწყოთ P_1' პოლინომისათვის. ჰოდოგრაფის აგებისას სასურველია ბოლოში ვცვალოთ ის პარამეტრი, რომელიც k_0 პარამეტრს შეიცავს; ე. ი. ჯერ ავაგოთ $(S^3 + \underline{b_3})$ ორწევრის ფესვური ჰოდოგრაფი, შემდეგ $(S^3 + \underline{b_3} + \underline{b_2}S)$ სამწევრის ჰოდოგრაფი და ბოლოს, P_1' -ის. პირველ შემთხვევაში ცვლადია b_3, რომელიც ღებულობს მნიშვნელობებს $[\underline{b_3}; \overline{b_3}]$ ინტერვალიდან, მეორე შემთხვევაში – ცვლადებია: b_3 და b_2, ხოლო P_1' -ის დროს ცვლადი სამი კოეფიციენტია. ამ კოეფიციენტების ცვლილების შედეგად მიღებული ფესვური ჰოდოგრაფები ნაჩვენების ნახ. 3-ზე. ფესვური ჰოდოგრაფების კვლევისას დადგენილი იქნა კოეფიციენტების ბიფურკაციული მნიშვნელობები: b_3; $b_2 = 3\sqrt[3]{b_3^{\,2}}$; $b_1 = 3\sqrt[3]{b_3^{\,2}}$. მე-3 ნახაზზე გამოსახული ფესვური ჰოდოგრაფებისთვის b_3=1; b_1=1; b_2=1,5; 2,8; 3; 3,2.



ნახ.3

თუ ვისარგებლებთ ნახ. 3-ზე გამოსახული ფესვური ჰოდოგრაფებით და ავაგებთ (6) პოლინომთა სიმრავლის ფესვურ ჰოდოგრაფებს, როცა $b_i \in [\underline{b_i}; \overline{b_i}]$, მაშინ დავრწმუნდებით, რომ ყველაზე მარჯვენივ მოთავსებულია P_4' -ის პოლინომის დომინირებადი ფესვი; შემდეგ კი - P_3', P_2', P_1' პოლინომის დომინირებადი ფესვები. აქედან გამომდინარე, ყველაზე ნაკლები მდგრადობის მარაგი გააჩნია P_4' -ის პოლინომს, ხოლო ყველაზე დიდი - P_1' მახასიათებელი პოლინომის მქონე სისტემას. ამგვარად, ყველაზე “ცუდ” დინამიკას იძლევა P_4', ხოლო ყველაზე “კარგს” - P_1'. რობასტული

სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას აუცილებელია უზრუნველვყოთ დომინირებადი ფესვების მოცემულ არეში განთავსება. ასეთი არეს აგება შესაძლებელია დინამიკის თვისებრივობის მაჩვენებლების საშუა-ლებით.



ნახ.4

რობასტული სინთეზის დროს დომინირებადი ფესვის ან ფესვთა წყვილის ნამდვილი ნაწილი არ უნდა აღემატებოდეს δ_0-ს (ნახ. 4) და კომპლექსური ფესვის წარმოსახვითი კოეფიციენტი არ უნდა აღემატებოდეს $\delta_1 tg\alpha$ (ნახ. 4), სადაც δ_1 ამ ფესვის ნამდვილი ნაწილია.

ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით რობასტული სინთეზის ამოცანის ამოხსნის გამარტივების მიზნით საჭიროა მე-4 ნახაზზე გამოსახული არე დატანილი იქნას ფესვურ ჰოდოგრაფთა პორტრეტზე, რაც საშუალებას მოგვცემს ყოველგვარი დამატებითი გამოთვლებისა და აგებების გარეშე დადგენილი იქნას პარამეტრების დასაშვებ მნიშვნელობათა არე.

ამგვარად, რობასტული სისტემის სინთეზის ამოცანის გადასაწყვეტად ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფო-ანალიზური მეთოდის გამოყენება საგრძნობლად ამარტივებს დასმული ამოცანის გადაჭრას.

ლიტერატურა:

1. Evans W.R. Control systems sintesis by root locus method. Trans AJEE 69. 1950
2. Удерман Э.Т. Метод корневого годографа в теорий автоматических систем. Наука, М., 1972
3. Котрикадзе О.Г. Аналитические основы построения корневых годографов, Сб.докл. междун. науч. конф. "Проблемы урпавления и энергетики". №8. Тб., 2004
4. Харитонов В. Л. Об обобщении критерий устоичивости. Изд. АН Казахс.Сер.физ.-мат., 1978.

SYNTHESIS OF ROBUST TRACKER SYSTEMS WITH ROOT LOCUS

Kotrikadze Omar, Kotrikadze Ketevan

Georgian Technical University

Summary

Robust control is the new direction in modern Control Systems Theory; In this paper Robust of the tracker systems is proved and using the strong theorem of Kharitonov and root locus, polynomial with less buffer of stability are set. For this polynomial, the rationed root locus are built. The root locus graph enables to conduct the synthesis of tuning parameters of the robust tracker system.

СИНТЕЗ РОБАСТНЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ КОРНЕВЫМИ ГОДОГРАФАМИ

Котрикадзе О., Котрикадзе К.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Робастное управление - новое направление в современной теории управления. В работе доказана робастность линейных следящих систем; с помощью сильной теоремы Харитонова корневыми годографами установлен полином с наименьшим запасом устойчивости, и для данного полинома построены нормированные годографы. Полученный портрет корневых годографов даёт возможность провести синтез параметров настройки робастной следящей системы.