საიმედოობის მაჩვენებლების განსაზღვრა, როცა მტყუნებათა ნაკადი განაწილებულია მიმდევრობით-პარალელური ერლანგის ნარევით

ტრისტან ანჯაფარიძე, ილია ზ. მიქაძე, ნოდარ მუსერიძე,
ირაკლი შურღაია
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განიხილება ისეთ მოწყობილობათა საიმედოობის განსაზღვრის საკითხი, რომლებიც ხასიათდება ორი სახის მტყუნებით: თანდათანობითი (ცვეთითი) და კატასტროფული (უეცარი). თანდათანობითი მტყუნება განაწილებულია ერლანგის ნარევით, ხოლო უეცარი მაჩვენებლიანით. განსაზღვრულია საიმედოობის ძირითადი მაჩვენებლები, როგორიცაა მზადყოფნის ფუნქცია და მზადყოფნის კოეფიციენტი.

საკვანძო სიტყვები: საიმედოობა. მზადყოფნის კოეფიციენტი. აღდგენა. ფიქტიური ფაზა. კონტროლი.

1. შესავალი

დავუშვათ, რომ სხვადასხვა ტიპის მოწყობილობები ხასიათდება ორი ტიპის მტყუნებით, რომელთა აღმოჩენაც ხდება მათი წარმოქმნის მომენტში უწყვეტი იდეალური კონტროლით: პირველი ტიპი – თანდათანობითი, რომელიც განაწილებულია ნებისმიერი კანონით, მეორე ტიპი – უეცარი (კატასტროფული), რომელიც განაწილებულია მაჩვენებლიანი განაწილებათა ნარევით. მაგალითად, მაჩვენებლიანი განაწილების ერლანგის ნარევი. ამასთან განიხილება მოწყობილობის მხოლოდ ორი მდგომარეობა: მუშაობს და არ მუშაობს. მტყუნებად მიიღება მდგომარეობა, რომელსაც მივყავართ პროდუქციის გამოშვების სრულ შეწყვეტამდე. მტყუნების შემდეგ მოწყობილობა მაშინვე გადაეცემა აღდგენაზე (რემონტზე). აღდგენის შემდეგ მას ენიჭება თავდაპირველი საიმედოობა და აღდგენის პროცესში არ წარმოიქმნება ახალი მტყუნებები.

2. ძირითადი ნაწილი

უნდა ვიპოვოთ მოწყობილობის მზადყოფნის ფუნქცია და კოეფიციენტი. შემოვიტანოთ აღნიშვნები: $\boldsymbol{B}(\mathrm{u})$ – პირველი ტიპის მტყუნების წარმოქმნის დროის განაწილების ფუნქცია ($\overline{B}(u)=1-B(u),\quad b(u)=B'(u),\quad \lambda(u)=\dfrac{b(u)}{\overline{B}(u)}$).

$a(s)=\sum_{i=1}^{m} p_i \prod_{j=1}^{l_i} \alpha_{ij}/(s+\alpha_{ij})$ - მეორე ტიპის მტყუნების წარმოქმნის დროის განაწილების სიმკვრივეა, ლაპლასის გარდაქმნის ტერმინებში (აქ მტყუნების წარმოქმნის დროის განაწილების ფუნქცია აპროქსიმირებულია მიმდევრობით პარალელური ფიქტიური ფაზებით (ეტაპებით), რომელთაგან თითოეული განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით; m – პარალელური ფიქტიური ხაზების რაოდენობაა: l_i – i-ური შტოზე მიმდევრობით შეერთებული ფიქტიური ფაზების რაოდენობაა; α_{ij} - i-ური შტოს j-ური ფაზის მტყუნების ინტენსივობაა; p_i - i-ურ შტოში

მოსალოდნელი მტყუნების აღძვრის ალბათობაა; $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$; s -ლაპლასის ოპერატორი); $G_2(u)$ - პირველი ტიპის მტყუნების შემდეგ მოწყობილობის აღდგენის დროის განაწილების ფუნქცია $(\overline{G_1}(u) = 1 - G_1(u), \quad g_1(u) = G_1'(u), \quad \mu_1(u) = \frac{g_1(u)}{\overline{G}_1(u)})$; $G_2(u)$ -მეორე ტიპის მტყუნების შემდეგ მოწყობილობის აღდგენის დროის განაწილების ფუნქცია $(\overline{G}_2(u) = 1 - G_2(u), \quad g_2(u) = G_2'(u), \mu_2(u) = \frac{g_2(u)}{\overline{G}_2(u)})$; უნდა აღვნიშნოთ, რომ $m, P_i, l_i, \alpha_{ij} \quad (i = \overline{1,m}, j = \overline{1,l_i})$ პარამეტრების სათანადო შერჩევით შეგვიძლია მივიღოთ განაწილება, რომელსაც გააჩნია ნებისმიერი სასურველი საშუალო და ვარიაციის კოეფიციენტი მოთავსებული 0 და ∞ შორის.

დასმული ამოცანების გადასაწყვეტად შემოვიტანოთ შემდეგი ალბათობები: $P_{ij}(t,u)du$ - ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტში მოწყობილობა იმყოფება ქმედითუნარიან მდგომარეობაში უკვე $\xi(u < \xi < u + du, u \le t)$ დროის განმავლობაში, ხოლო მეორე ტიპის მტყუნების წარმოქმნის მიხედვით იმყოფება i-ური შტოს j-ურ ფაზაში (შემდგომში მას ვუწოდებთ (ij) მდგომარეობას $i = \overline{1,m}, j = \overline{1,l_i}$).

$P_{ij}(t) = \int_0^t p_{ij}(t,u)du$ - ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტიში მოწყობილობა მეორე ტიპის მტყუნების მიხედვით იმყოფება (i,j) მდგომარეობაში, ბოლო მტყუნების აღდგენის მომენტიდან გასული დროის გათვალისწინების გარეშე.

$q_1(t,u)du$ - $(t-u, t-u+du)$ დროის ინტერვალში მოხდა პირველი ტიპის მტყუნება და აღდგენის დაწყების მომენტიდან გავიდა $\eta(u < \eta < u + du)$ დრო;

$Q_1(t) = \int_0^t q_1(t,u)du$ - ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტში მოწყობილობა იმყოფება რემონტში იმ მიზეზით, რომ მოხდა პირველი ტიპის მტყუნება, რემონტის დაწყების მომენტიდან გასული დროის გათვალისწინების გარეშე.

$q_2(t,u)du$ - $(t-u, t-u+du)$ დროის ინტერვალში მოხდა მეორე ტიპის მტყუნება და აღდგენის დაწყების მომენტიდან გავიდა $\eta(u < \eta < u + du)$ დრო;

$Q_2(t) = \int_0^t q_2(t,u)du$ - ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტში მოწყობილობა იმყოფება რემონტში იმ მიზეზით, რომ მოხდა მეორე ტიპის მტყუნება, რემონტის დაწყების მომენტიდან გასული დროის გათვალისწინების გარეშე.

უნდა ავღნიშნოთ, რომ მეორე ტიპის მტყუნების შემდეგ ფაზის გადათვლა იწყება i-ური $(i = \overline{1,m})$ პარალელური შტოს პირველი ფაზიდან ალბათობით q_i.

ნორმირების პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$Q_1(t)+Q_2(t)+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l_i}P_{ij}(t)=1\,.$$

თუ გამოვიყენებთ ჩვეულებრივ ალბათურ მსჯელობას, იმასთან დაკავშირებით, რომ შესაძლებელია მოწყობილობის მდგომარეობის ცვლილება $(t,t+h)$ ინტერვალში, მაშინ შეიძლება შევადგინოთ $P_{ij}(t,u)$ და $q_k(t,u)\ (k=1,2)$ მიმართ შემდეგი განტოლებები:

$$\frac{\partial p_{ij}(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial p_{ij}(t,u)}{\partial u}=-\left[\alpha_{ij}+\lambda(u)\right]p_{ij}(t,u)+(1-\delta_{j1})\alpha_{i,j-1}p_{i,j-1}(t,u),\qquad(1)$$

$i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,l_i}\,.$

$$\frac{\partial q_1(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial q_1(t,u)}{\partial u}=-\mu_1(u)q_1(t,u)\qquad(2)$$

$$\frac{\partial q_2(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial q_2(t,u)}{\partial u}=-\mu_2(u)q_2(t,u)\qquad(3)$$

სასაზღვრო პირობებს, როცა დაწყების მომენტში $(t=0)$ მოწყობილობა იმყოფება ქმედითუნარიან მდგომარეობაში ($p_{i1}(0)=\dfrac{\alpha_{i1}}{\alpha_i},\alpha_i=\sum_j\alpha_{ij}$), აქვს შემდეგი სახე:

$$p_{ij}(t,0)=\delta_{j1}p_i\left[\int_0^t q_1(t,u)\mu_1(u)du+\int_0^t q_2(t,u)\mu_2(u)du+p_{i1}(0)\delta(t)\right],\quad i=\overline{1,m}\qquad(4)$$

$$q_1(t,0)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l_i}\int_0^t p_{ij}(t,u)\lambda(u)du;\qquad(5)$$

$$q_2(t,0)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}\int_0^t p_{il_i}(t,u)du=\sum_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}P_{il_i}(t);\qquad(6)$$

აქ δ (t) - იმპულსური ფუნქციაა $\delta(t)=\begin{cases}0,t\neq0,\\ \infty,t=0;\end{cases}\int_0^t\delta(t)dt=1$,

ხოლო δ_{ij} - კრონეკერის სიმბოლოა.

(1), (2) და (3) განტოლებების ამოხსნის შედეგად გვექნება

$$p_{ij}(t,u)=\sum_{n=1}^{j}p_{in}(t-u,0)l_n^{(j)}(u)\overline{B}(u),\quad j=\overline{1,l_i}.\qquad(7)$$

$$q_1(t,u)=q_1(t-u,0)\overline{G_1}(u);\qquad q_2(t,u)=q_2(t-u,0)\overline{G_2}(u).\qquad(8)$$

(7) და (8) შეიცავს უცნობებს $p_{ij}(t,u)\ j=\overline{1,l_i},i=\overline{1,m})$, $q_1(t,u)$, $q_2(t,u)$. მათი განსაზღვრისათვის გამოიყენება შემდეგი სასაზღვრო პირობები:

$$p_{ij}(t,0)=\delta_{j1}p_i\left[\int_0^t q_1(t-u,0)\overline{G_1}(u)\mu_1(u)du+\int_0^t q_2(t-u,0)\overline{G_2}(u)\mu_2(u)du+p_i(0)\delta(t)\right],\qquad(9)$$

$i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,l_i}.$

$$q_1(t,0)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{l_i}\int_0^t p_{ij}(t,u)\lambda(u)du\qquad(10)$$

$$q_2(t,0)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}\int_0^t p_{il_i}(t,u)du=\sum_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}P_{il_i}(t)\,.\qquad(11)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ $\mu_k(u)=q_k(u)/\overline{G_k}$ (u) $(k=1,2)$, $\lambda(u)=b(u)/\overline{B}(u)$ და $p_{ij}(t,0)=0$ თუ $j\neq1$ (შესაბამისად $p_{ij}(t,u)=p_{i1}(t-u,0)l_1^{(j)}(u)\overline{B}(u)$) გვექნება შემდეგი ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემა:

$$\left\{\begin{array}{l} p_{i1}(t,0) = p_i\left[\int\limits_0^t q_1(t-u,0)g_1(u)du + \int\limits_0^t q_2(t-u,0)g_2(u)du + p_{i1}(0)\delta(t)\right] \\ q_1(t,0) = \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{l_i}\int\limits_0^t p_{i1}(t-u,0)l_1^{(i)}(u)b(u)du \\ q_2(t,0) = \sum\limits_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}\int\limits_0^t p_{i1}(t-u,0)l_1^{(l_i)}(u)\overline{B}(u)du. i=\overline{1,m}; \end{array}\right\} \tag{12}$$

აქ $l_1^{(j)}(u) = \int\limits_0^u \alpha_i e^{-\alpha_l v} l_{i+1}^{(j)}(u-v)dv.$

თუ გამოვიყენებთ ლაპლასის გარდაქმნას (12)-სთვის მივიღებთ:

$$p_{i1}(s,0) = p_i\left[q_1(s,0)g_1(s) + q_2(s,0)g_2(s) + p_{i1}(0)\right] i=\overline{1,m}; \tag{13}$$

$$q_1(s,0) = \sum_{i=1}^{m} p_{i1}(s,0)\sum_{j=1}^{l_i}\widetilde{b}_1^{(j)}(s); \tag{14}$$

$$q_2(s,0) = \sum_{i=1}^{m}\alpha_{il_i}p_{i1}(s,0)\overline{B}_1^{(l_i)}(s), \tag{15}$$

სადაც

$$p_{ij}(s,0) = \int\limits_0^\infty e^{-st}p_{ij}(t,0)dt, \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,l_i}; \quad q_k(s,0) = \int\limits_0^\infty e^{-st}q_k(t,0)dt, \quad k=1,2;$$

$$g_v(s,0) = \int\limits_0^\infty e^{-st}dG(t), \quad v=1,2;$$

$$l_k^{(j)}(s) = \frac{1}{s+\alpha_j}\prod_{v=k}^{j-1}\frac{\alpha_v}{s+\alpha_v}, \quad j=\overline{k,l_i}, \quad (j\ge k), \quad i=\overline{1,m};$$

$$b(s) = \int\limits_0^\infty e^{-su}b(u)du; \quad \overline{B}(s) = \int\limits_0^\infty e^{-su}\overline{B}(u)du = \frac{1-b(s)}{s};$$

$$\widetilde{b}_i^{(j)}(s) = \int\limits_0^\infty e^{-su}l_i^{(j)}(u)b(u)du = b(s+\alpha_j)\prod_{\tau=1}^{j-1}\frac{\alpha_\tau}{\alpha_\tau-\alpha_j} + \left[\sum_{p=1}^{j-1}\frac{b(s+\alpha_p)}{\alpha_j-\alpha_p}\prod_{\tau=1}^{j-1}\alpha_\tau\right] / \prod_{\substack{\tau=1\\ \tau\ne p}}^{j-1}(\alpha_\tau-\alpha_p),$$

$$\overline{B}_1^{(l_i)}(s) = \int\limits_0^\infty e^{-su}l_1^{(l_i)}(u)\overline{B}(u)du = \overline{B}(s+\alpha_{l_i})\prod_{\tau=1}^{l_i-1}\frac{\alpha_\tau}{\alpha_\tau-\alpha_{l_i}} + \left[\sum_{p=1}^{l_i-1}\frac{\overline{B}(s+\alpha_p)}{\alpha_{l_i}-\alpha_p}\prod_{\tau=1}^{l_i-1}\alpha_\tau\right] / \prod_{\substack{\tau=1\\ \tau\ne p}}^{l_i-1}(\alpha_\tau-\alpha_p),$$

$i=\overline{1,m};$

$$\overline{B}(s+\alpha_{l_i}) = \frac{1-b(s+\alpha_{l_i})}{s+\alpha_{l_i}}.$$

(13), (14) და (15) გამოსახულებები წარმოადგენენ განზოგადებულ გამოსახულებებს. მათ კერძო შემთხვევებს წარმოადგენს ლიტერატურაში ცნობილი მოდელები [1-4].

ლიტერატურა

1. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Сов. Радио, 1975

2. Королюк В.С. Время пребывания полумарковского процесса в фиксированном множестве состоянии. УМЖ, N3, 1965

3. Микадзе И.С., Мусеридзе Н.Д. Надежность станочной системы.. GEN, N2, 2003.

4. Мусеридзе Н.Д., Микадзе З.И. Надежность металлорежущего станка при гиперпоказательном законе распределения отказа инструмента. GEN, N3, 2003.

DEFINITION OF PARAMETERS OF RELIABILITY, WHEN THE STREAM OF REFUSALS IS DISTRIBUTED CONSISTENTLY IN PARALLEL ON MIX OF ERLANG

Andjaparidze Tristan, Mikadze Ilia Z., Museridze Nodar,
Shurgaia Irakli
Georgian Technical University

Summary

The question of definition of reliability of such devices which are characterized by two kinds of refusals gradual (deterioration) and catastrophic (sudden) is considered. Gradual refusal is distributed by mix of Erlang, and sudden - indicative. The basic parameters of reliability, such as function of readiness and factor of readiness are certain.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ПОТОКЕ ОТКАЗОВ, РАСПРЕДЕЛЕННОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНО ПО СМЕСИ ЭРЛАНГА

Анджапаридзе Т.Н., Микадзе И.З., Мусеридзе Н.Д.,
Шургая И.Б.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассматривается вопрос определения надежности таких устройств, которые характеризуются двумя видами отказов: постепенной (износ) и катастрофической (внезапной). Постепенный отказ распределен смесью Эрланга, а внезапный – показательным законом. Определены основные показатели надежности, такие как функция готовности и коэфициент готовности.