გამომთვლელი მოწყობილობის მიერ დავალების შესრულების განხორციელება დაუტვირთავი რეჟიმით

ნანა მიქიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

წარმოდგენილია დაუტვირთავი, არარეზერვირებული მოწყობილობის მიერ დავალების მოცემულ დროში შესრულების ალბათური მახასიათებლების განსაზღვრა. ისინი ჩაწერილია ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნის სახით, რომლის მიხედვით შესაძლებელია ამოცანის შესრულების შემთხვევითი დროის რიცხვითი და ალბათური მახასიათებლების მიღება.

საკვანძო სიტყვები: გამოთვლითი სისტემა. სარეზერვო მოწყობილობა. ალბათური მახასიათებლები. ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნა.

1. შესავალი

დაუტვირთავ რეჟიმში ამოვხსნათ გამომთვლელი სისტემის ამოცანა, რომელიც შედგება ერთი გამომთვლელი მოწყობილობისა და m-1 სარეზერვო მოწყობილობისაგან.

ვთქვათ, სარეზერვო მოწყობილობები არ განიცდის მტყუნებას, ან არის მუშა მდგომარეობაში. სარეზერვო მოწყობილობა მუშა მდგომარეობაში არ ცვლის მის საიმედოობას. ამოსახსნელი ამოცანა შედგება n ალგორითმისაგან (ეტაპებისაგან), დროითი ინტერვალები, რომლებიც წარმოადგენს დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეებს, განაწილებულია ნებისმიერი კანონით $F\ (t), \quad j=\overline{1,n}$;

მტყუნებად გამომთვლელ მოწყობილობას ემსახურება ერთი სარემონტო ბრიგადა და მათი აღდგენა ემორჩილება მაჩვენებლიან განაწილების კანონს υ ინტენსივობით. მუშა მოწყობილობები ემორჩილება მტყუნების ორ სახეობას [1].

პირველი სახეობის დროს, მუშა მოწყობილობა გამოირთვება და ჩაირთვება სარეზევრო მოწყობილობა, ხოლო პირველივე სახის მტყუნების დროს (ავარიისას) მუშა მოწყობილობა დარჩება ჩართულ მდგომარეობაში. პირველი სახეობის მტყუნებების დროს ბათილდება ყველა შესრულებული მუშაობა, ხოლო მეორეს დროს განხორციელდება ერთი ეტაპის განმავლობაში სამუშაო. გადამრთავი მოწყობილობა აბსოლიტურად საიმედოა. მტყუნების განაწილების ნაკადი ემორჩილება პუასონის კანონს, განაწილების შესაბამისი ინტენსივობით α_j და $\beta\ i \quad (j=\overline{1,\ n})$. აპარატურული კონტროლი იდეალურია, შეუძლია მყისიერად აღმოაჩინოს შეფერხებები.

ამოცანის ამოხსნის ეტაპები განვიხილოთ როგორც ნახევრადმარკოვული პროცესი ბოლო მდგომარეობის რაოდენობით და შემოვიტანოთ ალბათობები $\Phi(t,j,k,m)$ იმისა, რომ ამოცანის ამოხსნა დამთავრდება დროის t მომენტში, თუ ამოხსნა დაიწყება j – ეტაპიდან იმ პირობით, რომ საერთო m რაოდენობა გამომთვლელი მოწყობილობიდან უკვე k მტყუნებადი გახდა (j – ეტაპის ამოხსნა იწყება t = 0 მომენტიდან k მტყუნებად მოწყობილობის დროს).

განვიხილოთ ასეთი სისტემის შემდეგი მოდელი.

მოდელი 1. ვთქვათ, გვაქვს ორივე სახის მტყუნება, მტყუნებადი მოწყობილობები არ ექვემდებარება აღდგენას და თუ ამოცანის ამოხსნის პერიოდში ყველა m მოწყობილობა გახდება მტყუნებადი, მაშინ გამომთვლელი სისტემა ვერ შეასრულებს დავალებას ე.ი.

$$\Phi(t, j, m, m) = 0 \quad j = \overline{1\ ,\ n}\ .$$

ამოცანის ამოხსნის ეტაპი შეიძლება აღიწეროს შემდეგი მათემატიკური მოდელით. განსახილველი გამომთვლელი სისტემა შეიძლება იმყოფებოდეს n სხვადასხვა მდგომარეობაში მოცემულ მომენტში ამოხსნის ეტაპის ნომერზე დამოკიდებულებით. დროის ინტერვალები, რაშიც იმყოფება გამომთვლელი სისტემა i–ურ მდგომარეობებში $(i = \overline{1, n})$ არის დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეები.

გადასვლის ალბათობა i მდგომარეომებიდან j მდგომარეობაში არ არის დამოკიდებული ადრე ამოხსნილი ეტაპების ნომრებისაგან.

ამოვხსნათ ეს მოდელი, ნახევრადმარკოვული პროცესის საშუალებით. შესაბამისად პროცესის ნახევრადმარკოვული პროცესი მდგომარეობის რაოდენობით $\xi \quad (e_1\ , e_2\ ,\ e_3\ ,\ . . .\ e_n)$ მთლიანად აღიწერება დროის l_i მდგომარეობაში $P_i\ (t)$ განაწილების ფუნქციის მეშვეობით და პირობითი ალბათობებით $g_{\,i\,j}\ (t) \qquad (i,\ j = \overline{1,\ n})$. გადასვლები l_i მდგომარეობიდან l_j მდგომარეობაში არ არის დამოკიდებული ადრე გამოთვლილ ეტაპების ნომრებზე, იმ პირობით, რომ ნახევრადმარკოვული პროცესი იმყოფება l_i მდგომარეობაში t დროის განმავლობაში.

ჩვენს შემთხვევაში არ არის აუცილებელი განვსაზღვროთ პირობითი $g_{i\,j}\ (t)$ ალბათობები, საკმარისია გამოვსახოთ საწყისი მახასიათებლებით გარდამავალი ალბათობების პროცესი $P_{i\,j}\,(\xi_{\,i})$, რომ სისტემა, რომელიც იმყოფება l_i მდგომარეობაში $\xi_{\,i}$ დროის განმავლობაში გადავა l_j მდგომარეობაში.

ვთქვათ, ამოხსნის დასაწყისში j-ურ ეტაპში: $\eta -$ მომენტია j-ურ ეტაპის დამთავრების. η_1 – პირველი რიგის მტყუნების აღძვრის მომენტია. η_2 – მეორე ეტაპის მტყუნების აღძვრის მომენტია: ν_1 და ν_2 დროის დანაკარგებია, პირველი და მეორე მტყუნებებისა, განაწილების $G_1\,(x)$ და $G_2\,(x)$ ფუნქციების შესაბამისი დამოკიდებულებით [2].

აღსანიშნავია, რომ ზემოთ მოხსენებულის შესაბამისად შესაძლებელია შემდეგი მდგომარეობები:

1. u მომენტში მთავრდება j ეტაპი, ხოლო მტყუნებები პირველი და მეორე სახეობის ამ მომენტამდე არ აღიძვრება და გამომთვლელი სისტემა გადადის $l_{i\ +1}$ მდგომარეობაში. ამ მდგომარეობის ალბათობა

$$P_{j\ ,\ \ j+1}(du)\ =\ P\left\lfloor u < \xi_{\,j} = \eta < u + du\ ;\eta\ < \min\ (\eta_1, \eta_2\,)\right\rfloor = dF_{\,j}\,(u) \times \\ \times\, e^{-(\alpha_i + \beta_i\,)u} \qquad (1ა)$$

2. u მომენტში აღიძვრება პირველი რიგის მტყუნებები, თანაც ამ დროში j-ური ეტაპის ამოხსნა არ მთავრდება და არ წარმოიშობა მეორე სახეობის მტყუნება. სისტემა გადადის l_i მდგომარეობაში.

ამ მდგომარეობის ალბათობაა

$$P_{j\,1}(du) = P\left[u < \xi_j = \eta_1 < u + du; \eta_1 < \min(\eta_1, \eta)\right] = \alpha_j e^{-(\alpha_i+\beta_i)u} \times \times\left[1 - F_j(u)\right] du \tag{1ბ}$$

3. u მომენტში წარმოიშობა მეორე სახის მტყუნება, თანაც ამ დროის განმავლობაში არ წარმოიშობა პირველი რიგის მტყუნება და არ ვამთავრებთ j-ური ეტაპის ამოხსნას, სისტემა გადადის j-ური მდგომარეობის დასაწყისში. ამ მდგომარეობის ალბათობა იქნება

$$P_{j\,j}(du) = P\left[u < \xi_j = \eta_2 < u + du; \eta_2 < \min(\eta_1, \eta_2)\right] = \beta_j^{-(\alpha_i+\beta_i)u} \times \times\left[1 - F_j(u)\right] du \tag{1გ}$$

ვთქვათ, $\tau_i(k, m)$ არის რეალური დრო, აუცილებელი ამოცანის დასამთავრებლად. თუ ის დაიწყება j-ური ეტაპიდან, როცა k არის მტყუნებადი მოწყობილობა, მაშინ სრული ალბათობის თეორემის თანახმად დროის დანაკარგების გათვალისწინებით პირველი და მეორე სახეობის მტყუნების v_1 და v_2 დროს შეიძლება დავწეროთ სტოქასტურ განტოლებათა სისტემა $\tau_j(k, m)$.

$$\tau_j(k,m) = \xi_j + \sigma_{j,j+1}(\xi_j)\tau'_{i+1}(k, m) + \sigma_{j1}(\xi_j)[v_1 + \tau'_1(k+1, m)] + +\sigma_{jj}(\xi_j)[v_2 + \tau'_j(k, m)]; \qquad k = \overline{0, m-1}\;; \quad j = \overline{1, n} \tag{2}$$

აქ $\sigma_{ji}(\xi_j)$, $i = j+1$, $j, 1$ შეუთავსებადი ინდიკატორებია, ერთეულოვანი ალბათობების ტოლია, განსაზღვრული არიან (1ა) და (1ბ) გამოსახულებების შესაბამისად. τ_j და τ'_j თითეული j დროს დამოუკიდებლები და ერთნაირად განაწილებულები არიან. ξ_i, τ'_j და σ_{ji}, τ'_j წყვილ-წყვილად დამოუკიდებელია. ცხადია, რომ ადრე შემოტანილი ალბათობა

$$\Phi(t, j, k, m) = P[\tau_j(k,m) < t] = P[\sigma_{j,j+1}(\xi_j) = 1\;;$$
$$\tau'_{j+1}(k,m) < t - \xi_j] + P[\sigma_{j1}(\xi_j) = 1\;;\; v_2 + \tau'_j(k,m) < t - \xi_j] +$$
$$+P\left[\sigma_{ij}(\xi_i) = 1\;;\; v_2 + \tau'_j(k,m) < t - \xi_i\right] \tag{3}$$

(1ა) და (1ბ) გათვალისწინებით და (3) ამოცანის ამოხსნის დრო განისაზღვრება შემდეგი ინტეგრალური განტოლებების სისტემით:

$$\Phi(t, j, k, m) = \int_0^t d\,F\,j\,(u) e^{-(\alpha_j-\beta_j)u}\,\Phi(t-u, 1, j, k, m) +$$
$$\alpha_j \int_0^t e^{-(\alpha_j-\beta_j)u}\,d_u[1 - F_j(u)] \int_0^{t-u} d\,G_1(v)\Phi(t-u-v, 1, j, k, m) + \beta_j \int_0^t e^{-(\alpha_j-\beta_j)u}\,d\,u[1 - F_j(u)] \times$$
$$\times \int_0^{t-u} dG_2 \Phi(t-u-v, j, k, m)$$
$$k = \overline{0, m-1}\;; \quad \Phi(t, j, m, m) = 0\;; \quad j = \overline{1, n}\;. \tag{4}$$

სასაზღვრო პირობების თანახმად

$$\Phi(t, n+1, k, m) = 1\;; \qquad k = \overline{0, m-1}, \tag{5}$$

3. დასკვნა

ნაშრომში მიღებულია დაუტვირთავი, არარეზერვირებული მოწყობილობის მიერ დავალების მოცემულ დროში შესრულების ალბათური მახასიათებლები. ისინი ჩაწერილია ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნის სახით, რომლის მიხედვით შესაძლებელია მივიღოთ ამოცანის შესრულების შემთხვევითი დროის რიცხვითი და ალბათური მახასიათებლები, როგორიცაა მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია და ა.შ. სისტემა ემორჩილება აღდგენას.

ლიტერატურა

1. Беляев Ю. К. Производительность при наличий двух типов отказов – В Ки: Кибернотик, т.2., М.,1964
2. Черкесов Г.Н. Надежность технических систем с временной избыточностью. М., Радио. 1974
3. Гнеденко Б.В. О ненагруженном дублировaний – Изв.АН СССР. Техн.Кибернетика. 1964, №4. с.111-118.

PERFORMANCE OF TASKS BY MEANS OF THE COMPUTER WITH NOT LOADED RESERVE

Mikiashvili Nana
Georgian Technical University

Summary

The likelihood characteristics of task executed by unreserved system during the given time are obtained in this article. They are written down by Laplace-Stiltes transformation, and according to them it is possible to get numerical characteristic of accidental time of task execution, such as population mean, dispersion and so on.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА С НЕНАГРУЖЕННЫМ РЕЗЕРВОМ

Микиашвили Н.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Получены вероятностные характеристики выполнения задания нерезервированной системой в течение заданного времени. Они записаны в виде преобразования Лаплас-Стилтеса, согласно которым возможно получение таких численных характеристик случайного времени выполнения задачи, какими являются математическое ожидание, дисперсия и т.д. Система подчиняется восстановлению.