

ეკონომიკური დინამიკის ანალიზი ქსელური მოდელის გამოყენებით

ნელი სესაძე, ვალიდა სესაძე, თეკლა ბაზუაშვილი,
ვალერია გემაზაშვილი, ერეკლე აბრამიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

თანამედროვე ეკონომიკური თეორია, როგორც მიკრო-, ისე მაკროდონეზე ანალიზისათვის იყენებს მათემატიკურ მეთოდებსა და მოდელებს როგორც აუცილებელ და ბუნებრივ ელემენტებს. მათემატიკის გამოყენება ეკონომიკაში გვაძლევს საშუალებას გამოვყოთ და ფორმალურად აღვწეროთ განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი და არსებითი კავშირები ობიექტის ეკონომიკურ ცვლადებს შორის. მკაცრად ფორმულირებული საწყისი მონაცემებისა და მათ შორის კავშირიდან დედუქციის მეთოდით ხორციელდება ისეთი დასკვნების მიღება, რომლებიც ადეკვატური იქნება შესასწავლი ობიექტისა. მათემატიკისა და სტატისტიკის მეთოდები გვაძლევს საშუალებას მივიღოთ ობიექტის შესახებ ახალი ინფორმაცია, შევაფასოთ ცვლადებისა და მათ შორის დამოკიდებულებათა ფორმები და პარამეტრები. სტატიაში განხილულია ქსელური მოდელი, რომელიც საშუალებას იძლევა გამოკვლეულ იქნას საქონლის ბაზარზე ფასებისა და მოცულობის მდგრადობა, მოთხოვნისა და მიწოდების ტრადიციული მრუდების გამოყენებით დროში დაგვიანების პირობებში. წარმოების მოცულობის და ფასების ყოფაქცევის გამოკვლევას ვაწარმოებთ შემთხვევისათვის, როდესაც საწყისი წერტილი არ ემთხვევა წონასწორულს.

გასაღებური სიტყვები: ქსელური მოდელი. ბაზარი. საქონლის ფასი. ფასების მდგრადობა. მათემატიკური მოდელი. ეკონომიკური მოდელი.

1. შესავალი

ეკონომისტების ყურადღება ადრეული პერიოდიდან უმთავრესად მიპყრობილი იყო წონასწორობისაკენ, რადგან იგი ახდენს ძირეულ ზეგავლენას ეკონომიკურ სისტემაზე. წონასწორობის კონცეფცია ჩამოაყალიბა ალფრედ მარშალმა რომელსაც მოგვიანებით ობობას ქსელის თეორია ეწოდა [1,2].

სხვადასხვა ეკონომიკური მოვლენების შესწავლისათვის ეკონომისტები იყენებენ მათ გამარტივებულ, ფორმალურ აღწერას, რომელსაც ეკონომიკურ მოდელს უწოდებენ. ეკონომიკური მოდელების მაგალითს წარმოადგენს: სამომხმარებლო შერჩევის მოდელი, ფირმის მოდელი, ეკონომიკური ზრდის მოდელი, წონასწორობის მოდელი სასაქონლო, ფაქტორულ და ფინანსურ ბაზარზე და სხვა მრავალი. [3,4].

ეკონომიკური მოდელი იგება შემდეგი თანმიმდევრობით:

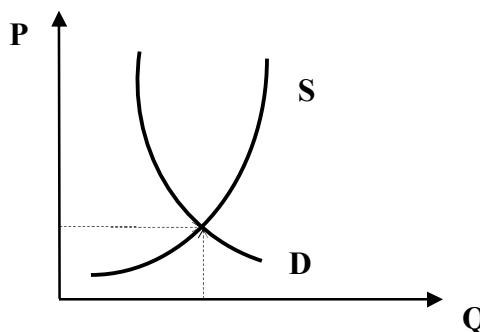
- ფორმულირება საგანი და კვლევის მიზანი;
- განსახილველ ეკონომიკურ სისტემაში გამოიყოფა სტრუქტურული და ფუნქციონალური ელემენტები, რომლებიც შეესაბამება მოცემულ მიზანს. გამოიკვეთება ამ ელემენტებს შორის მნიშვნელოვანი ხარისხობრივი მახასიათებლები;
- სიტყვიერად აღიწერება კავშირი მოდელის ელემენტებს შორის;
- შემოაქვთ სიმბოლური აღნიშვნები ეკონომიკური ობიექტის მახასიათებლებზე და შეძლებისდაგვარად ფორმალიზდება მათ შორის კავშირები, რის საფუძველზეც ფორმირდება მათემატიკური მოდელი.
- მათემატიკური მოდელის შესაბამისად ასრულებენ ანგარიშებს და მათ საფუძველზე ხორციელდება მიღებული გადაწყვეტილების ანალიზი.

ეკონომიკური მოდელები იძლევა საშუალებას გამოვლინდეს ეკონომიკური ობიექტის ფუნქციონირების განსაკუთრებული თვისებები და ამის საფუძველზე წინასწარ განისაზღვროს ობიექტის ყოფაცქევა მომავალში რომელიმე პარამეტრის ცვლილებებისას. მაგალითად, გადაცვლის კურსის ცვლილებისას, ეკონომიკური კონუნქტურის გაუარესებისას და შემოსავლის დაცემისას. ჩვენს მიერ განსახილველი ქსელური მოდელი კი საშუალებას იძლევა გამოკვლეულ იქნას საქონლის ბაზარზე ფასებისა და მოცულობის მდგრადობა, რომელიც აღიწერება მოთხოვნისა და მიწოდებისა ტრადიციული მრუდებით დროში დაყოვნების არსებობისას.

2. ძირითადი ნაწილი

დავუშვათ, მწარმოებლები საქონლის მიწოდებას მიმდინარე პერიოდში განსაზღვრავენ ფასების საფუძველზე წინა პერიოდზე დაყრდნობით, ე.ი. $Q^s(t) = S_t(p_{t-1})$. წარმოების მოცულობის სიდიდეზე გადაწყვეტილება მიიღება მიმდინარე ფასების გათვალისწინებით, წარმოების ციკლს გააჩნია ინერციულობა და ამიტომაც შესაბამისი გადაწყვეტილება მიიღება ამ ციკლის დასრულების შემდეგ.

მოთხოვნის მრუდი წარმოადგენს დამოკიდებულებას საქონელზე მოთხოვნის მოცულობასა და მის ფასს შორის მოცემულ პერიოდში [1], ე.ი. $Q^D(t) = D_t(p_t)$ (ნახ.1).



ნახ.1. ბაზარზე ფასებისა და მოცულობის მდგრადობა.

აქედან გამომდინარე, ფასის დინამიკა შეიძლება აღწერილ იქნას განტოლებათა სისტემით:

$$\{Q_t^s = S_t(p_{t-1}), Q_t^D = D_t(p_t), Q_t^D = Q_t^s\} \quad (1)$$

რომელიც შეიძლება ჩაიწეროს ერთი განტოლებით:

$$Q_t(p_t) = S_t(p_{t-1}) \quad (2)$$

ამ განტოლებიდან შეიძლება ვიპოვოთ ფასების მნიშვნელობა p_t მოცემულ მომენტში, წინასწარ ცნობილი მნიშვნელობით p_{t-1} . ასეთი ამოცანის ამოხსნის სქემა მოცემულია შემდეგი სახით:

$$Q_0 \rightarrow p_0 = D^{-1}(Q_0) \rightarrow Q_1 = S(p_0) \rightarrow p_1 = D^{-1}(Q_1) \rightarrow Q_2 = S(p_1) \rightarrow \dots$$

(სადაც D^{-1} - მოთხოვნის უკუფუნქციაა).

მაგალითისათვის შეიძლება განვიხილოთ ქსელური მოდელი, რომელშიც მოთხოვნისა და მიწოდების ფუნქციები წარმოდგენილია წრფივი სახით:

$$S(p) = A + Bp_{t-1}, \quad D(p) = C - Ep_t, \quad S(p) = D(p) \quad (3)$$

აქ $B > 0$, ვინაიდან მიწოდების ფუნქცია ზრდადია; $E > 0$ და მოთხოვნის ფუნქცია კლებადია $C > A > 0$ ე.ი. $D(0) > C(0) > 0$ (ვთვლით რომ ნულოვანი ფასის შემთხვევაში მოთხოვნა აღემატება მიწოდებას). განტოლებას, რომელიც აღწერს ასეთი სისტემის დინამიკას აქვს შემდეგი სახე:

$$D(p_t) = S(p_{t-1}), \text{ ან } C - Ep_t = A + Bp_{t-1}.$$

ვიპოვოთ წონასწორული ფასი p^* და წარმოების წონასწორული მოცულობა Q^* , რომლებიც უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ განტოლებებს:

$$Q^* = C - Ep^* = A + Bp^*$$

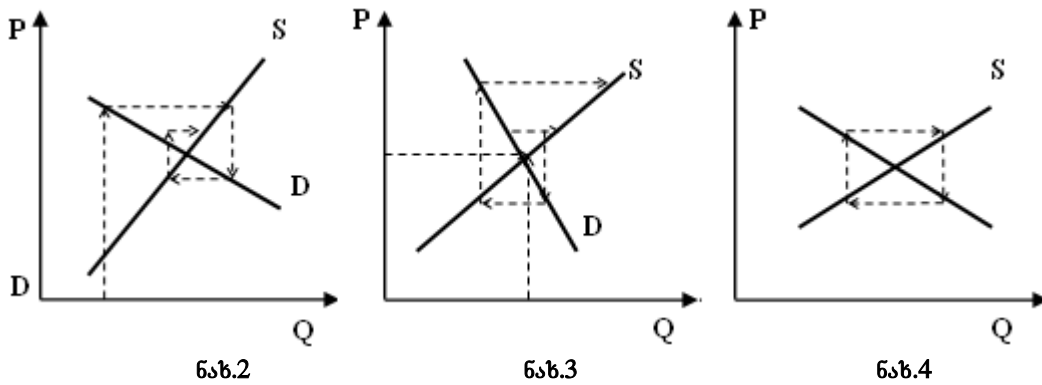
საიდანაც

$$p^* = \frac{C - A}{B + E} \quad \text{და} \quad Q^* = \frac{BC + AE}{B + E}$$

აუცილებელია გამოკვლევულ იქნას ფასებისა და მოცულობის ყოფაქცევა იმ შემთხვევაშიც კი თუ საწყისი წერტილი არ ემთხვევა წონასწორულს. ეს ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას გრაფიკულადაც, რის შედეგადაც ვღებულობთ „ქსელის“ ტიპის სურათს, რომელიც ამართლებს მის დასახელებას. დავეშვათ, მოცემულია საწყისი რაოდენობა რაღაც საქონლისა და მისი შესაბამისი ფასი, რომლებიც არ ემთხვევა წონასწორობის წერტილს, მოდელის გაანგარიშების საფუძველზე

თანმიმდევრობით დაეიტანოთ წერტილები, რომლებსაც შევადრებთ ჰორიზონტალური თუ ვერტიკალური ხაზებით.

ასეთი მოქმედების შედეგად ვლუბლობთ გრაფიკულ სურათს, საიდანაც შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნა: თუ მიწოდების მრუდი მეტადაა გადახრილი ვიდრე მოთხოვნის მრუდი, მაშინ წონასწორობა ასეთ ბაზარზე იქნება მდგრადი (იხ. ნახ.2). თუ მოთხოვნის მრუდი მეტად დახრილია ვიდრე მიწოდების მრუდი მაშინ, წონასწორობა ბაზარზე იქნება არამდგრადი (იხ. ნახ.3). და ბოლოს ორივე მრუდის თანაბარი დახრისას ფასები ბაზარზე ირხევა რეგულარულად მუდმივი ამპლიტუდით (იხ. ნახ.4).



რეკურენტული დამოკიდებულების გათვალისწინებით:

$$p_1 = \frac{C-A}{E} - \frac{B}{E} \cdot p_0; \quad p_2 = \frac{C-A}{E} - \frac{B}{E} \cdot \left(\frac{C-A}{E} - \frac{B}{E} \right) \cdot p_0$$

ან ზოგადი სახით:

$$p_t = \frac{C-A}{E} \cdot \left(1 - \frac{B}{E} + \left(\frac{B}{E} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{B}{E} \right)^{t-1} \right) + (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t \cdot p_0$$

გამოსახულება, რომელიც ფრჩხილებშია მოთავსებული, გეომეტრიული პროგრესიის ჯამია:

$$S_n = a_1 \cdot (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

თუ $|q| < 1$, მაშინ $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$

ქსელური მოდელისათვის სრულდება პირობა: $q = -\frac{B}{E}$, $a_1 = \frac{C-A}{E}$.

აქედან დროის ნებისმიერი t მომენტისათვის ვლუბლობთ p_t ფასისათვის შემდეგი სახის გამოსახულებას

$$p_t = \frac{C - A}{E} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{B}{E}\right)^t}{1 + \frac{B}{E}} + (-1)^t \left(\frac{B}{E}\right)^t \cdot p_0 \quad (3)$$

ცხადია, რომ თუ სრულდება პირობა

$$\frac{B}{E} < 1 \left(\frac{B}{E}\right)^t \rightarrow 0 \text{ და } p_t \rightarrow \frac{C - S}{B + E} = p^*,$$

ე.ი. მიწოდების მრუდი უფრო ძლიერ არის გადახრილი, ვიდრე მოთხოვნის მრუდი, მაშინ წონასწორობა არის მდგრადი. თუ $\frac{B}{E} > 1$, ე.ი. მოთხოვნის მრუდი უფრო მეტად დახრილია, მაშინ $\left(\frac{B}{E}\right)^t \rightarrow \infty$ და წონასწორობა განშლადია. თუ $\frac{B}{E} = 1$, მაშინ $B = E$, p_t მნიშვნელობები იცვლება წონასწორობის ფარგლებში.

რეალურად $\frac{B}{E} > 1$ შემთხვევაში, უსასრულოდ ზრდადი რხევები არ წარმოიშვება რადგანაც წონასწორობიდან დიდი გადახრისას წრფივი მიახლოება, არაა რეალური. არაწრფივ მოდელებში მყარდება არაწრფივი, მაგრამ სასრული ამპლიტუდის რხევები, რომლებიც ასახავს წარმოების ეკონომიკური ციკლების ვარდნისა და განვითარების ციკლებს.

3. დასკვნა

აღნიშნული მოდელი გვაძლევს საშუალებას გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნა, რომ თუ მიწოდების მრუდი მეტადაა გადახრილი ვიდრე მოთხოვნის მრუდი, მაშინ წონასწორობა ასეთ ბაზარზე იქნება მდგრადი, ხოლო თუ მოთხოვნის მრუდი მეტად დახრილია ვიდრე მიწოდების მრუდი მაშინ, წონასწორობა ბაზარზე იქნება მერყევი, რასაც შესაძლოა მოჰყვეს უმართავი პროცესები. ხოლო მოთხოვნისა მიწოდების მრუდების თანაბარი გადახრისას ფასები ბაზარზე განიცდის რეგულარულ რხევას.

ლიტერატურა

1. გუგუშვილი ა., ხუროძე რ. და სხვ. მართვის თეორია. სტუ, მე-3 ნაწ. თბილისი, 2003.
2. Замков О.О., Черемных Ю.А., Толстопятенко А.В.. Математические методы в экономике. МГУ. 2004.
3. <http://order.ph.utexas.edu/chaos>
4. <http://sprott.physics.wisc.edu/pubs.htm>

USING THE NET MODEL TO ANALYSE THE ECONOMICAL DYNAMIC

Sesadze Neli, Sesadze Valida, Bazuashvili Tekla,
Gemazashvili Valeria, Abramidze Erekle
Georgian Technical University

Summary

Modern economical theory as the level of micro and macro economies, uses mathematical methods and models as the essential and natural elements. Using the mathematics in economy, gives us an opportunity to separate and formally describe especially, important and existing relations between the main economical values of the object. According to the method of deduction, which is based on the initial data and their relations, we shall receive an adequate conclusion about the object, which would be studied by us. The mathematic and the statistic methods give us a chance to receive some new information about the object and to estimate the values and the dependence on their forms and parameters. In this article is considered: The Net model, which gives us an opportunity to investigate the stability of price and volume on the market by using the traditional demand and supply curves, when they are delayed in time. We also investigate the behavior of manufacture volume and the price, while the initial point does not coincide with the equilibrium.

**АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
СЕТЕВОЙ МОДЕЛИ**

Сесадзе Н., Сесадзе В., Базуашвили Т., Гемазашвили В.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Современная экономическая теория, как на микро, так и макроуровне, включает как естественный, необходимый элемент математические модели и методы. Использование математики в экономике позволяет, во первых, выделить и формально описать наиболее важные, существенные связи экономических переменных и объектов: изучение столь сложного объекта предполагает высокую степень абстракции. Во вторых, из четко сформулированных и с ходных данных и соотношений методами дедукции можно получать выводы, адекватные изучаемому объекту в той же мере, что и сделанные предпосылки. В третьих, методы математики и статистики позволяют индуктивным путем получать новые знания об объекте: оценивать форму и параметры зависимостей его переменных, в наибольшей степени соответствующие имеющимся наблюдениям. В статье рассмотрено Паутинообразная модель, который позволяет исследовать устойчивость цен и объемов товаров на рынке, описываемом традиционными кривыми спроса и предложения при наличии запаздывания во времени. Исследуем поведение цен и объемов производства в том случае, если начальная точка не совпадает с равновесной.