გ. ჯანელიძე

ქალაქის წყალმომარაგების მათემატიკური მოდელები

რეზიუმე

სტატიაში წარმოდგენილია ქალაქის წყალმომარაგების სისტემის მათემატიკური მოდელები. მართვის ობიექტი ქსელის ტოპოლოგიის დიდი განზომილებით, ტექნოლოგიური სირთულით და აგრეთვე საკმაოდ დიდი ინერციულობით ხასიათდება. სისტემის ფუნქციონირებას ართულებს ავარიულ სიტუაციათა სიხშირე, რაც მოითხოვს მისი ლიკვიდაციის მიზნით მართვის ოპერატიულობას. აპრიორულად მოცემულია ქსელის ჰიდრომაგისტრალების, რეზერვუარების, სატუმბო სადგურების, მილსადენების, სარქველების, მანომეტრების და სხვა კომპონენტების ნორმატიული მნიშვნელობები. სადღეღამისო მოთხოვნების დინამიკა ქმნის ქალაქის წყლით უზრუნველყოფის პროცესის ოპერატიული მართვის აუცილებლობას, რაც წარმოადგენს დიდი განზომილების, მრავალკრიტერიუმიან და აგრეთვე მრავალპარამეტრულ ამოცანას, რომელიც ეფუძნება სისტემაში მიმდინარე სხვადასხვა პროცესის მოდელირებას. მართვის თვალსაზრისით, სტატიაში შემუშავებული ყველა მოდელი სისტემის ერთიან მოდელურ უზრუნველყოფას წარმოადგენს.

საკვანძო სიტყვები: წყალმომარაგების სისტემა, ნაკადების განაწილება, ჰიდრავლიკური მოდელი.

ქალაქის წყალმომარაგების სისტემა, ქსელის ტოპოლოგიის დიდი განზომილებითა და ტექნოლოგიური სირთულით, აგრეთვე საკმაოდ დიდი ინერციულობით ხასიათდება. საკითხს ართულებს ავარიულ სიტუაციათა სიხშირე და მათი ლიკვიდაციის მიზნით მართვის ოპერატიულობის მაღალი ხარისხი. რაც მთავარია, ობიექტი მიეკუთვნება სასიცოცხლო მნიშვნელობისა და მაღალი რისკის ეკოლოგიურ კლასის ობიექტებს, რაც კიდევ უფრო ამაღლებს გამოკვლევებისადმი მოთხოვნებს.

წყლის მიწოდების ტექნოლოგიური პროცესი აერთიანებს რიგ კომპონენტებს (როგორიცაა დიდი რაოდენობის წყალსადენი მილები, რეზერვუარები, სარქველები, სატუმბო სადგურები და სხვა), რომელთა სინქრონულ მუშაობაზეა დამყარებული მომხმარებელთა წყლით უზრუნველყოფა. მიუხედავად იმისა, რომ მსოფლიოს მრავალ ქალაქში წარმატებით ფუნქციონირებენ წყალმომარაგების მართვის ავტომატიზებული სისტემები [1], წარმმართველი როლი მაინც ადამიანს ეკისრება, რადგან ასეთი დონის მართვის სისტემებში არ ხერხდება ანალიტიკური გადაწყვეტა და შესაბამისად დისპეტჩერიზაციის პრობლემები ძირითადად მომსახურე პერსონალის გამოცდილების ხარჯზე წყდება, რაც ბუნებრივია ხშირად შორს არის ოპტიმალურისაგან.

ქალაქის წყალმომარაგების სისტემაში წყდება ამოცანათა კომპლექსი დაპროექტების, დაგეგმვის, პროგნოზირების, კონტროლისა და მართვის თვალსაზრისით. მოცემული ნაშრომი არ ისახავს მიზნად მთელი კომპლექსის გადაწყვეტას, არამედ იფარგლება მხოლოდ წყლით უზრუნველყოფის პროცესის ოპერატიული მართვით, რომლის მიზანი ძირითადად ქსელის მრავალრიცხოვან განშტოებებში წყლის ნაკადების ოპტიმალურ განაწილებაში მდგომარეობს, მუშაობის როგორც ნორმალურ, ისე ავარიულ რეჟიმებში.

უნდა აღინიშნოს, რომ წყლით უზრუნველყოფის პროცესის ოპერატიული მართვა წარმოადგენს დიდი განზომილების, მრავალკრიტერიუმიან და აგრეთვე მრავალპარამეტრულ ამოცანას, რომელიც ეფუძნება მასში მიმდინარე სხვადასხვა პროცესის მოდელირებას. ზოგადად, სისტემის მართვის ხარისხი განისაზღვრება ობიექტის მოდელური უზრუნველყოფის ადექვატურობით.

ამდენად, დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ქალაქის წყალმომარაგების სისტემის კომპონენტების ფუნქციონირების ხარისხისა და დისპეტჩერიზაციის სტრატეგიების მოდელების აგებას. სტატიაში განხილული სისტემა არ წარმოადგენს კერძო შემთხვევას ანუ არ არის ორიენტირებული ერთი რომელიმე ქალაქის ჰიდროლოგიურ სპეციფიკაზე, არამედ ატარებს განზოგადოებულ ხასიათს, რის გამოც მოდელებში გათვალისწინებულ უნდა იქნას ყველა შესაძლო ვარიანტი.

ზოგადად, ქალაქის წყალმომარაგების სისტემა შეიძლება წარმოვიდგინოთ ქსელური გრაფის სახით, სადაც წიბოები ასახავენ ქალაქის ცალკეულ რაიონებს (ან უბნებს), რომლებიც წარმოადგენენ სისტემის მომხმარებლებს. ქსელის სტრუქტურაში ჩართულია აგრეთვე რეზერვუარები, სატუმბო სადგურები, ქალაქში შემომავალი ჰიდრომაგისტრალები, ადგილობრივი ჰიდრორესურსები (არტეზიული ჭაბურღილები), სარქველები და სხვა კომპონენტები, რომელთა ურთიერთშეთანხმებულ მუშაობაზე არის დამყარებული მომხმარებელთა წყლით უზრუნველყოფა.

ქსელში წყალმომარაგების მართვის სტრატეგია შეიცავს სატუმბო სადგურების, სარქველთა სისტემის, რეზერვუარების, აგრეთვე ადგილობრივი ჰიდრორესურსების მართვის ოპერაციებს. ამდენად, მიზანშეწონილია მათი ფუნქციონირების მოდელების განცალკევებულად განხილვა, თუმცა ყველა მოდელი ერთიან სისტემაში მოიაზრება.

ნაკადების განაწილების მოდელი.

ქსელური ობიექტი აღიწერება *G=(X,U)* გრაფის სახით, სადაც *X* კვანძების სიმრავლეა, ხოლო *U* – რკალების სიმრავლე. ყოველი $u \in U$ რკალი ხასიათდება $Cu \geq 0$ გამტარუნარიანობითა და აგრეთვე მისდამი დაქვემდებარებული ხის განშტოებათა ჯამური p_u დატვირთვით. განვიხილოთ ნაკადების მართვის ორი სტრატეგია [2]:

I. როდესაც ნაკადების განაწილების ოპტიმიზაციის ამოცანა მდგომარეობს შემდეგი მიზნობრივი ფუნქციის შესრულებაში:

$$\sum_u (p_u - \varphi_u) \to \min \qquad (1)$$

შეზღუდვებით: $$\sum_{u \in w^+(i)} \varphi_u = \sum_{u \in w^-(i)} \varphi_u \qquad (2); \qquad p_u^{\min} \leq \varphi_u \leq c_u \qquad (3)$$

შეზღუდვა (2) წარმოადგენს კირხჰოფის პირველ კანონს, რომლის თანახმად *G* გრაფის ყველა $i \in X$ კვანძში შემავალი და გამომავალი ნაკადები ტოლი უნდა იყოს.

II. როდესაც ნაკადების განაწილების ოპტიმიზაციის ამოცანა მდგომარეობს ზემოთ ხსენებული შეზღუდვების პირობებში ეკონომიკური შინაარსის მიზნობრივი ფუნქციის შესრულებაში:

$$S_u(t) = \sum_{t=1}^{n} \varphi_u(t) \cdot E_u(t) \Rightarrow \min \qquad (4)$$

სადაც: $E_u(t)$ – მოცემულ რკალში ნაკადის ენერგეტიკული დანახარჯების ფუნქციაა:

$$E_u(t) = l_u \cdot b_1 + \Delta h_u \cdot b_2 \qquad (5)$$

l_u – მოცემული რკალის სიგრძე;

Δh_u – მოცემული რკალისათვის სათავე და ბოლო კვანძების სიმაღლეთა სხვაობა;

b_1 –ნაკადის გრძივი მიწოდების ერთეულოვანი ენერგეტიკული დანახარჯები;

b_2 – ნაკადის მაღლივი მიწოდების ერთეულოვანი ენერგეტიკული დანახარჯები.

ქსელის ჰიდრავლიკური მოდელი.

თუ ქალაქის წყალმომარაგების სისტემას გააჩნია ადგილობრივი ჰიდრორესურსების *N* წყარო (ჭაბურღილების სახით), *n = 1, 2..., N* . ყოველ წყაროს გააჩნია სადღეღამისო ანუ 24-საათიანი მოწოდების მოცულობა. ავღნიშნოთ ისინი როგორც $x_i(t)$ ($i = 1, 2, ..., N, t = 1, 2, ..., 24$), სადაც *i* – წყაროს ნომერია, ხოლო *t* –დრო (საათი). სადღეღამისო ჯამური მიწოდება იქნება:

$$\sum_{t=1}^{24} x_i(t) = b_t \qquad i = 1,2,...., N$$

იმის მიხედვით, თუ როგორ ფუნქციონირებს *i* წყარო, მოწოდების მოცულობა იღებს შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$x_i(t) = 0 \qquad \text{ან} \quad x_{i\,\min} \leq x_i(t) \leq x_{i\,\max}$$

შესაბამისად, მოწოდების მოცულობა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი ვექტორის სახით:

$$x = [x_1(1), x_1(2), \ldots, x_1(24), \ldots, x_i(1), x_i(2), \ldots, x_i(24), \ldots x_N(1), \ldots, x_N(24)]^T$$

წყალმომარაგების სისტემის მართვის სტრატეგია მდგომარეობს იმაში, რომ განისაზღვროს წყაროების მიერ წყლით უზრუნველყოფა, რომელიც დააკმაყოფილებს თითოეულ კვანძში წნევების მოთხოვნილებასა და წყლის დონის შეზღუდვებს თითოეულ რეზერვუარში. განვიხილოთ მართვის მიზანი, რომელმაც *M* რაოდენობის კვანძის შემთხვევაში უნდა დააკმაყოფილოს წნევის მინიმალური და მაქსიმალური შეზღუდვები:

$$p_{\min} \leq p_i(t) \leq p_{\max} \qquad i = 1,2,\ldots,M, \quad t = 1,2,\ldots,24$$

სადაც: $P_i(t)$ - წყლის წნევა *i* კვანძში *t* საათზე.

მეორე ასეთი მიზანი მდგომარეობს იმაში, რომ წყლის დონე T რეზერვუარებში უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ მოთხოვნებს:

$$L_{j\,\min} \leq L_j(t) \leq L_{j\,\max} \qquad j = 1,2,\ldots,T; \quad t = 1,2,\ldots,24$$

სადაც: $L_j(t)$ - წყლის დონე *j* რეზერვუარში *t* საათზე.

ზემოხსენებულ ორ მიზანთან ერთად, საწყისი *(t=0)* დონე რეზერვუარში შეზღუდულია დონით დღის ბოლოსათვის *(t=24) :*

$$L_j(24) = L_j(0) \quad j = 1,2,\ldots,T$$

$P_i(t)$ და $L_j(t)$ არის $x_i(t)$ ამონახსნის ცვლადების ფუნქციები, რომლებიც მიიღებიან წყლის განაწილების სისტემის ჰიდრავლიკური მოდელირებით, მაგრამ ქსელის სირთულის გამო $P_i(t)$ და $L_j(t)$ ფუნქციების სახით წარმოდგენა შეუძლებელია. ამგვარად, ზემოთ მოყვანილი შეზღუდვები უშუალოდ ჰიდრავლიკური მოდელირების გზით არარეალურია.

მოდელი „ჯარიმების" ფუნქციის გამოყენებით.

მდგომარეობის გამარტივების მიზნით, შემოვიტანოთ ობიექტური ფუნქცია შეზღუდვათა დარღვევაზე ჯარიმების სახით. თუ *t* დროში *i* კვანძის წნევა $P_i(t)$ აკმაყოფილებს (4) განტოლებას, მაშინ „ჯარიმა" $C_i(t)^j$ იქნება *0*-ის ტოლი ანუ:

$$c_i(t)^j = \begin{cases} 0 & p_{\min} \le p_i(t) \le p_{\max} \\ [p_{\min} - p_i(t)]^2 & p_i(t) \prec p_{\min} \\ [p_i(t) - p_{\max}]^2 & p_i(t) \succ p_{\max} \end{cases}$$

ამდენად, „ჯარიმა" *i* კვანძისათვის მთელი დღე-ღამის განმავლობაში იქნება:

$$c_i^j = \sum_{t=1}^{24} c_i(t)^j \qquad i = 1,2,\ldots,M$$

კვანძების მსგავსად, თუ *t* დროში j^m რეზერვუარში $L_j(t)$ წყლის დონე აკმაყოფილებს (5) განტოლებას, მაშინ „ჯარიმა" $C_i(t)^T$ იქნება *0*-ის ტოლი ანუ:

$$c_j(t)^T = \begin{cases} 0 & L_{j\min} \le L_j(t) \le L_{j\max} \\ a_T[L_{j\min} - L_j(t)]^2 & L_j(t) \prec L_{j\min} \\ a_T[L_j(t) - L_{j\max}]^2 & L_j(t) \succ L_{j\max} \end{cases}$$

სადაც: a_T არის რეზერვუარისათვის ჯარიმის ფაქტორი წყლის დონის მოთხოვნის დარღვევისათვის.

ამდენად, „ჯარიმა" j^m რეზერვუარისათვის მთელი დღე-ღამის განმავლობაში იქნება:

$$c_j^T = \sum_{t=1}^{24} c_j(t)^T \qquad j = 1,2,\ldots,T \qquad (6)$$

თუ j^m რეზერვუარის წყლის დონე *t=24* დროისათვის ტოლი იქნება *t=0* დროისათვის წყლის დონისა, მაშინ (6) განტოლება დაკმაყოფილებულია. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ჯარიმის ფუნქცია განისაზღვრება როგორც:

$$c_j^{TI} = a_{TI}[L_j(24) - L_j(0)]^2 \qquad j = 1,2,\ldots,T$$

სადაც: a_{TI} არის ჯარიმის ფაქტორი (6) განტოლების დარღვევისათვის.

ოპტიმიზაციის პრობლემის ობიექტური ფუნქცია განისაზღვრება ჯარიმის სრული ფუნქციის სახით:

$$C = \sum_{i=1}^{M} C_i^j + \sum_{j=1}^{T} (C_j^T + C_j^{TI})$$

სისტემის ოპტიმალური მართვის სტრატეგია *C=f(X)* ობიექტური ფუნქციის სახით შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად:

$$Min \qquad \{f(X)\}$$

$$\sum_{t=1}^{24} x_i(t) = b_i \qquad i = 1,2,\ldots,N$$

$$x_i(t) = 0 \quad or \quad x_{i\min} \le x_i(t) \le x_{i\max} \qquad i = 1,2,\ldots,N; \quad t = 1,2,\ldots,24$$

ეკონომიკური კრიტერიუმი.

როგორც ყოველი მართვის პროცესი, წყალმომარაგების სისტემის მართვის სტრატეგიაც განისაზღვრება ეკონომიკური კრიტერიუმით, რაც დანახარჯების მინიმიზაციაში მდგომარეობს. ქსელის ოპერატიული მართვა, რომლის მიზანი ძირითადად ქსელის მრავალრიცხოვან

განშტოებებში წყლის ნაკადების განაწილებით მიიღწევა, ძირითადად სატუმბო სადგურებისა და სარქველთა სისტემის მეშვეობით ხორციელდება.

სარქველების სისტემა მოქნილად განსაზღვრავს ლოკალური ქსელების კონფიგურაციასა და აგრეთვე ნაკადების პარამეტრებს ქსელის განშტოებებში. თავის მხრივ, სატუმბო სადგურები ავითარებენ გარკვეულ წნევებს ქსელში ნაკადების საჭირო მნიშვნელობების უზრუნველყოფისა და რეზერვუარების შევსებისათვის, რაც ელექტროენერგიისა და შესაბამისად მატერიალურ დანახარჯებთან არის დაკავშირებული.

ამდენად, ეკონომიკური კრიტერიუმი ძირითადად სატუმბო სადგურების ეკონომიური მუშაობით არის განპირობებული:

$$\sum_{n=1}^{N}\left[\sum_{t=0}^{T} E_n(t) C_n(t) + \sum_{bp=1}^{NBPn} E\max{}_n^{bp} C_p(bp)\right] \Rightarrow \min$$

აღნიშნული კრიტერიუმისათვის მოცემულია შეზღუდვების შემდეგი სისტემა:

$$P_{\min j} \le P_j(t) \le P_{\max j} \qquad \forall_j, \forall_t$$

$$V_k(t) \le V_{\max k} \qquad \forall_k, \forall_t$$

$$TV_{\min k} \le TV_k(t) \le TV_{\max k}$$

$$\left|TV_k^{final} - TV_k^0\right| \le \Delta TV_k$$

$$SW_k \le SW_{\max k}$$

$$\forall_k, \forall_t, \forall S_k(t) \in S^0 = \{1, 0\}$$

სადაც: N– კომპრესორების რაოდენობაა; T– მართვის დროის მონაკვეთი:

$C_n(t)$ – *n*-ური კომპრესორისათვის ენერგიის ერთეულის ღირებულება *t* დროში;

$E_n(t)$ – ენერგიის მოხმარება *t, t+1* დროის მონაკვეთში;

$E\max_n^{bp}$ – *n*-ური კომპრესორისათვის *bp* საანგარიშო პერიოდი;

NBPn – n – ური კომპრესორისათვის *bp*-ის მნიშვნელობა;

P – წნევა; *V* – ნაკადის მნიშვნელობა; *TL* – რეზერვუარში წყლის დონე;

TV – რეზერვუარში წყლის რაოდენობა;

SW_k – სატუმბო სადგურში ჩართული კომპრესორების რაოდენობა.

ლიტერატურა

1. Kleiner Y., Adams B., Rogers J. Water Distribution Network Renewal Planning. *Journal of Computing in Civil Engineering, No 1, pp. 15-26, 2001*

2. გ. ჯანელიძე, ბ. მეფარიშვილი, გ. ხიხაძე. ქსელში მატერიალური ნაკადების მართვა. სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", №1(24), გვ. 122-124, 2006.

Джанелидзе Г.Н.

Математические модели водоснабжения города

Резюме

В статье рассмотриваются математические модели системы водоснабжения города. Обьект управления характеризуется большой размерностью топологии сети, технологической сложностью, а также большой инерционностью. Наличием аварийных ситуации усложняется функционирование системы, что требует повышение оперативности управления. Нормативные значения компонентов сети заданы. Динамика суточной потребности обусловливает создания автоматизированной системы управления водоснабжением города, что является многокритеряльной, а также многопараметрической задачей, основанной на процессов моделирования. В статье представлены множество моделей, которые формируют модельное обеспечение системы управления.

G. Janelidze

MATHEMATICAL MODELS OF TOWN WATER SUPPLY

Summary

Mathematical models of water supply of the town are presented. Control object is characterized with great size of mains topology, technological complicity and also with quite high time lag. System functioning is complicated with frequent emergency situations, their elimination requiring effectiveness of control. Standard values of hydromains, reservoirs, pump-houses, pipe-lines, valves, manometers and other components are given a priori. The dynamics of 24 hour demand makes necessary the effective control of town water supply process that represents the great size, multicriterial and multiparameter problem based on modeling of different processes proceeding in the system. With the view of control, all systems developed in the work are the common model supply of the system.