საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
1922 წლიდან

იოსებ გიორგობიანი

ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცეზე კვლევა, სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სადოქტორო პროგრამა მშენებლობა

შიფრი 0732

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი თბილისი, 0160, საქართველო

2023 წ

საავტორო უფლება © 2023 წელი, იოსებ გიორგობიანი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ფაკულტეტი სამშენებლო

ჩვენ, ქვემორე ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით **იოსებ გიორგობიანის** მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: **ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე, სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით** და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საინჟინრო, ტექნოლოგიური და საბუნებისმეტყველო საუნივერსიტეტო სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

10, ივლისი 2023 წელი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:

ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი, საქართველოს მეცნიერებისა და ტექნიკის დარგის სახელმწიფო პრემიის ლაურეატი, საქართველოს დამსახურებული მშენებელი გელა ყიფიანი

რეცენზენტი: პროფესორი თამაზ ხმელიძე

რეცენზენტი: პროფესორი ნოდარი მარდალეიშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2023 წ

ავტორი: იოსებ გიორგობიანი

დასახელება: **ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე, სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით**

სადოქტორო პროგრამა: **მშენებლობა**

მისანიჭებელი კვალიფიკაცია: **მშენებლობის ინჟინერიის დოქტორი**

სხდომა ჩატარდა ___________________________

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა ________________________

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
1922 წლიდან

რეზიუმე

ფირფიტისა და გარსის ტიპის მრავალფენიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები სულ უფრო ფართოდ გამოიყენება ინჟინერიის სხვადასხვა დარგში. მშენებლობაში ყოველივე ეს კონსტრუქციების მაღალი სიმტკიცისა და წონის საგრძნობი შემცირების აუცილებლობითაა გამოწვეული. ეს გამოწვეულია თბო, ბგერით და ვიბროსაიზოლაციო მოთხოვნების უზრუნველსაყოფად.

ამ აუცილებელი თავისებურებების ერთობლიობა უზრუნველყოფილია მრავალფენიანი კონსტრუქციების ცალკეული ფენებისთვის სხვადასხვა სახის შემავსებლების გამოყენებით. მზიდი ფენებისთვის გამოიყენება არა მარტო ლითონები და მათი შენადნობები, არამედ კომპოზიტური მასალებიც.

როგორც წესი, შემავსებლები და კომპოზიტური მასალები ხასიათდებიან ძვრის დაბალი სიხისტით, რაც მათი უარყოფითი თვისებაა. ეს გარემოება უნდა იყოს გათვალისწინებული მრავალფენიანი გარსებისა და ფირფიტების გაანგარიშების თეორიაში. ისეთი დამახასიათებელი ფაქტორები, როგორიცაა ნორმალური განივი ძაბვებისა და განივი დეფორმაციების გავლენა, მრავალ თეორიაში უგულებელყოფილია. მაგრამ ცნობილია, რომ ეს უკანასკნელი იზრდება გარსის ფარდობით სისქის ზრდასთან ერთად და შეიძლება მნიშვნელოვანი იყოს ისეთი შემავსებლების გამოყენებისას, რომლებიც დამყოლნი არიან განივი ძვრისა და განივი დაწნეხის მიმართ.

ამასთან დაკავშირებით, მრავალფენიანი გარსებისა და ფირფიტების თეორიის შექმნა, რომელიც სრულად ითვალისწინებს მაღალი რიგის ფაქტორებს და ამასთანავე შედარებით მარტივი იქნება, მეტად აქტუალური პრობლემაა.

ჩემს გამოკვლევებში შესწავლილი და აგებული იქნა სიხისტის მატრიცა მრავალფენიანი ფირფიტებისათვის, რომელიც წარმოადგენს ანალიზის ჩატარების საუკეთესო საშუალებას, როგორც აღნიშნული ასევე განსხვავებული კლასის პრობლემების შესასწავლად. გამოკვლევებში შემოვიფარგლე თხელკედლიანი სივრცითი სისტემებით. რიცხვით მეთოდებში გამოყენბული მაქვს მართკუთხა და სამკუთხა ელემენტები.

პროექტში ძირითად გამოიყენება შერეული ტიპის სასრულ ელემენტების მოდელი, რომლის გამოყენებაც განაპირობა მოდელის სიმარტივემ და მისმა მაღალმა სიზუსტემ.

ხვრეტების მქონე ფენოვანი ბრტყელი ელემენტების გაანგარიშების მეთოდიკა სიმტკიცეზე ჯერ კიდევ არასაკმარისადაა დამუშავებული. ამასთან დაკავშირებით, ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გამოყენებით, საკმაოდ რთულია, აქტუალურია და მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდის შემუშავებას.

განხილული იქნა ლამინატის სიხისტის მატრიცის შედგენის ხერხი სხვადასხვა მასალის ფენის და ორიენტაციის შემთხვევაში, მისი გამარტივების ხერხი კერძო შემთხვევებში, ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის.

ხვრეტით შესრულებული სამფენოვანი ფირფიტებისათვის ამოხსნილი იქნა კრიტიკული მკუმშავი დატვირთვის განსაზღვრის ამოცანა თხელი ფირფიტების თეორიისა და განზოგადებული ფუნქციათა თეორიის გამოყენებით.

დამუშავდა ხვრეტიანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცის ამოცანების რიცხვითი გამოკვლევის კერძო მეთოდიკა კონტურზე მოქმედი ნორმალური და მხები ძალვებისა და აგრეთვე შეყურსული ძალების ლოკალური ზემოქმედების შემთხვევაში.

დამუშავებული მეთოდის საფუძველზე შედგენილი გამოყენებით პროგრამების პაკეტი შეიძლება გამოყენებული იქნას, საპროექტო ორგანიზაციებში და სამშენებლო კომპანიებში.

ჩატარდა ექსპერიმენტი ფირფიტის გაჭიმვაზე სადაც ბოჭკოები არის ლენტი ბაზალტოპლასტიკური ლამინატისგან. გადმოცემული იქნა თეორიული კვლევების, გაანგარიშებების და ექსპერიმენტით მიღებული შედეგების ანალიზი.

Abstract

Plate and shell type multilayer thin-walled structures are increasingly used in various fields of engineering. In construction, all this is caused by the necessity of high strength of constructions and significant reduction of weight. This is due to thermal, sound and vibration insulation requirements.

The combination of these necessary features is ensured by the use of different types of fillers for individual layers of multi-layer constructions. Not only metals and their alloys, but also composite materials are used for bearing layers.

As a rule, fillers and composite materials are characterized by low shear stiffness, which is their negative feature. This circumstance should be taken into account in the calculation theory of multilayer shells and plates. Characteristic factors such as the influence of normal shear stresses and shear strains are neglected in many theories. But the latter is known to increase with the relative thickness of the shell and may be important when using fillers that are resistant to shear and shear stress.

In this regard, the creation of a theory of multilayer shells and plates, which fully takes into account higher-order factors and at the same time will be relatively simple, is a very urgent problem.

In my research, a stiffness matrix for multi-layered plates was studied and constructed, which is the best means of analysis for both the mentioned and different classes of problems. I limited my research to thin-walled spatial systems. I have used rectangular and triangular elements in numerical methods.

The project mainly uses a mixed-type finite element model, the use of which was determined by the simplicity of the model and its high accuracy.

The methodology for calculating the strength of layered flat elements with holes is still insufficiently developed. In this regard, using layered thin-walled spatial constructions with holes is quite difficult, relevant and requires the development of a special calculation method.

The method of compiling the matrix of laminate stiffness in the case of different material layers and orientations, the method of its simplification in special cases, for the calculation of layered thin-walled constructions with holes was discussed.

The problem of determining the critical compressive load for three-layer plates made with a hole was solved using the theory of thin plates and the theory of generalized functions.

A special method of numerical investigation of problems of strength of hollow thin-walled spatial constructions in the case of normal and lateral forces acting on the contour, as well as local impact of bending forces, was developed.

A package of application programs compiled on the basis of the developed method can be used in design organizations and construction companies.

An experiment was carried out on the tension of the plate where the fibers are ribbons of basaltoplastic laminate. Analysis of theoretical studies, calculations and experimental results was presented.

შინაარსი

შესავალი — *15*

1. ლიტერატურის მიმოხილვა — *18*

1.1 მოდელირება — 18

1.2 კომპოზიტური მასალის დაძაბულ-დეფორმურებული მდგომარეობა — 29

1.2.1 ორთოტროპული მასალა — 30

1.3 კომპოზიტური კონსტრუქციების მოდელებში გამოყენებული ელემენტის ტიპები — 31

1.3.1 ფირფიტის ელემენტი — 33

1.3.2 კირხოფის თეორია — 33

1.3.3 მინდლინისი თეორიის ელემეტები — 38

1.3.4 კირხოფისა და მინდლინის თეორიების შედარება — 43

1.3.4 გარსული ელემენტი — 43

1.3.5 გარსების თეორია — 45

1.4 რღვევის კრიტერიუმი — 53

1.5 ლიტერატურის მიმოხილვიდან გამომდინარე დასკვნა — 60

2. ძირითადი ნაწილი — *61*

2.1 კუთრი მასა და მოცულობა — 61

2.2 გრძივი სიმტკიცე და სიხისტე — 62

2.3 ლამინატის განივი სიმტკიცე და სიხისტე — 67

2.4 ლამინატის მექანიკური მახასიათებლების დადგენა — 70

2.4.1 ცალკეული ფენის სიხისტისა და შესაბამისობის მატრიცა — 73

2.4.2 ძაბვისა და გადაადგილების ტენზორი ლამინატის კოორდინატთა სისტემაში — 77

2.4.3 სიხისტის მატრიცის ტრანსფორმირება — 82

2.4.4 ლამინატის სიხისტისა და შესაბამისობის მატრიცები — 83

2.4.5 კონსტრუქციის კომპონენტების სიხისტე — 88

2.5 ლამინატის სიხისტის მატრიცის კოდი — 92

3. ჩატარებული კვლევის შედეგები და მათი განსჯა — *95*

3.1 ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის ანგარიში გაჭიმვაზე — 95

3.2 ბაზალტ ბოჭკოს ლამინატის სტატიკური გამოცდა — 104

3.3 ხვრეტიანი მოდელი — 113

3.4 ძირითადი ნაწილის შეჯამება ________________________________ 117

ძირითადი დასკვნები ________________________________ 118

გამოყენებული ლიტერატურა ________________________________ 119

დანართი 1 ________________________________ 126

სურათების ნუსხა

სურათი 1 ბოჭკო-მატრიცის და ჰომოგენური მასალის სქემატური მოდელირება სასრულ ელემენტთა ანალიზისათვის 450-იანი ბოჭკოს ორიენტაციისათვის 19

სურათი 2 მიკრო მასშტაბიდან მაკრო მასშტაბამდე 21

სურათი 3 ოთხ მასშტაბიანი ნაქსოვი ბოჭკოვანი კომპოზიტის სქემატური ხედი პოლიმერული მატრიცით: სტრუქტურის გამოთვლითი მოდელირებისას, ყოველი ინტეგრაციის წერტილი ნებისმიერი მასშტაბით, არის სტრუქტურის რეალიზაცია უფრო დახვეწილი მასშტაბით. მასალების დელიკატურობის გამო დაბალ მასშტაბებში RVE-ები შეიძლება შეიცავდეს უფრო მეტ გაურკვევლობას, ვიდრე უფრო მაღალ მასშტაბებში. ინტერესის მაკროსკოპული სიდიდის უცნობების რაოდენობის დასადგენად, უცნობების გავრცელებისთვის უნდა განისაზღვროს შესაბამისი უცნობების წყაროები ქვედა მასშტაბებზე. 22

სურათი 4 საინჟინრო კომპოზიტური კონსტრუქციების მრავალმასშტაბიანი მოდელირების სქემა.. 24

სურათი 5 მრავალმასშტაბიანი ანალიზის იერარქია ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოვანი კომპოზიტისთვის 24

სურათი 6 მრავალმასშტაბიანი ანალიზის იერარქია ნაქსოვ ბოჭკოვანი კომპოზიტისთვის 25

სურათი 7. კომპოზიტური ქსოვილი 27

სურათი 8. ჰომოგენიზაციის იტერაციული პროცესი 28

სურათი 9. დისკრეტული ბოჭკოები 29

სურათი 10. ფირფიტის დეფორმაცია ორთოგონალური დატვირთვის დროს 34

სურათი 11. ოთხკუთხა ელემენტი კირხჰოფის თეორიის მიხედვით 37

სურათი 12. სამკუთხა ელემენტი 37

სურათი 13. თხელი ფირფიტის ელემენტები 38

სურათი 14. ფირფიტის დეფორმაცია რეისნერ-მინდლინის თეორიის მიხედვით 40

სურათი 15. სასრული ელემენტის ტიპები რეისნერ-მინდლინის თეორიის მიხედვით 42

სურათი 16. ა) 20 კვანძიანი იზოტროპული ელემენტი; ბ) 8 კვანძიანი ელემენტი 44

სურათი 17. ძლების უტოლობა ფირფიტისათვის 45

სურათი 18. გარსული ელემენტები 48

სურათი 19. ორ განზომილებიანი სამკუთხა ელემენტი 48

სურათი 20. ელემენტის ფორმულირება 50

სურათი 21. ასიმეტრიული ელემენტი 52

სურათი 22. სასრულ ელემენტთა ანალიზის გამოყენება მშენებლობაში 53

სურათი 23. ლამინატზე მოსული ძირითადი დატვირთვები 55

სურათი 24. რღვევის კრიტერიუმები 59

სურათი 25. ჰაშინის რღვევის კრიტერიუმები 45^0 ბოჭკოების შემთხვევაში 59

სურათი 26. სხვადასხვა ბოჭკოს ფარდობითი მოცულობის მქონე მასალის დაძაბულ დეფორმირებული გრაფიკი 63

სურათი 27. ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოს სიმტკიცის დიაგრამა 64
სურათი 28. გრძივი და განივი იუნგის მოდული მოცულობითი ფრაქციის ფუნქციით 68
სურათი 29. განივი მოდულის გამოთვლის სხვადასხვა წესების შედარება 68
სურათი 30. ნაქსოვი კომპოზიტური მასალა 70
სურათი 31. სიხისტის მახასიათებლების დადგენის ნაბიჯები 71
სურათი 32. განსხვავებული მიმართლების დაფენა 72
სურათი 33. ძაბვის ტენზორის კომპონენტები 74
სურათი 34. დამოკიდებულება მასალისა და ლამინატის კოორდინატთა სისტემებს შორის. 77
სურათი 35. დახრილობის დეფინიცია 80
სურათი 36. ლამინატის ღუნვა 83
სურათი 37. ჰიპოთეტური ძაბვის და დაძაბულობის განაწილება სისქეში 85
სურათი 38. ძალებისა და მომენტების დადებითი მიმართულებები 85
სურათი 39. ლამინატის გეომეტრიული სტრუქტურა 86
სურათი 40. რღვევის ანალიზი 91
სურათი 41. კომპოზიტის სიხისტის მატრიცის კოდი 91
სურათი 42. კოდის გენერირებული ლამინატის მექანიკური მახასიათებელი და დაძაბულ-დეფორმირებული მონაცემები. 93
სურათი 43. 3 ფენიან ფირფიტაში ძაბვების გადანაწილება 93
სურათი 44. სამფენიანი ფირფიტის დეფორმაცია 94
სურათი 45. პარასოლის კონტრუქცია 95
სურათი 46. გასაანალიზებელი ფირფიტა 96
სურათი 47. პირველადი ბადე 96
სურათი 48. სამკუთხა ბადე 97
სურათი 49. მართკუთხა ბადე 97
სურათი 50. პარამეტრიზაციის ცხრილი 98
სურათი 51. ელემენტების რაოდენობა დიაგონალურად 98
სურათი 52. ელემეტების რაოდენობა გრძივად და განივად 99
სურათი 53. ოთხკუთხა ელემენტები 99
სურათი 54. სამკუთხა ელემენტები 100
სურათი 55. ბოჭკოების 0^0 მიმართულება 100
სურათი 56. ბოჭკოების 45^0 მიმართულება 101
სურათი 57. სასაზღვრო პირობები 101
სურათი 58. ძაბვების გადანაწილება 101
სურათი 59. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის მოდელის პარამეტრები. 102
სურათი 60. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;მინაბ.;ნახშ.ბ] (0^0,0^0,0^0) 102

სურათი 61. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;ნახშ.ბ;ნახშ.ბ] (0^0,0^0,0^0) 103
სურათი 62. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [მინ.ბ;მინ.ბ;მინ.ბ] (0^0,0^0,0^0) 103
სურათი 63. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;მინ.ბ;ნახშ.ბ] (0^0,45^0,0^0) 104
სურათი 64. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;ნახ.ბ;ნახშ.ბ] (45^0,0^0,45^0) 104
სურათი 65. ASTM D 3039/D 3039M სტანდარტით გათვალისწინებლი ნიმუშის რღვევები 105
სურათი 66. გამოცადელი ნიმუში 106
სურათი 67. გამოსაცდელი ნიმუშის ზომები 106
სურათი 68. სტატიკური გამოცდის პროცედურა 107
სურათი 69. მიღებული შედეგები 108
სურათი 70. PLAPPERT, GANZENMUELLER, & MAY-ის მიერ ჩატარებული გამოცდები 108
სურათი 71. PLAPPERT, GANZENMUELLER, & MAY-ის მიერ მიღებული შედეგები 109
სურათი 72. PLAPPERT, GANZENMUELLER, & MAY-ის მიერ მიღებული შედეგები 110
სურათი 73. პროგრამულ პაკეტში შექმნილი მასალის ბიბლიოთეკა 110
სურათი 74, სტატიკური გამოცდის რიცხვითი ანალიზის სასაზღვრო პირობები 111
სურათი 75. პროგრამის სტატიკური გამოცდის შედეგი 111
სურათი 76. პროგრამის სტატიკური გამოცდის შედეგი 111
სურათი 77. სასრულ ელემეტთა მეთოდის ნორმალური ძაბვები 112
სურათი 78. PYTHON-ში გამოთვლილი ნორმალური ძაბვები 113
სურათი 79. ბოჭკოების მიმართულებები 113
სურათი 80. ხვრეტიანი ნიმუშის სასაზღვრო პირობები 114
სურათი 81 ხვრეტიანი ნიმუშის რიცხვითი შედეგები 114
სურათი 82. ხვრეტიანი ნიმუშის რიცხვითი შედეგები, ძალთა გადანაწილება 114
სურათი 83. ხვრეტიან მოდელზე მოსული მომენტის რეაქციები 115
სურათი 84. ხვრეტიან მოდელზე ძაბვების გადანაწილება 115
სურათი 85. ხვრეტიანი მოდელის დეფორმაცია 116
სურათი 86. ხვრეტიანი მოდელის დეფორმაცია ორთოგონალური გადაადგილების შეზღუდვის შემთხვევაში 116
სურათი 87. ორთოგონალური გადაადგილების შეზღუდვის შემხვევაში ძაბვათა გადანაწილება ... 116
სურათი 88. ხვრეტიანი მოდელის კონცენტრირებული ძაბვები ფენებში 117
სურათი 89. ხვრეტიანი მოდელის არაკონცენტრირებული ძაბვები ფენებში 117

ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1 კომპოზიტური მასალების ყველაზე გავრცელებული რღვევის კრიტერიუმები 56

ცხრილი 2. ლამინატის კოდის ჩაწერა 72

ცხრილი 3. ლამინატის ფენების ჩაწერის კოდი 73

ცხრილი 4. კოდის ნიმუში 73

ცხრილი 5. სიხისტის მატრიცის ტრანსფორმაციის განტოლებები. 82

ცხრილი 6. სიხისტის ინვერსირებული მატრიცის ტრანსფორმაციის განტოლებები. 83

ცხრილი 7 საინჟინრო კონსტანტები 89

ცხრილი 8. ა) ნახშირბოჭკოს პოლიმერული მასალის მექანიკური მახასიათებლები; ბ) მინაბოჭკოს პოლიმერული მექანიკური მახასიათებლები. მონაცემები აღებულია ANSYS-ის ბიბლიოთეკიდან 92

სამადლობელი გვერდი

დიდი მადლობა მინდა გადავუხადო ბაზალტ-ფაიბერის კომპანიას, რომელმაც უსასყიდლოდ გადმომცა ბაზალტის ლენტის ნიმუშები რათა სტატიკური გამოცდა ჩამეტარებინა. ასევე დიდი მადლობა მინდა გადავუხადო თამ მენეჯმენტს სადაც ჩავატარე გამოცდები და ჩემს ხელმძღვანელს, ბატონ გელა ყიფიანს გვერდში დგომისთვის.

დაფინანსება

კვლევა PHDF-21-1399 განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით.

შესავალი

გასულ საუკუნის დასაწყისიდან განსაკუთრებით გაიზარდა კომპოზიტური მასალების და მისგან დამზადებული კონსტრუქციების კვლევა, რადგან ეს მასალები გამოირჩევიან მაღალი კუთრი მახასიათებლებით, როგორიცაა კუთრი სიმტკიცე და კუთრი სიხისტე.

თემის აქტუალობა: კომპოზიტური მასალებს, რომელიც გამოიყენება მშენებლობაში, გარდა დადებითი მახასიათებლებისა, გააჩნიათ მრავალი უარყოფითი თვისებებიც, რომელთაგან ერთ-ერთი მათი ანიზოტროპულობა წარმოადგენს. ამა თუ იმ ნაგებობის ანალიზის დროს სადაც მასალად იზოტროპული მასალაა გამოყენებული, განსაკუთრებული ყურადღება კონსტრუქციის გეომეტრიას ექცევა, კერძოდ კი ისეთ კრიტიკულ ადგილებს სადაც ძაბვათა კონცენტრაცია ხდება სხვადასხვა მიზეზების გამო. ანიზოტროპული მასალის შემთხვევაში კი გეომეტრიულთან ერთად მასალის მახასიათებლებიც არანაკლებად გასათვალისწინებელია. ეს გამოწვეულია ამ მასალის განსხვავებული დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობით, ზოგიერთ შემთხვევაში ყველა მიმართულებით. ამ პრობლემების გამო კომპოზიტური მასალისგან დამზადებული სამშენებლო კონსტრუქციები ხშირად უფრო მეტ გამოცდებს გადიან, რადგან მაქსიმალურად ზუსტად მოხდეს მათი კონკრეტული დატვირთვების დროს სივრცეში დეფორმაციის დადგენა და იმ ლიმიტის დადგენა რომლის დროსაც ნაგებობა ირღვევა. აღნიშნულის საფუძველზე თემა უდავოდ აქტუალურია.

სადისერტაციო ნაშრომის კვლევის მიზანია შეიქმნას პროგრამა და ანალიტიკური ფორმულა, რომლის გამოყენებითაც შესაძლებელია სამშენებლო კომპოზიტური კონსტრუქციის ხვრეტების გარშემო ყველა ფენაში კონცენტრირებული ძაბვების პირველადი ანალიზით დადგენა.

მეცნიერული სიახლე: ხვრეტების მქონე თხელკედლიანი სივრცითი სამშენებლო კონსტრუქციების სიმტკიცეზე დამუშავებულია ახალი მეთოდი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ერთიან მეთოდოლოგიურ საფუძველზე გამოკვლეულ იქნას ორთოტროპული ხვრეტების მქონე მრავალფენიანი მასალისათვის თითოეულ ფენაში კონცენტრირებული ძაბვების, რომელიც

შედარებულია სასრულ ელემენტთა ანალიზის პროგორამულ პაკეტის რეზულტატებთან.

პრაქტიკულ მნიშვნელობას წარმოადგენს დროის მაქსიმალურად შემცირებას რომელიც საჭიროა სასრულ ელემენტთა ანალიზის დროს მოდელის ყოველი მოდიფიკაციისათვის. ვინაიდან სამშენებლო კონსტრუქციის უპირატესობა განსაზღვრავს მის სიიაფეს და აქედან გამომდინარე მინიმალურ წონას, ხშირად ხდება მოდელის ცვლილება რათა ეს კრიტერიუმები დაკმაყოფილდეს. თითოეული მოდიფიკაცია იწვევს კონსტრუქციის ანალიზის დროის საკმაოდ ზრდას. საჭირო გახდა ანალიტიკური ფორმულის შექმნა რომლის სპეციალურ პროგრამაში ინტეგრაციით საშუალებას მოგვცემს პირველადი შედეგებისათვის კონცენტრირებულ ძაბვების დადგენას. რისი საშუალებითაც სამშენებლო ნაგებობის დიზაინი მიიღებს ოპტიმალურ სახეს.

ნაშრომის აპრობაცია

- სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იქნა სასწავლო პროცესში 3 კოლოკვიუმზე.
- საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენციაზე (ქუთაისი, 2021წ)
- საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის 100 წლის იუბილესადმი მიძღვნილ, მრავალდისციპლინარული სამეცნიერო სწავლების გლობალური პრაქტიკის კონფერენციაზე (თბილისი, 2022)
- საერთაშორისო სამეცნიერო ტექნიკური კონფერენციზე "პრობლემები საინჟირო მეცნიერებებში" (ერევანი, 2022)
- საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე „Materials and Energy Saving Technologies Construction of Optimized Energy Potential" (ჩესტოხოვა, 2022)
- მე-7 სამეცნიერო კონფერენციაზე "განვითარებადი ტენდენციები ინტერდისციპლინარულ კვლევებსა და პრაქტიკაში" (ნიუ იორკი, 2022)
- II საერთაშორისო სამეცნიერო-პრაქტიკული სემინარზე „ევროპული ინოვაციური ტექნოლოგიები სამშენებლო და გარემოს ინჟინერიაში (თბილისი – ბიალისტოკი, 2022)

- საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია „გამოყენებითი მექანიკის პრობლემები მიძღვნილი აკადემიის წევრ-კორესპონდენტის ირაკლი ღუდუშაურის 95 წლის იუბილესადმი“. (თბილისი, 2023)

პუბლიკაციები

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 8 სტატია აქედან 5-ში დამოუკიდებლად და 3 მოხსენებათა თეზისი.

ნაშრომის მოცულობა

სადისერტაციო ნაშრომი შედგება შესავლის, მიმოხილვითი თავის, ძირითადი ნაწილის დასკვნების და გამოყენებული ლიტერატურისაგან. რომელიც მოიცავს 132 გვს. ლიტერატურა არის 67 დასახელების.

1. ლიტერატურის მიმოხილვა

ამ თავში მოცემულია კონსტრუქციის ანალიზის თანამედროვე მიდგომა, რომელიც მოიცავს ანალიზს სხვადასხვა მასშტაბში, ასევე მოცემულია სხვადასხვა ავტორის მიერ ელემენტების შედგენის თეორიები და მათი განვითარების ეტაპები. გადმოცემულია ორთოტროპული მასალის მახასიათებლები და ანალიზისათვის აუცილებელი პროცედურები.

1.1 მოდელირება

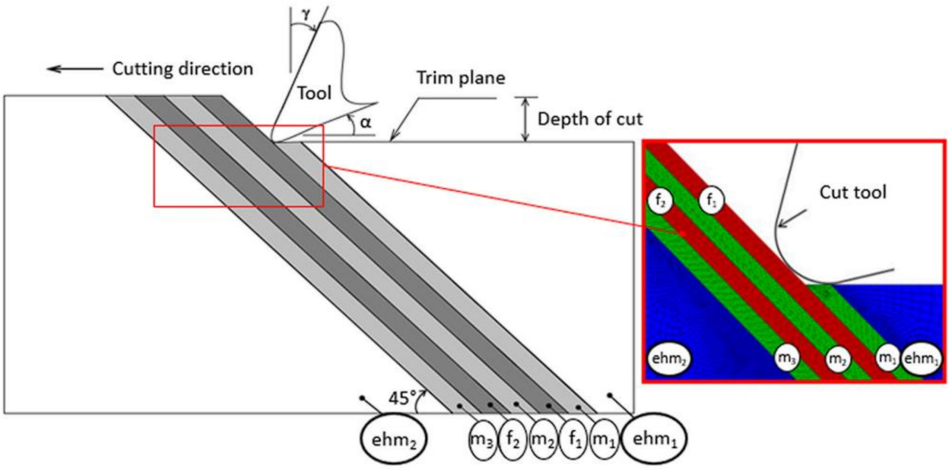
კომპოზიტური კონსტრუქციების ანალიზისათვის 3 ძირითადი მეთოდი არსებობს: ა) მიკრომექანიკური; ბ) ჰომოგენური მასალის დაშვება და გ) ზედა ორი მეთოდის კომბინაცია. როგორც დასახელებიდან ჩანს სამივე მათგანს გააჩნია თავის დადებითი და უარყოფითი მხარეები[1].

მუზელის და სხვების მიმოხილვაში დანდეკარის და შინის ნაშრომია განხილული სადაც ვკითხულობთ რომ მიკრომექანიკური მეთოდი მასალას აღწერს ლოკალურად. ამ მეთოდით შესაძლებელია ისეთი დეფექტების გამოკვლევა როგორიცაა არმატურა-მატრიცის კავშირის რღვევა და კომპლექსური დეფორმაციების მექანიზმები, განსაკუთრებით ისეთ მასალებში სადაც ძირითადი ძალურ ელემენტს ბოჭკოები წარმოადგენენ. ამ მეთოდს ერთი უარყოფითი მხარე გააჩნია, ამ დროს რომელიც საჭიროა ამ მეთოდით ანალიზისათვის, საჭიროებს ძალიან წვრილი ელემენტების გენერირებას, რაც თავის თავად თავისუფლების ხარისხის რაოდენობას საკმაოდ ზრდის.

ჰომოგენური მასალის დაშვების შემთხვევაში ანალიზისთვის საჭირო დრო ბევრად ნაკლებია ვიდრე მიკრომექანიკური კვლევისთვის საჭირო დრო, მაგრამ ამ მეთოდს არ შეუძლია ლოკალური რღვევების გამოკვლევა[2]. მუზელი და სხვები გამოთქვამენ აზრს რომ შესაძლებელია ორივე მეთოდის უპირატესობა იყოს გამოყენებული, რათა მაქსიმალური მიახლოებით გავაანალიზოთ გადამჭრელი ძალები და ასევე ფენებს შორის რღვევები.

[1] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[2] (Liu, Zhang, Wang, Wang, & Gou, 2022)

ვენუ გაპალამ, ბჰატნაგარმა და მაჰაჯანმა ეს მეთოდოლოგია გამოიყენეს თავიანთ ნაშრომში. მათ გამოიკვლიეს ერთი მიმართულების მქონე ნახშირბოჭკოს კომპოზიტური მასალის მექანიკური დამუშავების დროს ბურბუშელების წარმოქმნის მექანიზმი. ამისათვის მათ შექმნეს მასალის მხოლოდ იმ სექციის მოდელი რომელიც კავშირშია ფრეზთან. მასალის მოდელირებისას ბოჭკოს და მატრიცის მოდელები სეპარირებულია ერთმანეთისგან (მიკრომექანიკური მეთოდი), ხოლო ის სექცია სადაც ფრეზს კავშირი არ აქვს მოდელირებულია როგორც ჰომოგენური მასალა (სურათი 1)[3,4].



სურათი 1 ბოჭკო-მატრიცის და ჰომოგენური მასალის სქემატური მოდელირება სასრულ ელემენტთა ანალიზისათვის 45^0 *-იანი ბოჭკოს ორიენტაციისათვის*

ზემოთ ნახსენებ მეცნიერებისათვის მნიშვნელოვანი საკვლევი სექცია უშუალოდ დასამუშავებელი სექციები იყო ამიტომ ეს სექციები დამუშავებულია მიკრომექანიკური მეთოდით, ხოლო დანარჩენი - მეორე ხარისხოვანი სექციები წარმოდგენილია როგორც ჰომოგენური მასალა[5,6].

მუზელის და სხვების მიმოხილვაში წერია რომ ასეთი ტიპის მიახლოება განსაზღვრავს პროექტისთვის არჩეულ მასალის სიხისტესა და სიმტკიცეს. კომპოზიტური მასალების ქცევა შესაძლებელია დაიყოს მიკრო და მაკრო მასშტაბებად:

---

[3] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[4] (Feito, Diaz Alvarez, Lopez Puente, & Miguelez, 2018)
[5] (Xu, Mkaddem, & Mansori, 2016)
[6] (Patel & Buch, 2018)

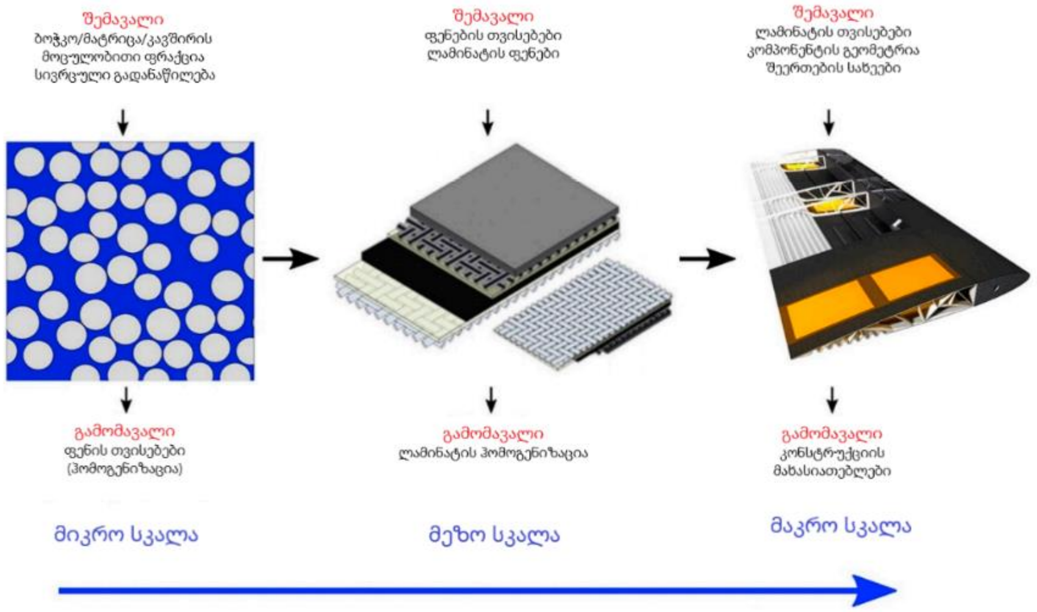
მიკრო მასშტაბის დროს მასალაში შემავალი ყველა ელემენტის მოდელი იქმნება შესაბამისი მახასიათებლებით და ძირითადად ხდება ცალკეული ელემენტებისა და ელემენტებს შორისი კავშირების კვლევა. მაკრო მასშტაბის დროს მასალა მოდელირდება როგორც ჰომოგენური - ცალკეული ელემენტების თვისებების უგულებელყოფით.

ტენეკი და არგირისი უფრო შორს წავიდნენ და თავიანთ ნაშრომში ორ მთავარ ფუნდამენტურ პრობლემაზე ისაუბრეს. ესენია: როგორ განვსაზღვროთ ფენის თვისებები მიკრო მასშტაბის მონაცემების დაყრდნობით და როგორ გადავცეთ მიღებული მონაცემები მაკრო მასშტაბის კონსტრუქციას გლობალური ანალიზისათვის[7].

მასალის მიკრო მასშტაბში განხილვისას ბევრი სირთულეები იჩენს თავს რომელთაც სტოქასტური ან სტატისტიკური მოდელები ესაჭიროება. ყველა მეთოდის მიზანია მასალის მოდულების განსაზღვრა მასალის ფაზების მიხედვით. პირველადი ანალიზისას გამოიყენება საწყისი მიახლოება რაც მოიაზრებს მასალის ელასტიკურობის თეორიაზე დაყრდნობით ცდების ჩატარებას. ამ ეტაპზე ბოჭკო-მატრიცას შორის კავშირი განიხილება როგორც უნაკლო, რომ მათ შორის ბუშტულაკები არ არსებობს. რაც თავისთავად ხშირ შემთხვევაში სიმართლე არ არის. ხშირად მიკრო-მექანიკური თეორიები მტკიცდება ექსპერიმენტებით[8][9][10].

სურათი 2-ზე ნაჩვენებია კომპოზიტური კონსტრუქციის სქემა დაწყებული მიკრო მასშტაბით დამთავრებული მაკროთი.

[7] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[8] (Ma, Gao, Wriggers, & Xue, 2018)
[9] (Zhu, 2018)
[10] (Wong, 2020)

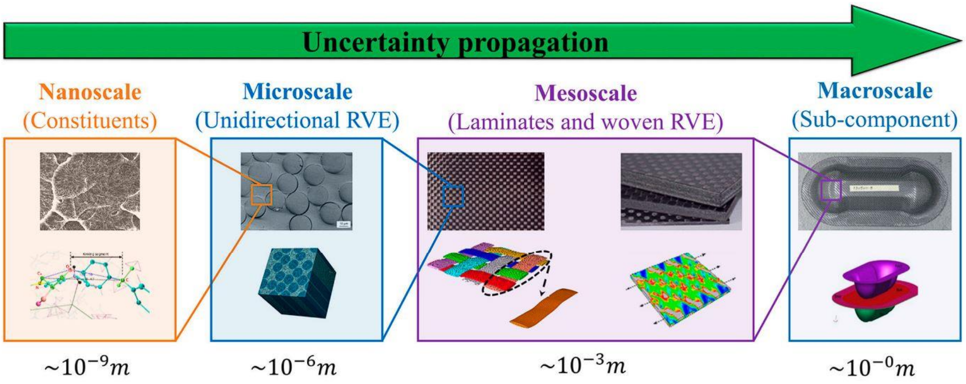


სურათი 2 მიკრო მასშტაბიდან მაკრო მასშტაბამდე

კომპოზიტური მასალის ანალიზისას, შესაძლებელია მისი მახასიათებლების დადგენა ნანო სკალიდან მაკრო სკალამდე. ამისათვის საჭიროა მასალის მრავალი სიმულაცია სხვადასხვა ზომის მასშტაბისთვის. ეს მეთოდები ძირითადად მიმართულია მასალის ფართო კლასებისათვის ძირითადად მათი მიკრო სტრუქტურის და მექანიკური მახასიათებლების გამოსაკვლევად[11].

ძირითადად მიკრო და მაკრო მასშტაბის ანალიზებიდან როგორც ორივე ერთად ასევე ცალკეული მათგანი გამოიყენება კომპოზიტური მასალის საკვლევად, მაგრამ დღეს დღეობით სულ უფრო აქტუალური ხდება ნანოკომპოზიტების ინტეგრირება ინჟინერიაში, სწორედ ამიტომ კვლევის ახალი მასშტაბი ვითარდება, რომელიც მასალის ნანო მასშტაბის ქცევას ითვალისწინებას. მასალის კვლევა აუცილებელია არა მარტო მისი მახასიათებლების დასადგენად არამედ დაზიანების შემთხვევაში რღვევის გავრცელების მექანიზმების დასადგენად, სადაც მეზო სკალა ყველაზე ოპტიმალური მასშტაბია (სურათი 3).

[11] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)



სურათი 3 ოთხ მასშტაბიანი ნაქსოვი ბოჭკოვანი კომპოზიტის სქემატური ხედი პოლიმერული მატრიცით: სტრუქტურის გამოთვლითი მოდელირებისას, ყოველი ინტეგრაციის წერტილი ნებისმიერი მასშტაბით, არის სტრუქტურის რეალიზაცია უფრო დახვეწილი მასშტაბით. მასალების დელიკატურობის გამო დაბალ მასშტაბებში RVE-ები შეიძლება შეიცავდეს უფრო მეტ გაურკვევლობას, ვიდრე უფრო მაღალ მასშტაბებში. ინტერესის მაკროსკოპული სიდიდის უცნობების რაოდენობის დასადგენად, უცნობების გავრცელებისთვის უნდა განისაზღვროს შესაბამისი უცნობების წყაროები ქვედა მასშტაბებზე.

კონსტრუქციის მრავალ მასშტაბში ანალიზი კლასიკური მეთოდების გაუმჯობესებული ვარიანტია, ვინაიდან ჰომოგენიზაციით ვიღებთ როგორც მასალის ცალკეული კომპონენტის მდგომარეობის, ასევე თავად კონსტრუქციის მაკრო მოდელის მდგომარეობის რეზულტატებს[12][13][14]. ლიუ და სხვები[15] განმარტავენ რომ ჰომოგენიზაციის ტექნიკა იძლევა მაკრო მოდელის თვისებებს, რომელიც ეყრდნობა უფრო მცირე მასშტაბების მოდელების რეზულტატებს. შეჯამებისათვის, ჰომოგენიზაციის მეთოდით ანალიზისას ხდება ქვედა ზღვრის (მასშტაბი) მონაცემებზე დაყრდნობით ზედა ზღვრების ქცევის შესწავლა.

შაიკი და სალვი თავიანთ ნაშრომში ხაზს უსვამენ რომ ისეთი დიდი კონსტრუქციების ანალიზი, სადაც 1000-ობით და კიდევ უფრო მეტი კონსტრუქციული ელემენტია, ასევე გამოყენებულია არაერთგვაროვანი მასალები და შეერთებები, შეუძლებელია ყველაფრის მოდელირება საანგარიშო ლიმიტების გამო. ამიტომ სხვადასხვა მასშტაბის ანალიზი გამოიყენება იმ კონკრეტული სექციის გამოსაკვლევად რომელიც კრიტიკული დატვირთვების ქვეშაა. ამისათვის დიზაინერს აუცილებელია ჰქონდეს დიდი გამოცდილება.

---

[12] (Ma, Gao, Wriggers, & Xue, 2018)
[13] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[14] (Milkowycz & Sparrow, 2017)
[15] (Zhu, 2018)

სხვადასხვა მასშტაბის მოდელებისათვის თავდაპირველად იქმნება ერთეულოვანი უჯრედის მოდელი (repeating unit cell (RUC)), რომლის ანალიზის შემდეგ იქმნება ერთეულობანი მოცულობითი მოდელი (representative volume element (RVE)). კონსტრუქციის ფორმა დამოკიდებულია სწორედ RUC/RVE-ზე მოდელებზე. მიღებული მონაცემები მასალებიდან და გეომეტრიული ფორმებიდან გამომდინარე გადიან ხარისხობრივ და რაოდენობრივ ანალიზს, რათა კონსტრუქციამ დააკმაყოფილოს მისთვის წაყენებული მოთხოვნები[16][17].

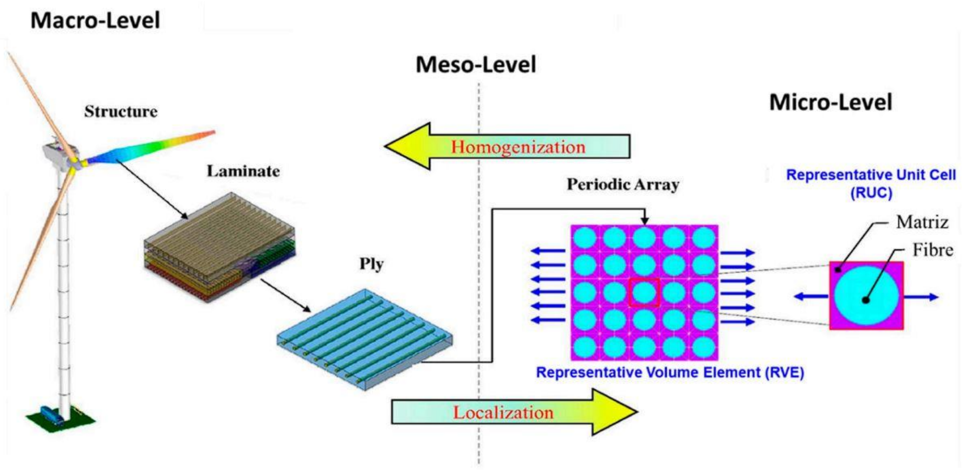
მუზელმა და სხვებმა განმარტეს რომ გასაანალიზებელი კონსტრუქცია შესამლებელია დაიყოს სხვადასხვა სკალის მოდელებად, შერჩეული სკალა დამოკიდებულია ინტერესის სფეროზე. მაგალითად ეს დაყოფები შესაძლებელია იყოს მიკრო, მეზო და მაკრო მასშტაბები. მიკრო სკალა ორიენტირებულია ბოჭკოების შესწავლით: იქნება ეს ბოჭკოების ტიპი თუ განლაგება (RUC). მეზო სკალაში შეისწავლება მრავალი RUC-ის ელემენტებისგან შემდგარი მოცულობა, რომელიც ფაქტიურად წინა სკალის ჰომოგენიზაციას წარმოადგენს. საბოლოოდ მაკრო სკალაში გამოკვლეული კონსტრუქცია წარმოადგენს მეზო სკალაში მიღებული რეზულტატების გაწრფივებული ფუნქციების ანალიზს. ამ სკალების რეზულტატების გაერთიანებით მაკრო სკალაში გაანალიზებული კონსტრუქცია პირდაპირ კავშირში იქნება მიკრო მასშტაბში გაანალიზებულ მასალის ცალკეულ ელემენტებთან და მათ კავშირთან.

სურათი 4-ში წარმოდგენილია სქემატური სურათი სადაც ნაჩვენებია ქარის ტურბინის მრავალ მასშტაბიანი კვლევა.

---

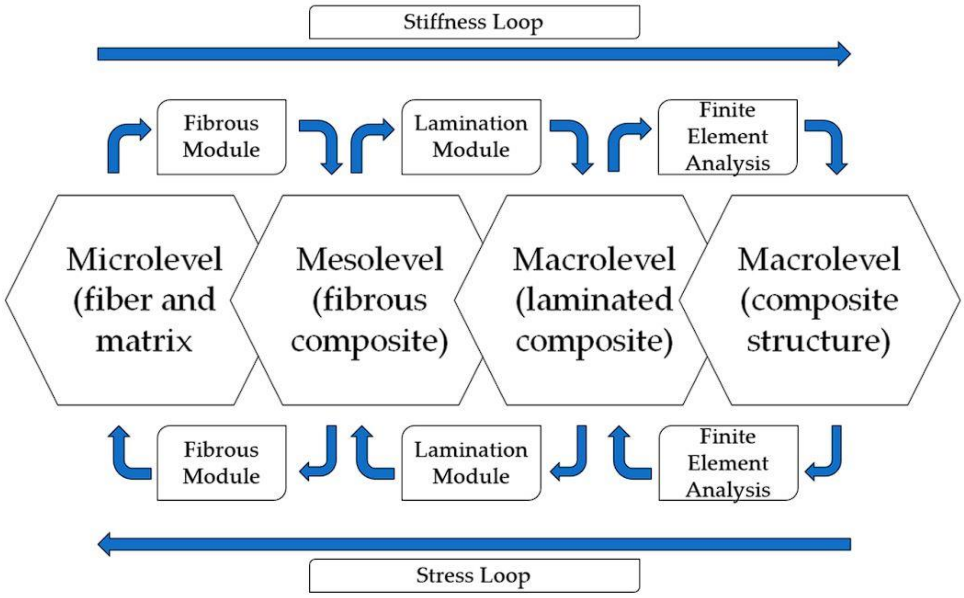
16 (Baraldi & Cecchi, 2017)

17 (გიორგობიანი, თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით, 2022)



სურათი 4 საინჟინრო კომპოზიტური კონსტრუქციების მრავალმასშტაბიანი მოდელირების სქემა.

მუზელის და სხვების[18] მიმოხილვაში, განხილულია კვონის, ალენის და ტალრეის ნაშრომი, მათ შექმნეს სქემა სადაც ნაჩვენებია რა მონაცემები გენერერირდება და რა მონაცემებია საჭირო ანალიზისათვის. მაგალითად მიკრო სკალაში მუშავდება ბოჭკოსა და მატრიცის მახასიათებლები და ასევე მათ შორის კავშირი. მეზო მასშტაბში განიხილება ცალკეული ფენები და მათ შორის კავშირები, ხოლო მაკრო მასშტაბში იკვლევა ლამინატის ქცევა[19][20].

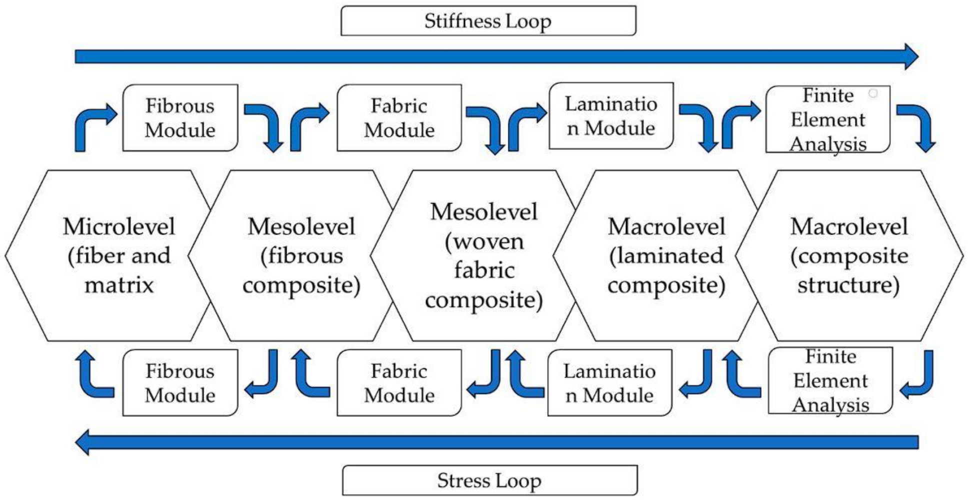


სურათი 5 მრავალმასშტაბიანი ანალიზის იერარქია ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოვანი კომპოზიტისთვის

---

[18] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[19] (Gerofi, Ishikawa, Reisen, & Wisniewski, 2019)
[20] (Gay, 2014)

სწორედ ამიტომ ავტორებმა შექმნეს ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოს მქონე მასალის თანმიმდევრული ანალიზის სქემა (სურათი 5). პირველ ეტაპზე გასაანალიზებელი ობიექტია "Fiber Module" ბოჭკო-მატრიცა და მათი გეომეტრიული მახასიათებლების კორელაცია მასალის თვისებებზე. ეს მახასიათებლები ეკუთვნის თითოეულ ნიჩაბს[21].



სურათი 6 მრავალმასშტაბიანი ანალიზის იერარქია ნაქსოვ ბოჭკოვანი კომპოზიტისთვის

ლამინატის მოდული ითვლის ლამინატის მახასიათებლებს, რომელიც გამოიყენება სასრულ ელემენტთა მეთოდში ლამინატის მოდელირებისათვის. სურათი 5 და სურათი 6-ის შებრუნებული თანმიმდევრობა გამოიყენება რათა მოხდეს ძაბვებისა და დეფორმაციების დაშლა მაკრო მასშტაბიდან მიკრო მასშტაბში. მაგალითად ფენის საერთო ძაბვებიდან მოხდეს ბოჭკოებსა და მატრიცაზე წარმოქმნილი ძაბვების განცალკევება[22][23].

ელემენტების მიკრო მასშტაბში ანალიზის შემდეგ, მიღებულ შედეგებზე (ძაბვებზე, დეფორმაციაზე) ხდება რღვევის კრიტერიუმის გამოყენება. რადგან რღვევა აღიწერება შესაბამის მასშტაბში, რღვევის ტიპები არის გამარტივებული და დაყოფილია ფიზიკაზე რომელმაც გამოიწვია ესა თუ ის რღვევა. მიკრო მასშტაბში არის სამი ტიპის რღვევა და მტყუნება: ბოჭკოს რღვევა, მატრიცის რღვევა და მათ შორის კავშირის რღვევა. მაკრო მასშტაბში უფრო კომპლექსური რღვევის ტიპებს

---

21 (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
22 (Giorgobiani, 2022)
23 (Koloor, და სხვ., 2019)

ვხვდებით, მაგალითად დელამინაცია (ფენებს შორის კავშირის დარღვევა). მაკრო მასშტაბში მხოლოდ ზიანის ლოკაცია და ორიენტაცია განსაზღვრავს რღვევის ტიპს, სწორედ რღვევის ტიპები შეიძლება განიხილოს უნიფიცირებულ და გამარტივებულ კონცეპტებად[24].

ნაქსოვი მასალებისთვის სურათი 6-ის კიდევ ერთი მოდული ემატება სახელად ქსოვილის მოდული, რომელიც უკავშირდება ერთმიმართულებიან ბოჭკოების მოდულს. ამ მოდულის დამატება აუცილებელია რათა დაანგარიშდეს ქსოვილის მახასიათებლები. თუ როგორი ქცევა აქვს მას სხვადასხვა დატვირთვების ქვეშ.

მუზელის და სხვების განხილვაში მაოს და სხვების ნაშრომი აქვთ ჩართული, სადაც ისინი ნაშრომში ზემოთ ხსენებულ მეთოდოლოგიას იყენებენ. მკვლევრებმა ანალიზი დაიწყო მასალის მიკრო მექანიკური მახასიათებლებით, რის შემდეგაც ერთეულოვანი უჯრედის განლაგება გამოიყენეს ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოს მქონე მასალის ქცევის განსასაზღვრად სურათი 7 a).

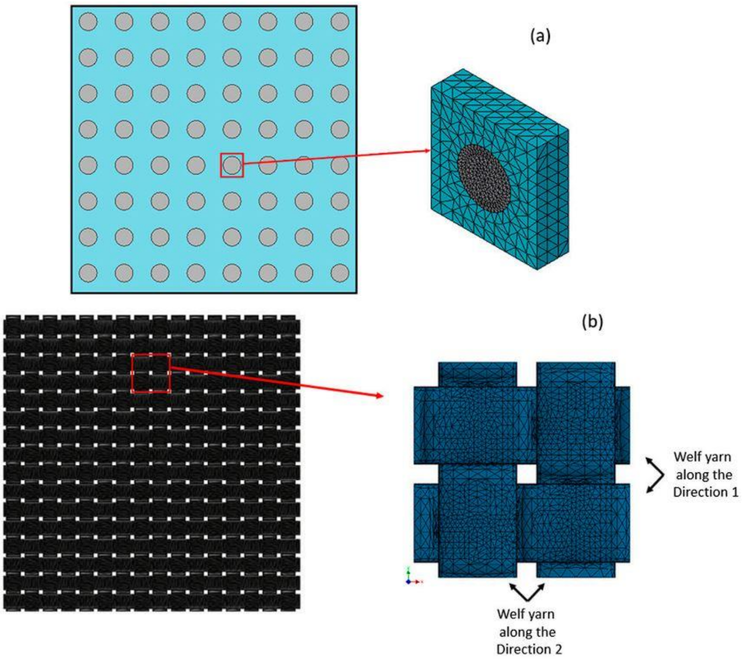
ვარაუდობენ, რომ ბოჭკოები განლაგებულია ერთგვაროვნულად ერთეულოვან მოცულობაში, ძაფის საშუალო დიამეტრით. გარდა ამისა, მეზოსკალური ერთეული უჯრედი სურათი 7 b) მოდელირებულია ბოჭკოვანი ძაფების ნაქსოვისა და კომპოზიტური მატრიციც აღსაწერად.

მოდელირებულია ბოჭკოვანი ძაფების ორი ტიპი: ნაქსოვი ნართი (გრძივი მიმართულება) და დახვეული ნართი (განივი მიმართულება). სასრულ ელემენტთა (სე) ანალიზში, პერიოდული სასაზღვრო პირობები გამოიყენება სასაზღვრო ეფექტების აღმოსაფხვრელად.

როგორც ნაჩვენებია სურათი 8-ზე, მაკრომასშტაბიანი მოდელის დაძაბული მასალის თვისებები მიღებულია მიკრომექანიკური და მეზომექანიკური ანალიზებიდან.

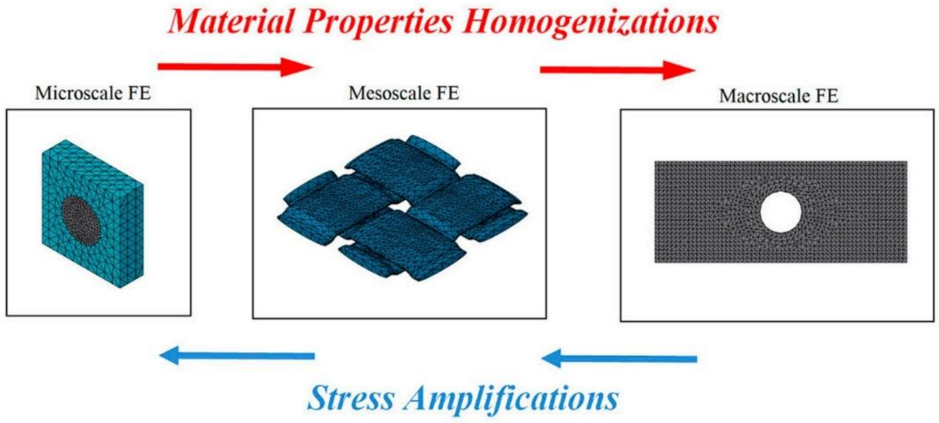
24 (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)

ტიანის და სხვების მიხედვით[25], ჰეტეროგენული მასალების მექანიკური ქცევა ხშირად აღწერილია RVE-ების გამოყენებით სე-ში. ავტორებმა ახსენეს ორი თეორია RVE-სთვის: პირველი, ჰილის თეორია, რომლისთვისაც RVE უნდა იყოს საკმარისად დიდი, რომ შეიცავდეს დიდი რაოდენობით ბოჭკოებს ჰეტეროგენულ მასალებში და იყოს ჰეტეროგენული მასალების სტატისტიკური წარმოდგენა. RVE-ებიდან მიღებული ეფექტური თვისებები წარმოადგენს მასალის რეალურ თვისებებს მაკრო მასშტაბით, რომელიც საყოველთაოდ ცნობილია როგორც მიკრო-მეზო-მაკრო პრინციპი, ვინაიდან მასშტაბის გამოყოფა აუცილებელია. ალტერნატიულად, დრუგანისა და უილისის თეორიაში, RVE უნდა შეიცავდეს კომპოზიტების უმცირეს მოცულობას, რომლისთვისაც საშუალო მექანიკური პასუხები რჩება ძალაში.



სურათი 7. კომპოზიტური ქსოვილი

[25] (Tian, Qi, Zhou, Liang, & Ma, 2015)



სურათი 8. ჰომოგენიზაციის იტერაციული პროცესი

ტიანი და სხვები[26] ხაზგასმით აღნიშნავენ, რომ დისპერსიული კომპოზიტების სე RVE-ებით მოდელირება არ არის გავრცელებული მიკროსკალაზე, რადგან ამ მიკრო არქიტექტურების მოდელირება ზოგჯერ გაცილებით რთულია მაღალი მოცულობის ფრაქციების და ბოჭკოვანი ფარდობით წაგრძელების დიდი კოეფიციენტების გამო[27][28].

ამიტომ, სივრცითი შემთხვევით შეწყვეტილი ბოჭკოებით გაძლიერებული კომპოზიტების რიცხობრივი მოდელირებისთვის მნიშვნელოვანია RVE-ების გენერირება ბოჭკოს მაღალი მოცულობის ფრაქციებით და დიდი ბოჭკოების პროპორციებით. ლიტერატურაში მოხსენიებულია ორი მიდგომა, როგორც ყველაზე ჩვეულებრივი, კერძოდ, შემთხვევითი თანმიმდევრული ადსორბციის (RSA) ალგორითმი და მონტე კარლოს (MC) პროცედურა, ხელოვნური RVE-ების გენერირებისთვის შემთხვევით განაწილებული ბოჭკოებით[29].

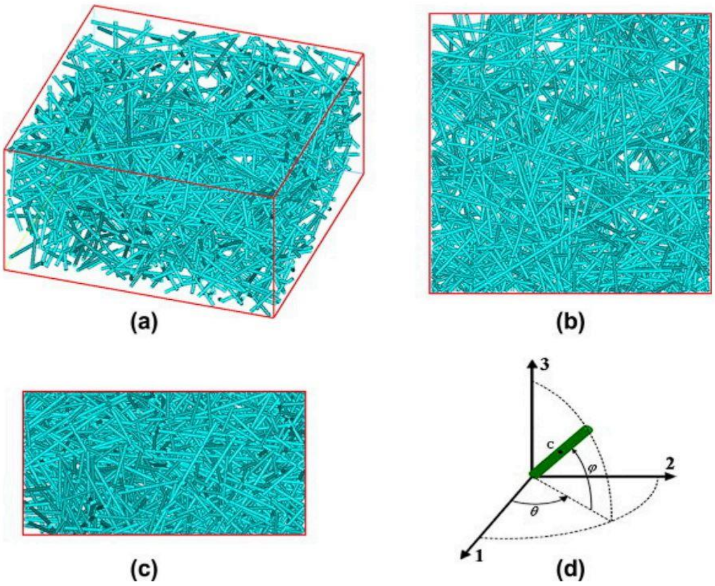
თუმცა, ლუ, ჟენგ და ვანგის[30] მიხედვით, ამ მიდგომებით რთულია RVE-ების გენერირება მაღალი ბოჭკოვანი ფარდობით წაგრძელების კოეფიციენტებით (FARs) და ბოჭკოვანი მოცულობის ფრაქციებით (FVFs). ახალი მიდგომა ამ სიტუაციის გვერდის ავლით არის ავტომატური ძიების და დაწყვილების (ASC) ტექნიკის

---

[26] (Tian, Qi, Zhou, Liang, & Ma, 2015)
[27] (Feito, Diaz Alvarez, Lopez Puente, & Miguelez, 2018)
[28] (Li, Wang, & Zhang, 2019)
[29] (Li & Sitnikova, 2020)
[30] (Liu, Zhang, Wang, Wang, & Gou, 2022)

გამოყენება, რომლის დროსაც შესაძლებელია 3D RVE გენერირება კომპოზიტის გასაანალიზებლად შემთხვევითი ბოჭკოებით FAR-ების ფართო დიაპაზონით.

ლუ, ჟენგ და ვანგი ამბობენ: „ჩვეულებრივ მოდელთან შედარებით, წინამდებარე მოდელი უფრო ადვილად გენერირებადია და უფრო მეტ დროს ზოგავს, რადგან ის გამორიცხავს თავისუფალი ბადის ნაკლოვანებას. გარდა ამისა, ASC ტექნიკას შეუძლია ამოიღოს დამატებითი სიხისტე, რომელიც შემოტანილია ჩაშენებული ელემენტის ტექნიკით და, შესაბამისად, შეუძლია გააუმჯობესოს სიზუსტე და კონვერგენცია. უფრო მეტიც, ჩვენი ტექნიკა ხელს უწყობს 3D პერიოდული სასაზღვრო პირობების პირდაპირ გამოყენებას RVE-ზე[31].” იხილეთ სურათი 9[32].



სურათი 9. დისკრეტული ბოჭკოები

1.2 კომპოზიტური მასალის დაძაბულ-დეფორმურებული მდგომარეობა

ზოგადად, ელასტიური მასალებისთვის დაძაბულ დეფორმირებული მდგომარეობა ცნობილია და შესაძლებელია მისი გენერირება ჰუკის კანონით,

[31] (Liu C. , 2019)
[32] (Tian, Qi, Zhou, Liang, & Ma, 2015)

რომელიც უკავშირდება 9 ქუშის ძაბვას 9 დეფორმაციის კომპონენტით, რომელიც ასეცე იძლევა 21 კონსტანტას[33].

(1) და (2) ფორმულები წარმოადგენენ ამ კონსტანტების ერთობლიობას, სადაც σ_{ij} არის ძაბვის კომპონენტები, ε_{kl} დეფომრაციის კომპონენტი, Q_{ijkl} - სიხისტის მატრიცა და S_{ijkl} შებრუნებული სიხისტის მატრიცა, რომელთა შორის კავშირი გამოისახება შემდეგნაირად: $[S] = [Q]^{-1}$.

$$\sigma_{ij} = Q_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{kl} = S_{ijkl}\sigma_{ij} \quad (2)$$

ბედნარჩიკის, აბოუდის, არონოლის[34] კვლევით, მასალის ფიზიკური მახასიათებლები როგორიცაა, სითბოს გადაცემა, დიფუზია, მაგნიტურობა და ელექტრო კონდუქტურობა დამოკიდებულია მასალის დაძაბულ-დეფორმაციულ მდგომარეობაზე. ეს მდგომარეობა მასალის თვისებებს იძლევა, რომლის წარმოდგენა შესაძლებელია გაიდეალებული მათემატიკური მოდელებით, რომელიც მიიღება მრავალი ნიმუშის გამოცდებიდან გამომდინარე.

1.2.1 ორთოტროპული მასალა

ორთოტროპულ მასალას ანიზოტროპულისგან განსხვავებით გააჩნია 3 სიმეტრიულობის სიბრტყე, ესენია: $x_1\, x_2, ; x_1\, x_3; x_2\, x_3$, აქედან გამომდინარე 21 კომპონენტი დაიყვანება 21დან - 9მდე. ამის მიზეზები კი შემდეგია:

- კუთხური დეფორმაციები ნორმალური ძაბვებისგან დამოუკიდებელია;
- წრფივი დეფორმაციები მხები ძაბვებისგან დამოუკიდებელია;

თითოეული ტანგენციალური გაჭიმვის შედეგია კუთხური დეფორმაცია იმ სიბრტყეში სადაც ძაბვა მოქმედებს.

გამოსახულება (3) გამოსახავს ჰუკის კანონს ორთოტროპული მასალისთვის, სადაც E - გრძივი ელასტიურობის მოდული, G - განივი ელასტიურობის მოდული ხოლო υ პუასონის კოეფიციენტი.

---

33 (Cook, 1995)
34 (Bednarcyk, Aboudi, & Arnold, 2017)

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\upsilon_{21}}{E_2} & -\frac{\upsilon_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\upsilon_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\upsilon_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\upsilon_{13}}{E_1} & -\frac{\upsilon_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \qquad (3)$$

როდესაც განვიხილავთ მასალას ერთმიმართულებიანი უწყვეტი ბოჭკოებით, ავტომატურად განვიხილავთ როგორც ანიზოტროპულ მასალად, რადგან არ გააჩნია სიმეტრიის სიბრტყეები. თუ მასალას გავაანალიზებთ სისქის მიხედვით, აღმოვაჩენთ რომ მისი ზომა ძალიან მცირეა, ამიტომ ანალიზის დროს მკვლევრებს გარკვეული დაშვებები შემოაქვთ[35], ესენია:

$$\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0 \qquad (4)$$

1.3 კომპოზიტური კონსტრუქციების მოდელებში გამოყენებული ელემენტის ტიპები

სასრულ ელემენტთა მეთოდით კონსტრუქციის ანალიზისათვის, აუცილებელია ელემენტებისა და კვანძების შექმნა . ელემენტები წარმოადგენენ მცირე ზომის ამა თუ იმ მოდელის დანაყოფებს, ხოლო კვანძები აერთიანებენ ამ დანაყოფებს . სასრულ ელემენტთა (სე) მეთოდში გამოიყენება შემდეგი ტიპის ელემენტები: bar, beam, columnar, triangular, quadrilateral, plate, shell, solid და სხვა. ამათგან ყველაზე გავრცელებული ელემენტებია: solid, beam, plate, shell.

Solid-ის ტიპის ელემენტები ყველაზე იშვიათად გამოიყენება კომპოზიტებში, რადგან თითოეული ფენის და მათი კომპონენტების მოდელირებას ძალიან დიდი

[35] (Jiang, Ren, Liu, Zhang, & Wang, 2018)

დრო მიაქვს (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020). გარდა ამისა, თუ ფირფიტები მოდელირებული იქნება solid-ტიპის ელემენტით, მისი განტოლება საკმაოდ ცუდ სახეს იღებს. სწორედ ამიტომ გამოიყენება სხვა ტიპის ელემენტები.

Beam-ის ტიპის ელემენტი განისაზღვრება როგორც ელემენტი, რომლის ერთი გაბარიტული ზომა ბევრად აღემატება სხვა გაბარიტულ ზომებს. მისი ერთ-ერთი ღერძი ემთხვევა სწორედ ყველაზე გრძელ გაბარიტულ ზომას, განივკვეთი კი ამ ღერძის მართობულია[36].

ბაუშის და კრეგის (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020) თქმით სამოქალაქო ინჟინერიაში ძელები გამოიყენება T-სებრი ან ორ-T-სებრი პროფილის, რომელთა მოდელირებაც სწორედ ერთ-განზომილებიანი beam ტიპის ელემენტითაა შესაძლებელი. მკვლევრების თქმით ბევრი კომპლექსური კონსტრუქცია, პირველად მიახლოებაში შესაძლებელია დაანგარიშდეს სწორედ Beam ტიპის ელემენტით.

ფირფიტისა (Plate) და გარსის (shell) ელემენტები წარმოადგენენ ორ განზომილებიან ელემენტებს, რომლებიც გამოიყენება კომპოზიტების დასახასიათებლად. მათ გააჩნიათ ორი გაბარიტული სიდიდე სიგრძე და სიგანე, ვინაიდან თხელკედლიანი კომპოზიტები სიგრძე სიგანის პერპენდიკულარულ დატვირთვებზე ვერ მუშაობს, ფირფიტისა და გარსის ელემენტებს უპირატესობა ენიჭებათ[37]. მათ შორის არის ერთადერთი განსხვავება, კერძოდ ფირფიტა წარმოადგენს სწორ ელემენტს, ხოლო გარსის ელემენტს გააჩნია სიმრუდე[38].

ბარბეროს განმარტებით, როგორც კი ელემენტის განტოლების შექმნაში უგულვებელყოფთ სისქეს იგი 3 განზომილებიდან გადადის 2 განზომილებიან ელემენტში. ავტორი ასევე აღნიშნავს რომ კომპოზიტური მასალის მოდელირებისას სპეციფიკური ასპექტები იჩენს თავს, კერძოდ:

- თითოეული ფენის განტოლება წარმოადგენს ორთოტროპულს;

---

[36] (გიორგობიანი, თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით, 2022)
[37] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[38] (გიორგობიანი, ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება, 2021)

- ელემენტის განტოლება დამოკიდებულია ფირფიტისა თუ გარსის ელემენტის კინემატიკაზე;
- მასალის სიმეტრიულობა არის ისეთივე მნიშვნელოვანი როგორც დატვირთვის სიმეტრიულობა, სიმეტრიული მოდელირებისთვის.

ტენეკის და არგირის[39] მიხედვით, 2 განზომილებიან ელემენტებს სამიანისგან განსხვავებით არ აქვთ მოქნილობითი სიხისტე, ვინაიდან სამ განზომილებიან ელემენტებში სისქე გათვალისწინებულია.

1.3.1 ფირფიტის ელემენტი

ფირფიტა წარმოადგენს ორ განზომილებიან სხეულს რომლის სისქე (h ან t) ძირითადად აიზომება z ღერძზე. სისქე ბევრად მცირეა სხვა გაბარიტულ ზომებთან შედარებით (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020). ფირფიტის ელემენტი მუშაობს განივ დეფორმაციებზე, ორ მღუნავ მომენტზე და მგრეხ მომენტზე.

სამოქალაქო ინჟინერიაში ფირფიტის ელემენტით შესაძლებელია მოდელირდეს შენობის იატაკი, ხიდები, წყლის რეზერვუარები, მაგიდები და სხვა. ისინი z ღერძის პარალელურ დატვირთვებს გადასცემენ სხვა ძალურ კომპონენტებს. ფირფიტის ელემენტს აღწერს ორი თეორია, ესენია კირხოფის და მინდლინის თორიები. ორივე მათგანი კინემატიკურ ჰიპოთეზას ეყრდნობა.

1.3.2 კირხოფის თეორია

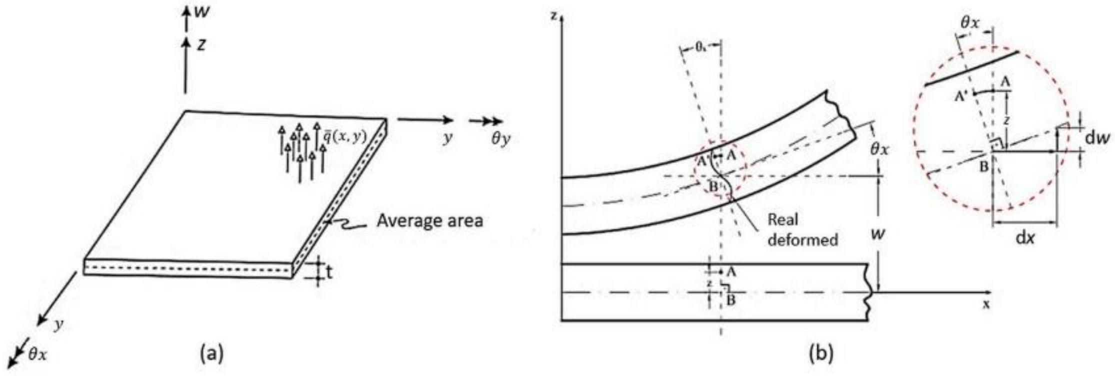
კირხოფის თეორია, რომელიც კლასიკური თეორიის სახელითაა ცნობილი, წარმოადგენს ეილერ-ბერნულის ძელის თეორიის ანალოგიას, რომელიც გამოყენებულია თხელ კედლიანი ფირფიტებისათვის[40]. ამ თეორიაში ფირფიტის სისქე 12-ჯერ მცირეა სიდიდით მეორე გაბარიტულ ზომასთან. ეს თეორია ასევე სისქეს არ განიხილავს როგორც დეფორმირებადს და უგულებელყოფს მხები ძაბვებისგან წარმოქმნილ დეფორმაციებსაც. თეორია ასევე ნორმალ წრფეებს განიხილავს მუდმივად კონკრეტულ წერტილში მხების პერპენდიკულარულად სურათი 10 . ალტენბახმა და ერემეიევმა[41] თავიანთ ნაშრომში კირხოფის თეორიას

---

[39] (Singiresu, 2018)
[40] (Altenbach & Eremeyev, 2017)
[41] (Ashouri Vajari, 2015)

დაამატეს მასალის იზოტროპულობა, ჰომოგენურობა და მასალის წრფივი ელასტიური მახასიათებლები. რომელიც ჰუკის კანონს უკავშირდება. ალტენბახის და ერემეიევის[42] კინემატირუკური ჰიპოთეზები ფირფიტისთვის შემდეგია:

- ნებისმიერი წერტილი, ვთქვათ P კოორდინატებით (x,y), შუა ზედაპირის მიმართ გადაადგილდება მხოლოდ ვერტიკალურად;
- ვერტიკალური მიმართულებით ძაბვები σ_z - უგულებელყოფილია;
- გრძივი დეფორმაცია, ზედაპირის ნებისმიერ წერტილში არის ნულის ტოლი $\varepsilon_z = 0$;
- დაუტვირთავი ფირფიტის შუა ზედაპირის ნებისმიერი წრფე, რომელიც შესაბამისი წერტილის პერპენდიკულარულადაა, დეფორმაციის შემდეგ ამ წერტილზე გამავალი მხები წრფის პერპენდიკულარულად რჩება, ამიტომ მხები დეფორმაციები γ_{yz} და γ_{xz} არის ნულის ტოლი.



სურათი 10. ფირფიტის დეფორმაცია ორთოგონალური დატვირთვის დროს

მესამე ჰიპოთეზის მიხედვით, შესაძლებელია გამოვსახოთ ფირფიტის დეფორმაციების განტოლებები (5).

$$\begin{cases} u(x,y,z) = -z\dfrac{\partial w(x,y)}{\partial x} \\ v(x,y,z) = -z\dfrac{\partial w(x,y)}{\partial y} \end{cases} \qquad (5)$$

[42] (Altenbach & Eremeyev, 2017)

ვაზის განმარტებით, უსასრულოდ მცირე სისქის მქონე ფირფიტის ელემენტებისთვის შესაძლებელია მივიღოთ დეფორმაციები ვერტიკალური ღერძიდან, რომელიც ფირფიტის შუა ზედაპირის პარალელურია (6)(7), ε სიმბოლო წარმოადგენს დეფორმაციის ვექტორს მოცემული წერტილისათვის ზედაპირზე, ხოლო k_k - კირხოფის თეორიაში წარმოადგენს სიმრუდეს რომელიც შეესაბამება იმ წერტილს რომლის მიმართაც გამოითვალა ε.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = -z \begin{Bmatrix} \omega_{xx} \\ \omega_{yy} \\ 2\omega_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

ვაზმა ასევე ხაზი გაუსვა, რომ ფირფიტის ელემენტში, მღუნავმა მომენტმა, გადამჭრელმა ძალებმა და გრეხვის მომენტმა შესაძლებელია გამოიწვიოს ვერტიკალური ძაბვები და აქედან გამომდინარე γ_{yz} და γ_{xz}-ის დისტორციები, რომელიც ჰიპოთეზიდან გამომდინარე უნდა იყოს ნულის ტოლი (7). სწორედ ამიტომ ეს თეორია შესაძლებელია გამოყენებულ იქნას მხოლოდ თხელი ფირფიტებისთვის.

$$\begin{cases} \gamma_{xz} = \dfrac{\partial \omega}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial z} = \omega_y - \omega_y = 0 \\ \gamma_{yz} = \dfrac{\partial \omega}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial z} = \omega_x - \omega_x = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

სორიანოს და ვაზის ნაშრომებში ვკითხულობთ, რომ დაძაბილ დეფორმაციული მდგომარეობიდან, შესაძლებელია მივიღოთ ელემენტის ზოგადი ტოლობა (8)(9).

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{(1-v)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_{xx} \\ \omega_{yy} \\ 2\omega_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (8)$$

სადაც:

$$D = \frac{Et^2}{12(1-v^2)} \qquad (9)$$

(10) წარმოადგენს (8) და (9) გამოსახულების ზოგად ტოლობას სადაც $\{M\}$ არის მომენტების ვექტორი, $\{E\}$ ფირფიტის მღუნავი სიხისტის მატრიცა, რომელიც მიღებულია კირხოფის თეორიიდან, და $\{\varepsilon\}$ -დეფორმაციების ვექტორი[43].

$$\{M\} = [E]\{\varepsilon\} \tag{10}$$

თუ ზემოთ მოცემულ განტოლებებს გავითვალისწინებთ, შესაძლებელია ელემენტის დეფორმაციის ენერგიის მიღება (11); ასევე მაქსიმალური პოტენციური ენერგიის მიღება (12), სადაც $\bar{q}$ არის ვერტიკალური მიმართულების ერთეულოვან ფართობზე მოდებული ძალა; და ასევე მინიმალური პოტენციური ენერგიის მიღებაც (13)(12).

$$U = \frac{1}{2}\int_A \omega_{xx}\omega_{yy}2\omega_{xy} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} dA \tag{11}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_A \omega_{xx}\omega_{yy}2\omega_{xy}[E] \begin{Bmatrix} \omega_{xx} \\ \omega_{yy} \\ 2\omega_{xy} \end{Bmatrix} dA - \int_A \bar{q}\omega dA \tag{12}$$

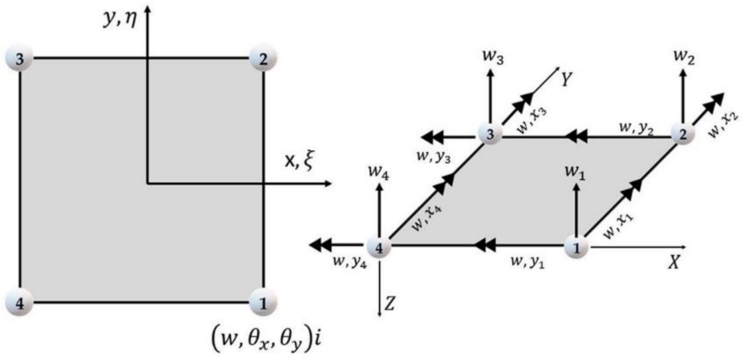
$$\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4\omega}{\partial y^4} = \frac{\bar{q}}{D} \tag{13}$$

კირხოფის თეორიიდან, ორი ელემენტი შეიქმნა ოთხკუთხა და სამკუთხა[44]. ოთხკუთხა ელემენტი არის ორი ტიპის; ერთს გააჩნია 3 თავისუფლების ხარისხი თითოეულ კვანძზე: ერთი აქსიალური ვერტიკალური (w) და ორი ბრუნვის θ_x და θ_y სურათი 11; მეორე ელემენტს გააჩნია 4 თავისუფლების ხარისხი: ერთ აქსიალური ვერტიკალური მიმართულებით (w), ორი ბრუნვის θ_x და θ_y და სიმრუდის (w, xy).

---

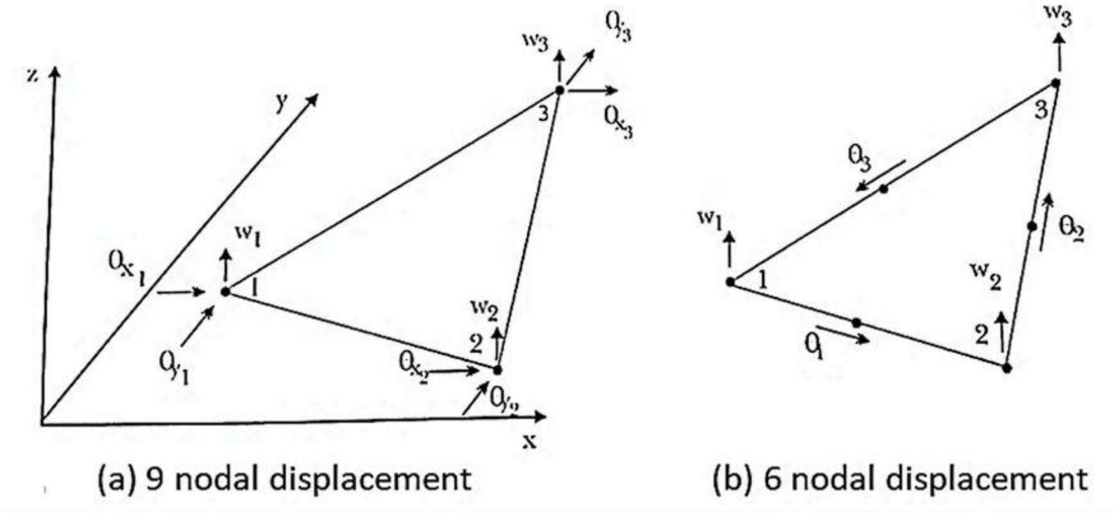
[43] (Kipiani, Stability of rectangular sandwith ribbed plate with discrete filler, 2019)

[44] (Kumar, Chakrabarti, & Bhargava, 2018)



სურათი 11. ოთხკუთხა ელემენტი კირხჰოფის თეორიის მიხედვით

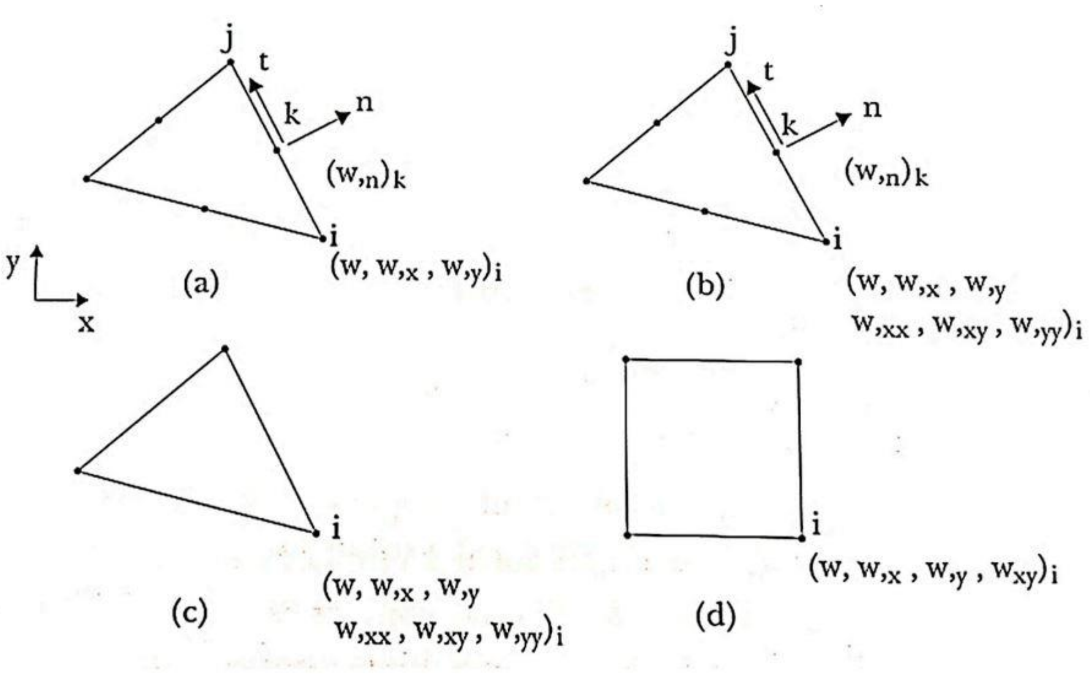
მუზელი და სხვები[45] ნაშრომში აღნიშნავენ რომ ოთხკუთხა ელემენტს არ აქვს მუდმივი მხები მდგომარეობა. სწორედ ამიტომ შეიქმნა კირხოფის სამკუთხა ელემენტი. მას გააჩნია 6 ან 9 კვანძური გადაადგილება. სალიბამ აღნიშნა შეუსაბამო სამკუთხა ელემენტი 9 ცვლადით შექმნილი იყო ჩონგიის მიერ 1968 წელს, ამ ელემენტს გააჩნია 3 თავისუფლების ხარისხი თითოეულ კვანძზე: ვერტიკალური აქსიალური (w) და ორი ბრუნვის θ_x და θ_y სურათი 12. მუზელ და სხვები კი ამბობენ რომ მორლეიმ 1971 წელს შექმნა არა შეუსაბამო არამედ კონვერგენტული კირხოფის სამკუთხა ელემენტი 6 ცვლადით, რომელსაც გააჩნია წვეროს განივი დეფორმაცია და ნორმალის მიმართ ბრუნვა გვერდების შუა წერტილებზე სურათი 13.



სურათი 12. სამკუთხა ელემენტი

[45] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)

მუზელი და სხვები[46] აღნიშნავენ სხვა ელემენტების არსებობასაც რომელთაც გააჩნიათ დისკრეტული მონაცემები, ესენია 3 სამკუთხა ელემენტი და ერთი ოთხკუთხა ელემეტი სურათი 13.



სურათი 13. თხელი ფირფიტის ელემენტები

1.3.3 მინდლინისი თეორიის ელემეტები

მინდლინის ან რაისნერ-მინდლინის თეორია ფირფიტებისატვის ტიმოშენკოს ძელების თეორიის მსგავსია, სადაც ერთი ერთი ჰიპოთეზის თანახმად ძელის განივ კვეთი რჩება ბრტყელი, მაგრამ არ არის აუცილებელი დეფორმაციის შემდეგ, ელასტიური ხაზის მიმართ დარჩეს პერპენდიკულარულად (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020). მინდლინის თეორია ტიმოშენკოს თეორიასთან შედარებთ იერარქიულად უფრო მაღლა დგას, რადგან იგი გვთავაზობს სამ განზომილებიან ამონახსნს. ამიტომ მისი გამოყენება შესაძლებელია როგორც თხელი ფირფიტების გაჭიმვისას ასევე ღუნვისას. მინდლინის თეორია წარმოადგენს მხებ დეფორმაციული ფირფიტის თეორიას.

ალტენბახმა, ერემეიევმა (Altenbach & Eremeyev, 2017) ფორმულირება გაუკეთეს მინდლინის თეორიის ჰიპოთეზას:

---

[46] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)

- ფირფიტის შუა ზედაპირის ნებისმიერი წერტილი გადაადგილდება მხოლოდ ვერტიკალური მიმართულებით;
- ვერტიკალური ნორმალური ძაბვა უგულვებელყოფილია;
- ვერტიკალური გრძივი დეფომრაცია ყველა წერტილში ნულის ტოლია;
- დატვირთვის შემდეგ ფირფიტის განივკვეთი რჩება ბრტყელი მაგრამ არ არის მნიშვნელოვანი დარჩეს ელასტიური ხაზის პერპენდიკულარული.

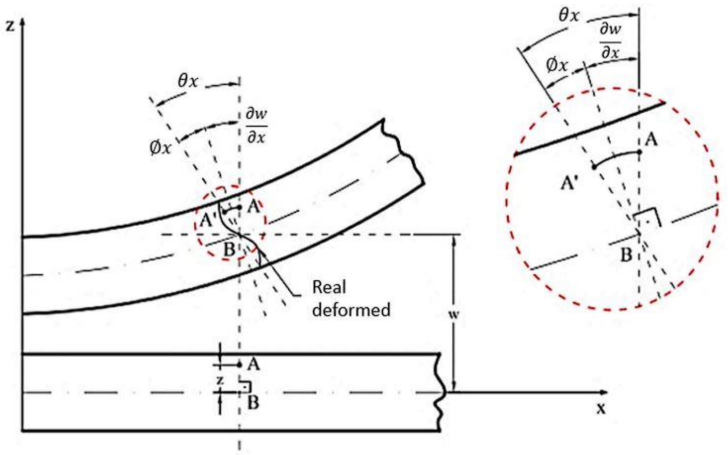
მეოთხე ჰიპოთეზის ცვლილება აისახება ფირფიტის გადაადგილების ველში, მიუხედავად იმისა, რომ ის არ აკავშირებს $P(x, y)$ გავლით ვერტიკალური ხაზის ბრუნვას ვერტიკალური გადაადგილების წარმოებულებთან $\omega(x, y)$.

(Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020) ის ნაშრომში წერია, რომ მესამე ჰიპოთეზაზე დაყრდნობით შესაძლებელია დეფორმაციის ველების გენერირება (14).

$$\begin{cases} u(x, y, z) = z\theta_y \\ v(x, y, z) = -z\theta_x \end{cases} \tag{14}$$

(Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020) ასევე აღნიშნავენ რომ, ასევე შესაძლებელია ელემენტის დეფორმაციების დადგენა (15), სადაც ε დაყოფილია 2 ქვე ვექტორებად: ε_b ასახავს დეფორმაციას გამოწვეული ღუნვისგან, ხოლო ε_s მხები ძალებისგან; T_M - ტრანფორმაციის მატრიცა ასევე იყოფა T_b და T_S -ებად; k_M მინდლინის სიმრუდის ვექტორი ასევე იყოფა k_b და k_S ვექტორებად.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \lambda_{xy} \\ \lambda_{yz} \\ \lambda_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{yx} \\ -\theta_{xy} \\ \theta_{yy} - \theta_{xx} \\ \omega_y - \theta_x \\ \omega_x + \theta_y \end{Bmatrix} \tag{15}$$



სურათი 14. ფირფიტის დეფორმაცია რეისნერ-მინდლინის თეორიის მიხედვით

პარინია და სხვები ხაზს უსვამენ რომ სიმრუდის დაკავშირებით დეფორმაციები γ_{yz} და γ_{xz} არის ნულის ტოლი თუ გამოსახულნი იქნებიან 19-ე ფორმულით. ავტორი ასევე ხაზს უსვამს, რომ როდესაც ზემოთ მოცემული დაშვება ვალიდურია, კირხჰოფის ჰიპოთეზით კვანძის ბრუნვა θ წარმოადგენს ω-ს წარმოებულს[47].

$$\begin{cases}\gamma_{yz} = \omega_y - \theta_x = 0 \\ \gamma_{xz} = \omega_x - \theta_y = 0\end{cases} \quad (16)$$

(Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020) მოიხსენიეს რომ დაძაბულ-დეფორმირებული კანონიდან შესაძლებელია ელემენტის ზოგადი ელემენტის გამოსახვა (17):

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-v)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\theta_{yx} \\ \theta_{xy} \\ \theta_{xx} - theta_{yy} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

სადაც

$$D = \frac{Et^2}{12(1-v^2)} \quad (18)$$

ფორმულა (19). გამოსახავს ზედა გამოსახულების შემაჯამებელ გამოსახულებას, სადაც {M} არის ფირფიტის შუა ზედაპირის წერტილზე მომენტის

[47] (Chakartnarodom, Prakaypan, Chuankrerkkul, & Laitila, 2020)

ვექტორი, [E] კირხოფის თეორიის ღუნვის სიხისტე და $\{\varepsilon_F\}$ - ფირფიტის ღუნვისგან გამოწვეული დეფორმაცია.

$$\{M\} = [E]\{\varepsilon_F\} \tag{19}$$

იზოტროპული ელემენტებისათვის გამოსახულება იღებს შემდეგ სახეს:

$$\tau = \frac{Q}{KA} = G\beta \tag{20}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = GK\begin{Bmatrix} \beta_y \\ -\beta_x \end{Bmatrix} = GKt\{\varepsilon_C\} \tag{21}$$

სადაც K - მხები კოეფიციენტია, G - განივი ელასტიურობის მოდული, β- განივი დეფორმაცია და KA შემცირებული ფართობი, მინდლინის თეორიიდან კი ε_C- მხები ძაბვებისგან გამოწვეული მობრუნება ან დეფორმაციებია.

ზემოთ მოცემული გამოსახულებებიდან შესაძლებელია მივიღოთ ელემენტის დეფორმაციის ენერგია (22), ასევე მთლიანი პოტენციური ენერგია (23), სადაც $\bar{q}$ არის განივი ძალა ერთეულოვან დადებით ფართობზე z მიმართულებით და $\bar{I}$ ელასტიური კოეფიციენტების იდენტიფიცირების მატრიცაა .

$$U = \frac{1}{2}\int_A -\theta_{yx}\theta_{xy}\left(\theta_{xx} - \theta_{yy}\right)\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} dA + \frac{1}{2}\int_A \beta_y - \beta_x \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} dA \tag{22}$$

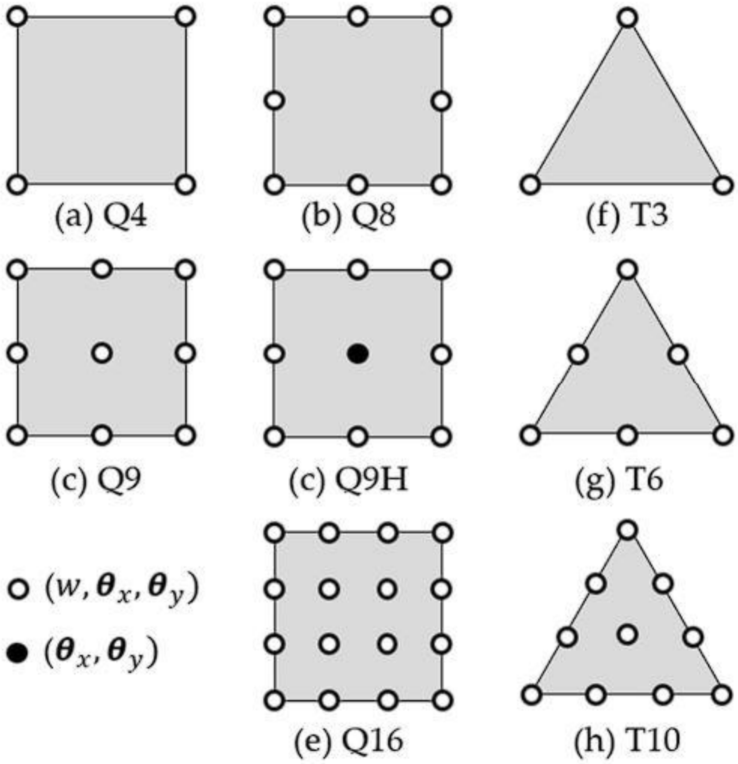
$$\Pi = \frac{1}{2}\int_A -\theta_{yx}\,\theta_{xy}\left(\theta_{xx} - \theta_{yy}\right)\left(\omega_x + \theta_y\right)\left(\omega_y + \theta_x\right)\begin{bmatrix} E & 0 \\ \tilde{\theta} & G\tilde{K}t\bar{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} -\theta_{yx} \\ \theta_{xy} \\ \theta_{xx} - \theta_{yy} \\ \omega_x + \theta_y \\ \omega_x - \theta_x \end{Bmatrix} dA - \int_A \bar{q}\,\omega dA \tag{23}$$

მუზელმა და სხვებმა თქვეს რომ, კირხოჰიფის თეორიიდან განსხვავებით θ_x და θ_y მობრუნებები დამოუკიდებელია გადაადგილებისგან $w(x,y)$[48].

რეისნერ-მინდლინის თეორიიდან, შესაძლებელია გენერირდეს რამოდენიმე ელემენეტი, რომლებიც შესაძლებელია იყოს როგორც ფირფიტის სახით ასევე გააჩნდეს სიმრუდეც. სურათი 15-ზე გამოსახულია ელემენტები რომლებიც

[48] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)

გენერირებულია აღნიშნული თეორიიდან. დამოუკიდებეული აპროქსიმაციები $w(x,y), \theta_x(x,y)$ და $\theta_y(x,y)$, ადვილად არის შედგენილი ზოგადი სე-ს პარამეტრიზაციის ფორმულირებით. ელემენტებისთვის Q4, Q8, Q9, Q16, T3, T6 და T10, ყველა კვანძებს გააჩნიათ სამი თავისუფლების ხარისხი: ერთი ვერტიკალური აქასიალური და 2 ბრუნვის. ასევე არის ელემენტი Q9H რომელსაც ასევე უწუდებენ „Heterosis“, რომელსაც დამატებით გააჩნია ცენტრალური ელემენტი მხოლოდ ორი ბრუნვის თავისუფლების ხარისხით.



სურათი 15. სასრული ელემენტის ტიპები რეისნერ-მინდლინის თეორიის მიხედვით

ჯიამ და სხვებმა ხაზი გაუსვეს რომ დაბალი რანგის ელემენტების გამოყენების შემთხვევაში საანგარიშო დრო კი მცირდება მაგრამ მცირდება სიზუსტის ხარისხიც. ჩაკეტვისადმი მიდრეკილების და ელემენტებს შორის ხარისხობრივი კავშირის დასადგენად განზოგადებულია ევრისტიკული სხივის შეკავების თანაფარდობა. ამისთვის, ათვლის ძაბვის ორი შეზღუდვა დაკავშირებულია სიხისტის მატრიცის ინტეგრაციის თითოეულ წერტილთან; ერთი დაკავშირებულია β_y და მეორე β_x[49].

[49] (Jia, Suo, & Jia, 2020)

1.3.4 კირხოფისა და მინდლინის თეორიების შედარება

კირხჰოფის თეორია შეესაბამება თხელ ფირფიტებს, რეისნერ-მინდლინის თეორია კი როგორც თხელ ასევე სქელ ფირფიტებს, მაგრამ ამ უკანასკნელის თხელ ფირფიტებში გამოყენების შემთხვევაში მეტი ყურადღებაა საჭირო დასათმობი ბადის შექმნისას რათა რეალური რეზულტატები მივიღოთ[50]. შნაიდერის, კიენზლერის და ბომ ის აზრით წრფივი გეომეტრიებისათვის და იზოტროპული ფირფიტების ღუნვაზე კარგად მორგებული თეორიებია: კირხჰოფის თეორია, რადგან განივი დეფორმაცია უგულვებელყოფილია, და მინლინის თეორია, რომელიც ძირითადად გამოიყენება სქელ ფირფიტებში რადგან განივი დეფორმაციები გათვალისწინებულია.

თუმცა, გასათვალისწინებელია მთელი რიგი ფაქტორები მაგალითად სტატიკური დატვირთვის ქვეშაა კონსტრუქცია თუ დინამიურის, ასევე მასალა ერთ მთლიან სხეულს წარმოადგნეს თუ ფენოვანს „სენდვიჩს". განივი დეფომრაციის გათვალისწინება ყველაზე მთავარი ფაქტორია დინამიურ ქცევის დასადგენად ფირფიტებში (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020).

1.3.4 გარსული ელემენტი

გარსი წარმოადგენს ორ განზომილებიან სხეულის შუა ზედაპირს, რომლის სისქეც გამოსახება t ან h სიმბოლოთი, უმრავლეს შემთვევაში სისქე z ღერძის პარალელურად იცვლება. სისქე სხვა გაბარიტულ ზომებთან შედარებით ბევრად მცირეა[51]. გარს გააჩნია სიმრუდე, მას შეუძლია გაუძლოს მღუნავ და მემბრანულ ეფექტებს. გარსული კონსტრუქცების მაგალითებია აკუსტიკური თაღები, რომელიც თეატრებში გამოიყენება, სტადიონები, დიდი გაქანის მქონე სახურავები, გაგრილების შენობები, მილები, რაკეტები, წყლის რეზერვუარები და სხვა. გარსული ელემენტები ასევე გამოიყენება ბიომექანიკაში, კერძოდ თავის ქალის მოდელირებისათვის.

გარსულ ელემენტების ყველაზე მეტი აკადემიური სამუშაოები ეთმობა როგორც სასრულ ელემენტთა მეთოდის საკითხი, ვიდრე სხვა საკითხევს, თუმცა

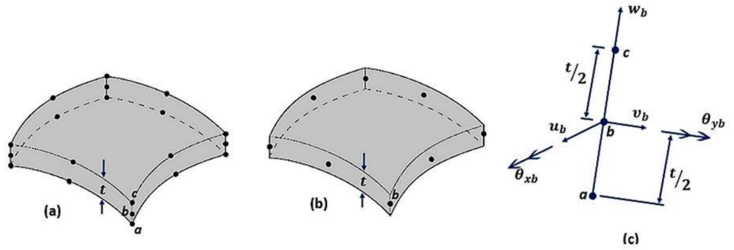
---

[50] (Xing, და სხვ., 2019)

[51] (Martínez, Song, Dumas, & Sylvain, 2017)

მათი სიმრუდის გამო გარსებს უფრო მეტი პრობლემები აქვთ ვიდრე სხვა კონსტრუქციის ელემენტებს.

მუზელის და სხვების თქმით, კომპოზიტური კონსტრუქციები ყველაზე ხშირად მოდელირებულნი არიან ფირფიტებისა და გარსების ელემენტებით. ავტორის თქმით, ეს გამოწვეული კვანძების შემცირებით, კერძოდ სამ განზომილებიანი ელემენტების ნაცვლად გამოყენებულია ორ განზომილებიანი ელემენტები სურათი 16[52].



სურათი 16. ა) 20 კვანძიანი იზოტროპული ელემენტი; ბ) 8 კვანძიანი ელემენტი

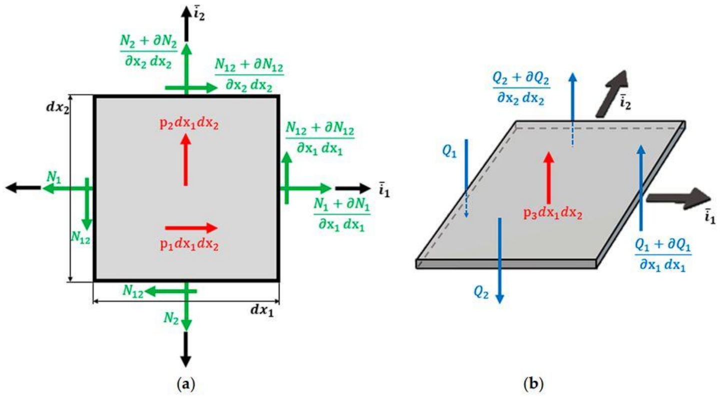
მისი ფორმა საშუალებას აძლევს მემბრანის დაჭიმვის გარკვეულ სისტემებს იმოქმედონ მისი ტანგენციალური სიბრტყის პარალელურად და გახდნენ დეფორმაციის პირველადი მატარებლები. ფაქტობრივად, ბევრი თხელი ელემენტის ანალიზი ეფუძნება მხოლოდ გარსის მემბრანის თეორიას, უგულებელყოფს მათ მოქნილობის სიმტკიცეს.

მათემატიკურად, გარსის ელემენტის მოდელი ფირფიტის ელემენტის მსგავსია, რადგან განივი ნორმალური დაძაბულობის კომპონენტი ნულადან მიიჩნევა[53][54][55]. გარსის გეომეტრია, თითოეული წერტილის სისქესთან ერთად, შეიძლება განისაზღვროს მისი საშუალო ზედაპირით ან მხოლოდ ერთი გარე ზედაპირით, რომელსაც ეწოდება საცნობარო ზედაპირი. ზოგადად, საშუალო ზედაპირი გამოიყენება როგორც საცნობარო ზედაპირი.

---

52 (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
53 (Gurgenidze & Kipiani, Bending of geometrucally nonlinear shell with cutout, 2018)
54 (Gurgenidze, Kipiani, Badzgaradze, & Suramelashvili, on analysis of thin-walled spatial systems of complex structure with discontinuous paramters by method of large blocks, 2020)
55 (ყიფიანი & კვარაცხელია, ფენოვანი ფირფიტები და დინამიკური მდგრადობა, 2017)

გარსის ელემენტის შემთხვევაში, ღუნვა დაკავშირებულია დატვირთვის შედეგად წარმოქმნილ ძალებთან (M_x, M_y, M_z, Q_x და Q_y). მცირე სისქის შემთხვევაში, გარსის სიმრუდის რადიუსის გამოსახულებები იდენტურია ფირფიტის ელემენტების გამოსახულებებისა. მემბრანული ეფექტის დაჭიმვის კომპონენტები იგივეა, რაც სიბრტყის დაძაბულობის მდგომარეობაში, თუმცა ისინი განიხილება მათი რეზულტატით საორიენტაციო ზედაპირის სიგრძის ერთეულზე სურათი 17[56][57].



სურათი 17. ძლების უტოლობა ფირფიტისათვის

1.3.5 გარსების თეორია

ძირითადად არსებობს სამი თანმიმდევრული მიდგომა გარსის ელემენტების ანალიზისთვის. ა) გარსის სტრუქტურა მოპირკეთებულია ბრტყელი ელემენტებით, ბ) ელემენტებით, რომლებიც ჩამოყალიბებულია მრუდი გარსის თეორიის საფუძველზე ან გ) გადაგვარებული სამგანზომილებიანი ელემენტებით[58].

თხელი გარსის ან ბრტყელი გარსის ზოგადი თეორია წარმოადგინეს ჰ. არონმა 1874 წელს და ა.ე. ლოვმა 1888 წელს, მაგრამ იგი საინჟინრო პრობლემების გადასაჭრელად გამოიყენეს მხოლოდ ერთი საუკუნის შემდეგ. ანალოგიურად, ფირფიტის თეორიის მიხედვით, გარსის თეორია ძირითადად განსხვავდება ათვლის ძაბვის დეფორმაციების იდეისგან, რადგან ამ შემთხვევაში გარსების ანალიზი ხდება ფირფიტის ელემენტის სიხისტის სუპერპოზიციონერობით. გაანალიზებული

---

[56] (Kipiani, Giorgobiani, & Beruashvili, Analysis of thin-walled dicrete-parameter spatial structrures, 2022)
[57] (Mardaleishvili & Arkania, 2019)
[58] (გიორგობიანი, მრავალფენიანი გარსებისა და ფირფიტების მდგრადობა, 2021)

პრობლემის სახეობიდან გამომდინარე, მიღებული გადაწყვეტილებები შეიძლება დამოკიდებული იყოს დისკრეტიზაციის ხარისხზე.

მიუხედავად წარმოდგენილი სირთულეებისა ბრტყელი ფირფიტის ელემენტები გამოიყენება წრფივი და არაწრფივი გარსის ანალიზში. სიბრტყის გარსის თეორია შეიძლება დაიყოს ქვეთეორიებად რეისნერ-მინდლინის (პირველი რიგის თეორიები), უმაღლესი დონის თეორიებად და დისკრეტული ფენის თეორიებად.

ამ თეორიაში მხები ძაბვის დეფორმაციები უგულებელყოფილია, თუ ვივარაუდებთ, რომ გარსის საშუალო ზედაპირის პერპენდიკულარული ხაზის სეგმენტი დეფორმაციის შემდეგ რჩება სწორი და ნორმალური ამ ზედაპირისთვის. განსხვავებით რაისნერ-მაინდლინის ჰიპოთეზისგან, რომელიც ვარაუდობს, რომ სეგმენტი რჩება სწორი და არა ნორმალური შუა ზედაპირის მიმართ.

მაღალი რიგის თეორიაში მიიღება არაწრფივი პოლინომიური კანონები დეფორმაციის შემდეგ მოხრილი სეგმენტის დასადგენად; თუმცა, ფიზიკური მოდელები უფრო კარგად არის წარმოდგენილი თემატურ მოდელებში, ვიდრე სხვა თეორიებში. დისკრეტული ფენების თეორია შესაფერისია ლამინირებული გარსებისათვის, სეგმენტებით და სისქით მიღებული წრფივი გადაადგილების ველით, რომელიც აწესებს შესაბამის კონტაქტურ პირობებს ფენებზე[59].

როდესაც გარსი იგება სამგანზომილებიანი სასრული ელემენტებით, მრავალი რიცხვითი სირთულე შეიძლება წარმოიშვას დისკრეტიზაციისა და სისქის გამო, რაც ართულებს განტოლების სისტემას, ვიდრე დეგენერაციული მოდელი, რომელიც იყენებს საცნობარო ზედაპირს[60].

სამგანზომილებიანი, დეგენერირებული გარსის ელემენტის მიდგომაში, რომელიც უბრალოდ ცნობილია როგორც დაგენერირებული გარსის ელემენტი,

---

[59] (გიორგობიანი, თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით, 2022)

[60] (გიორგობიანი, ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება, 2021)

ელემენტის ქცევა, დამოუკიდებელი გადაადგილებისა და ბრუნვის მიმართ, დეგენერირებულია სამგანზომილებიანი დაძაბულობისა და დეფორმაციებისგან[61].

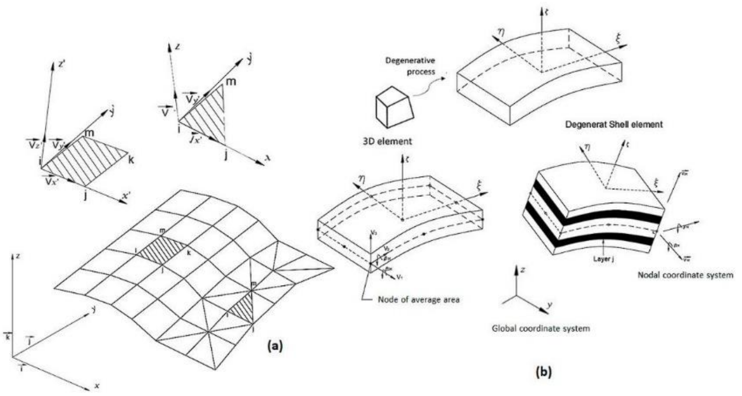
ამ ელემენტებს აქვთ უპირატესობა, რომ მოითხოვენ მხოლოდ C^0 - უწყვეტ ფუნქციას, როდესაც წონასწორობის განტოლებები მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებებია. სასრული ელემენტების ფორმულირების დეგენერაციული კონცეფცია რამდენიმე ავტორმა გააფართოვა ანიზოტროპული ლამინირებული კომპოზიტური სტრუქტურების წრფივ და არაწრფივ ანალიზში.

მოდელირება დაქვეითებული გარსის გამოყენებით მიღებულია, რადგან ის ამცირებს გამოთვლით დროს, კონკრეტულად მონაცემთა მიწოდებასა და ანალიზს ეხება, ასევე რიცხვითი მიზეზების გამო.

კლასიკური გარსის ფორმულირება მოითხოვს გადაადგილებებს მეხუთე ხარისხის პოლინომიალით; შესაბამისად, კვანძოვანი პარამეტრების დიდი რაოდენობაა საჭირო როგორც თხელი, ასევე ღრუიანი გარსებისათვის. ყველაზე პრაქტიკული გამოსავალია გარსის ელემენტების შემუშავება, დაწყებული სიბრტყის დაძაბულობის ელემენტების ასოციაციებით და ფირფიტის მოქნილობით, ან ზედაპირზე დეგენერირებული, სამგანზომილებიანი მრუდი ელემენტის გამოყენებით და კინემატიკური და მექანიკური შეზღუდვების მიღებით სურათი 18. რის შედეგადაც წარმოიქმნება სიბრტყეში ელემენტები, მრუდი ელემენტები (რაისნერ-მაინდლინის ჰიპოთეზებით) და ასიმეტრიული დატვირთვის მქონე ღერძის სიმეტრიული გარსი[62].

[61] (Kipiani, Giorgobiani, & Beruashvili, Stability Calculation of Discontinous Parametric Layered Plate Structures, 2022)

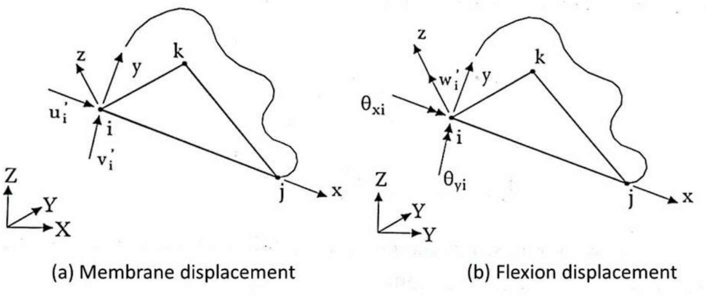
[62] (Laghi, და სხვ., 2021)



სურათი 18. გარსული ელემენტები

შესაძლებელია ფირფიტის ელემენტების გაერთიანება ბრტყელი სიბრტყის დაძაბულობის ელემენტებთან; ამრიგად, იგი მუშავდება სიბრტყის ძაბვის შედეგებით და განიხილება სიბრტყის ელემენტებით. სიბრტყის ელემენტი წარმოქმნის გეომეტრიის მიახლოებას მრუდი გარსის დისკრეტიზაციაში, მას ანაცვლებს ასპექტის ელემენტების ნაკრებით, გარდა გადაადგილების ველის მიახლოებებისა, რომელიც თან ახლავს წვრილ ელემენტების ანალიზს[63].

ამ ტიპის დისკრეტიზაცია მოითხოვს ელემენტების დიდ რაოდენობას დახვეწილი პოლიედრული ზედაპირით, რომელიც უახლოვდება თავდაპირველ საშუალო ზედაპირს. ამ შემთხვევაში, სამკუთხა ელემენტები სურათი 19-ზე უკეთესად წარმოადგენენ ორმაგი მრუდის გარსის გეომეტრიას, ვიდრე ოთხკუთხა ელემენტები, რომლებიც ამ შემთხვევაში უფრო საინტერესოა ერთმაგი სიმრუდის მქონე გარსებისთვის და ბრტყელი გარსის დისკრეტიზაციისთვის.



სურათი 19. ორ განზომილებიანი სამკუთხა ელემენტი

63 (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)

სხვადასხვა ელემენტების მრავალი შეტანის გათვალისწინებით, შესაძლებელია განვსაზღვროთ გლობალური სიხისტის მატრიცა (24), სადაც $[\lambda]$ წარმოადგენს სამგანზომილებიან ბრუნვის მატრიცას .

$$\{u'\}_i = [r]^e\{u\}_i = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \bar{0} & \bar{\lambda} \end{bmatrix}\{u\}_i \tag{24}$$

სორიანოს მიხედვით, 1968 წელს აჰმედმა, აიროონსმა და ზიენკევიჩმა შეიმუშავეს დეგენერირებული გარსის ელემენტი, დაწყებული სამგანზომილებიანი მრუდი ელემენტიდან. ეს დეგენერაცია ფართოდ გამოიყენებოდა შემცირებული/სელექციური ინტეგრაციის ცოდნით და განვითარდა შერეული ფორმულირების სრული ინტეგრაციით, მტკიცე ელემენტების მოპოვების მიზნით.

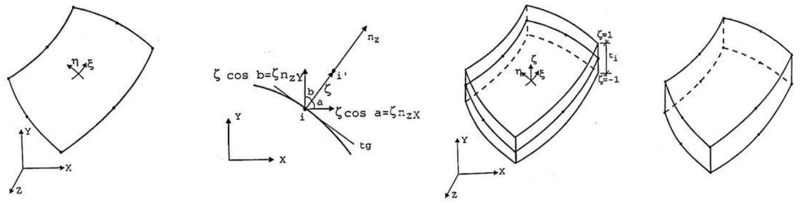
კუკმა[64] დაასახელა, რომ მრუდი ელემენტების დაწყება შეიძლება შუა ზედაპირიდან, გეომეტრიული განსაზღვრებისა და გადაადგილების ველით, რეისნერ-მინდლინის ჰიპოთეზების მიღებით, მის საშუალო ზედაპირზე სამგანზომილებიანი აშკარად გადაგვარებული ელემენტის ნაცვლად ნორმალური მდგომარეობის დაწესებით, რომელიც მას ინარჩუნებს. სწორი, მაგრამ არა აუცილებლად ნორმალური ამ ზედაპირზე რეისნერ-მინდლინის თეორიის მიხედვით სურათი 20. ზოგადად, ნებისმიერი სხვა საცნობარო ზედაპირი, რომელიც სულაც არ არის საშუალო ზედაპირი, შეიძლება გამოყენებულ იქნას როგორც გარე ზედაპირი. თუმცა, საშუალო ზედაპირი ჩვეულებრივ მიიღება ერთფენიანი გარსის შემთხვევაში ერთგვაროვანი სისქით.

მუზელის და სხვების მიხედვით დეგენერაციული გარსის გამოყენების ძირითადი უპირატესობებია:

- თავიდანვე გარსის ჰიპოთეზასთან მუშაობა, მარტივი გზით ელემენტების ფართო სპექტრის მიღება;
- მრუდი ელემენტების შემუშავება, რომლებსაც მხოლოდ C^0 უწყვეტობა სჭირდებათ;

[64] (Cook, 1995)

- თავისუფლების ხარისხით მხოლოდ წრფივი გადაადგილებისა და ბრუნვის გამოყენება, რაც შესაძლებელს ხდის გარსის ელემენტების გამოყენებას სხივისა და ფირფიტის ელემენტების დისკრეტიზაციისთვის;
- განიხილება ათვლის დაძაბვის ეფექტი მრავალფეროვან სისქეზე.



სურათი 20. ელემენტის ფორმულირება

ფორმულა (25) გვიჩვენებს სამგანზომილებიანი გეომეტრიის პარამეტრულ ფორმას, დაწყებული მრუდი ელემენტის საშუალო ზედაპირიდან, სადაც ζ არის z-ღერძის უგანზომილებიანი კოორდინატი მნიშვნელობებით გარე ზედაპირებზე ± 1, t_i არის სისქე: კვანძოვანი წერტილი i; n_{zXi}, n_{zYi}, n_{zZi} არის z-ღერძის მიმართულების კოსინუსები ასევე i წერტილში, ვექტორის $\{n_z\}_i$ კომპონენტები.

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{p} N_i \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} + \zeta \sum_{i=1}^{p} N_i \frac{t_i}{2} \begin{Bmatrix} n_{zX} \\ n_{zY} \\ n_{zZ} \end{Bmatrix}_i \qquad (25)$$

თითოეულ ლოკალურ გადაადგილებას u', v' და w' რომელიც დაკავშირებულია ლოკალურ ღერძებთან x, y და z, შეესაბამება დეფორმაციის გლობალური ვექტორები. ამ მოსაზრებებიდან გამომდინარე და მიუხედავად იმისა, რომ განზოგადებული ჰუკის კანონია ($\sigma_z = 0$), შეიძლება მივიღოთ ზოგადი განტოლება დეგრადირებული გარსისთვის (26).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-v)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-v)K}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-v)K}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} - \frac{E\alpha T}{1-v} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (26)$$

მრუდი გარსის ელემენტის ფორმულირებიდან მინდლინის თეორიით ფირფიტებისთვის, მუზელი ხაზს უსვამს შემდეგ განსხვავებებს:

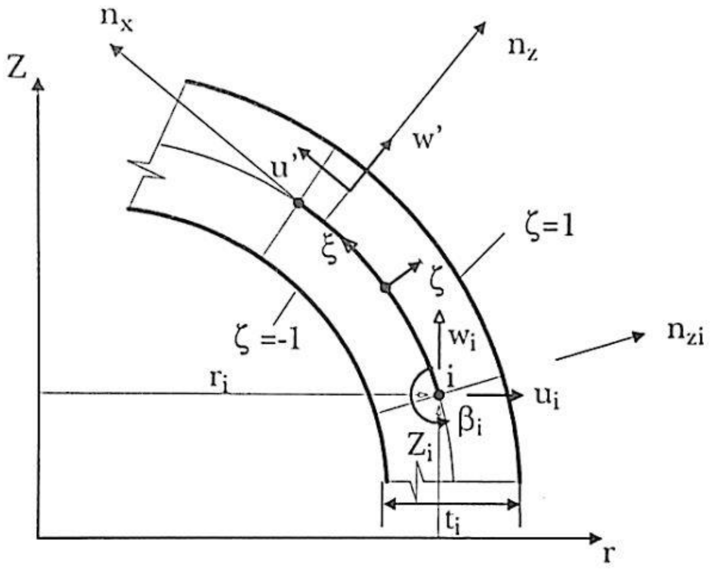
- ფირფიტებისთვის, თავდაპირველად, ათვლის ბრუნვები გამოეყო ფირფიტას და მუშაობდა დაძაბულობა-დეფორმაციის მიმართებებზე მიღებული ძაბვით, შესაბამისად, სისქესთან ინტეგრაცია სიხისტის მატრიცაში და კვანძოვანი ძალების ეკვივალენტობის გამონათქვამებში;
- გარსებისთვის მთლიანი ბრუნვისა და დაძაბულობის კომპონენტებთან მუშაობა იწვევს სიხისტის მატრიცის და ექვივალენტური კვანძოვანი ძალების გამოხატვას, რომლებიც საჭიროებენ ინტეგრაციას სისქის გასწვრივ. გაითვალისწინეთ, რომ ფირფიტის ელემენტები ასევე შეიძლება ჩამოყალიბდეს იმავე გზით.

სტრუქტურული ღერძის სიმეტრიული (გეომეტრია და საყრდენი პირობები) და ასიმეტრიული დატვირთვის გამოყენება იწვევს უფრო მარტივ დისკრეტულ მოდელს, ვიდრე შესაბამისი სამგანზომილებიანი მოდელი. ეს სიმარტივე დაკავშირებულია კონკრეტულ გეომეტრიასთან და ცვლადების უფრო მცირე რაოდენობასთან, რომლებიც უნდა განისაზღვროს (გიორგობიანი, 2022).

1963 წელს გრაფტონმა და სტრომმა წარმოადგინეს ღერძული სიმეტრიული დისკრეტიზაცია, ასიმეტრიული დატვირთვით, რომლებიც შეესაბამება სწორხაზოვან სასრულ ელემენტს მერიდიანული გარსის მიხედვით, რომელსაც აქვს ორი კვანძოვანი წერტილი და სამი გადაადგილება თითო კვანძზე. ჯონსმა და სტოუნმა 1966 წელს შეცვალეს ნამუშევარი გრაფტონისა და სტრომისგან, განიხილეს მრუდი ელემენტები მერიდიანის მიხედვით; თუმცა ორივე ავტორი განიხილავს თხელი გარსის თეორია.

ამ ელემენტებს (კონუსურ და მრუდე ელემენტებს) აქვთ კვანძოვანი წრეები და არა კვანძოვანი წერტილები, რაც შეეხება ფირფიტის ელემენტებს, და ზოგადად, თითო ელემენტზე არის ორი კვანძოვანი წრე, რომელსაც აქვს ორი ტრანსლაცია (რადიალური და ღერძული) და ერთი ბრუნვა. სურათი 21 წარმოადგენს ღერძული სიმეტრიული გარსის ელემენტს, სადაც x და z ღერძები შესაბამისად ტანგენსია და

ნორმალურია საშუალო ზედაპირის მერიდიანზე თითოეულ წერტილში r, θ და Z რადიალური მიმართულებით და Z ღერძზე.



სურათი 21. ასიმეტრიული ელემენტი

განტოლება, რომელიც განსაზღვრავს გადაადგილების ინტერპოლაციას, წარმოდგენილია (27), სადაც u არის რადიალური გადაადგილება, w არის ღერძული გადაადგილება და ბეტა არის i კვანძოვანი წერტილის ბრუნვა, წრეწირის მიმართულების მიხედვით.

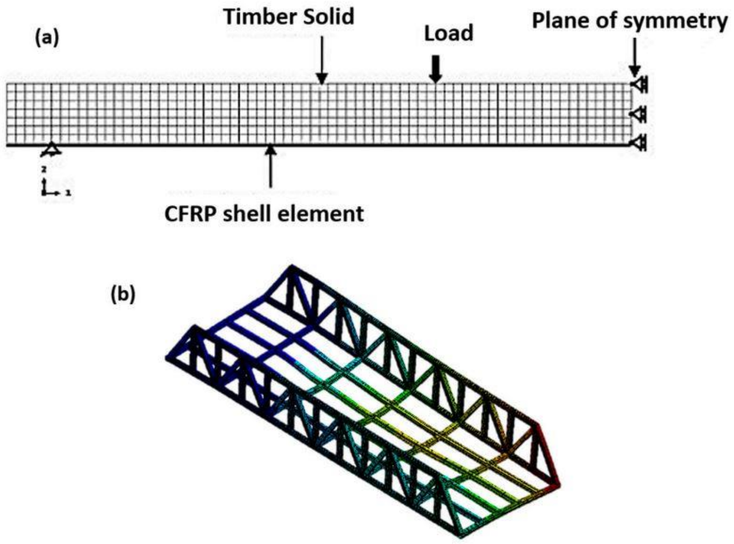
$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{p} N_i' \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix}_i + \zeta \sum_{i=1}^{p2} N_i'' \frac{t_i}{2} \begin{Bmatrix} n_{xr} \\ n_{xZ} \end{Bmatrix}_i \beta_i \qquad (27)$$

მიუხედავად იმისა, რომ ყველა ეს მოსაზრება ძაბვასა და დეფორმაციასთან დაკავშირებით, ლოკალური და გლობალური მითითება მიიღება γ_{xy} და γ_{yz} გამორიცხვით და y-ის θ გაცვლით, რის შედეგადაც მიიღება ღერძის სიმეტრიული გარსის ზოგადი განტოლება (28).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 & 0 \\ v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-v)K}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} - \frac{E\alpha T}{1-v} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (28)$$

სამოქალაქო ინჟინერიაში სასრული ელემენტების მეთოდი გამოიყენებოდა წლების განმავლობაში შენობების სტრუქტურული გამოთვლებისთვის, ხიდების დატვირთვისთვის და ა.შ., როგორც აგურის, ასევე ხის სურათი 22.

დიზაინერებისთვის FEM-ის წინსვლა კომპოზიტებში გამოიყენება როგორც გამაგრება, მაგალითად, ხიდები და სვეტები, გარდა იმისა, რომ ეხმარება ანალიზს ბუნებრივი მოვლენების, როგორიცაა მიწისძვრები, ტორნადოები და ქარიშხლები შენობებზე (Calister & Rethwisch, 2013). გარდა ამისა, ისევე როგორც საჰაერო კოსმოსურ სექტორში, ახალი ნანოსტრუქტურული კომპოზიტები ხელს უწყობენ კონსტრუქციების სტრუქტურული წონის შემცირებას (ხმელიძე & ყიფიანი, 2022) (Gurgenidze & Kipiani, 2018) (Giorgobiani, 2022) (Kipiani, Rajczyk, & Lausova, 2015) (Kipiani, Giorgobiani, & Beruashvili, 2021) (Kipiani, Giorgobiani, & Beruashvili, 2022) (Kipiani, Giorgobiani, & Beruashvili, 2022).



სურათი 22. სასრულ ელემენტთა ანალიზის გამოყენება მშენებლობაში

1.4 რღვევის კრიტერიუმი

კომპოზიტური მასალისგან დამზადებული კონსტრუქციების უპირატესობა მათი ეფექტურობა და უსაფრთხოებაა. სწორედ ამიტომ, შემოტანილია შესაბამისი რღვევის კრიტერიუმები, რომლებიც ცალკეულ კომპონენტებს შეესაბამება. ოქოა, რედდი, ჯოუნს, ქო თავიანთ ნაშრომებში შემოტანილი კრიტერიუმების მიზეზი არის ორ და მეტ დატვირთვის ქვეშ მყოფი კონსტრუქციის ეფექტების გამოცნობა, რომლებიც შესაბამისად ლოკალური ან გლობალური მასშტაბისაა[65]. თეორია

[65] (ხმელიძე & ყიფიანი, 2022)

განსაზღვრავს ლამინატის რღვევის კრიტერიუმებს, შესაბამის დაძაბულ-დეფორმაციის მდგომარეობის მიხედვით.

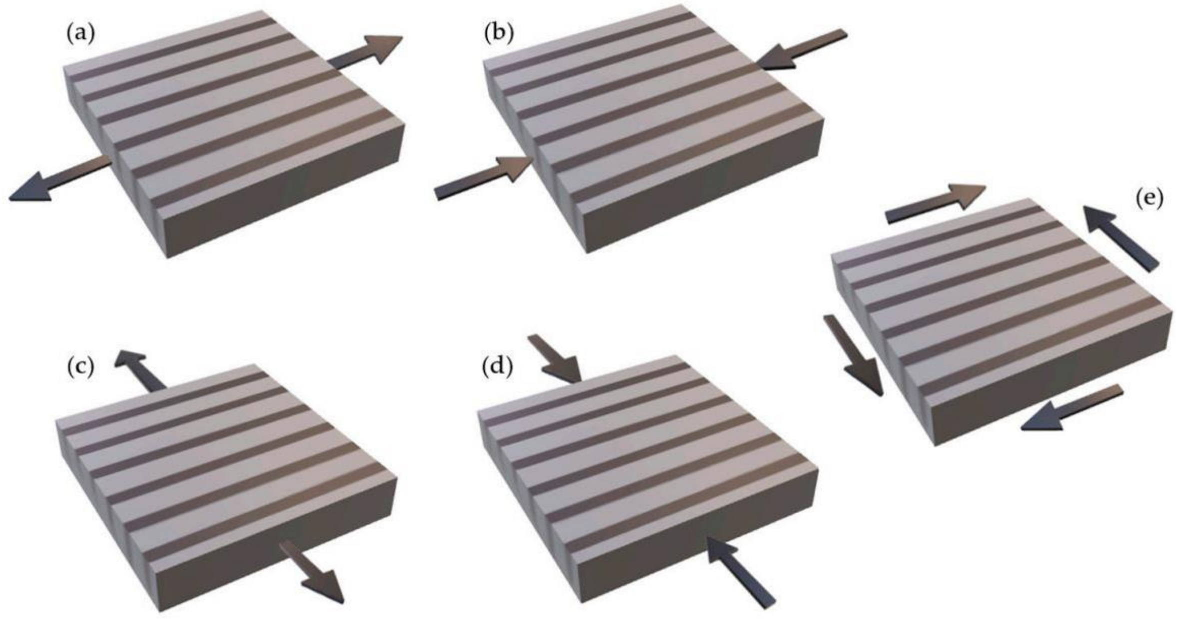
აღნიშნული კრიტერიუმები თავდაპირველად გამოყენებული იყო მხოლოდ იზოტროპულ მასალებისთვის. სადაც მაქსიმალური ნომრამალური ძაბვა და მხები ძაბვა, წინა მონაცემზე რაოდენობრივად მეტი არის, ანუ მასალის რღვევასთან გვაქვს საქმე.

იზოტროპული მასალის რღვევის შემდეგი კრიტერიუმებია ცნობილი: მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა (რანკინი), მაქსიმალური მხები ძაბვა (ტრესკა), მაქსიმალური ნორმალური დეფორმაცია (ვენანტი) და მაქსიმალური დეფორმაციის თეორია (ვონ-მისე). ფენგის და ქოს ნაშრომებში ნახსენებია, რომ ზემოთ ჩამოთვლილი კრიტერიუმები მორგებულია ანიზოტროპული მასალებისთვის, რომელიც დამოკიდებულია ბოჭკოს მიმართულებაზე, ნორმალური წინააღმდეგობის 4 პარამეტრზე და მხემ წინააღმდეგობაზე, ჯამში 5 წინააღმდეგობის პარამეტრზე (სურათი 23)[66][67].

ორთოტროპული ფურცლები გარკვეული დეფორმაციაზე იზოტროპულის იდენტურია. როდესაც ფურცელი ბიაქსიურ ან ტრიაქსიურ ძაბვების ქვეშაა, გაჭიმვის ექსპერიმენტებიდან მიღებული მონაცემების საანგარიშო მოდელში შეყვანით ხდება მაქსიმალურად ზუსტი შედეგების მიღება როგორც ორთოტროპულ ისე ანიზოტროპული მასალებისათვის[68].

---

[66] (გიორგობიანი, მრავალფენიანი ფირფიტის გაანგარიშება მდგრადობაზე, 2021)
[67] (Chakartnarodom, Prakaypan, Chuankrerkkul, & Laitila, 2020)
[68] (გიორგობიანი, თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით, 2022)



სურათი 23. ლამინატზე მოსული ძირითადი დატვირთვები

დღესდღეობით, კომპოზიტური კონსტრუქციების საანგარიშოდ გამოიყენება შემდეგი კრიტერიუმები, ესენია: ჰილ, თსაი-ჰილ, თსაი-ვუ, ჰაშინ-როტემ, ჰაშინ, მაქსიმალური ძაბვა, ჰოფმან, მაქსიმალური დეფორმაცია, ჰოუ, ფუქ-შურმან, ჩანგ-ჩანგ, ლინდ, LaRC03, LaRC04, მაიმი, ჰართ-სმიტი, იე-სტრეტონ და სხვები[69].

ზემოთ ხსენებული კრიტერიუმები კარგად არის გამოკვლეული ლიტერატურებში, მაგრამ თითოეული მათგანი არ ასახავს ფიზიკურ საფუძვლებს, კერძდ ისინი კონსტრუქციას განიხილავენ მხოლოდ მაკრო მასშტაბში. ყველაზე გავრცელებული კრიტერიუმებია: მაქსიმალური ძაბვა, თსაი-ჰილ, თსაი-ვუ, ჰაშინ და ფუქ-შურმანი (ცხრილი 1).

რღვევის კრიტერიუმი	ფორმულა
მაქსიმალური ძაბვა	$-X_c < \sigma_1 < X_t$; $-Y_c < \sigma_2$; $\lvert\tau_{12}\rvert < S$

[69] (Ashouri Vajari, 2015)

თსაი-ჰილ	$\frac{\sigma_1^2}{X^2}+\frac{\sigma_2^2}{Y^2}-\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}+\frac{\tau_{12}^2}{S^2}\leq 1$
თსაი-ვუ	$F_1\sigma_1+F_2\sigma_2+F_6\tau_{12}+F_{11}\sigma_1^2+F_{22}\sigma_2^2+F_{66}\tau_{12}^2+2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{16}\sigma_1\tau_{12}+F_{26}\sigma_2\tau_{12}\leq 1$
ჰაშინი	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2=1;\ \left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2=1;\ \sigma_1=-X_c;$ $\left(\frac{\sigma_2}{2S_{23}}\right)^2+\left[\left(\frac{Y_c}{2S_{23}}\right)^2-1\right]\frac{\sigma_2}{Y_c}+\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2=1$
ფუქ-შურმანი	$\theta_{MC}=\left(\frac{t_L}{S_L-\eta_L t_N}\right)^2+\left(\frac{t_r}{S_T-\eta_T t_N}\right)^2$

ცხრილი 1 კომპოზიტური მასალების ყველაზე გავრცელებული რღვევის კრიტერიუმები

მაქსიმალური ძაბვის კრიტერიუმი, რომელიც ეყრდნობა რანკინეს თეორიას, არ არის ინტერაქტიული, კერძოდ იგი არ ითვალისწინებს ტენზორის კომბინირებულ ეფექტს. ეს კრიტერიუმი მისაღებია მხოლოდ მაშინ როდესაც ტენზორის ერთი კომპონენტისგან ხდება რღვევა (Calister & Rethwisch, 2013).

ჰილის კრიტერიუმი შეიქმნა 1950 წელს ვონ-მისეს კრიტერიუმზე დაყრდნობით. იგი იყო ერთ ერთი კრიტერიუმი რომელიც გამოიყენება ანიზოტროპული მასალის შესწავლისას, რომელიც არის ანიზოტროპული მასალის ქცევის განზოგადება[70]. მიუხედავად იმისა, რომ იგი არის ზოგადი კრიტერიუმი, მას გააჩნია უკუჩვენებებიც: მოდელისთვის აუცილებელია რამოდენიმე პარამეტრის ცოდნა რათა მისი ტოლობა შეიქმნას. 1965 წელს, თსაიმ შემოგვთავაზა ჰილის განახლებული, გაჭიმვის და კომპრესიის მონაცემების უტოლობის რაოდენობრივი შეფასების ვერსია. რომელსაც ეწოდა თსაი-ჰილის კრიტერიუმი. მრავალი ავტორისთვის, თსაი-ჰილის კრიტერიუმი არის ყველაზე ხშირად გამოყენებადი ლამინატებისათვის, ვინაიდან იგი განიხილავს ძაბვების კომპონენტებს შორის ურთიერთქმედებას, თუმცა ეს კრიტერიუმი არ არის კოორდინატთა სისტემის ინვარიატი, სწორედ ამიტომ იგი მხოლოდ ორთოტროპულ მასალებზე უნდა იყოს გამოყენებული. მიუხედევად იმისა, რომ თსაი-ჰილის კრიტერიუმი ყველაზე

[70] (Calister & Rethwisch, 2013)

ხშირად გამოიყენება ასევე არ უნდა გამოგვრჩეს მისი სხვა უარყოფითი მხარეები. აღნიშნული თეორიის სამ უარყოფით მახასიათებელზე საუბრობს:

- თეორია გამჭიმავ და მკუმშავ სიმტკიცის ზღვრებს ვერ ანსხვავებს;
- სამ ძირითად ღერძზე, თეორია არ იძლევა ზუსტ შედეგებს კუმშვაზე მუშაობისას;
- თეორა არ ითვალისწინებს ჰიდრო სტატიკურ დატვირთვებისგან გამოწვეულ რღვევას და მას უგულებელყოფს.

თსაიმ და ვუმ 1971 წელს შემოგვთავაზეს ახალი თეორია, სადაც მათ შეძლეს წინა თეორიის გაუმჯობესება, სადაც გათვალისწინებულია ორ განზომილებიანი დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა. თსაი-ვუს კრიტერიუმი არის ინტერაქტიული თეორია, რომელსაც გააჩნიია გამჭიმავი ძაბვებისგან გამოწვეული რღვევის კომპონენტი. გარდა ამისა, ეს კრიტერიუმი არის სამ განზომილებიანი ფორმის, სადაც გათვალისწინებულია ჰიდროსტატიკური რღვევის კომპონენტიც. ძაბვების ეს ინტერაქტიულობა დამოუკიდებელია მასალის მახასიათებლებისგან. თუმცა, ვინაიდან ეს კრიტერიუმი არ ეყრდნობა ფიზიკურ ფენომენს, მას შეუძლია განსაზღვროს როდის დაიწყებს კონსტურქცია რღვევას, მაგრამ ვერ გაარჩევს რა სახის რღვევასთან არის საქმე. ამ გაუმჯობესებამ თსაი-ვუს კრიტერიუმი გახადა ყველაზე გამოყენებად თეორიად (ყიფიანი & კვარაცხელია, 2017).

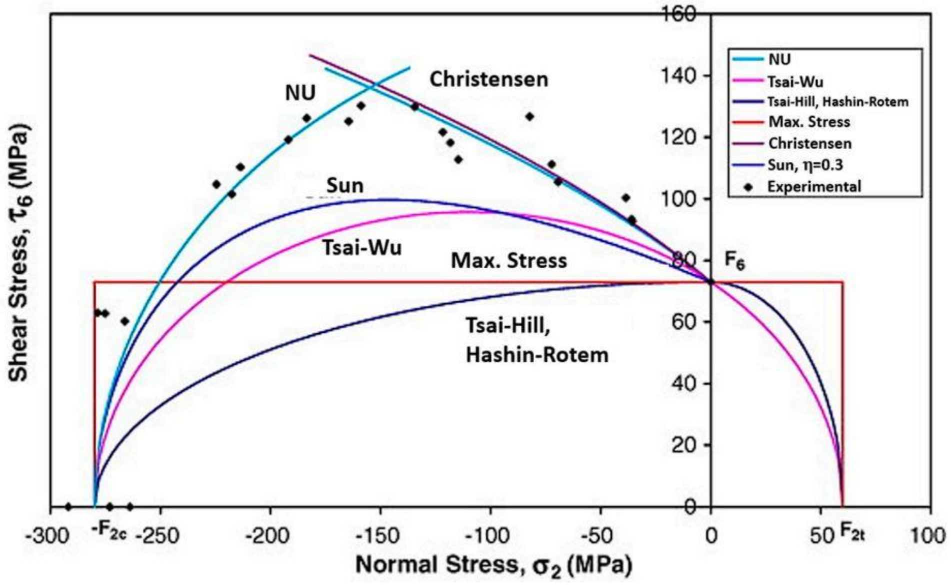
1980 წელს, ჰაშინმა შემოგვთავაზა ახალი თეორია, რომელიც დაყოფილია ქვეკრიტერიუმებად, ერთი განკუთვნილია ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოების მქონე ფირფიტებისთვის, ხოლო მეორე განივ იზოტროპული ფირფიტისთვის, რომელიც ეფუძვნება გაჭიმვის კვადრატულ პოლინომიალს. თსაი-ჰილის და თსაი-ვუს კრიტერიუმებისგან განსხვავებით, ჰაშინის კრიტერიუმი ერთმანეთისგან ანცალკევებს ბოჭკოსა და მატრიცის რღვევებს, ასევე გაჭიმავ და მკუმშავ დატვირთვებს. ლაურინის, კარერის და მაირეს აზრით ჰაშინის კრიტერიუმმა დაიწყო პრობლემის სხვა მხრიდან შეხედვა, რომელიც თავის თავად პრობლემის უფრო ღრმად შესწავლას მოიაზრებს. თავდაპირველად ჰაშინმა იდენტიფიცირება გაუკეთა ცალკეულ ღვევის ტიპს, ასევე შესაბამის ცვლადებს, შემდეგ შემოგვთავაზა ცვლადების ინტერაქციით გამოწვეული ცალკეული ღვევები. მიუხედავად

თეორიის ფართო გავცრელებისა, მას გააჩნია მრავალი სირთულეები რეზულტატების სწორად მიღებასთან დაკავშირებით, რომელიც გამოწვეულია გაუთვალისწინებელი ღვევების ტიპებით, პლასტიკური დეფორმაციით, დეტალის არაწრფივი გეომეტრიულობით, კომპოზიტის გაჭიმვისას ნარჩენი ძაბვების არსებობით და ასევე მასალის ჰეტეროგენულობის გამო ექსპერიმეტების რეზულტატების დისპერსიულობით[71].

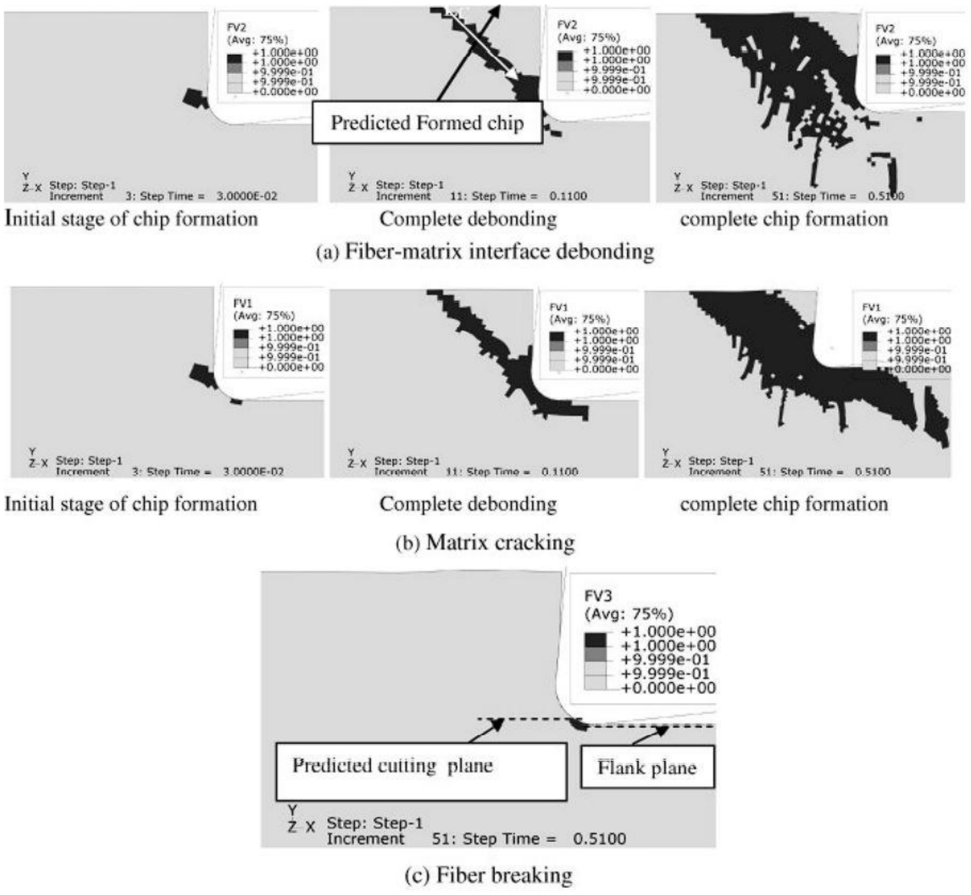
ფუკი მიჰყვა ჰაშინის რღვევის თეორიის ჩარჩოს და შემოგვთავაზა დახვეწილი სქემა. როგორც ჰაშინის, ფუკის თეორია (Puck, and Puck and Schürmann) ამბობს, რომ ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოს კომპოზიტებში რღვევა იქნება ბოჭკოვანი რღვევა(FF) და ბოჭკთაშორისი რღვევა (IFF). ბოჭკოების უკმარისობისთვის, არსებობს შეკუმშვის და გაჭიმვის ორი რეჟიმი. ბოჭკთაშორისი უკმარისობის შემთხვევაში, არსებობს A, B და C რეჟიმები, რომლებიც მოიცავს მატრიცის რღვევას ან ბოჭკოვან-მატრიცის ძვრას. ბოჭკოთაშორისი უკმარისობის რეჟიმები ეფუძნებოდა კულონ-მორის ტეხვის ჰიპოთეზას, რომელიც შეესაბამება კომპოზიტური მასალების მყიფე ტეხვის ქცევას, სადაც რღვევა სიბრტყეზე ხდება მაშინ, როდესაც გადალახულია კოჰეზიისა და შიდა ხახუნის წინააღმდეგობები. ვონგისა მიხედვით, ფუკის კრიტერიუმი გახდა რღვევის ძირითადი კრიტერიუმი დარტყმითი დატვირთვების დროს[72].

რღვევის კრიტერიუმები გამოიყენება იმის დასადგენად, თუ როდის მოხდება მასალის რღვევა. ეს კონცეფცია შეიძლება გამოყენებულ იქნას რამდენიმე სფეროში, როგორიცაა მექანიკური გამოცდები, წარმოების პროცესები, კოროზიული გარემო და ა.შ.; მექანიკური გამოცდებისთვის (სურათი 24) და დამუშავების პროცესებისთვის (სურათი 25), ისინი ყველაზე ხშირად გამოიყენება, სადაც კრიტერიუმი შერწყმულია მატერიალური თვისებების დეგრადაციის წესთან რღვევის ანალიზისთვის.

[71] (Muzel, Bonhin, Guimaraes, & Guidi, 2020)
[72] (Wong, 2020)



სურათი 24. რღვევის კრიტერიუმები



სურათი 25. ჰაშინის რღვევის კრიტერიუმები 45⁰ ბოჭკოების შემთხვევაში

1.5 ლიტერატურის მიმოხილვიდან გამომდინარე დასკვნა

მიმოხილვაში ჩანს რომ კომპოზიტური თხელკედლიანი კონსტრუქციები საჭიროებს თანამედროვე მეთოდოლოოგით ანალიზს რათა უმთავრესი კრიტერიუმები როგორიცაა სიმტკიცე, სიხისტე და მინიმალური მასა დაკმაყოფილებული იყოს. ამას გარდა აუცილებელია შეიქმნას მეთოდი რომელიც ძვირად ღირებულებიან პროგრამის და მძლავრი კომპიუტერის გარეშე მოხდეს პირველადი ანალიზის ჩატარება რათა ნაკლები დრო დაიხარჯოს ანალიზისათვის. სწორედ ამიტომ აუცილებელია პროგრამის შექმნა რათა მოხდეს ძირითად კანონებზე დაყრდნობით სხვადასხვა დატვირთვის ქვეშ პირველადი მიახლოების დეფორმაციებისა და ძაბვების განსაზღვრა. პროგრამა საშუალებას მოგვცემს საანგარიშო მოდელის ცვლილების რაოდენობის მინიმუმამდე დაყვანას.

2. ძირითადი ნაწილი

ამ თავში გადმოცემულია ლამინატის რღვევის კრიტერიუმები, ლამინატის სიხისტის მატრიცის შედგენის კოდი, სადაც გათვალისწინებულია ფენების ორიენტაცია და განსხვავებული მასალის მახასიათებლები. შექმნილია კოდი, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია ფენებს შორის ძაბვების გადანაწლების დადგენა და ფენების საერთო დეფორმაცია. შედგენლია ხვრეტის მქონე ლამინატის მოდელი და შედეგები შედარებულია როგორც კოდის რეზულტატებთან, ასევე სტატიკური გამოცდის მონაცემებთან.

2.1 კუთრი მასა და მოცულობა

მასის ან მოცულობის ფრაქცია გამოიყენება ლამინატში გამაგრების და დამაკავშირებელი კომპონენტის რაოდენობის გამოსათვლელად. მასური წილი ადვილად მიიღწევა კომპოზიტის მომზადების ან წარმოების დროს და გამოხატავს კომპონენტების მასის თანაფარდობას კომპოზიტის მთლიან მასასთან. ასევე მოცულობითი ფრაქცია უფრო მოსახერხებელია თეორიული მოსაზრებებისთვის და გამოხატავს კომპონენტების მოცულობის თანაფარდობას კომპოზიტის მთლიან მოცულობასთან.

$$M_f = \frac{m_f}{m_c}; M_m = \frac{m_m}{m_c}; \; M_c = M_f + M_m \tag{29}$$

$$V_f = \frac{v_f}{v_c}; V_m = \frac{v_m}{v_c}; V_c = V_f + V_m \tag{30}$$

$$\rho_c = \rho_f\left(\frac{v_f}{v_c}\right) + \rho_m\left(\frac{v_m}{v_c}\right) = \rho_f v_f + \rho_m v_m = \frac{1}{(M_f/\rho_f) + (M_f/\rho_m)} \tag{31}$$

$$M_f = \frac{\rho_f}{\rho_c}V_f; \; M_m = \frac{\rho_m}{\rho_c}V_m; \; V_f = \frac{\rho_C}{\rho_f}M_f; V_m = \frac{\rho_c}{\rho_m}M_m \tag{32}$$

სადაც $V_f; v_f; V_c; v_c; V_m; v_m$ არის ბოჭკოს კუთრი მოცულობა, ბოჭკოს მოცულობა; მასალის კუთრი მოცულობა, მასალის მოცულბა; შემავსებლის კუთრი მოცულობა; შემავსებლის მოცულობა, M-m მასის მახასიათებლები ხოლო ρ სიმკვრივე. ფორმულები (29)-(32) გამოსახავას მასის, მოცულობის და სიმკვრივის დამოკიდებულობებს კომპოზიტურ მასალაში.

თუმცა სიცარიელეები ასევე კომპოზიტის მოცულობის განუყოფელი ნაწილია. სიცარიელეების მოცულობითი წილი კომპოზიტში გამოხატულია ამერიკულ სტანდარტში ASTM D2734-70, სადაც:

$$V_d = \frac{\rho_{c_{\text{თეორ.}}} - \rho_{c_{\text{ექსპ.}}}}{\rho_{c_{\text{თეორ.}}}} \tag{33}$$

სადაც, $V_d \geq 5\%$ მასალას გააჩნია დაბალი დაღლილობასთან რეზისტენტულობის მაჩვენებელი.

კომპოზიტის შემუშავებისას მაქსიმალური რეკომენდებული ბოჭკოვანი ფრაქცია არის 80%. უფრო მაღალი ბოჭკოვანი ფრაქცია გამოიწვევს უფრო დიდ სიცარიელეს ფრაქციას, რაც ამცირებს კომპოზიტების მექანიკურ თვისებებს. მაგალითად, მაქსიმალური რეკომენდებული ბოჭკოვანი ფრაქცია ნახშირბადის როვინგის ხელით დაფენისას არის 0,62. უფრო მაღალი პროცენტი გამოიწვევს არაადეკვატურ გაჯერებას ხელით დაფენის დროს.

ნიმუშის ლამინატის ბოჭკოვანი მასის ფრაქციის განსაზღვრის პროცესი შემდეგია: პირველ რიგში, ნიმუშის მთლიანი მასა იზომება, რის შემდეგაც შემავსებელი ცილდება; ბოჭკოებს აშრობენ და წონიან. ზოგჯერ გამოიყენება აალებადი ეპოქსიდური შემავსებლი.

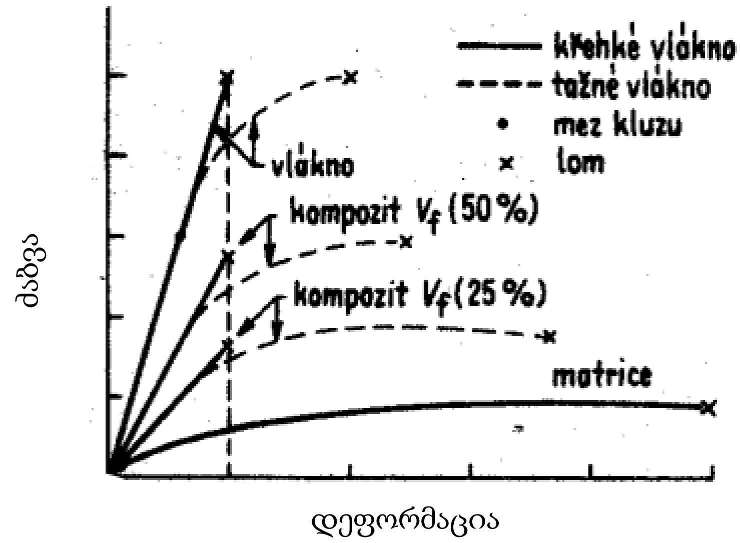
2.2 გრძივი სიმტკიცე და სიხისტე

კომპოზიტის მთლიანი ფენის ექვივალენტური თვისებების გაანგარიშებისას, გამარტივებისთვის გამოიყენება შემდეგი დაშვებები, რომლებიც ნარევების წესად მოიხსენიება (ბოჭკოები გეომეტრიულად და ფიზიკურად ერთგვაროვანია, უწყვეტი, პარალელურია და თანაბრადაა განლაგებული განივკვეთზე; ადჰეზია ბოჭკოებსა და შემავსებელს შორის საკმარისია; ბოჭკოები და მატრიცა დეფორმირდება ელასტიურად). ნარევების წესი ვარაუდობს, რომ გრძივი დატვირთვები გადანაწილდება როგორც ბოჭკოებზე, ასევე მატრიცაზე. შედეგები შესაბამისობაშია გაჭიმვის ტესტის შედეგებთან. თუმცა, ეს არ შეიძლება გამოყენებულ იქნას შეკუმშვისთვის, სადაც შედეგები მნიშვნელოვნად განსხვავდება.

$$F_c = F_f + F_m = \sigma_f S_f + \sigma_m S_m \qquad (34)$$

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$$

რაც შეეხება ძაბვას, მსგავსი გამოსახულება შეიძლება გამოყენებულ იქნას იუნგის მოდულისთვისაც. თუმცა, დაძაბულ-დეფორმირებულ დიაგრამაზე ტანგენცების ფერდობებით გამოსახულება შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მასალის ორივე კომპონენტი ელასტიურია.



სურათი 26. სხვადასხვა ბოჭკოს ფარდობითი მოცულობის მქონე მასალის დაძაბულ დეფორმირებული გრაფიკი

ეს შეიძლება მოხდეს მხოლოდ კომპოზიტის დაძაბულ დეფორმირებულობის დიაგრამის საწყის ნაწილში და შესაძლებელია მხოლოდ კომპოზიტებისთვის, როგორიცაა მინა ბოჭკოს და კერამიკული ბოჭკოების მასალები, მყარი პოლიმერული მატრიცით. ზოგადად, კომპოზიტური ქცევის აღწერისას ქცევის ოთხი ეტაპი შეიძლება განისაზღვროს:

1. ბოჭკოები და მატრიცა ელასტიურად დეფორმირდება;
2. ბოჭკოები დეფორმირდება ელასტიურად, მატრიცა პლასტიკურად;
3. ბოჭკოები და მატრიცა პლასტიკურად დეფორმირდება;
4. მასალის რღვევა ბოჭკოების რღვევისას.

მეორე ეტაპისთვის, რომელიც წარმოადგენს დაძაბულ დეფორმირებულ დიაგრამის უმრავლესობას, ვრცელდება შემდეგი:

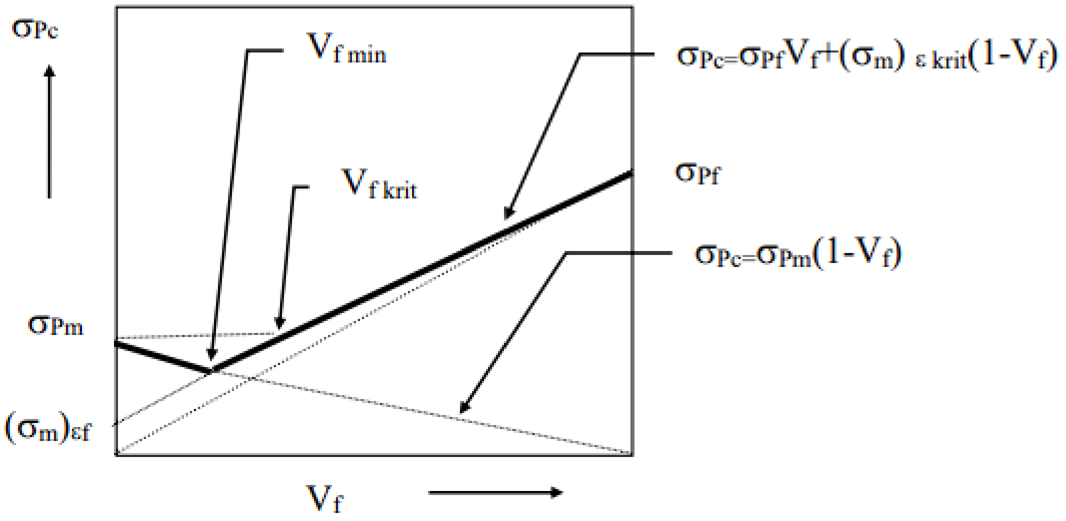
$$E_c = E_f V_f + \left(\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m}\right)_{\varepsilon_c} V_m \qquad (35)$$

სადაც გამოსახულება ფრჩხილებში წარმოადგენს ტანგენსის დახრილობას დაძაბულ დეფორმაციის დიაგრამაში $\sigma_c - \varepsilon_c$ კომპოზიტის დეფორმაციისას. მესამე ეტაპი არ შეინიშნება მტვრევადი ბოჭკოების კომპოზიტებში.

უსასრულო სიგრძის ბოჭკოებით კომპოზიტის რღვევა ხდება მაშინ, როდესაც ბოჭკოები მიაღწევენ ბოჭკოს კრიტიკულ დეფორმაციას ε_{fcrit}. (ვარაუდობენ, რომ ყველა ბოჭკო ირღვევა ერთდროულად.) თუ ბოჭკოების ფრაქცია აღემატება სპეციფიკურ მინიმალურ $V_{f\,მინ.}$ -ს, მატრიცა ვერ უძლებს კომპოზიტის დატვირთვას ბოჭკოების რღვევის შემდეგ, რაც იწვევს კომპოზიტის რღვევას. ამ პირობებში, კომპოზიტის დაჭიმვის სიძლიერე განისაზღვრება ნარევის წესის გამოყენებით სურათი 27:

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fcrit}}(1 - V_f) \qquad (36)$$

სადაც, $(\sigma_m)_{\varepsilon_{fcrit}}$ არის ძაბვა მატრიცაში როდესაც ბოჭკოს დეფორმაციო კრიტიკულ ნიშნულს აღწევს.



სურათი 27. ერთ მიმართულებიანი ბოჭკოს სიმტკიცის დიაგრამა

კომპოზიტის ბოჭკოვანი გამაგრება ხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც კომპოზიტის შედეგად მიღებული სიმტკიცე აღემატება თავად მატრიცას, ანუ მოქმედებს შემდეგი:

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fcrit}}(1 - V_f) \geq \sigma_m \quad (37)$$

სადაც σ_m არის მატრიცის რღვევის ძაბვა. თანასწორობა ამ ურთიერთობაში განსაზღვრავს ბოჭკოს მოცულობის კრიტიკულ ფრაქციას $V_{f კრიტ.}$, რომელიც უნდა გამოვიდეს გასაძლიერებლად:

$$V_{f კრიტ} = \frac{\sigma_m - (\sigma_m)_{\varepsilon_{f კრიტ}}}{\sigma_f - (\sigma_m)_{\varepsilon_{f კრიტ}}} \quad (38)$$

ბოჭკოები ხდება არაეფექტური, თუ ბოჭკოების მოცულობითი ფრაქცია V_{fmin}-ზე მცირეა, ბოჭკოები სწრაფად დეფორმირდება და აღწევს თავის კრიტიკულ დაძაბულობას $\varepsilon_{f კრიტ}$ და კომპოზიტი არ იშლება ფორმულა (36)-ის მიხედვით. ბოჭკოების რღვევა არ იწვევს კომპოზიტის რღვევას. არამედ იგი ირღვევა $V_m\sigma_m$-ის დატვირთვის დროს. კომპოზიტის შედეგიანი სიმტკიცე Vfmin-ზე ნაკლები ბოჭკოვანი მოცულობითი ფრაქციის მქონე განისაზღვრება შემდეგი გამოხატვის მიხედვით:

$$\sigma_c = sigma_f V_f(1 - V_f) \quad (39)$$

ამ მიზეზების გამო, განტოლება (37) გამოიყენება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ბოჭკოვანი მოცულობითი ფრაქცია აღემატება Vfmin-ს, რომელიც გამოხატულია რეალიზაციის მიხედვით:

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{crit}}(1 - V_f) \geq \sigma_m(a - V_f) \quad (40)$$

$$V_{fmin} = \frac{\sigma_m - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fcrit}}}{\sigma_f - \sigma_m - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fcrit}}} \quad (41)$$

კომპოზიტის მიღებული მაქსიმალური ძაბვა არის ბოჭკოვანი მოცულობის ფრაქციის ფუნქცია და ნაჩვენებია სურათზე 4.2. პოლიმერული მატრიცის მქონე კომპოზიტებს, როგორც წესი, აქვთ Vfcrit-ისა და Vfmin-ის ძალიან დაბალი მნიშვნელობები (1%-მდე), რადგან პოლიმერების უმეტესობა ავლენს ძალიან შეზღუდულ პლასტიურობას და დაძაბულობის გამკვრივებას.

გრძივი საბოლოო შეკუმშვის სიმტკიცე გამოიხატება: $\sigma_L = \frac{E_{Lc} \cdot \varepsilon_{Tk}}{\mu_{LT}}$ სადაც გამარტივების შემდეგ:

$$\sigma_L = \frac{\left(E_f V_f + E_m V_m\right)\left(1 - V_f^{\frac{1}{3}}\right)\varepsilon_{mcrit}}{\mu_f V_f + \mu_m V_m} \quad (42)$$

განტოლება ეთანხმება ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებს ეპოქსიდებისთივს $\varepsilon_{mcrit} = 0.005$ მატრიცის კრიტიკული დაძაბულობისთვის.

გარდა ამისა, ქოს განტოლებები იღებს შემდეგ სახეს:

$$\sigma_L = 2\left[V_f + \left(1 - V_f\right)\frac{E_m}{E_f}\right]\sqrt{\frac{V_f E_m E_f}{3\left(1 - V_f\right)}} \quad (43)$$

$$\sigma_L = 2\left[\tau_f V_f + \left(1 - V_f\right)\tau_m\right] \text{ (რღვევა ძვრაზე))} \quad (44)$$

წინა განტოლებებიდან გამოთვლილი თეორიული გრძივი თვისებების (გამარტივებული ვარაუდების გამოყენებით) ექსპერიმენტულად მიღწეულ მნიშვნელობებთან შედარებისას შეინიშნება განსხვავებები. ეს განსხვავებები ძირითადად გამოწვეულია შემდეგი ფაქტორებით:

1. ბოჭკოების დეზორიენტაცია კომპოზიტში - ბოჭკოები არ არის დატვირთვის პერპენდიკულარული;

2. სხვადასხვა სიგრძის ბოჭკოები - ძაბვის გავლენა ბოჭკოს ბოლოზე;

3. სხვადასხვა სიმტკიცის ბოჭკოები - დაწნევით დამზადებულ ბოჭკოებს ან SiO_2 ბოჭკოებს აქვთ მნიშვნელოვანი განსხვავება:

ა. განსხვავებული დიამეტრი სიგრძეზე;

ბ. სხვადასხვა ზედაპირის დამუშავება;

4. ზედაპირის ხარისხი - დატვირთვის გადატანა მატრიციდან ბოჭკოზე;

5. ნარჩენი ძაბვები - კომპონენტების განსხვავებული თერმული გაფართოება:

ა. განსხვავება საწარმოო და საოპერაციო ტემპერატურას შორის;

ბ. კომპონენტების განსხვავებული თერმული გაფართოება.

2.3 ლამინატის განივი სიმტკიცე და სიხისტე

განივი თვისებების შესაფასებლად გამოიყენება კომპოზიტის განივკვეთის მოდელი, რომელიც შედგება ბოჭკოსა და მატრიცის ალტერნატიული ფენებისგან. ბოჭკოვანი და მატრიცის ფენების სისქე დამოკიდებულია მათ შესაბამის მოცულობის ფრაქციებზე. კომპოზიტის დაძაბულობა უდრის ბოჭკოსა და მატრიცის დაძაბულობის ჯამს.

$$u_c = u_f + u_m \Rightarrow \varepsilon_c \cdot t_c = \varepsilon_f \cdot t_f + \varepsilon_m \cdot t_m \quad (45)$$

$$\varepsilon_c \cdot V_c = \varepsilon_f \cdot V_f + \varepsilon_m \cdot V_m \quad (46)$$

ელასტიური დეფორმაციის დაშვებით, დაძაბულობა შეიძლება გამოიხატოს ჰუკის კანონის გამოყენებით, და რადგან ბოჭკოებში, მატრიცასა და კომპოზიტში დაძაბულობა იგივეა (გამოიყენება მხოლოდ განივი დატვირთვებისთვის), შესაძლებელია გამოხატვის გამარტივება:

$$\frac{1}{E_c} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (47)$$

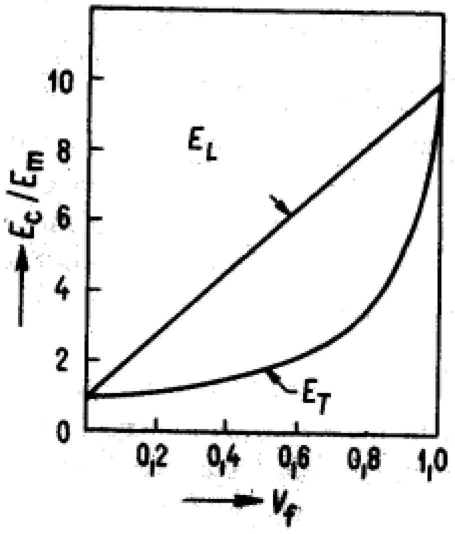
ამ განტოლების გამოყენების პრობლემა წარმოიქმნება მატრიცაში არათანაბრად განაწილებულ ბოჭკოებთან და ბოჭკოებისა და მატრიცის სხვადასხვა პოზიციის თანაფარდობით, რაც იწვევს დამატებით გრძივ ძაბვას.

ცაის განტოლებები ალბათ ყველაზე მისაღებია სტრუქტურული ამონახსნების თვალსაზრისით და აჩვენებს საკმაოდ კარგ სიზუსტეს, როდესაც V_f უახლოვდება 1-ს:

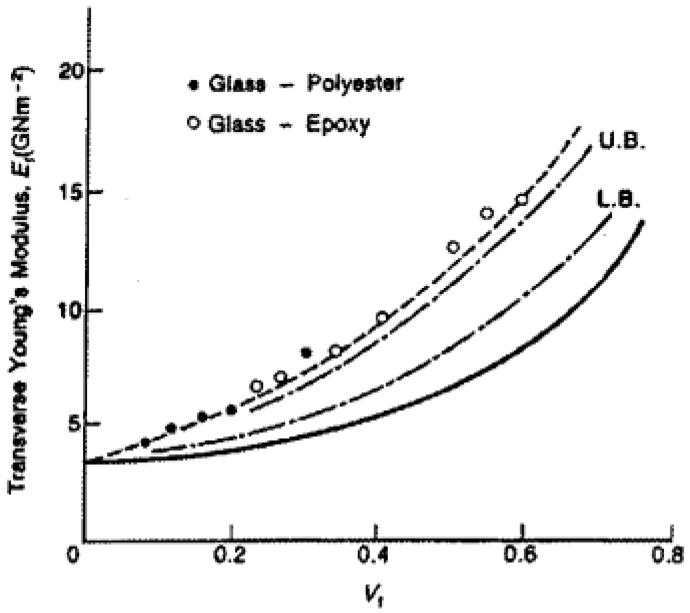
$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + \zeta\eta V_f}{1 - \eta V_f}; \text{სადაც } \eta = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - \zeta} \quad (48)$$

სადაც ζ არის კომპოზიტის ფარდობითი გახისტება. ζ მიიღება წინა ურთიერთობების ექსპერიმენტულ მნიშვნელობებთან შედარებით. ჰალპინი და ცაი რეკომენდაციას უწევენ მუდმივ 2-ს წრიული და კვადრატული კვეთის ბოჭკოებისთვის, ხოლო $\zeta = \frac{2a}{b}$ მართკუთხა კვეთისთვის, სადაც a არის დატვირთვის მიმართულებით.

ეს ურთიერთობები კარგად ეთანხმება ზოგიერთ ზუსტ გადაწყვეტას.



სურათი 28. გრძივი და განივი იუნგის მოდული მოცულობითი ფრაქციის ფუნქციით



სურათი 29. განივი მოდულის გამოთვლის სხვადასხვა წესების შედარება

განივი სიმტკიცის პროგნოზირება შესაძლებელია ერთ-ერთი ამ მეთოდის გამოყენებით:

1. მასალის სიძლიერის გამოთვლის მეთოდი;

2. დრეკადობის თანამედროვე თეორიების მეთოდები - რიცხვითი ამოხსნა.

ორივე მეთოდი ითვალისწინებს კომპოზიტის განივ სიმტკიცეს, რომელიც მიღებული იქნება მატრიცის სიმტკიციდან. კიდევ ერთი ვარაუდი არის ის, რომ კომპოზიტის განივი სიმტკიცე ნაკლებია მატრიცის სიმტკიცეზე განტოლების მიხედვით:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_m}{P} \tag{49}$$

სადაც P არის უსაფრთხოების კოეფიციენტი, რომელიც გამოხატავს წინა ვარაუდს და განისაზღვრება ერთ-ერთი ჩამოთვლილი მეთოდის გამოყენებით: როგორც K (ძაბვის კონცენტრაციის ფაქტორი) მეთოდის გამოყენებისას სიმტკიცის თეორიების გამოყენებით ან D (დეფორმაციის პროგრესირების ფაქტორი), რომელიც შეიძლება გამოხატული იყოს ფორმულის სახით. გამარტივებული მასალის მოდულების დაშვებით და პუასონის ეფექტის უგულებელყოფით, ეს კოეფიციენტები შეიძლება გამოისახოს როგორც მარტივი განტოლებები:

$$K = \frac{1 - V_f\left[1 - \left(E_m/E_f\right)\right]}{1 - \left(\frac{4V_f}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1 - \left(\frac{E_m}{E_f}\right)\right]} \tag{50}$$

$$D = \frac{1}{1 - \left(\frac{4V_f}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1 - \left(\frac{E_m}{E_f}\right)\right]} \tag{51}$$

თუ მატრიცას და კომპოზიტს აქვს წრფივი კავშირი $\sigma - \varepsilon$ შორის, შესაძლებელია ძაბვის გამოხატვა როგორც:

$$\sigma_d = \frac{\sigma_m E_t}{E_m}\left(1 - V_f^{\frac{1}{3}}\right) \tag{52}$$

შემდეგ ქო (Ghosh & Chakravorty, 2017) გამოსახავს შემდეგ განტოლებებს განივი სიხისტის გამოსათვლელად:

- განივი დაჭიმვის სიძლიერეებისთვის

$$\sigma_{ct} = E_T(\varepsilon_{Tt})_p = E_T\left[\frac{d}{s}\frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right]\frac{\sigma_{tm}}{E_m} \tag{53}$$

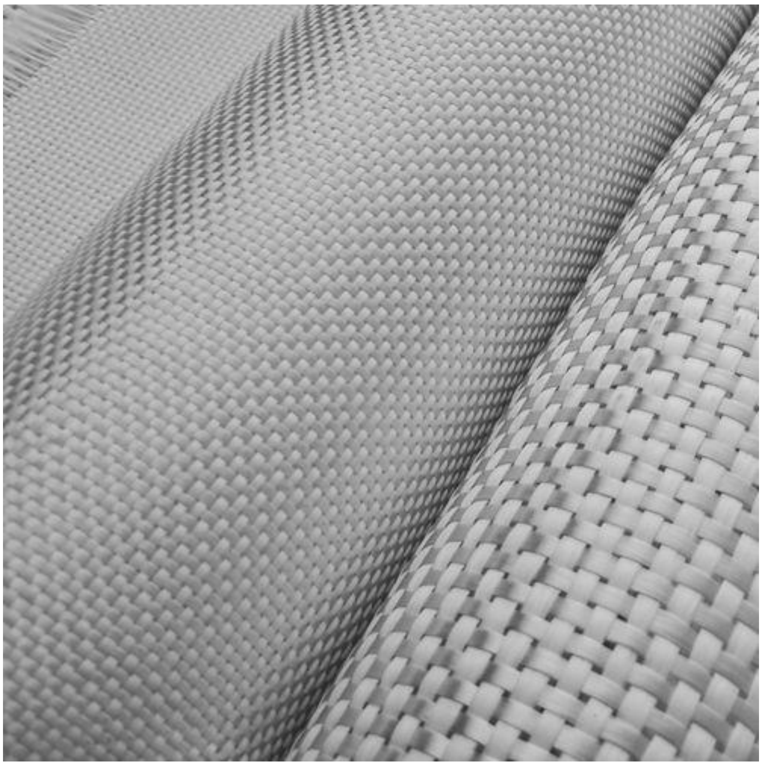
- განივი კუმშივს სიმტკიცისთვის

$$\sigma_{cd} = E_T(\varepsilon_{Td})_p = E_T\left[\frac{d}{s}\frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right]\frac{\sigma_{dm}}{E_m} \tag{54}$$

სადაც d არის ბოჭკოს დიამეტრი და s - არის მანძილი მიმდებარე ბოჭკოების ცენტრებს შორის, მათი ფარდობა შეიძლება გამოიხატოს $\frac{d}{s} = \left(\frac{4V_f}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$.

2.4 ლამინატის მექანიკური მახასიათებლების დადგენა

ლამინატის მაკრომექანიკა წარმოადგენს კომპოზიტური მასალის ლამინარულ დონეზე შესწავლას. მისი მეშვეობით ხდება თითოეული ფენის სიხისტის მატრიცისა და სიმტკიცის დადგენა. მიკრო და მაკრომექანიკის გარეთ ასევე გვხვდება მეზომექანიკა სადაც ძირითადი შესწავლის ორიენტირი წარმოადგენს ნაქსოვი კომპოზიტური მასალის (სურათი 30) კვაზი იზოტროპული მატრიცა.



სურათი 30. ნაქსოვი კომპოზიტური მასალა

კომპოზიტური მასალის ანალიზის მოძველებული მეთოდოლოგიაა ნომოგრამების გამოყენება და პირდაპირი ლაბორატორიული გამოცდები, დღესდღეობით გამოიყენება მძლავრი კომპიუტერული პროგრამები, რომლებიც, სწორი მოდელირების შემთხვევაში იძლევა საკმაოდ რეალურ შედეგებს.

ლამინატის სიხისტის გამოსათვლელად, შესაძლებელია ბლოკის შემდეგი დიაგრამის გამოყენება:

სურათი 31. სიხისტის მახასიათებლების დადგენის ნაბიჯები

კომპოზიტური მასალის ფენებს გააჩნიათ ინდივიდუალური მახასიათებლები, სწორედ ამიტომ აუცილებელია ინჟინერიმა მასალა განიხილოს ორ სხვადასხვა კოორდინატთა სისტემაში. ესენია ფენის კოორდინატთა სისტემა (ლოკალური) და ფენების საერთო კოორდინატთა სისტემა (გლობალური). ეს სისტემები მნიშვნელოვანია, ვინაიდან მოხდეს ფენების ძაბვებისა და დეფორმაციების ლოკალური კოორდინატთა სისტემიდან გლობალურ კოორდინატთა სისტემაში ტრანსფორმირება. სწორედ ამიტომ აუცილებელია სტანდარტული კოდის გამოყენება რომელიც სწორედ ფენების ორიენტაციის ჩაწერას უზრუნველყოფს. სტანდარტული კოდში გათვალისწინებულია:

1. კუთხის გრადუს, თუ რა ორიენტაციითაა ფენა გლობალური კოორდინატთა სისტემის მიმართ;

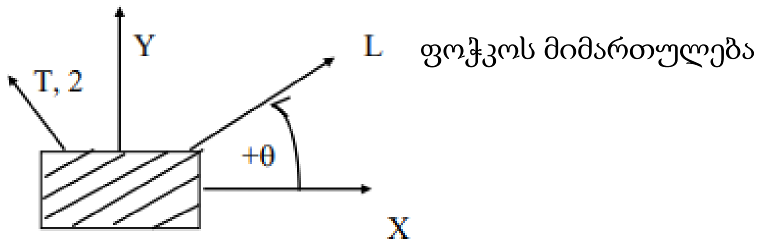
2. ფენების ნუმერაცია განცალკევებულია დახრილი ხაზით;
3. ფენების ნუმერაცია იწერაბა ზედა ფენიდან ქვედა ფენის მიმართულებით;
4. თუ საერთ ორიენტაციისა და მასალის ფენა ერთი მეორის მიყოლებით იფენება მაშინ ფენების რაოდენობა ინდექსის სახით იწერება კუთხის ქვევით.

ნიმუში მოცემულია ცხრილი 2-ში.

ლამინატი	კოდი
45^0	$[45/0/45/90_2/30]$
0^0	
45^0	
90^0	
90	
30	

ცხრილი 2. ლამინატის კოდის ჩაწერა

თუ ფენები ერთნარი კუთხით მაგრამ სხვადასხვა მიმართულებითა დაფენილი, მაშინ კუთხის წინ იწერა +- ნიშანი (სურათი 32).



სურათი 32. განსხვავებული მიმართლების დაფენა

ამ მოცემულობის გათვალისწინებით კოდი იღებს შემდეგ სახეს:

ლამინატი	კოდი
45^0	$[\pm 45/\mp 30/90/30]$
-45^0	
-30^0	
30^0	
90	

30	

ცხრილი 3. ლამინატის ფენების ჩაწერის კოდი

გეომეტრიული შუა სიბრტყის ირგვლივ სიმეტრიულად განაწილებული ფენები მოიხსენიება როგორც სიმეტრიული და აღინიშნება ფენების თანმიმდევრობის მხოლოდ ნახევარით. სიმეტრიული ლამინატები ლუწი რაოდენობის ფენებით უბრალოდ წარმოდგენილია s-ით ფრჩხილებს გარეთ. სიმეტრიული ლამინატები კენტი რაოდენობის ფენებით კოდირებულია იმავე გზით, მაგრამ ბოლო (შუა) ფენა მითითებულია ზოლით რიცხვზე.

ფენების განმეორებით თანმიმდევრობას ეწოდება ნაკრები და მითითებულია მრგვალ ფრჩხილებში ლამინატის კვადრატულ ფრჩხილებში. ნიმუში წარმოდგენილია

ფენები	კოდი
45^0	$[(45/0/90)_2]_s$
0^0	
90^0	
45^0	
90^0	
90^0	
90^0	
0^0	
45^0	
90^0	
0^0	
45^0	

ცხრილი 4. კოდის ნიმუში

2.4.1 ცალკეული ფენის სიხისტისა და შესაბამისობის მატრიცა

კომპოზიტური მასალა მაკრომექანიკის კუთხით განიხილება ერთგვაროვან მასალად, რომელზეც არ მოქმედებს მისი ცალკეული ფენების იზოტროპული თუ

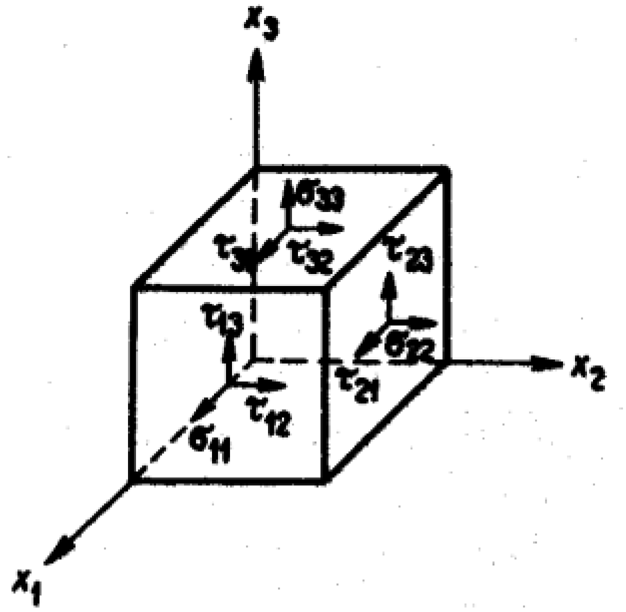
ანიზოტროპული მასალების მახასიათებლები. ცალკეული კომპოზიტური ფენები კი თავისთავად განიხილება როგორც ორთოტროპული მასალა.

ყველაზე ეფექტური დამოკიდებულა ძაბვასა და დაძაბულობას შორის წარმოადგენს ჰუკის კანონი:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{55}$$

რომელიც შესაძლებელია გაიშალოს როგორც:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = E_{ijkl} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ e_{21} & e_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon \end{bmatrix} \tag{56}$$



სურათი 33. ძაბვის ტენზორის კომპონენტები

როგორც სურათი 33-შია ნაჩვენები, 9 ძაბვის კომპონენტი შეესაბამება 9 დაძაბულობის კომპონენტს. სწორედ ამიტომ, სიხისტის მე-4 რიგის ტენზორი შედგება 81 დამოუკიდებელი იუნგის მოდულისგან. ასეთი ტიპის მასალას ეწოდება ანიზოტროპული. ტენზორის სიმეტრიულობიდან გამომდიარე შესაძლებელია ჩაიწეროს $E_{ijkl}= E_{ijlk}$, $E_{ijkl}= E_{jikl}$, რისი საშუალებითაც ტენზორის კომპონენტების რაოდენობა დავა 36ზე. დამატებით შესაძლებელია 21 კომპონენტზე დაყვანაც, თუ გავითვალისწინებთ თერმოდინამიკას, სადაც $E_{ijkl}= E_{klij}$. ანიზოტროპული მასალის ქცევა სივრცეში შესაძლებელია გამოითვალოს 21 იუნგის მოდულით, რომლებიც განსხვავებულია ყველა მიმართულებით.

ტენზორის კომპონენტები წარმოადგენენ ფენის ბოჭკოების ორიენტაციის ფუნქციას გლობალური კოორდინატთა სისტემის მიმართ. ცალმხრივი მიმართულების კომპოზიტური მასალის მექანიკური მახასიათებლები წარმოადგენენ ელასტიური თვისებების სიმეტრიას მისი ორი ღერძის (გრძივი და განივი) მიმართ. ამის გამო ჰუკის განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} & 0 & 0 & 0 \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \tag{57}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ სიხისტის მატრიცის კოორდინატთა სისტემა ემთხვევა მასალის კოორდინატთა სისტემას. თუმცა პრაქტიკული გამოცდილებიდან ჰუკის კანონი გამოიყენება მხოლოდ 2 განზომილებიანი სიხისტის მატრიცისთვის:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \tag{58}$$

ხოლო შებრუნებული მატრიცა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} \tag{59}$$

დამოკიდებულება სიხისტის მატრიცის კომპონენტებსა და შებრუნებული მატრიცის კომპონენტებს შორის წარმოდგენილია შემდეგი ფორმულების სახით:

$$Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, Q_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, Q_{66} = \frac{1}{S_{66}} \tag{60}$$

შედეგად მიღებული ორთოტროპული ფენის სიხისეტე გამოისახება შემდეგი ფორმულებით:

$$E_L = \frac{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}{Q_{22}}, \mu_{LT} = \mu_{TL} = \frac{Q_{12}}{Q_{22}}, E_T = \frac{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}{Q_{11}}, G_{LT} = Q_{66} \tag{61}$$

სიხისტის მატრიცის 4 კომპონენტი იღებს შემდეგ სახეს:

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1-\mu_{LT}\mu_{TL}}, Q_{22} = \frac{E_T}{1-\mu_{LT}\mu_{TL}}, Q_{12} = \frac{\mu_{LT}E_T}{1-\mu_{LT}\mu_{TL}}, Q_{66} = G_{LT} \tag{62}$$

აქედან გამომდინარე ფენის სიხისტის მატრიცა იღებას შემდეგ სახეს:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{(1-\mu_{12}\mu_{21})} & \frac{\mu_{21}E_1}{(1-\mu_{12}\mu_{21})} & 0 \\ \frac{\mu_{12}E_2}{(1-\mu_{12}\mu_{21})} & \frac{E_2}{(1-\mu_{12}\mu_{21})} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}, \quad \mu_{12} = \frac{E_2}{E_1} \tag{63}$$

სამ განზომილებიანი პრობლემისთბის აღნიშნული სიხისტის მატრიცა იღბს შემდეგ სახეს:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1-\mu_{23}\mu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\mu_{21}-\mu_{31}\mu_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\mu_{31}-\mu_{21}\mu_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu_{12}-\mu_{32}\mu_{12}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-\mu_{13}\mu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{\mu_{32}-\mu_{12}\mu_{31}}{E_1E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu_{21}-\mu_{31}\mu_{23}}{E_1E_2\Delta} & \frac{\mu_{23}-\mu_{21}\mu_{13}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-\mu_{12}\mu_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \tag{64}$$

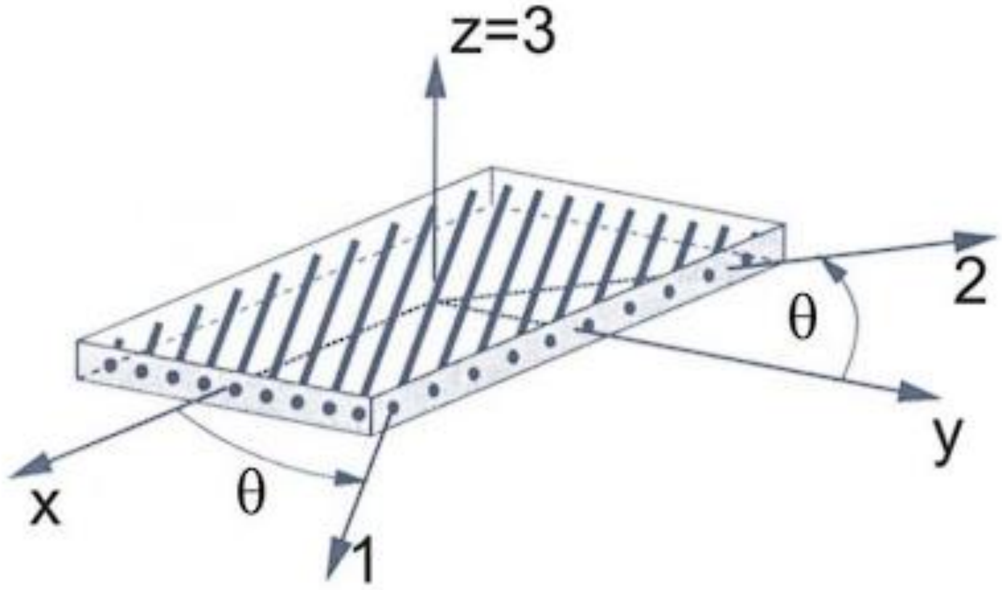
სადაც $\Delta = \frac{1-\mu_{12}\mu_{21}-\mu_{23}\mu_{32}-\mu_{13}\mu_{31}-2\mu_{21}\mu_{32}\mu_{31}}{E_1E_2E_3}$

ხოლო შესაბამისობის მატრიცა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_{21}/E_2 & -\mu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\mu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu_{13}/E_1 & -\mu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \tag{65}$$

2.4.2 ძაბვისა და გადაადგილების ტენზორი ლამინატის კოორდინატთა სისტემაში

ლამინატის ფენების ორიენტაცია შესაძლებელია იყოს მრავალი მიმართულებით, სწორედ ამიტომ აუცილებელია მასალის მექანიკური მახასიათებლების დადგენა ამ მიმართულებების გათვალისწინებით. სურათი 34-ში წარმოდგენილია ფენის ლოკალური მიმართულების გარდაქმნა გლობალურ კოორდინატთა მიმართულებაში.



სურათი 34. დამოკიდებულება მასალისა და ლამინატის კოორდინატთა სისტემებს შორის.

ლამინატის კოორდინატთა სისტემაში ტრანსფორმაციის განტოლებაა:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta & 0 \\ -sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = [L] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (66)$$

ხოლო ინვერსირებული დამოკიდებულება:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = [L]^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (67)$$

სადაც ორთოგონალური კოორდინატთა სისტემისთვის $[L]^{-1} = [L]^T$.

ტრანსფორმაციის (L)გარდაქმნა x-z კოორდინატთა სისტემიდან 1-3 კოორიდნატთა სისტემაში, შესაძლებელია საწყისი გარდაქმნის საშუალებით $(T_{kq})_{1-3} = a_{ki}a_{qj}(T_{ij})_{x-z}$. სადანაც ვიღებთ:

$$[\sigma]_{1-3} = [L][\sigma]_{x-z}[L]^T;\ [\sigma]_{x-z} = [L]^T[\sigma]_{1-3}[L] \quad (68)$$
$$[\varepsilon]_{1-3} = [L][\varepsilon]_{x-z}[L]^T;\ [\varepsilon]_{x-z} = [L]^T[\varepsilon]_{1-3}[L]$$

სადაც სამგანზომილებიანი შემთხვევებისთვის გამარტივების შემდეგ, ძაბვა და დაძაბულობა გამოიხატება როგორც:

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{xy}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -sin2\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & sin2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\theta & sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sin\theta & cos\theta & 0 \\ sin\theta cos\theta & -sin\theta cos\theta & 0 & 0 & 0 & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix} = [P]\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix} \quad (69)$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & sin2\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & -sin2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\theta & -sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & sin\theta & cos\theta & 0 \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & 0 & 0 & 0 & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{xy}\end{pmatrix} = [R]\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{xy}\end{pmatrix} \quad (70)$$

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{zz}\\ \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{xy}\end{pmatrix} = [P]^T\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12}\end{pmatrix} \quad (71)$$

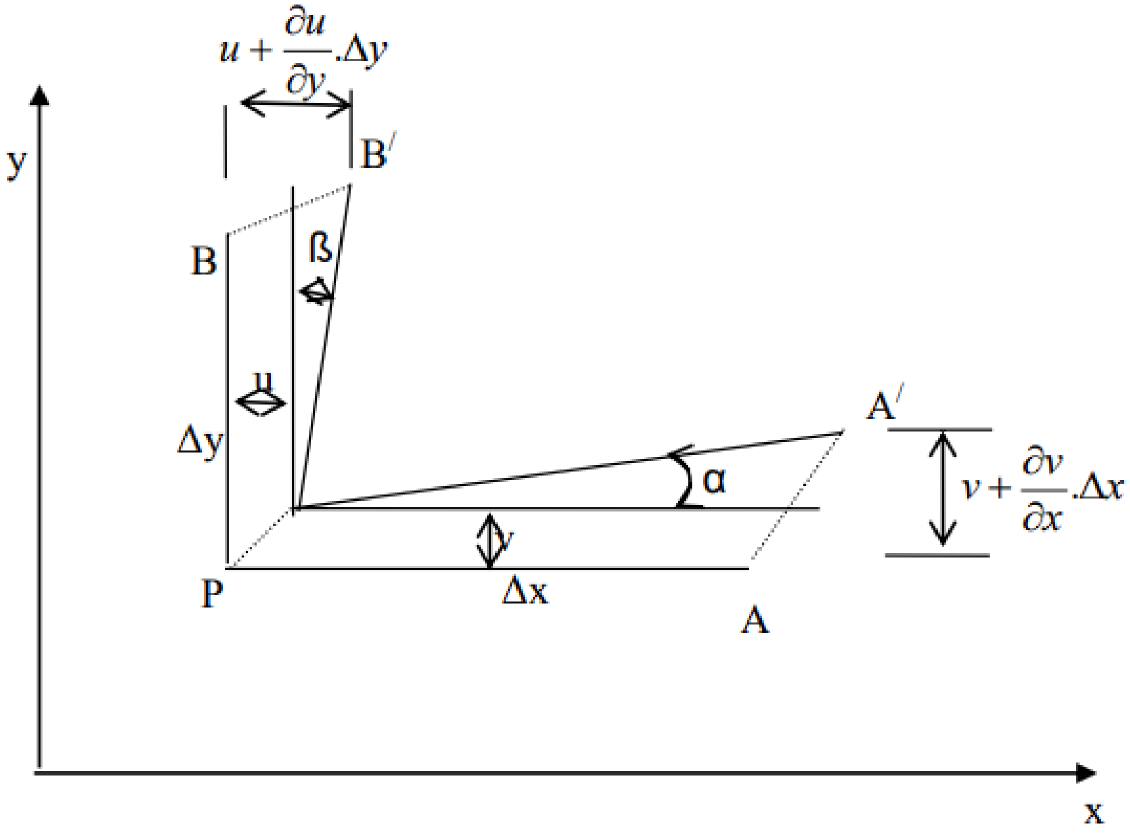
$$\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12}\end{pmatrix} = [R]^T\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{zz}\\ \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{xy}\end{pmatrix} \quad (72)$$

ზემოთ მოცემული ძაბვის და გადაადგილების გამოსახულებები დაფუძნებულია ტენზორის ტრანსფორმაციაზე. პრაქტიკულ ინჟინერიაში არის განსხვავება განმარტებაში „დახრილობა“, რომელიც განისაზღვრება, როგორც 90°-იანი კუთხის ცვლილება ორ ხაზის სეგმენტს შორის (იხ.სურათი 35). ამრიგად, სანამ

დაძაბულობის ტენზორის კომპონენტი განისაზღვრება (73), გეომეტრიული (კოშის) განტოლებების (74) სახით შეიძლება გამოიხატოს "საინჟინრო" ცდომილების განმარტებიდან. ამისთვის შემდგომი ანალიზი γ გამოიყენება „საინჟინრო დახრის“ აღსანიშნავად და ε დაძაბულობის კომპონენტისთვის ტენსორი შესაბამისი ინდექსებით.

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$
$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \quad (73)$$
$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (74)$$
$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$
$$\gamma_{xx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$



სურათი 35. დახრილობის დეფინიცია

გარდაქმნით ვიღებთ:

$$2\varepsilon_{12} = \gamma_6 = \gamma_{12};$$
$$2\varepsilon_{13} = \gamma_5 = \gamma_{13};$$
$$2\varepsilon_{23} = \gamma_4 = \gamma_{23};$$
(75)

ორ განზომილებიანი შემთხვევისთვის ვიღებთ ძაბვისა და დაძაბულობის ტენზორებს:

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{pmatrix} = T\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{pmatrix}$$ *(76)*

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{pmatrix} = T^{T^{-1}}\begin{pmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{pmatrix}$$ *(77)*

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{pmatrix} = T^{-1}\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{pmatrix}$$ *(78)*

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = T^T \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (79)$$

სადაც T გარდაქმნის მატრიცაა:

$$T = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (80)$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin\theta cos\theta & -sin\theta cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (81)$$

$$T^T = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -sin\theta cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & sin\theta cos\theta \\ 2sin\theta cos\theta & -2sin\theta cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (82)$$

$$T^{T^{-1}} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & sin\theta cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -sin\theta cos\theta \\ -2sin\theta cos\theta & 2sin\theta cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (83)$$

2.4.3 სიხისტის მატრიცის ტრანსფორმირება

ჰუკის კანონს რომ დავუბრუნდეთ, გამოსახულია (84). ეს განტოლება შეიძლება გადაიწეროს (85) სახით და შემდეგ გამარტივდეს (86).

$$E = \sigma\varepsilon \quad (84)$$

$$T \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = Q \cdot T^{T^{-1}} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (85)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = T^{-1} \cdot Q \cdot T^{T^{-1}} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \bar{Q} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (86)$$

შემდეგი ცხრილი 1 განსაზღვრავს ტრანსფორმაციის განტოლებებს, რომლებიც გამოიყენება ლამინატის კოორდინატთა სისტემაში ლამინატის სიხისტის მატრიცის გამოსათვლელად მასალის სიხისტის მატრიციდან.

საინჟინრო გამოხატვის გამოყენებით ჰუკის კანონისთვის (87) და მსგავსი გამარტივების შემდეგ გამოსახულია განტოლება (ცხრილი 5). ცხრილი 6 განსაზღვრავს ტრანსფორმაციის განტოლებებს, რომლებიც გამოიყენება ლამინატის კოორდინატთა სისტემაში ლამინატის შესაბამისობის მატრიცის გამოსათვლელად მასალის სიხისტის მატრიციდან.

ლამინატი/მასალა	Q_{11}	Q_{22}	Q_{12}	Q_{66}
Q_{xx}	m^4	n^4	$2m^2n^2$	$4m^2n^2$
Q_{yy}	n^4	m^4	$2m^2n^2$	$4m^2n^2$
Q_{xy}	m^2n^2	m^2n^2	$m^4 + n^4$	$-4m^2n^2$
Q_{ss}	m^2n^2	m^2n^2	$-2m^2n^2$	$(m^2 - n^2)^2$
Q_{xs}	m^3n	$-mn^3$	$mn^3 - m^3n$	$2(mn^3 - m^3n)$
Q_{ys}	mn^3	$-m^3n$	$m^3n - mn^3$	$2(m^3n - mn^3)$
$m = cos\alpha, n = sin\alpha$	α კუთხე წარმოადგენს საათის საპირსირო მიმართულებას			

ცხრილი 5. სიხისტის მატრიცის ტრანსფორმაციის განტოლებები.

ლამინატი/მასალა	S_{11}	S_{22}	S_{12}	S_{66}

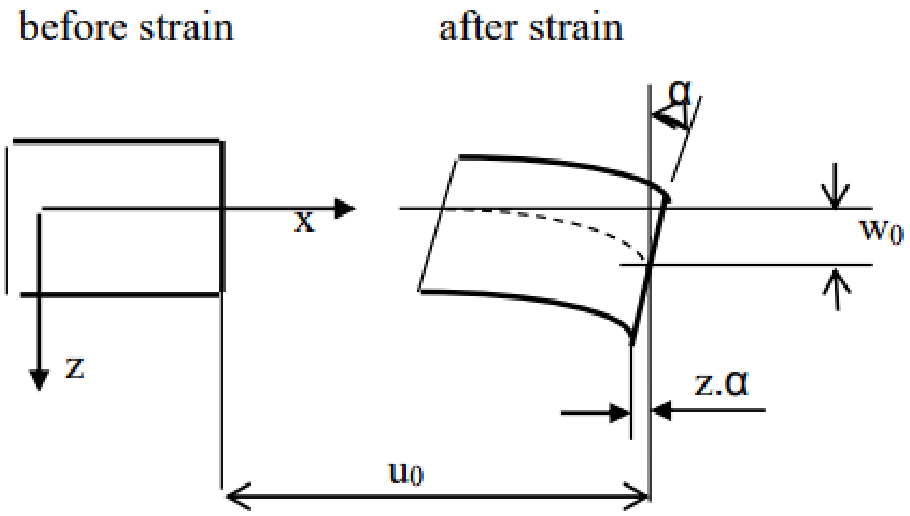
S_{xx}	m^4	n^4	$2m^2n^2$	m^2n^2
S_{yy}	n^4	m^4	$2m^2n^2$	m^2n^2
S_{xy}	m^2n^2	m^2n^2	m^4+n^4	$-m^2n^2$
S_{ss}	$4m^2n^2$	m^2n^2	$-8m^2n^2$	$(m^2-n^2)^2$
S_{xs}	$2m^3n$	$-2mn^3$	$2(mn^3-m^3n)$	(mn^3-m^3n)
S_{ys}	$2mn^3$	$-2m^3n$	$2(m^3n-mn^3)$	(m^3n-mn^3)
$m=cos\alpha, n=sin\alpha$	α კუთხე წარმოადგენს საათის საპირსირო მიმართულებას			

ცხრილი 6. სიხისტის ინვერსირებული მატრიცის ტრანსფორმაციის განტოლებები.

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{pmatrix} = T^T \cdot S \cdot T \cdot \begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{pmatrix} = \bar{S} \cdot \begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{pmatrix} \quad (87)$$

2.4.4 ლამინატის სიხისტისა და შესაბამისობის მატრიცები

ლამინატის სიხისტისა და შესაბამისობის მატრიცები გამოიყენება ლამინატის ქცევის დასახასიათებლად სივრცეში. ამისათვის ლამინატი მიიჩნევა ერთ სრულ კომპონენტად, რომლის ცალკეულ ფენას არ შეუძლიათ ერთი მეორის მიმართ გასრიალება ასევე თითოეული ფენის გრძივი და განივი ფენების დეფორმაცია ერთი და იგივეა.



სურათი 36. ლამინატის ღუნვა

ვთქვათ ლამინატი დეფორმირდება x-z სიბრტყეში, სადაც x ღერძი არის შუა ფენის მიმართულება ხოლო z ამ ფენის მართუბული ღერძი (სურათი 36), შესაბამისად გადაადგილებები იქნება:

$$u = u_0 - z\frac{\partial w_0}{\partial x}$$

$$v = v_0 - z\frac{\partial w_0}{\partial y} \tag{88}$$

თუ z მიმართულებით დაძაბულობას გამოვრიცხავთ მივიღებთ:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{dx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{dy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \tag{89}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{dy} + \frac{\partial v}{dx} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \ \partial y}$$

რომელიც შეიძლება ჩაიწეროს მატრიცის სახით, როგორც შუა გეგმის დაძაბვისა და გამრუდების ჯამი:

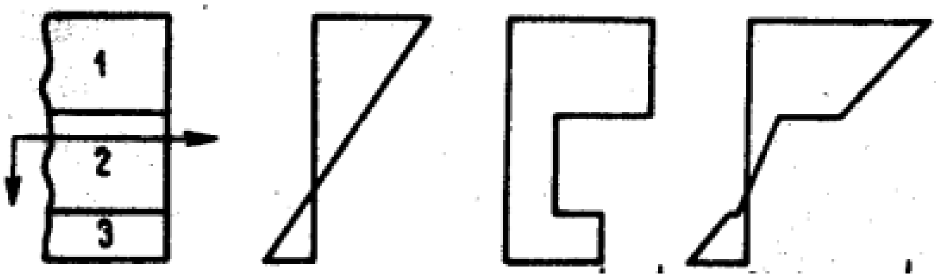
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \tag{90}$$

ეს განტოლებები აჩვენებს, რომ დაძაბულობა ნაწილდება წრფივად სისქეში. ძაბვა მოცემულ ფენაში გამოითვლება ჰუკის კანონის გამოყენებით, სადაც:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \tag{91}$$

შესაძლებელია დაძაბულობის განაწილების დადგენა სისქეში ლამინატის თითოეულ ფენაში ძაბვის გაანგარიშებით. დაძაბულობის განაწილება სისქეში, როგორც წესი, არ არის წრფივი, როგორც დაძაბვის შემთხვევაში (სურათი 37). დაძაბულობის შეწყვეტა ხდება ცალკეულ ფენებს შორის, დაძაბულობის

გრადიენტი მიმდებარე ფენებში ასევე შეიძლება განსხვავდებოდეს. ამიტომ სასურველია ვიმუშაოთ გამარტივებულ ცვლადებთან, ანუ ლაინერის ძალებთან (ნაკადებთან) და მომენტებთან (სურათი 38), რომლებიც მოქმედებს განივი მონაკვეთზე და (92) განსაზღვრებით.

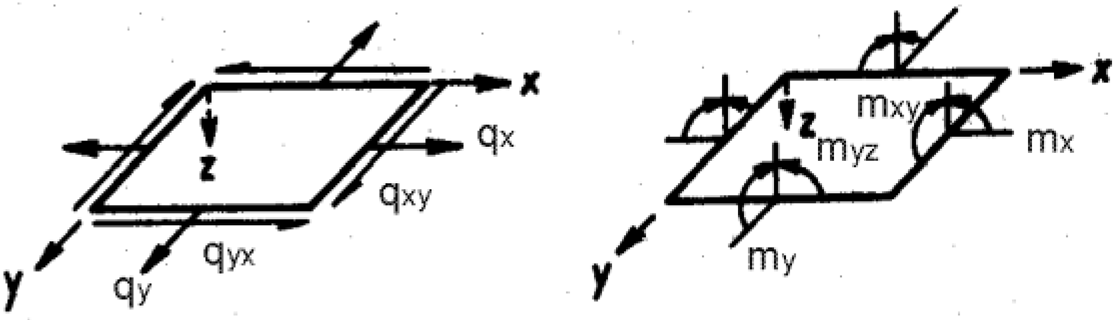


სურათი 37. ჰიპოთეტური ძაბვის და დაძაბულობის განაწილება სისქეში

$$q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad m_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz$$

$$q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \quad m_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \qquad (92)$$

$$q_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \quad m_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz$$



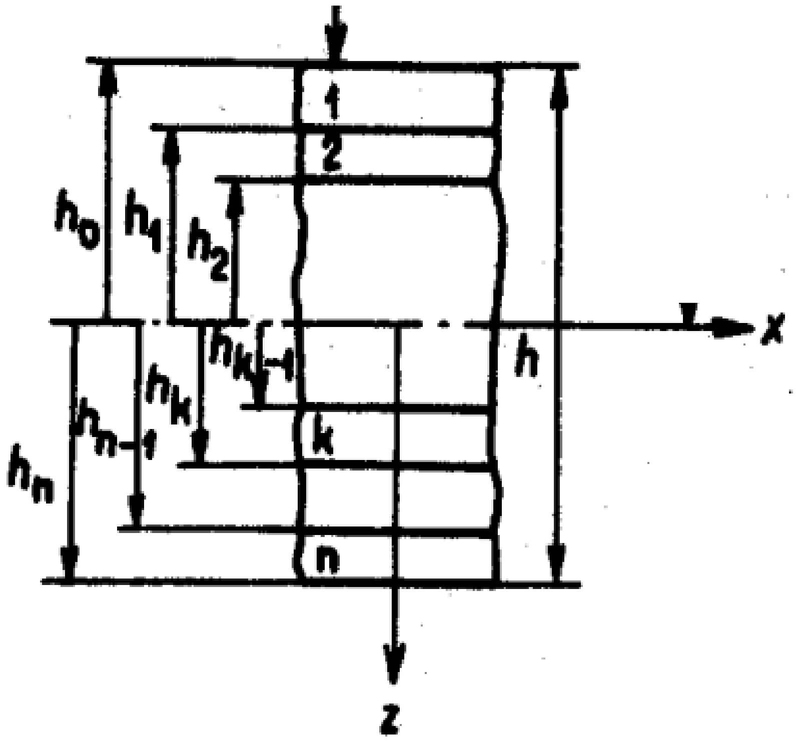
სურათი 38. ძალებისა და მომენტების დადებითი მიმართულებები

ვივარაუდოთ, რომ ლამინატი აგებულია n რაოდენობის ორთოტროპული ფენებისგან, განტოლების გამოყენებით (92) და დაძაბულობის დაძაბულობის განტოლება (91), გამოიყენება შემდეგი:

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} zdz \right\} \quad (93)$$

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} zdz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{pmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} z^2 dz \right\}$$

ეს განტოლებები გამარტივებულია ახალი მატრიცების განსაზღვრით, რომელთა კომპონენტებისთვის გამოიყენება შემდეგი:



სურათი 39. ლამინატის გეომეტრიული სტრუქტურა

განტოლებები (93) შეიძლება გამოისახოს (94) სახით, სადაც საწყისი ლამინატის სიხისტის მატრიცის A, B, D ქვემატრიცების კომპონენტები გამოიხატება (95).

$$\begin{pmatrix} q \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{pmatrix}$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (h_k - h_{k-1}) \quad (94)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (h_k^2 - h_{k-1}^2)$$

(95)

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

(36) განტოლებაში გამოხატული A, B a D ქვემატრიცები მოიხსენიება, როგორც; გაფართოებული სიხისტის მატრიცა, დაწყვილების სიხისტის მატრიცა (აღწერს ურთიერთობას ღუნვასა და დაძაბვას შორის შუა სიბრტყეში) და ღუნვის სიხისტის მატრიცა (მოხრა და ბრუნვის სიხისტე).

თუ ლამინატი აგებულია ორთოტროპული ფენებით სხვადასხვა ორიენტირებით, ყველა კომპონენტი სიხისტის მატრიცა შეივსება. თუმცა შესაძლებელია ისეთი ფენის შექმნა, სადაც ზოგიერთი კომპონენტი ნულის ტოლი იქნება. მნიშვნელოვანი გამარტივება ხდება მაშინ, როდესაც შეერთების სიხისტის მატრიცა ნულის ტოლია, ანუ როცა მატრიცა B ნულის ტოლია ლამინატებისთვის, რომლებსაც აქვთ მოცემული მიმდევრობა შუა სიბრტყის ზემოთ და შესაბამისი იდენტური მიმდევრობა შუა სიბრტყის ქვემოთ. ამ ლამინატებს მოიხსენიებენ, როგორც სიმეტრიულს და ძალიან გავრცელებულს, რადგან ნარჩენი მოხრა არ ხდება ღერძული დატვირთვით ან ტემპერატურის ცვლილებებით. კიდევ ერთი შესაძლებლობა არის ლამინატების წარმოება, რომლებისთვისაც არ არსებობს კორელაცია ნორმალურ ძაბვებს (ძალებს) და ათვლის დაძაბვას შორის. კომპონენტები A_{16} და A_{26} ნულის ტოლია. ეს შესაძლებელია, თუ დადებითი კუთხის θ მიმართულებით ორიენტირებული ყოველი ფენისთვის არის შესაბამისი ფენა იგივე სისქით და ორთოტროპული ორიენტირებით, მაგრამ უარყოფითი კუთხით.

კომპონენტები D_{16} და D_{26} ნულის ტოლია ჯვარედინი ლამინატისთვის, რომელშიც ყველა ფენა აქვს ორიენტაცია 0^0 ან 90^0. თუ ლამინატი აგებულია დადებითი და უარყოფითი მონაცვლეობით ერთი და იგივე კუთხით ფენების ორიენტაცია, D_{16} და D_{26} აქვს ძალიან მცირე მნიშვნელობები, განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, თუ ლამინატი შედგება დიდი რაოდენობით ფენებისგან.

კვაზი იზოტროპული ლამინატები დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობისაა (ეს ლამინატი იზოტროპულია გაფართოებული სიხისტის მატრიცით A, თუმცა ეს არ არის მართალი შეერთებისა და მოღუნვის სიმტკიცეზე

მატრიცები B a D). ამ ლამინატს აქვს იზოტროპული გაფართოებული სიხისტის მატრიცა A (ელასტიური მუდმივები დამოუკიდებელია სიბრტყის ორიენტაციისგან, $A_{11} = A_{22}$, $2A_{66} = A_{11} - A_{12}$ a $A_{16} = A_{26} = 0$). კვაზი იზოტროპული ლამინატი იწარმოება შემდეგ პირობებში:

- ფენების საერთო რაოდენობა უდრის ან არემატება სამს
- ცალკეულ ფენებს აქვთ იგივე სიხისტის მატრიცა Q და სისქე
- ფენებს უნდა ჰქონდეს ორიენტაციის იგივე კუთხე (2π / n)

ლამინატის სიხისტის მატრიცის ცოდნა, მისი ინვერსიები მოიხსენიება, როგორც ლამინატის შესაბამისობის მატრიცა და გამოიყენება ლამინატის დაძაბვის გამოსათვლელად (96) განტოლების სრულად ინვერსიული ფორმაა:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} q \\ m \end{pmatrix} \tag{96}$$

2.4.5 კონსტრუქციის კომპონენტების სიხისტე

როდესაც ხდება კომპოზიტური დეტალის დაპროექტება, აუცილებელია თითოეული კომპონენტის კონსტრუქციის ანალიზი, რათა განისაზრვოს საერთო ტვირთამწეობა. სწორედ ამიტომ აუცილებელია თითოეული ფენის მექანიკური მახასიათებლების ცოდნა შესაბამის დაფენის კუთხეზე.

თუ ცნობილია სიხისტის მატრიცა, შესაძლებელია იუნგის მოდულების გამოთვლა. ფორმულები მოცემულია ცხრილი 7-ში.

	გაჭიმვა		ღუნვა
$E_x =$	$1/(t.a_{11})$	$A_{11}(1-\mu_{xy}\mu_{yx})/t$	$12/t^3 d_{11}$
$E_y =$	$1/(t.a_{22})$	$A_{22}(1-\mu_{xy}\mu_{yx})/t$	$12/t^3 d_{22}$

$G_{xy} =$	$1/(t.a_{66})$	A_{33}/t	$12/t^3 d_{66}$
$\mu_{xy} =$	$(-a_{12})/(a_{11})$	A_{12}/A_{22}	$-d_{12}/d_{11}$
$\mu_{yx} =$	$(-a_{12})/(a_{22})$	A_{12}/A_{11}	$-d_{12}/d_{22}$
$m_x =$	$-a_{13}/a_{11}$		$-d_{13}/d_{11}$
$m_y =$	$-a_{23}/a_{22}$		$-d_{23}/d_{22}$

ცხრილი 7 საინჟინრო კონსტანტები

ზემოთ მოცემულია ცხრილი გამოსახავს განივ კოეფიციენტებს m_x, m_y, რომლებიც გამოიყენება მხებ დეფორმაციების დასადგენად ნორმალური ძაბვების დროს σ_x.

კომპოზიტური დეტალის სიხისტე დამოკიდებულია შემადგენელი ფენების სიხისტეზე, რომელიც დამოკიდებულია როგორც მასალაზე ასევე გეომეტრიაზე:

- აქსიალური სიხისტე $AE_x = \sum A_i E_{xi}$
- ღუნვის სიხისტე $E_x J_z = \sum E_{xi} J_{zi}$
- მგრეხი სიხისტე $G_{xy} J_x = \sum G_{xi} J_{xi}$
    - ღია სექციებისთვის $G_{xy} J_x = \sum \left(G_{xy} \frac{bt^3}{3} \right)_i$ სადაც $G_{xy} = 1/ta_{66}$
    - ჩაკეტილი სექციებისთვის $G_{xy} J_x = \frac{4U^2}{\oint \frac{ds}{G_{xy} t}}$ სადაც, $G_{xy} = 1/td_{66}$.

ქვემოთ მოცემული ფორმულები გამოიყენება მასალის კვაზი იზოტროპული მახასიათებელის დასადგენად:

აქსიალური სიხისტე

$$\overline{AE_x} = \sum A_i E_{xi} \Rightarrow \bar{E} = \frac{\sum A_i E_{xi}}{\sum A_i} \quad (97)$$

მღუნავი სიხისტე

$$\overline{E_x I_y} = \sum E_{xi} I_{yi} \Rightarrow \overline{I_{yi}} = \frac{\sum E_{xi} I_{yi}}{E}$$

$$\overline{E_x I_z} = \sum E_{xi} I_{zi} \Rightarrow \overline{I_{zi}} = \frac{\sum E_{xi} I_{zi}}{E} \quad (98)$$

მგრეხი სიხისტე

$$\overline{G_{xy} I_x} = \sum G_{xyi} I_{xi} \Rightarrow \overline{I_{xi}} = \frac{\sum G_{xyi} I_{xi}}{G} \quad (99)$$

თხელიკედლიანი სექციებისთვის $I_{xi} = \frac{bt^3}{3}, \bar{G} = \overline{\frac{E}{2(1+\mu)}}$, სადაც E აქსიალური სიხისტის მოდულია.

დაძაბულობის ანალიზი შეიძლება განხორციელდეს განტოლების () გამოყენებით, სადაც ლამინატის შესაბამისობის მატრიცა მრავლდება დატვირთვის ვექტორზე ლამინატის დაჭიმვის მატრიცის მისაღებად. განისაზღვრება ცნობილი ფენის ფენისთვის () და დაძაბულობის საფუძველზე თითოეულ ფენაში ძაბვა შეიძლება გამოითვალოს დაძაბულობის დაძაბულობის განტოლებების გამოყენებით, როგორიცაა () და ()-ის დახმარებით გარდაიქმნება მატერიალურ კოორდინატულ სისტემაში ან პირველად გარდაიქმნება დაძაბულობა მატერიალურ კოორდინატულ სისტემაში () რასაც მოჰყვება სტრესის გამოთვლა ().

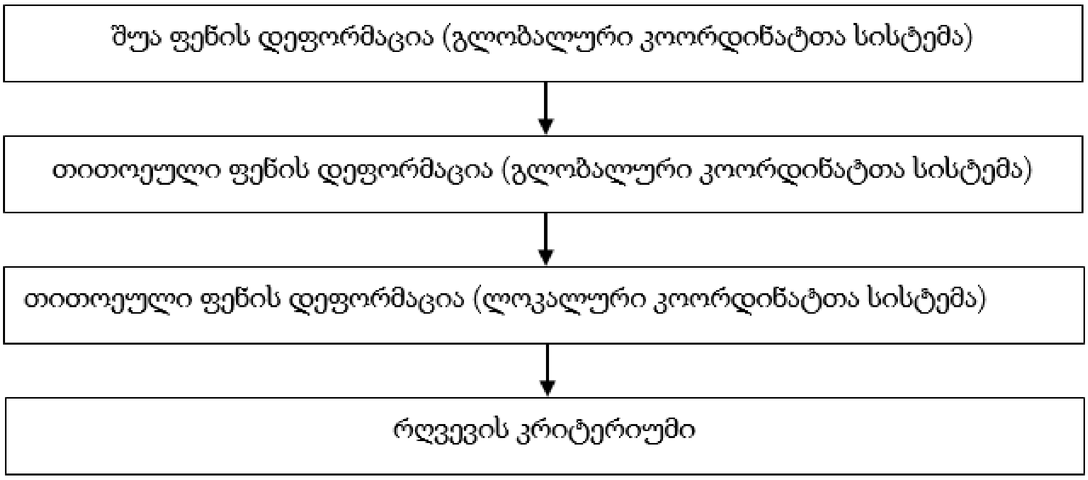
$$\begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & D \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} q \\ m \end{pmatrix} \tag{100}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}_k = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + z_k \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \tag{101}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = T^{-1} \cdot Q \cdot T^{T^{-1}} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \bar{Q} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \tag{102}$$

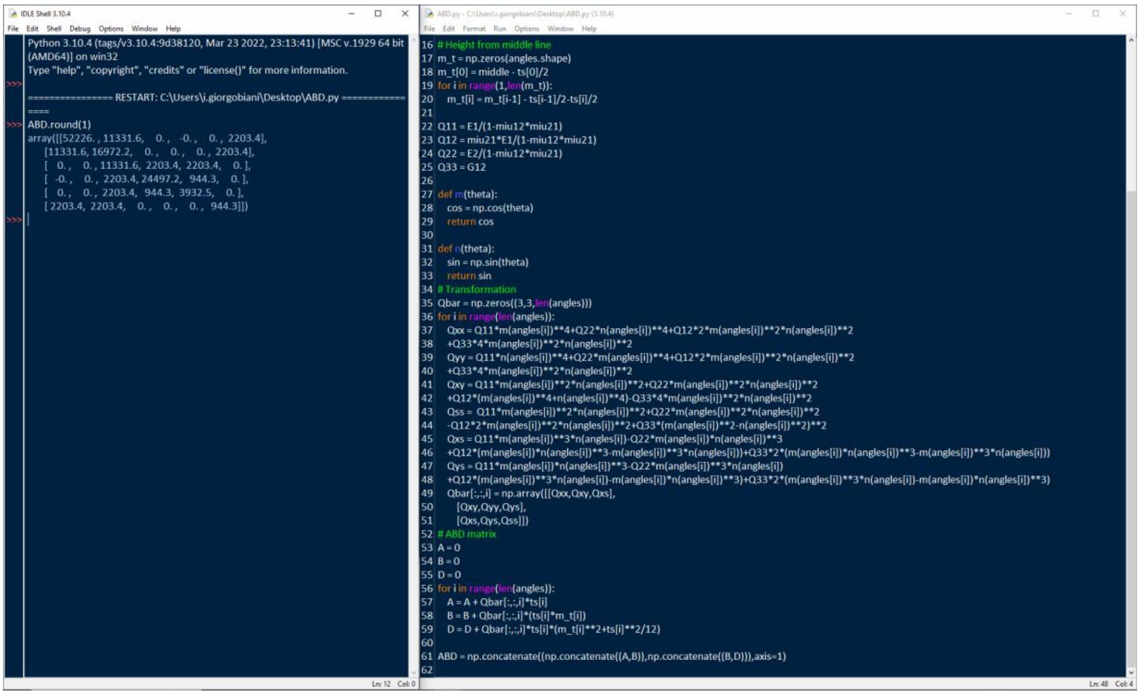
$$\begin{gathered} \sigma_L = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy} cos\theta sin\theta \\ \sigma_T = \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_y \cos^2\theta + 2\tau_{xy} cos\theta sin\theta \\ \tau_L = -\sigma_x \cos\theta\, sin\theta + \sigma_y \sin\theta\, cos\theta + 2\tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{gathered} \tag{103}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \tag{104}$$



სურათი 40. რღვევის ანალიზი

ზემოთ მოცემული პროცედურების გათვალისწინებით პროგმარულ ენაში PYTHON-ში დაიწერე პროგრამა სადაც შესაძლებელია მასალის ABD მატრიცის გენერირება სურათი 41.



სურათი 41. კომპოზიტის სიხისტის მატრიცის კოდი

2.5 ლამინატის სიხისტის მატრიცის კოდი

დანართში მოცემული კოდი ასახავს ზემოთ მოცემულ თეორიის კოდის სახით წარმოდგენას, რომელიც დაწერილია PYTHON-ში. კოდში ზემოთ მოცემული თეორიისგან განხვავებით გათვალისწინებულია სხვადასხვა მასალის ფენების მახასიათებლებიც, რაც მისი გამოყენების მასშტაბებს ზრდის.

დანართში მოცემული კოდით შესაძლებელია სხვადასხვა მასალისგან და სხვადასხვა ორიენტაციის მქონე ორთოტროპული მასალის როგორც მექანიკური მახასიათებლების დადგენა ასევე საერთო დეფორმაციის, საერთო ძაბვისა და ლოკალური ძაბვის დადგენა. კოდის შედეგები შედარებულია პროგრამულ პაკეტ ANSYS-ის მოდელის მონაცემებს. საანგარიშოდ აღებულია სამ ფენიანი ფირფიტა რომლის ფენების მოანაცემები შემდეგია: $[0_c, 45_e, 0_c]$ სადაც c - ერთმიმართლებიანი ნახშირბოჭკოს კომპოზიტია, e - ერთმიმართულებიანი მინა ბოჭკოს კომპოზიტი. მატი ორთოტროპული მონაცემები მოცემულია ცხრილი 1-ში.

ორთოტროპიული მახასიათებელი		განზომილება
E1	121	[გპა]
E2	8.6	[გპა]
G12	4.7	[გპა]
μ12	0.27	[-]

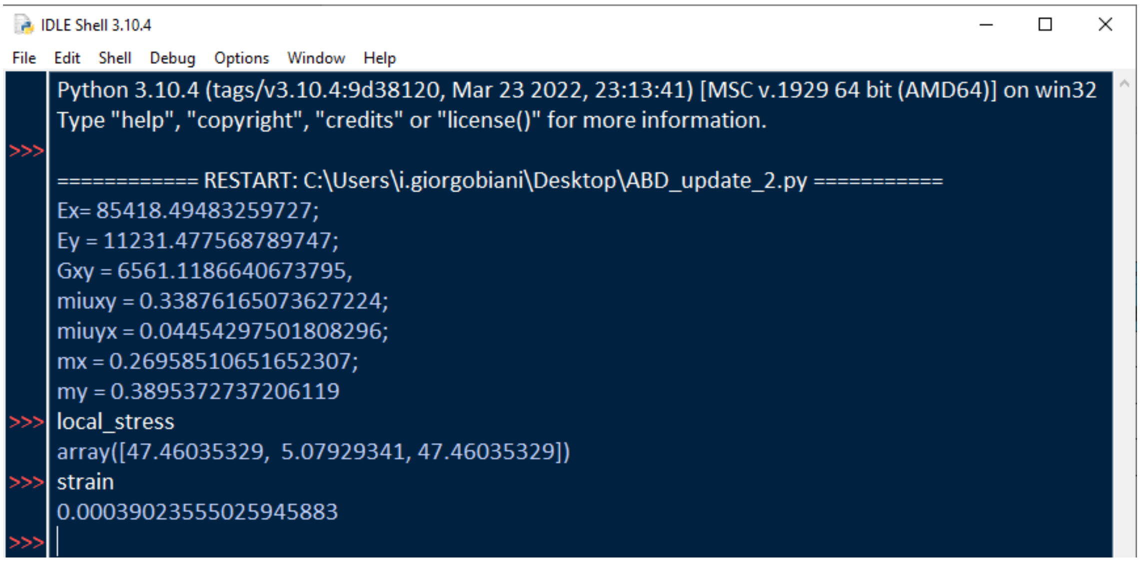
ა)

ორთოტროპიული მახასიათებელი		განზომილება
E1	45	[გპა]
E2	10	[გპა]
G12	5	[გპა]
μ12	0.3	[-]

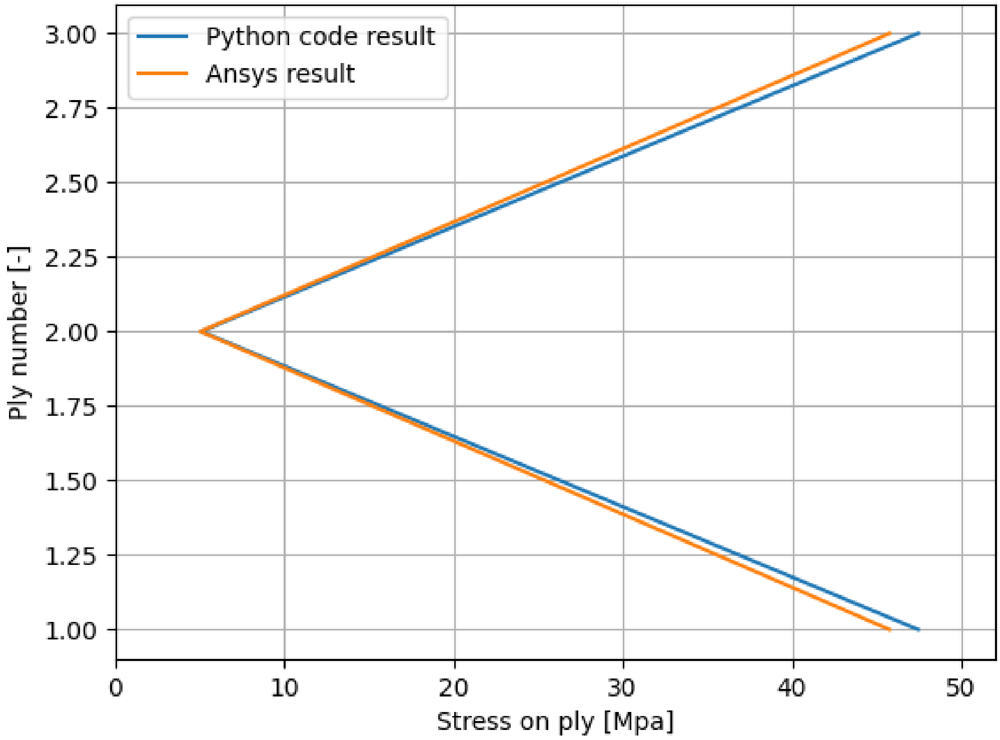
ბ)

ცხრილი 8. ა) ნახშირბოჭკოს პოლიმერული მასალის მექანიკური მახასიათებლები; ბ) მინაბოჭკოს პოლიმერული მექანიკური მახასიათებლები. მონაცემები აღებულია ANSYS-ის ბიბლიოთეკიდან

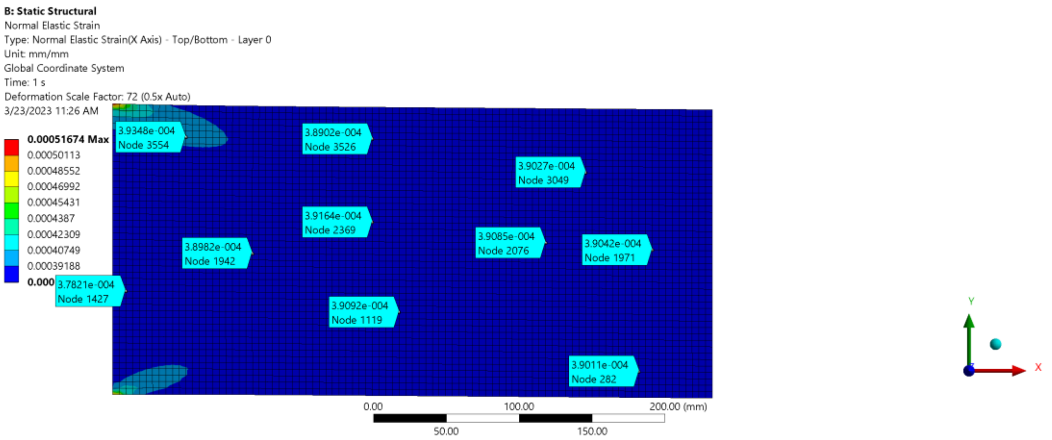
ზემოთ გამოყენებული კოდის რეზულტატები მოცემულია სურათი 42-სურათი 44-ში.



სურათი 42. კოდის გენერირებული ლამინატის მექანიკური მახასიათებელი და დაძაბულ-დეფორმირებული მონაცემები.



სურათი 43. 3 ფენიან ფირფიტაში ძაბვების გადანაწილება



სურათი 44. სამფენიანი ფირფიტის დეფორმაცია

მოცემული კოდის საშუალებით, ინჟინერს საშუალება ექნება როგორც ფენების დაძაბულ დეფორმირებული შედეგების გაანგარიშება ასევე ლამინატის როგორც ჰომოგენიზაციის პროდუქტის.

იზოტროპული მასალებისთვის კონცენტრაციის კოეფიციენტი გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$k_t = 3 - 3.14\left(\frac{d}{W}\right) + 3.667\left(\frac{d}{W}\right)^2 - 1.527\left(\frac{d}{W}\right)^3 \qquad (105)$$

კვლევებმა აჩვენა რომ ზემოთ მოცემული ფორმულის მოდიფიკაციით შესაძლებელია კონცენტრირებული ძაბვების პირველადი მიახლოებით ანგარიში ორთოტროპული ფენოვანი ფირფიტებისათვის. მოდფიცირებული ფორმულაა:

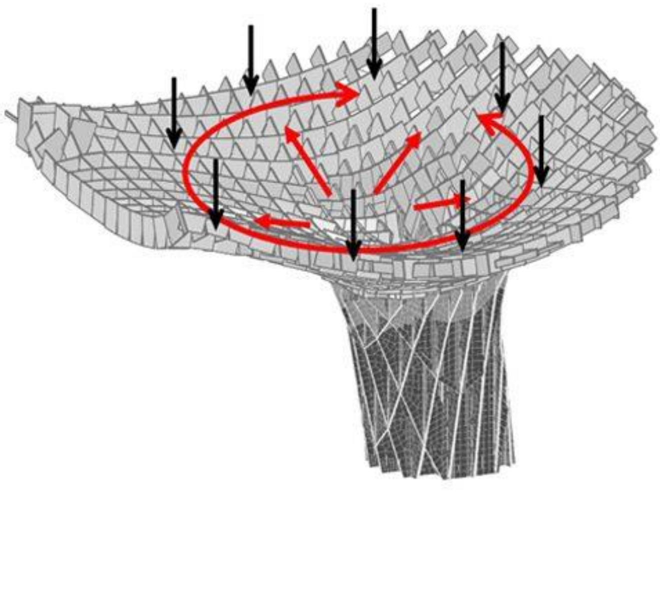
$$k_t = 3 + \frac{E_1}{E2}mod(3) - 3.14\left(\frac{d}{W}\right) + 3.667\left(\frac{d}{W}\right)^2 - 1.527\left(\frac{d}{W}\right)^3 \qquad (106)$$

ფორმულა (107)-ის კოდში ინტეგრაციით მიღებული შედეგები შედარებულია პროგრამულ პაკეტ ANSYS-ის რეზულტატებს. სასრულ ელემენტთა პაკეტში შეიქმნა პარამეტრული ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის მოდელი (სურათი 59).

3. ჩატარებული კვლევის შედეგები და მათი განსჯა

მიღებულმა კვლევით დადგინა ხვრეტიანი ორთოტროპული მასალისათვის კონცენტრირებული ძაბვების ანალიტიკური ფორმულა (106). მიღებული განტოლება ინტეგრირებულია კოდში (დანართი 1) რომელიც დაწერილია PYTHON-ში. აღნიშნული კოდის საშუალებით შესაძლებელია მრავალფენიანი ორთოტროპული კონსტრუქციებისათვის თითოეულ ფენაში როგორც კონცენტრებული ასევე არა კონცენტრირებული ძაბვების დადგენა, შედეგები შედარებული პროგრამულ პაკეტ ანსისის რეზულტატებს. შედეგები მოცემულია სურათი 60-სურათი 64.

ვინაიდან თანამედროვე მშენებლობაში, ტენდეცია კომპოზიტური მასალების ფართო მასშტაბების გამოყენებისკენ მიდის, აუცილებელია ამ მასალების მაქსიმალურად ზუსტი და სწრაფი ანალიზი. თანამდეროვე მშენებლობის ერთი ერთი სახეა პარასოლის კონსტრუქციები, სადაც ხშირად ხის მასალაა გამოყენებული (სურათი 45).

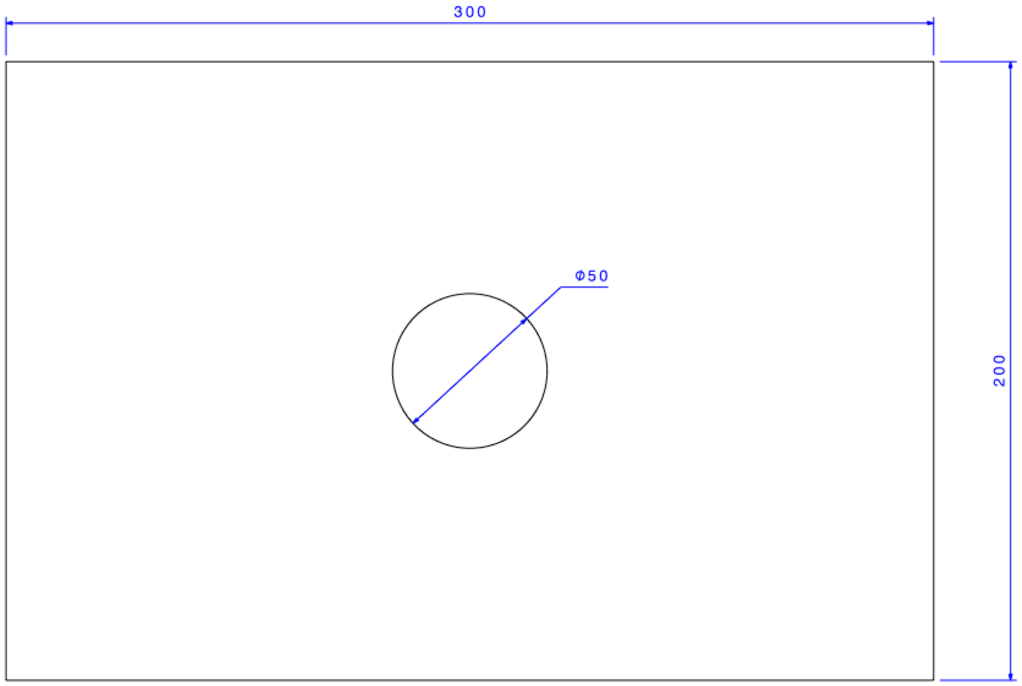


სურათი 45. პარასოლის კონტრუქცია

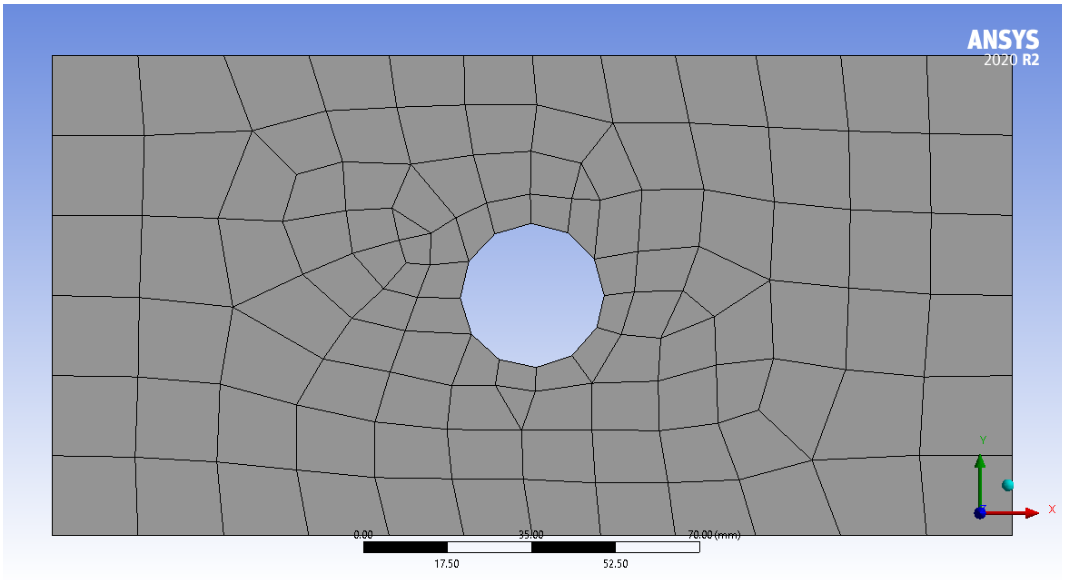
3.1 ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის ანგარიში გაჭიმვაზე

კოდით მიღებული შედეგების ვალიდაციისთვის შერჩეულია სამფენიანი ხვრეტიანი ფირფიტა რომლის მოდელიც აგებულია პროგრამულ პაკეტ ანსისში სურათი 46-ის გეომეტრიული მონაცემიბის მიხედვით (ზომები მოცემულია მმ-ში).

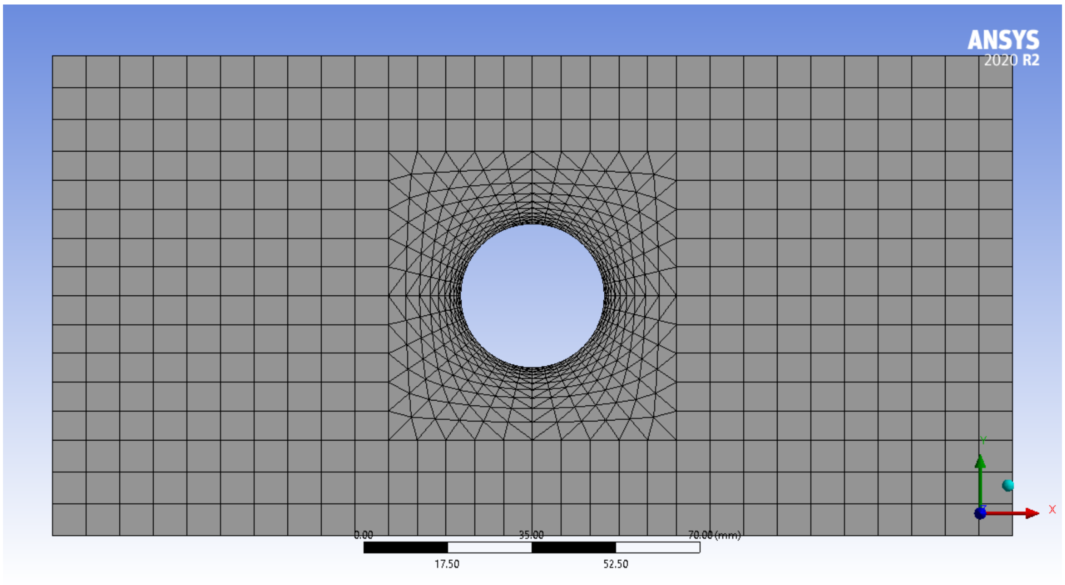
მოდული ACP - საშუალებას გვაძლევს თითოეული ფენის მექანიკური მახასიათებლების იმპორტის გარდა მათი ორიენტაციაც გამოვსახოთ გლობალური კოორდინატთა სისტემის მიმართ (სურათი 53, სურათი 54).



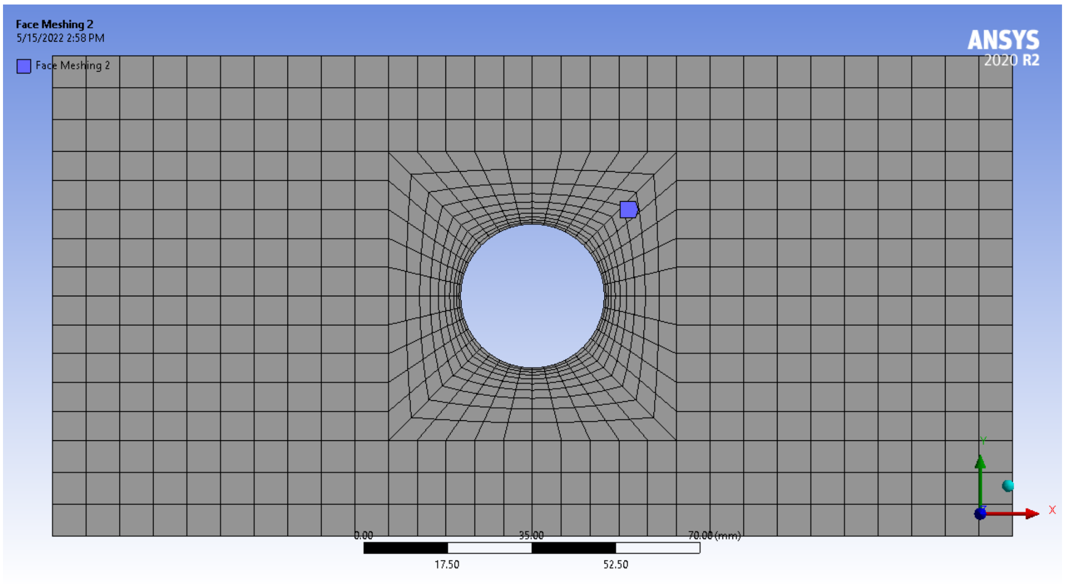
სურათი 46. გასაანალიზებელი ფირფიტა



სურათი 47. პირველადი ბადე



სურათი 48. სამკუთხა ბადე



სურათი 49. მართკუთხა ბადე

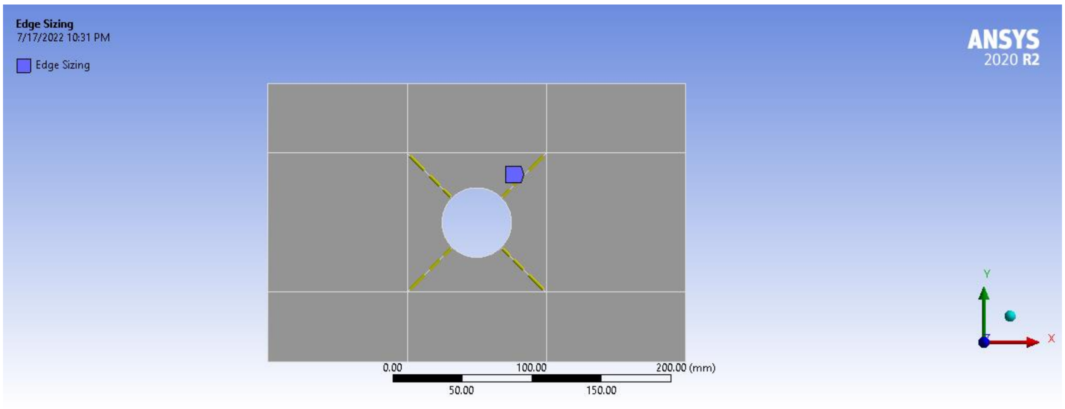
სურათი 47-სურათი 49მოცემულია სამი ტიპის ბადე, პირველი მათგანი უმარტივესია და არ საჭიროებს ზედმეტ ოპერაციებს, მაგრამ ამავდროულად იგი არ იძლევა ზუსტ შედეგბს. შემდეგი ორი ტიპის ბადე უფრო კონსტრუქციულია და შედარებით ზუსტ შედეგებს იძლევა. როგორც წინა კოლოქვიუმში მაქვს აღნიშნული სასრულ ელემენტთა ანალიზის დროს აუცილებელია ოპტიმალური ელემენტების და ტიპის შერჩევა რათა კომპიუტერმა სწრაფად და ზუსტად დათვალოს შედეგები. სწორედ ამიტომ პირველადი მოდელი აგებულია პარამეტრულად (სურათი 50). პარამეტრიზაციაში გეომეტრიული ზომები არ

იცვლება, იცვლება მხოლოდ ელემენტების რაოდენობა ხვრეტის გარშემო (სურათი 51-სურათი 52).

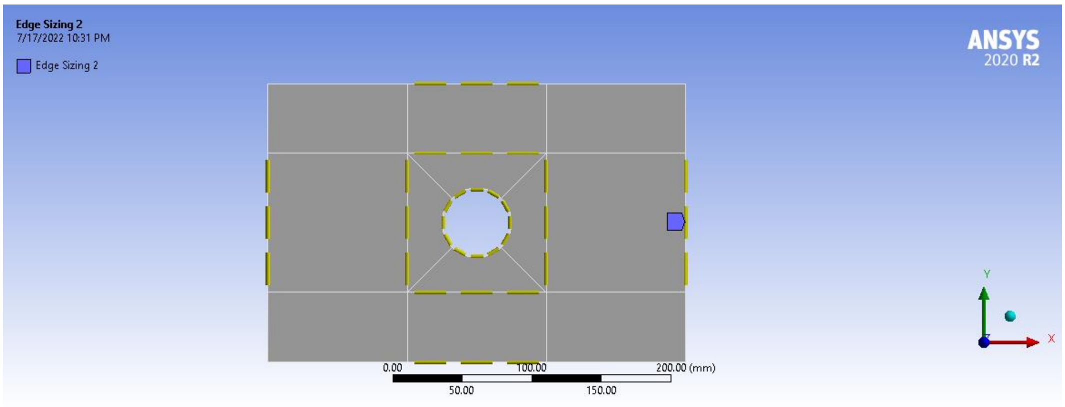
Table of Design Points

	A	B	C	D	E	F
1	Name	P1 - ganivi	P2 - g…	P3 - Edge Sizing Number of Divisions	P4 - Edge Sizing 2 Number of Divisions	P25 - Edge Sizing 3 Number of Divisions
2	Units	mm	mm			
3	DP 0 (Current)	200	300	3	3	4
4	DP 1	200	300	5	5	6
5	DP 2	200	300	7	7	8
6	DP 3	200	300	9	9	10
7	DP 4	200	300	11	11	12
8	DP 5	200	300	13	13	14
9	DP 6	200	300	15	15	16
10	DP 7	200	300	17	17	18
11	DP 8	200	300	19	19	20
12	DP 9	200	300	21	21	22
13	DP 10	200	300	23	23	24
14	DP 11	200	300	25	25	26
15	DP 12	200	300	27	27	28

სურათი 50. პარამეტრიზაციის ცხრილი

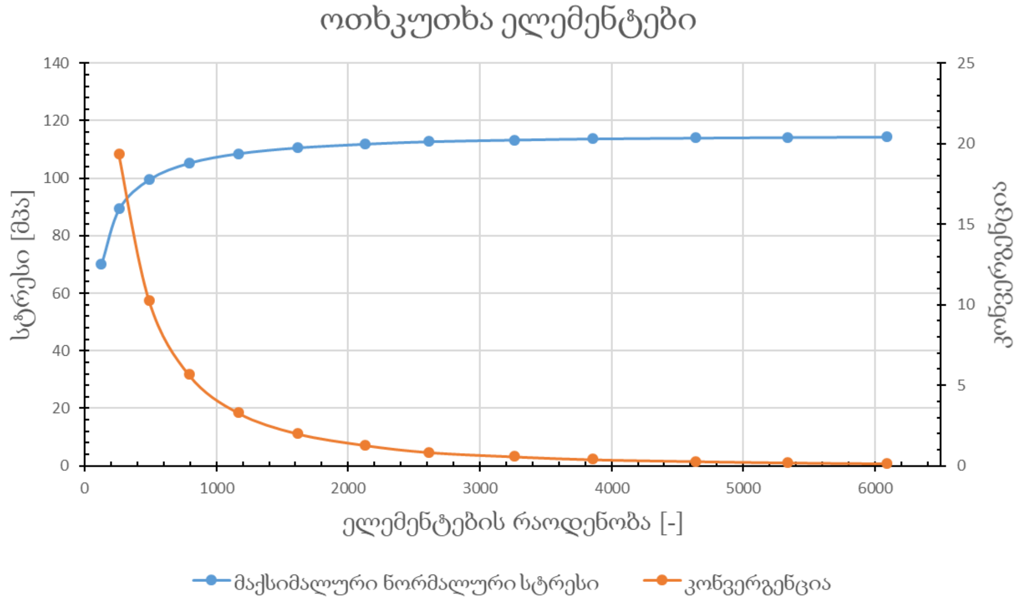


სურათი 51. ელემენტების რაოდენობა დიაგონალურად

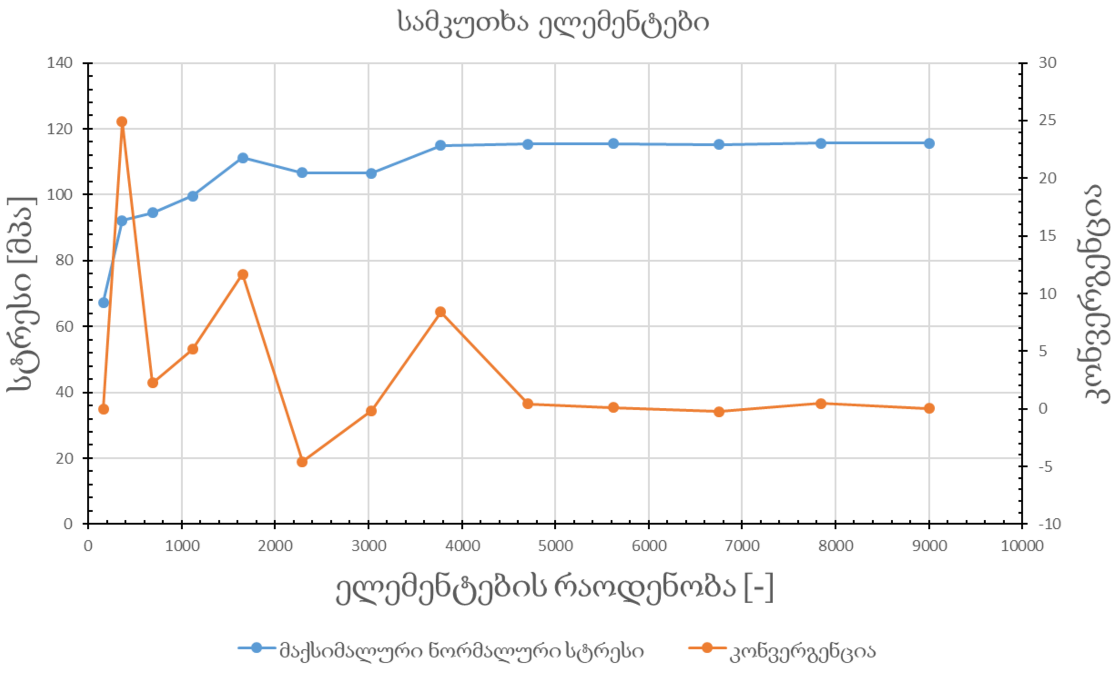


სურათი 52. ელემეტების რაოდენობა გრძივად და განივად

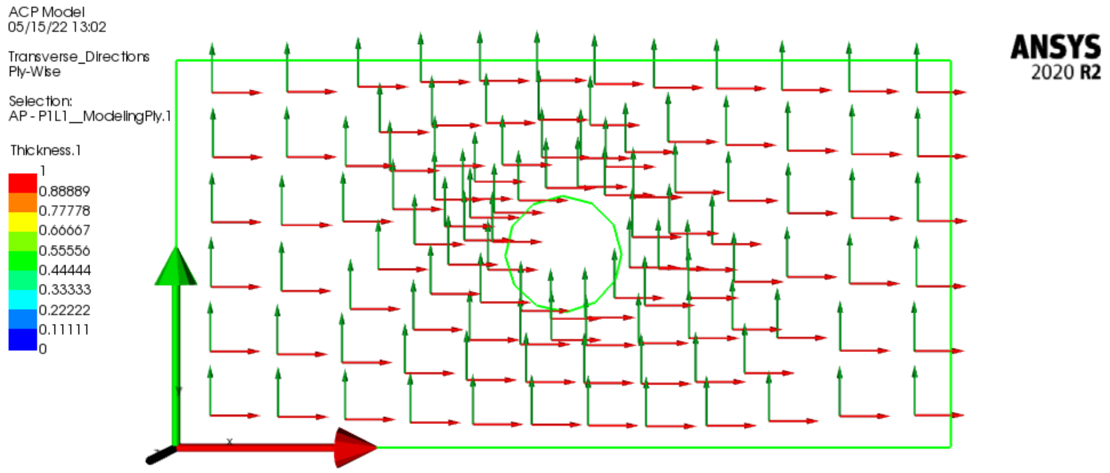
ანალიზის ბოლოს დადგინდა ოპტიმაური ელემენტების რაოდენობა და ტიპი, მაგრამ არსებული შედეგები საჭიროებს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში ლაბორატორიულ გამოცდებს.



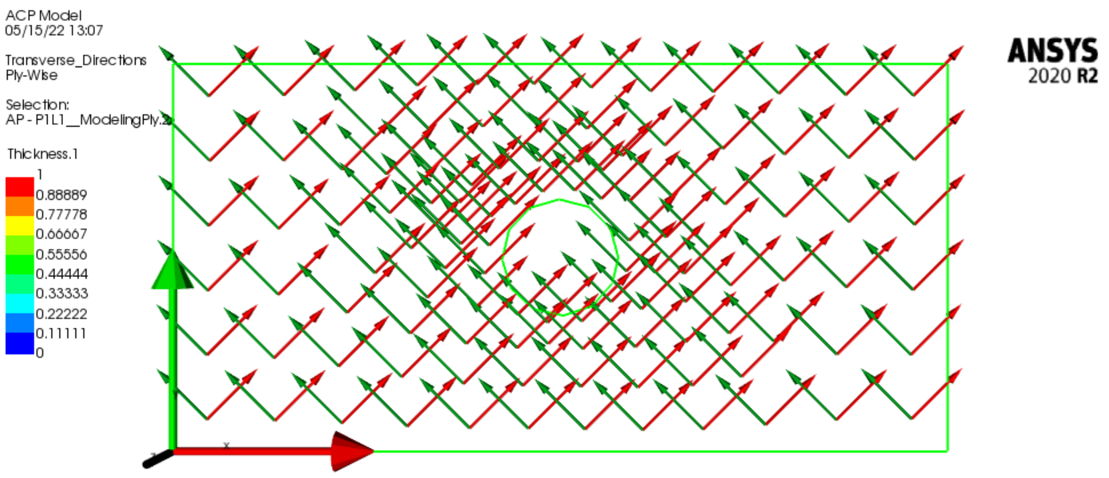
სურათი 53. ოთხკუთხა ელემენტები



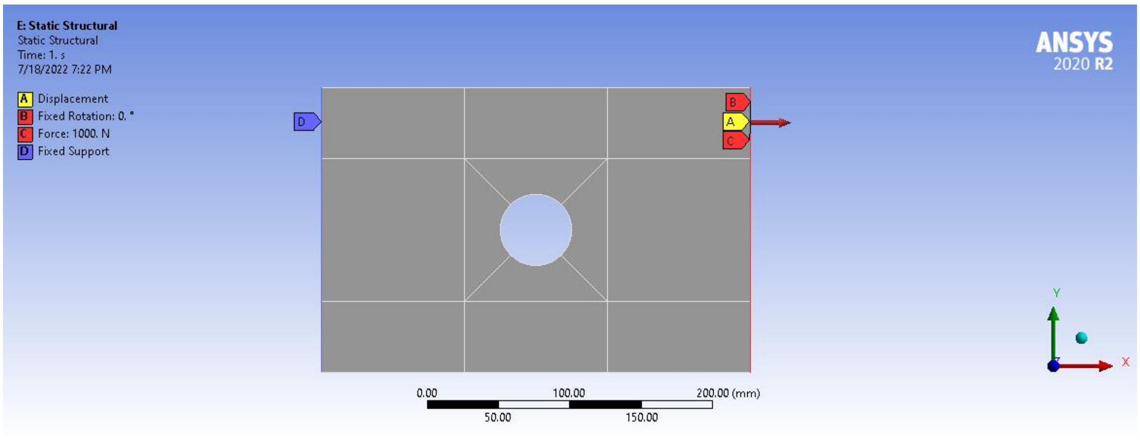
სურათი 54. სამკუთხა ელემენტები



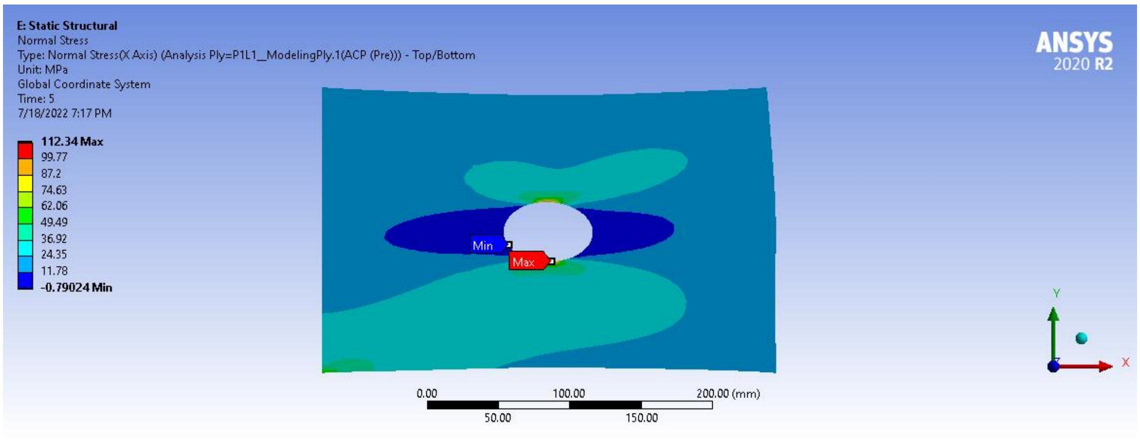
სურათი 55. ბოჭკოების 0º მიმართულება



სურათი 56. ბოჭკოების 45^0 მიმართულება



სურათი 57. სასაზღვრო პირობები



სურათი 58. ძაბვების გადანაწილება

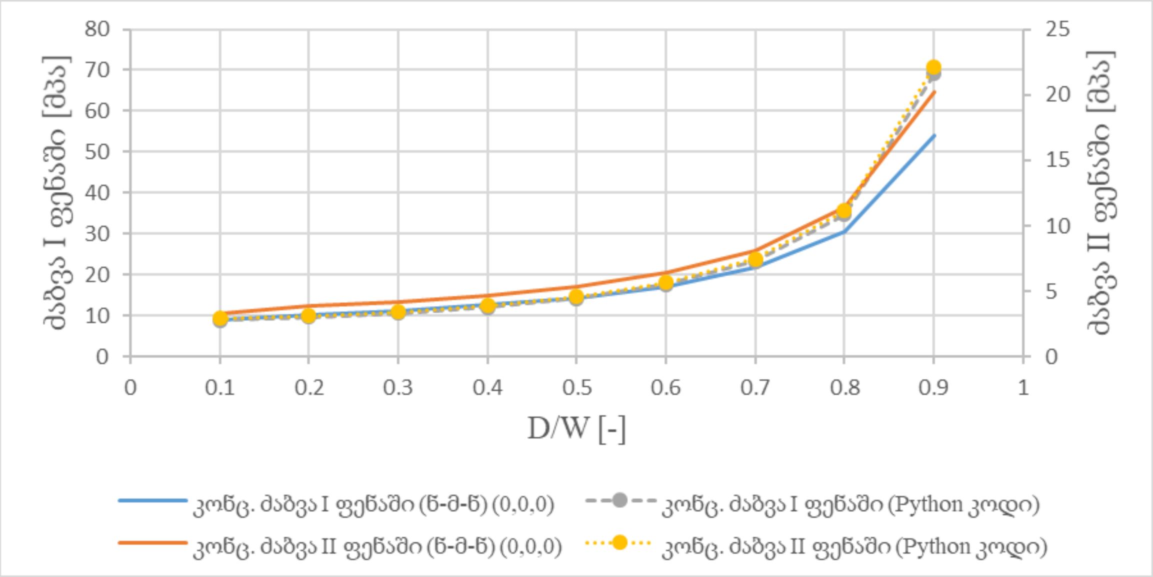
კვლევის შედეგ ეტაპზე მოხდა კონცენტრირებული ძაბვების მაქსიმალური მიახლოება სასრულ ელემენტთა ანალიზის შედეგად მიღებლ ძაბვებთან.

მოდელში ცვლადი ზომა წარმოადგენს დიამეტრს, რათა თითოეულ იტერაციაზე მოხდეს დიამეტრისა და ფირფიტის სიგანის უგანზომილებო ფარდობისა და ძაბვების კონცენტრაციის დამოკიდებულების შესწავლა. რეზულტატები წარმოდგენილია სურათი 60-სურათი 64-ებში.

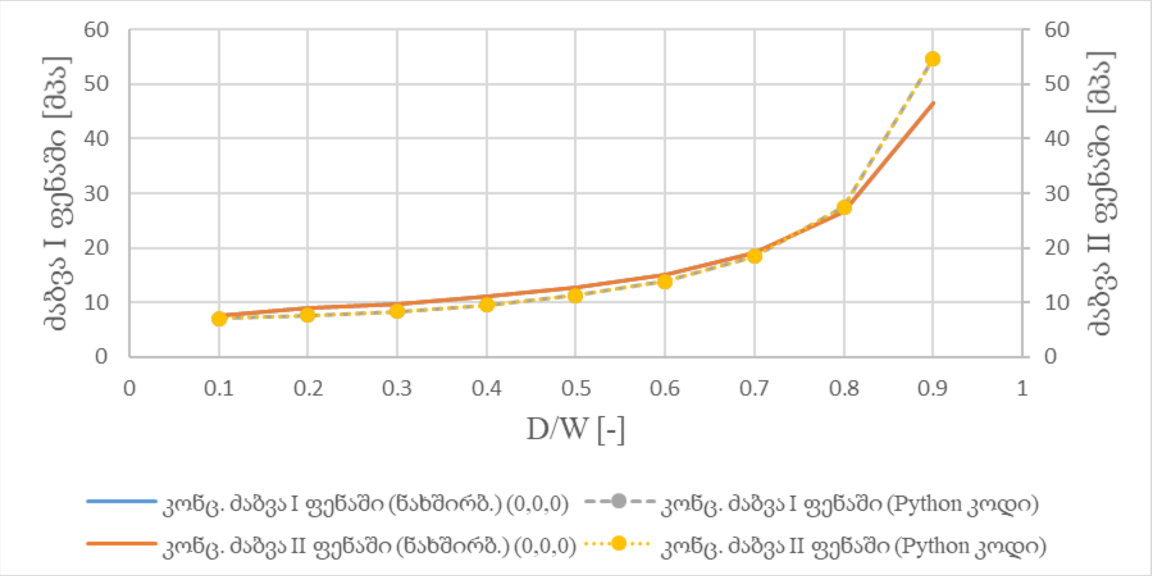
Table of Design Points

	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P1 - Diameter	P2 - Ply 1 Maximum	P3 - Ply 2 Maximum	☐ Retain	Retained Data	Note
2	Units	mm	MPa	MPa			
3	DP 2 (Current)	50	2.1297	11.66	☑	✓	
4	DP 3	100	2.3174	12.601	☑	✓	
5	DP 4	150	2.5354	13.608	☑	✓	
6	DP 5	200	2.8504	15.193	☑	✓	
7	DP 6	250	3.2957	17.588	☑	✓	
8	DP 7	300	3.9439	21.449	☑	✓	
9	DP 8	350	4.9198	28.152	☑	✓	
10	DP 9	400	6.7027	41.613	☑	✓	
11	DP 10	450	11.159	78.783	☑	✓	
*					☐		

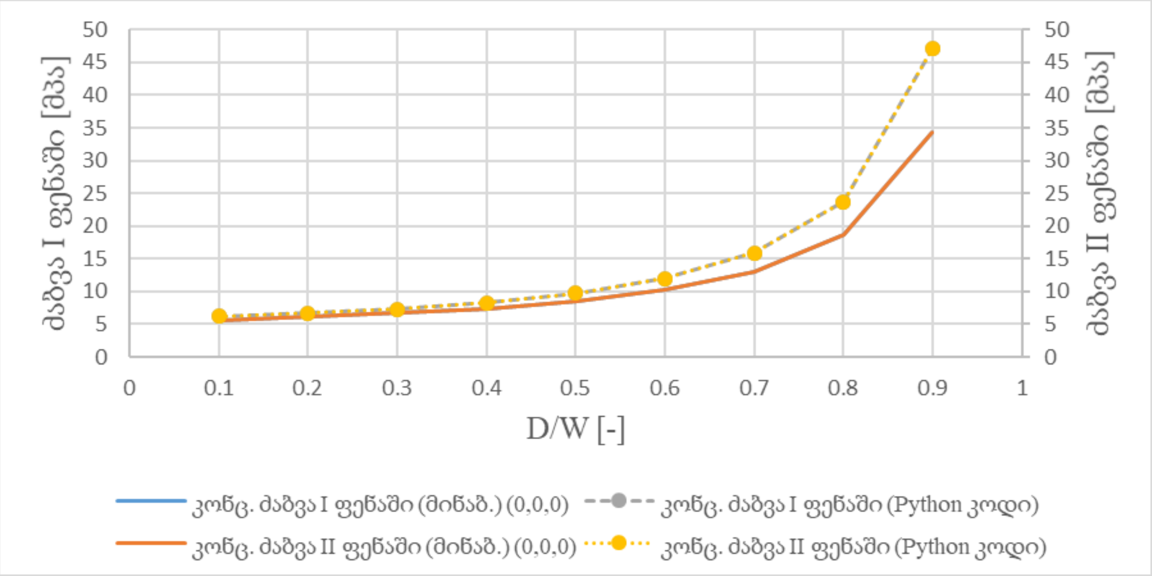
სურათი 59. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის მოდელის პარამეტრები.



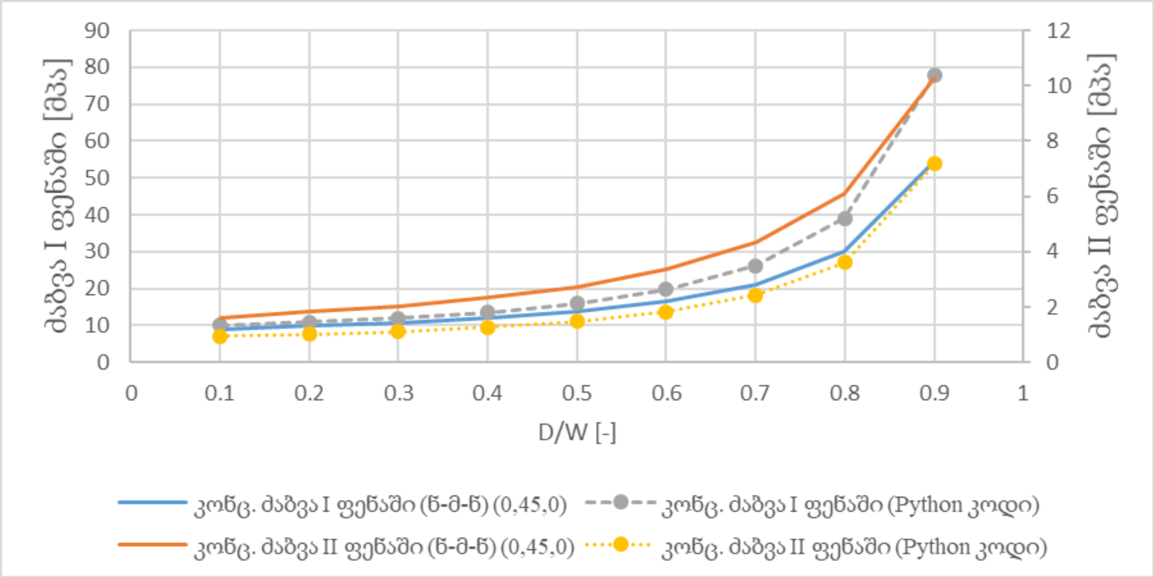
სურათი 60. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;მინაბ.;ნახშ.ბ] (0°,0°,0°)



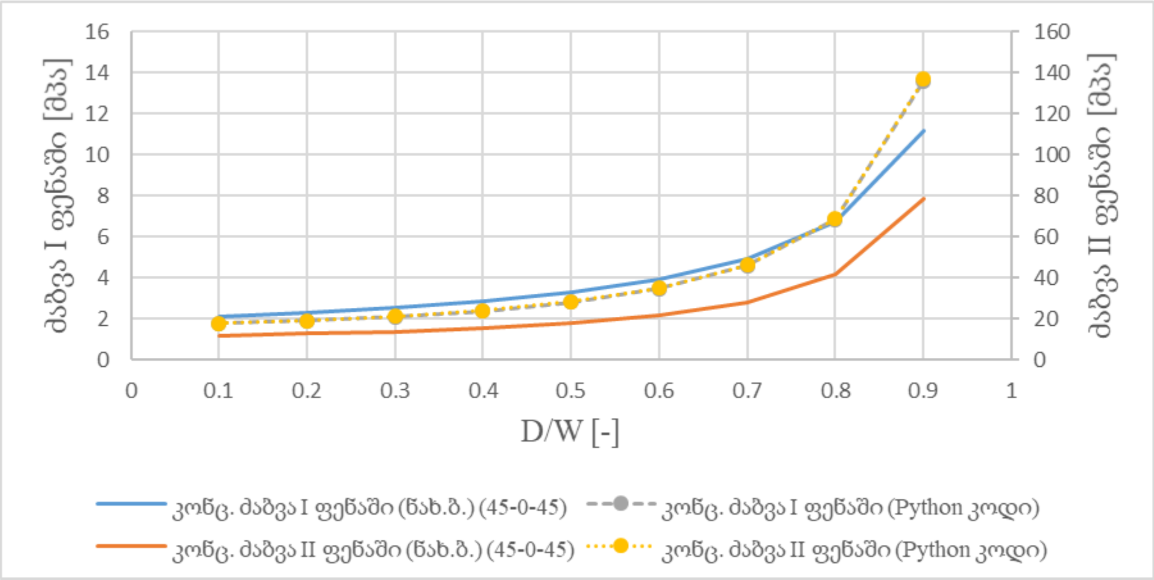
სურათი 61. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;ნახშ.ბ;ნახშ.ბ] (0°,0°,0°)



სურათი 62. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [მინ.ბ;მინ.ბ;მინ.ბ] (0°,0°,0°)



სურათი 63. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;მინ.ბ;ნახშ.ბ] (0^0,45^0,0^0)



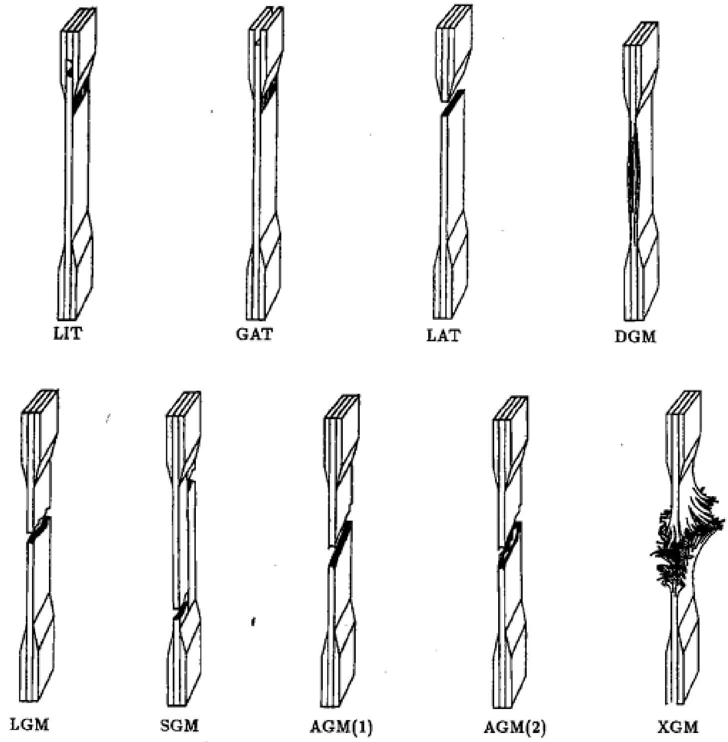
სურათი 64. ხვრეტიანი სამფენიანი ფირფიტის კონცენტრირებული ძაბვები [ნახშ.ბ;ნახ.ბ;ნახშ.ბ] (45^0,0^0,45^0)

3.2 ბაზალტ ბოჭკოს ლამინატის სტატიკური გამოცდა

ASTM D 3039/D 3039M სტანდარტის მიხედვით სტატიკური გამოცდის დროს კომპოზიტური ნიმუშის 9 რღვევის ტიპი არსებობს რომლებიც დამოკიდებულია კომპოზიტის შემადგენელი კომპონენტების რღვევაზე და ლოკაციაზე (სურათი 65). იმისათვის რომ დანადგარსა და ნიმუშს შორის მოჭიდება გაიზარდოს და არ მოხდეს მათ შორის სრიალი, აუცილებელია დამატებითი ელემენტების შემოტანა რომელიც მოცემულია (სურათი 65). იმისათვის რომ ჩვენს მიერ ჩატარებული გამოცდები და

(Plappert, Ganzenmueller, & May, 2020)-ის მიერ ჩატარებული გამოცდები შემედარებინა შევარჩიე იდენტური გაბარიტული ზომების ნიმუშები რომელიც მოცემულია სურათი 67-ში.

სტატიკური გამოცდა ჩატარდა TAM Management-ში, GALDABINI QUASAR 250 დანადგარის გამოყენებით.



First Character

Failure Type	Code
Angled	A
edge Delamination	D
Grip/tab	G
Lateral	L
Multi-mode	M(xyz)
long. Splitting	S
eXplosive	X
Other	O

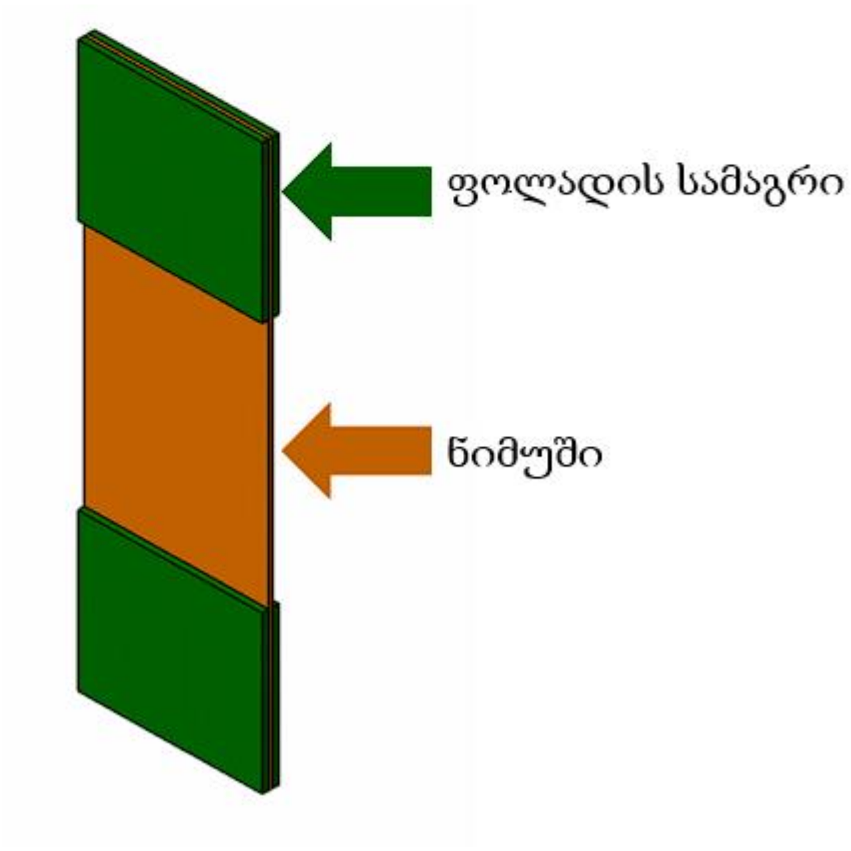
Second Character

Failure Area	Code
Inside grip/tab	I
At grip/tab	A
<1W from grip/tab	W
Gage	G
Multiple areas	M
Various	V
Unknown	U

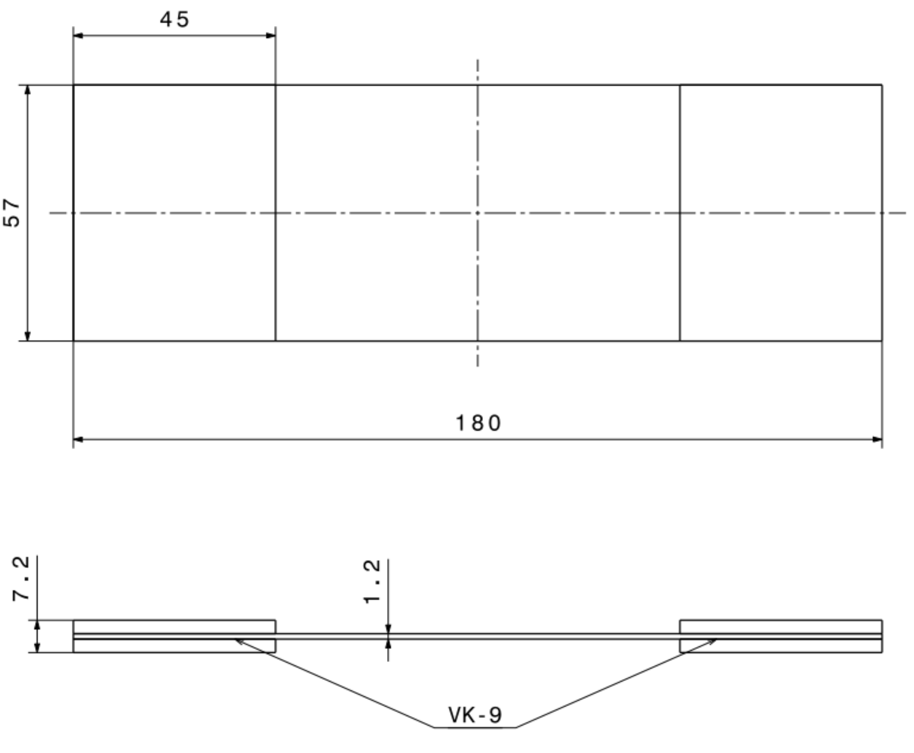
Third Character

Failure Location	Code
Bottom	B
Top	T
Left	L
Right	R
Middle	M
Various	V
Unknown	U

სურათი 65. ASTM D 3039/D 3039M სტანდარტით გათვალისწინებლი ნიმუშის რღვევები



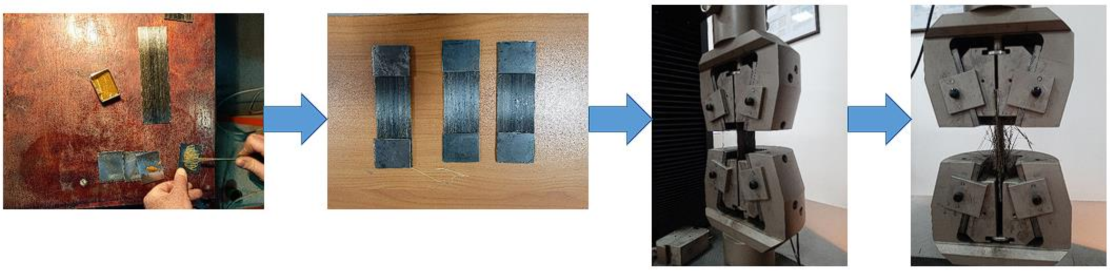
სურათი 66. გამოცადელი ნიმუში



სურათი 67. გამოსაცდელი ნიმუშის ზომები

სტატიკური გამოცდა მოიცავს შემდეგ ეტაპებს ესენია: ნიმუშის ზედაპირის დამუშავება შესაბამისი სითხით რა ზედაპირზე არსებულმა ცხიმებმა არ

მოახდინონ დეტალებს შორის კავშირის დარღვევა; დეტალების ადჰეზივით შეწებება და ბოლოს სტატიკური გამოცდა სადაც ამ შემთხვევაში აუცილებელია ბოჭკოების მიმართულება ემთხვეოდეს დანადგარის მოძრაობის მიმართულებას. სტატიკური გამოცდის პორცედურა ნაჩვენებია სურათი 68-ში.

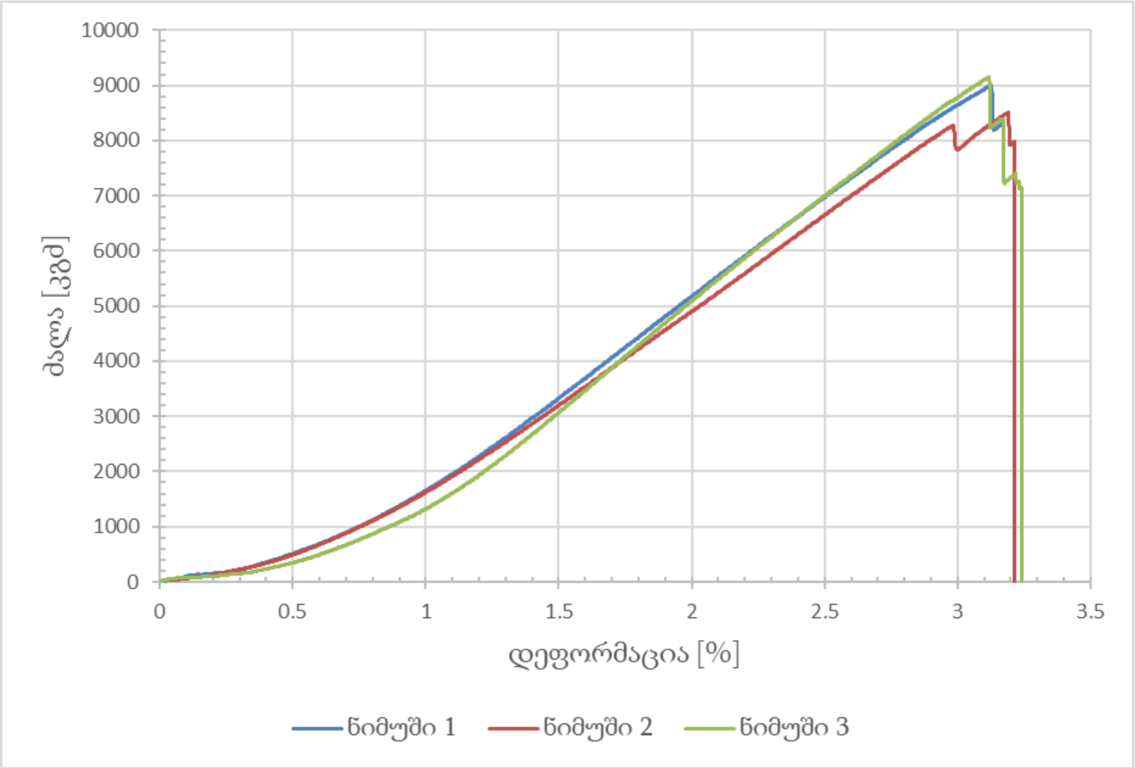


სურათი 68. სტატიკური გამოცდის პროცედურა

გამოცდებიდან მიღებულია მხოლოდ ძალისა და წაგრძელების მონაცემები რომელთა განზომილებებია კილოგრამი და მიკრომეტრი. ჰუკის კანონის თანახმად დეფორმაცია ტოლია ზაბვისა და იუნგის მოდულის ფარდობისა (107))

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \tag{107}$$

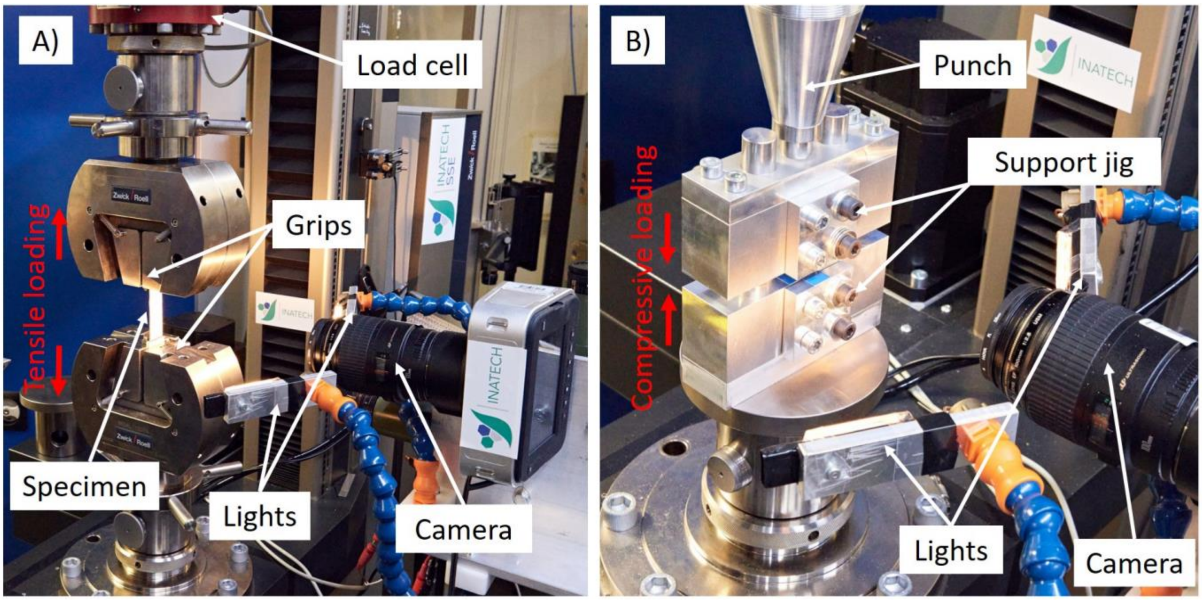
სადაც σ - ძაბვაა, E - იუნგის მოდული. მარტივი გარდაქმნის შედეგან მიღებულია შემდეგი გრაფიკი (სურათი 69).



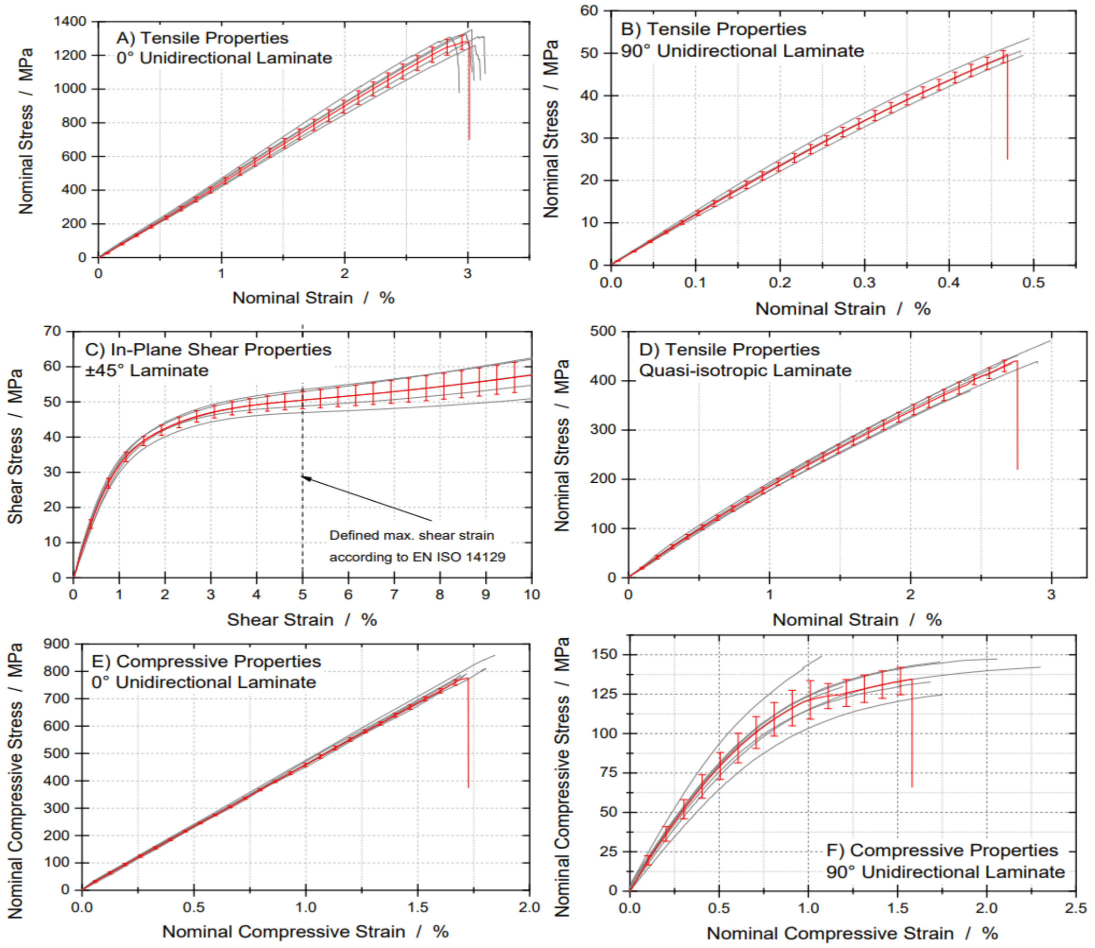
სურათი 69. მიღებული შედეგები

ვინაიდან ჩემს ხელთ არსებული დანადგარი არ მაძლევდა სხვა ტიპის გამოცდების ჩატარების საშუალებას როგორცაა გამოცდის ჩატარება კუმშვაზე, მხებ ძაბვაზე და სხვადასხვა ორიენტაციის ბოჭკოებზე კვლევის შემდეგი ეტაპისათვის აღებული მაქვს (Plappert, Ganzenmueller, & May, 2020)-ის (სურათი 70, სურათი 71) მიერ ჩატარებული გამოცდის მონაცემები. ჩემი და მათ მიერ მიღებული შედეგები გაჭიმვაზე როდესაც ნიმუშზე მოდებული ძალა და ბოჭკოების მიმართულება ემთხვვა ერთმანეთს საკმაოდ ახლოსაა ერთმანეთთან.

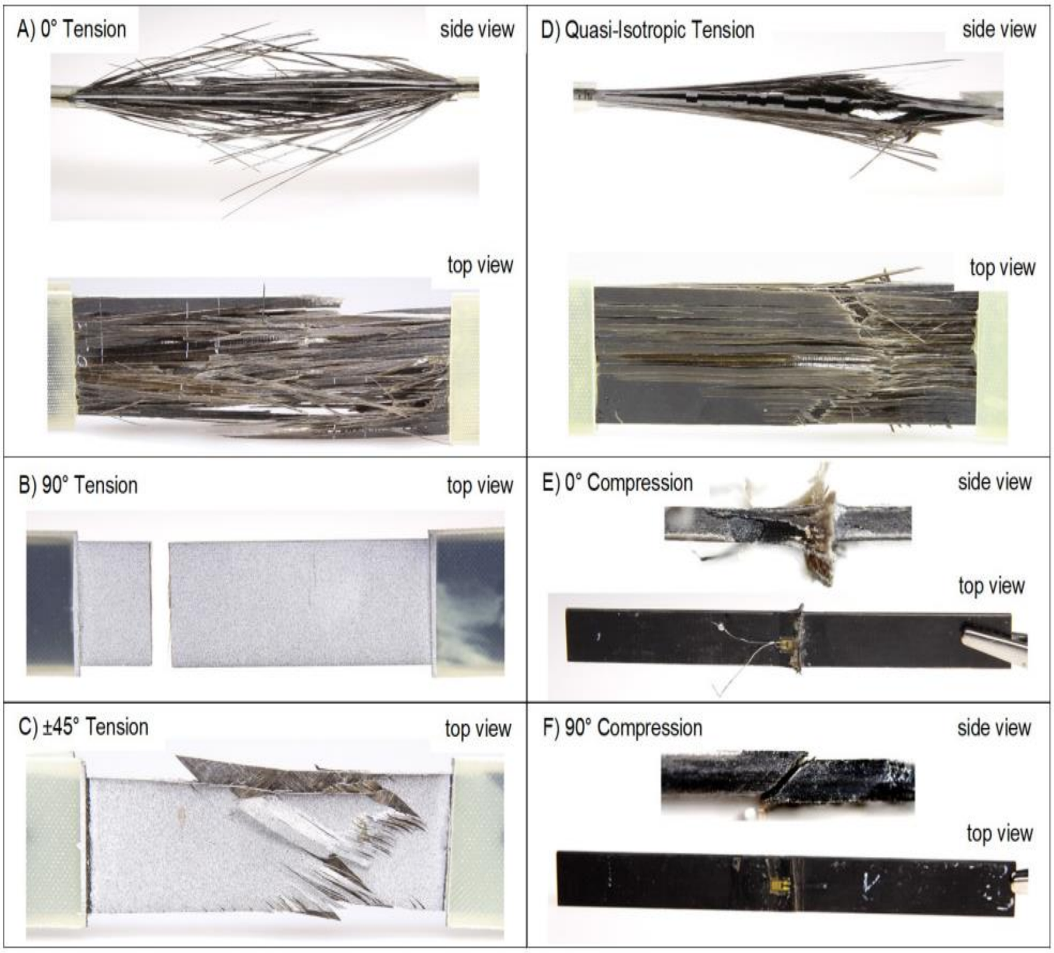
(Plappert, Ganzenmueller, & May, 2020)-ის ნაშრომში შესწავლილია 6 დატვირტვის სქემა. ესენია გაჭიმვა და კუმშვა როგორც ბოჭკოების პარალელურად ასევე პერპენდიკულარად და ორიც $\pm 45^0$ ბოჭკოების ორიენტაციის დროს მხები ძაბვების შესასწავლად. გამოცდებში გამოყენებულია Zwick Roell Z100 დანადგარი, რომლის მაქსიმალური ტვირთამწეობაა 10კნ. დანადგარს შეუძლია 2მმ/წთ სიჩქარით გადაადგილება და მონაცემების ციფრული ვერსიაში ჩაწერა.



სურათი 70. Plappert, Ganzenmueller, & May-ის მიერ ჩატარებული გამოცდები

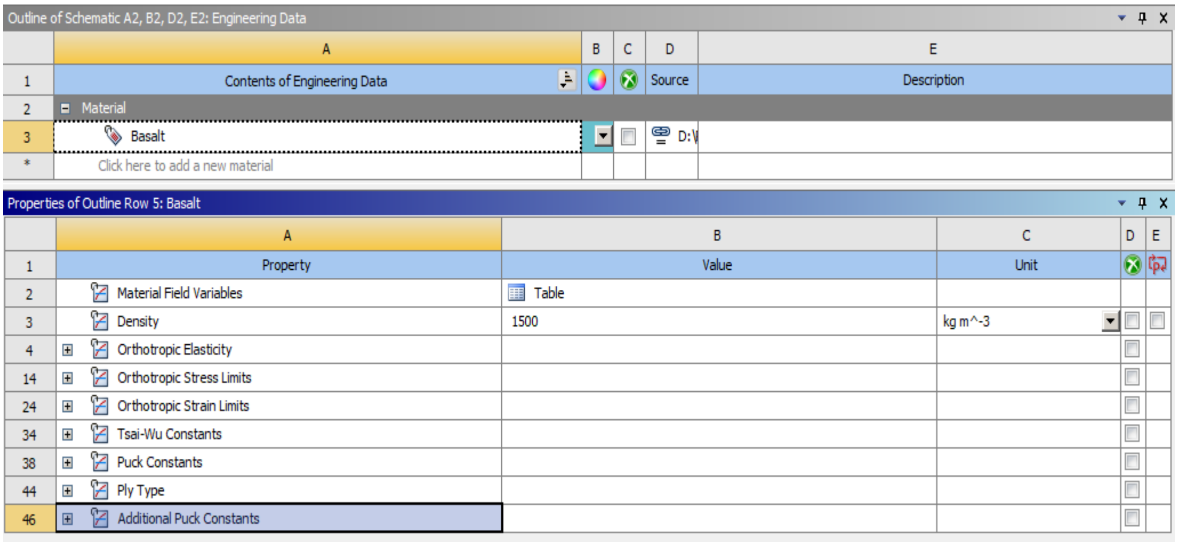


სურათი 71. Plappert, Ganzenmueller, & May-ის მიერ მიღებული შედეგები



სურათი 72. Plappert, Ganzenmueller, & May-ის მიერ მიღებული შედეგები

მიღებულ შედეგებზე დაყრდნობით პროგრამულ პაკეტ ANSYS-ში შევქმენი ბაზალტ ბოჭკოს მასალის ორთოტროპული ბიბლიოთეკა (სურათი 73).



Outline of Schematic A2, B2, D2, E2: Engineering Data

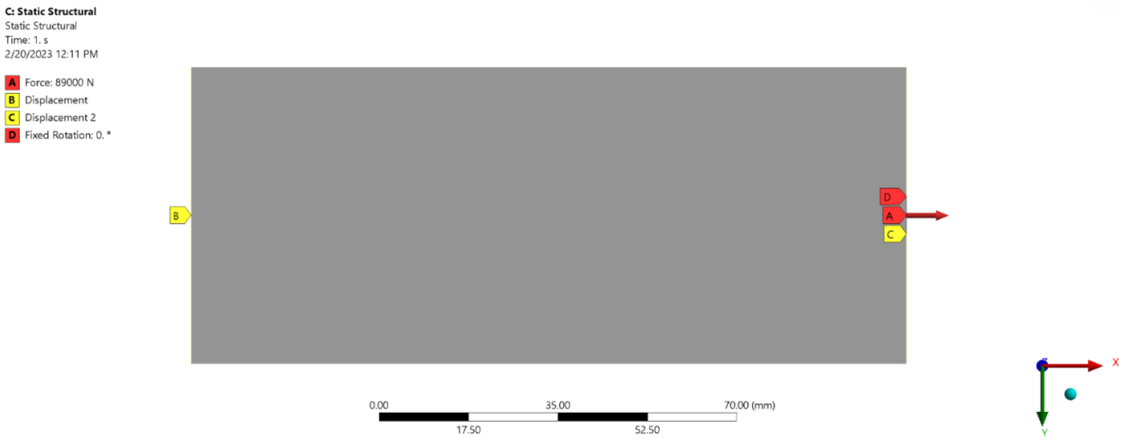
	A	B	C	D	E
1	Contents of Engineering Data			Source	Description
2	Material				
3	Basalt			D:\	
*	Click here to add a new material				

Properties of Outline Row 5: Basalt

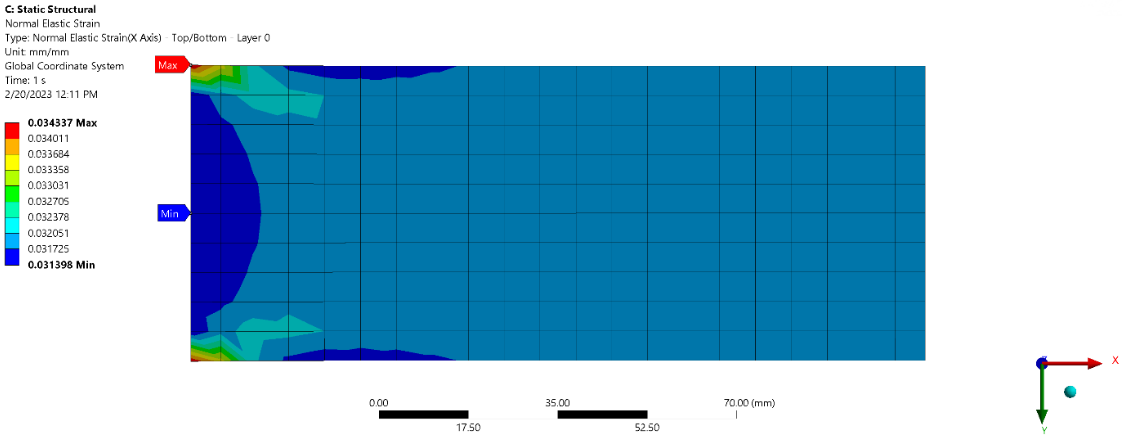
	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	1500	kg m^-3		
4	Orthotropic Elasticity				
14	Orthotropic Stress Limits				
24	Orthotropic Strain Limits				
34	Tsai-Wu Constants				
38	Puck Constants				
44	Ply Type				
46	Additional Puck Constants				

სურათი 73. პროგრამულ პაკეტში შექმნილი მასალის ბიბლიოთეკა

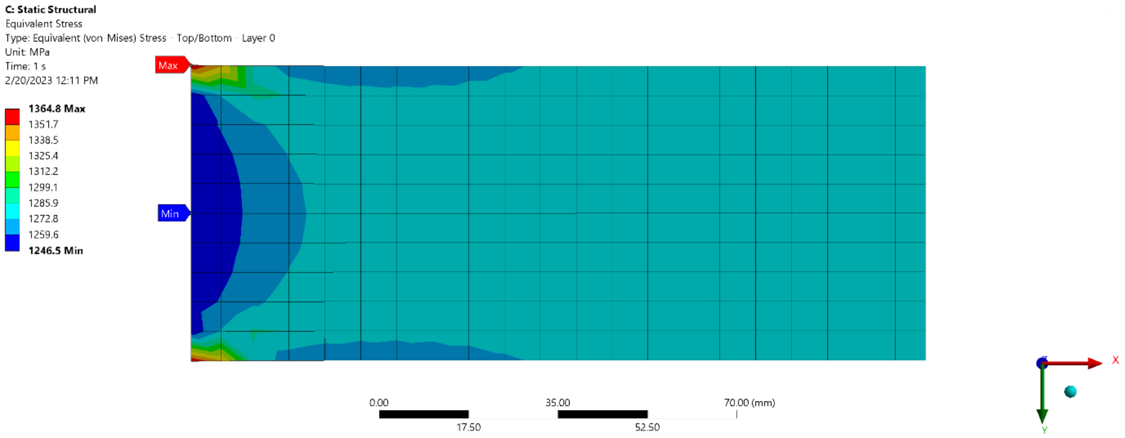
იმისათვის რომ ბიბლიოთეკის სიზუსტე დამედგინა შევმენი სტატიკურ გამოცდაზე გამოყენებული იდენტური მოდელი (სურათი 67). რომლის შედეგებიც (სურათი 75,სურათი 76) ემთხვევა გამოცდის შედეგებს (სურათი 71).



სურათი 74, სტატიკური გამოცდის რიცხვითი ანალიზის სასაზღვრო პირობები



სურათი 75. პროგრამის სტატიკური გამოცდის შედეგი

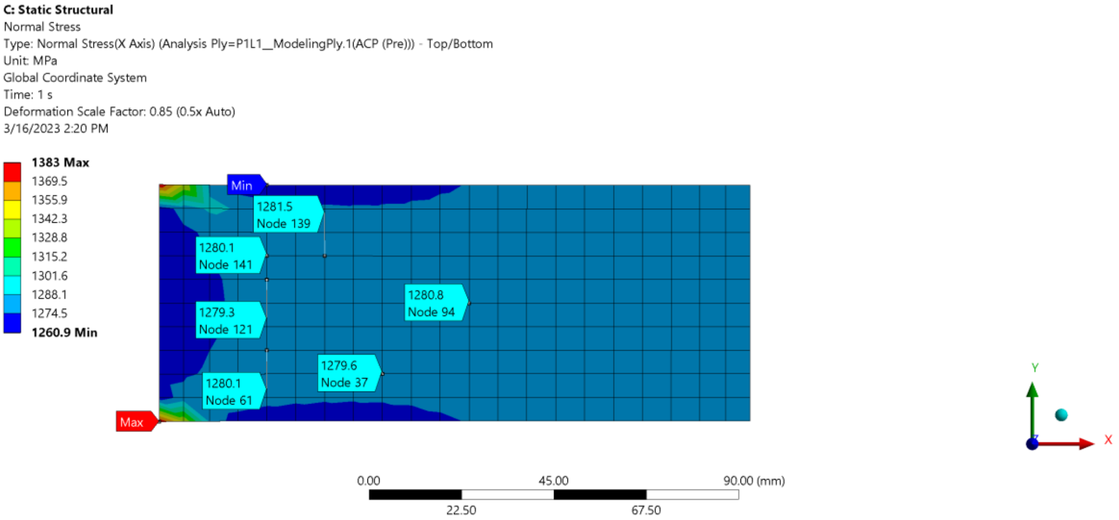


სურათი 76. პროგრამის სტატიკური გამოცდის შედეგი

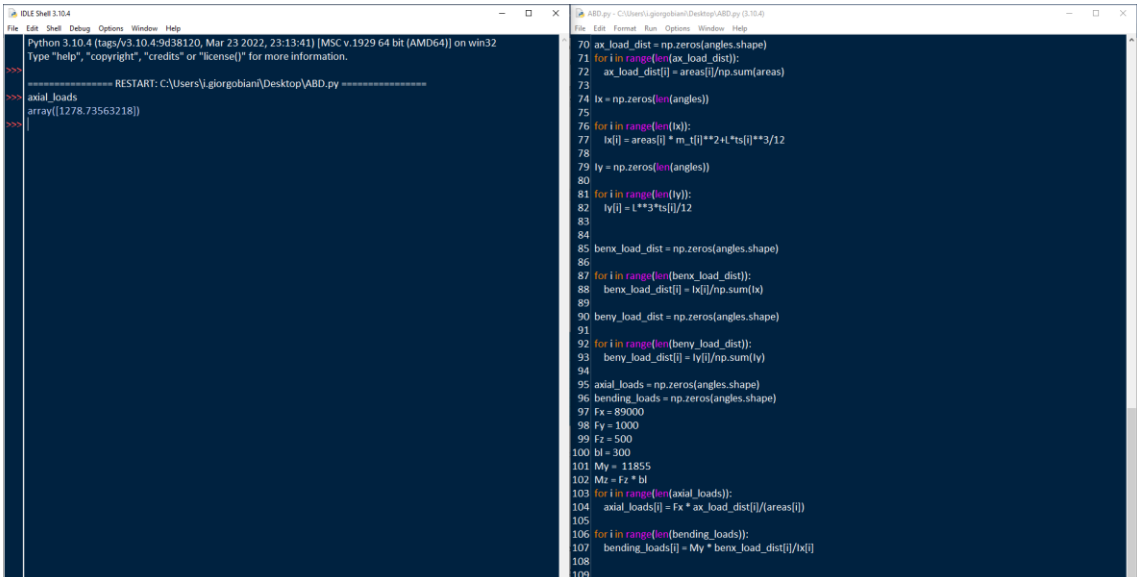
სურათი 74 ნაჩვენებ სქემაში წარმოდგენილია სტატიკური გამოცდის ინდენტური მოდელი, კერძოდ ერთ მხარეს ნიმუში შეზღუდულია ყველანაირი გადაადგილების მიმართ, ხოლო მეორე მხარეს გააჩნია მხოლოდ ერთი თავისუფლების ხარისხი, კერძოდ თავისუფალია ძალის ვექტორი მიმართულებით.

სურათი 76 და სურათი 77-ზე ნაჩვენები პიკები კუთხეებში წარმოადგენს სინგულარობას რომელიც გამოწვეულია ჩამაგრების სასაზღვრო პირობის გამო.

ლამინატის ანალიტიკური მახასიათებლის კოდის გამოყენებით ტრადიციული მეთოდით გამოთვლილი ნორმალური ძაბვები ემთხვევა სასრულ ელემენტის მოდელს სურათი 78, მაგრამ ეს სიზუსტე გამოწვეული მოდელის სიმარტივით.



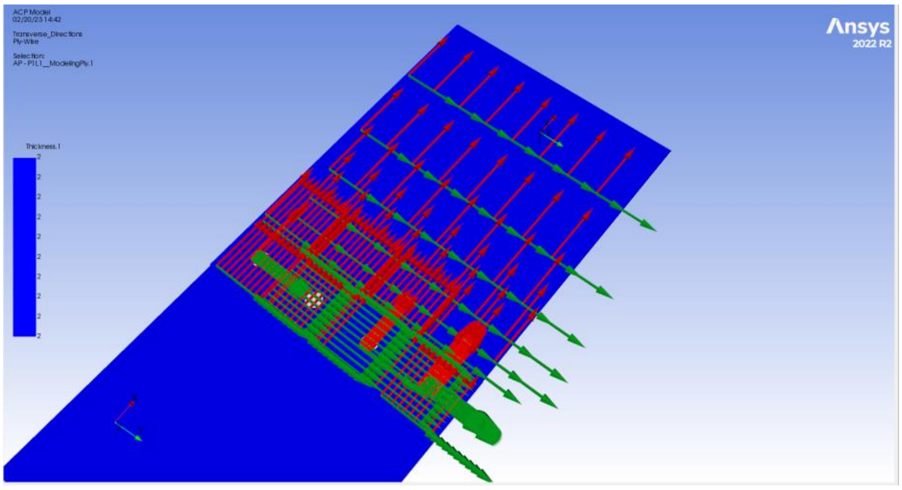
სურათი 77. სასრულ ელემეტთა მეთოდის ნორმალური ძაბვები



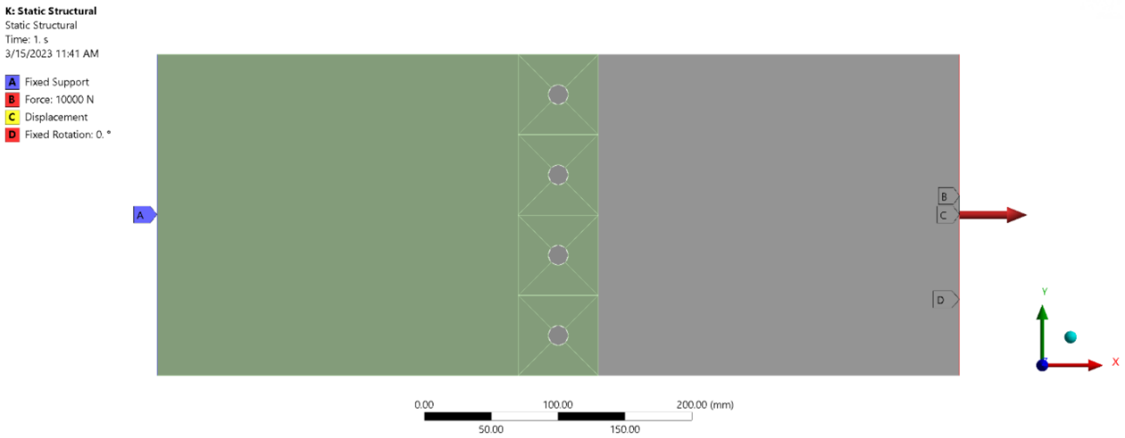
სურათი 78. PYTHON-ში გამოთვლილი ნორმალური ძაბვები

3.3 ხვრეტიანი მოდელი

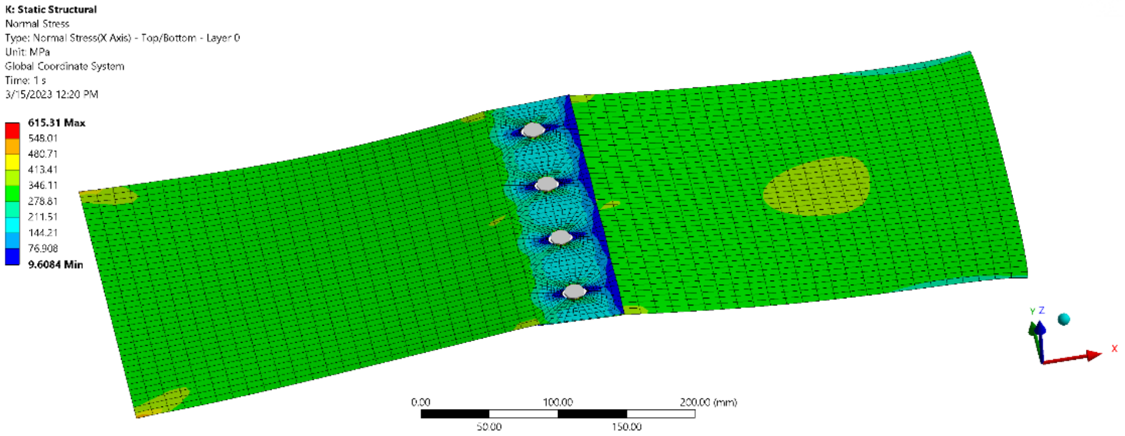
მოდელის ვალიდაციის შემდეგ აღებულია ხვრეტიანი მოდელი, კერძოდ მოქლონური შეერთება სურათი 79. ასეთი ტიპის შეერთება ადჰეზიურისგან განსხვავებით ტექნოლოგიურად მარტივია, ვინაიდან მას არ ესაჭიროება ზედაპირების სპეციალური დამუშავება.



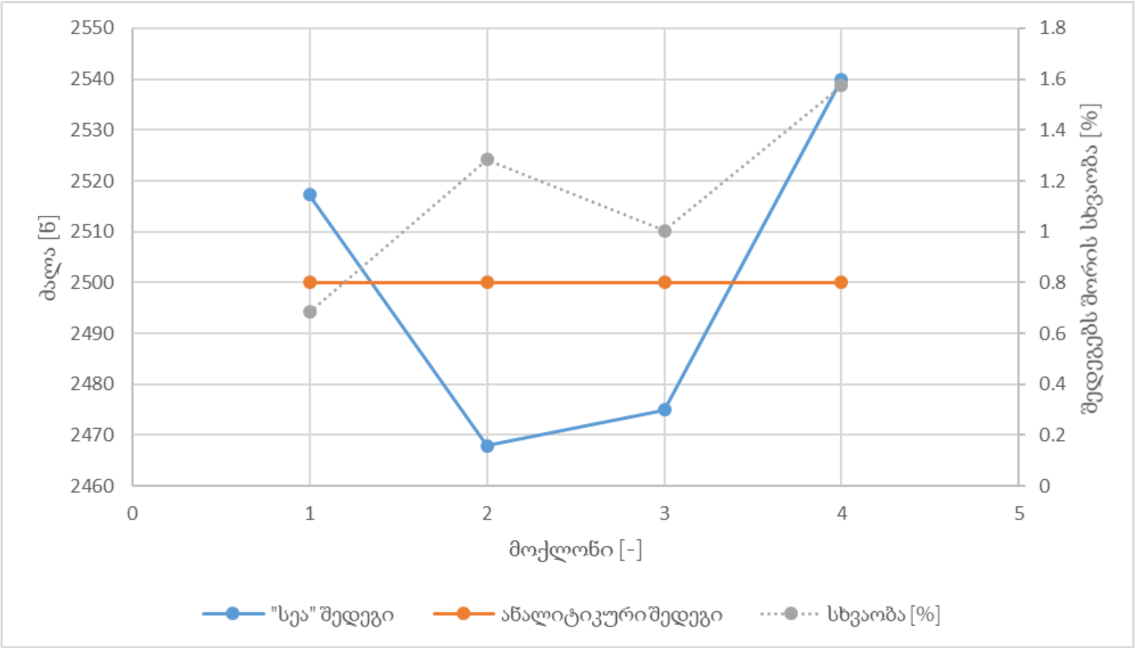
სურათი 79. ბოჭკოების მიმართულებები



სურათი 80. ხვრეტიანი ნიმუშის სასაზღვრო პირობები



სურათი 81 ხვრეტიანი ნიმუშის რიცხვითი შედეგები



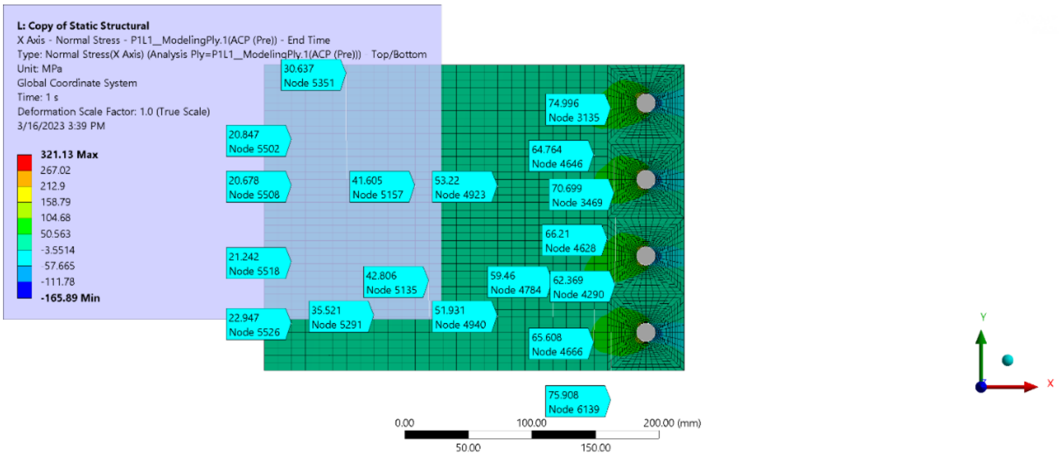
სურათი 82. ხვრეტიანი ნიმუშის რიცხვითი შედეგები, ძალთა გადანაწილება

ზემოთ აღნიშნული მოდელის პროგრამით დათვლის შემთხვევში ვიღებთ 20მპა ძაბვას ჩამაგრების ადგილებში, მაგრამ რაც უფრო ვუახლოვდებით ორთოგონოლურად დეფორმირებულ სექციებს ძაბვები უფრო და უფრო იზრდება. შესამოწმებლად ანსის რექციების ფუნქცია გამოვიყენე სადაც ნაჩვენებია მომენტების რეაქციები (სურათი 83). სურათიდან ჩანს, რომ მიუხედევად მხოლოდ აქსიალური ძალისა ამ კონკრეტულ შემთვევაში აღიძვრება მღუნავი მომენტები რომელთა ჩასმით კოდში ზუსტად ორთოგონალურად დეფორმირებულ ადგილებში ვიღებთ მღუნავი მომენტისგან წარმოქმნი ძაბვებს(სურათი 84)(სურათი 85).

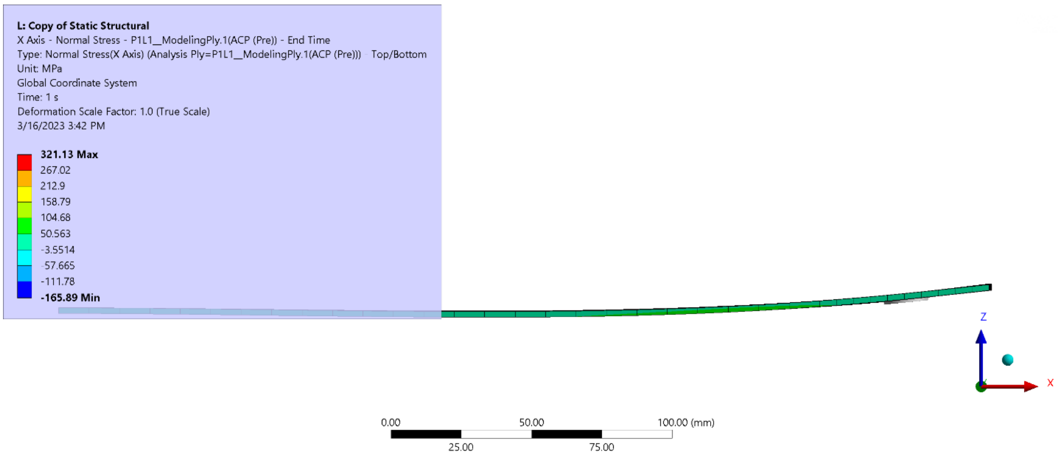
Tabular Data

	Time [s]	Moment Reaction (X) [N·mm]	Moment Reaction (Y) [N·mm]	Moment Reaction (Z) [N·mm]
1	1.	-423.71	-11860	-7869.6

სურათი 83. ხვრეტიან მოდელზე მოსული მომენტის რეაქციები

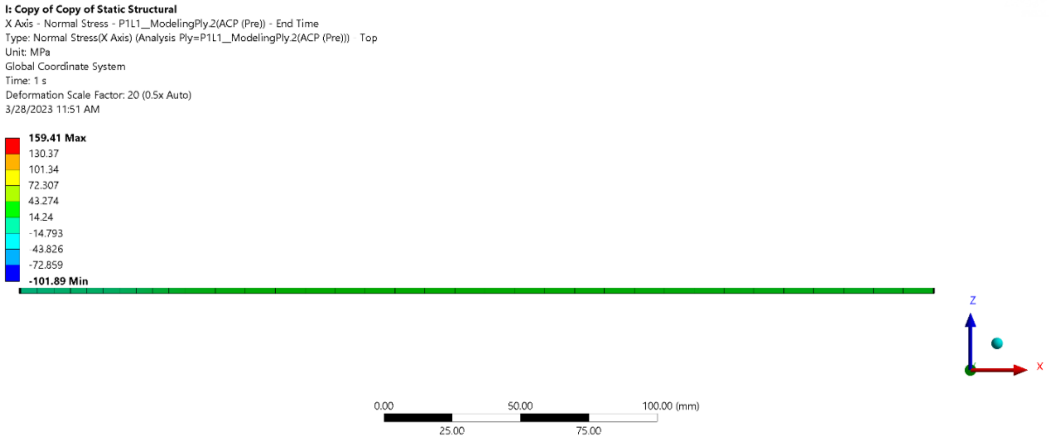


სურათი 84. ხვრეტიან მოდელზე ძაბვების გადანაწილება

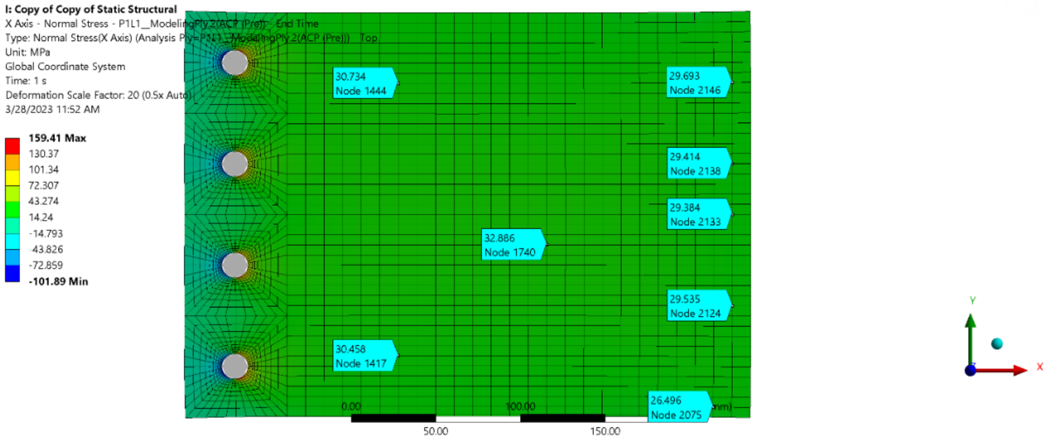


სურათი 85. ხვრეტიანი მოდელის დეფორმაცია

საკმარისია ზემოთ აღნიშნულ მოდელ შევუზღუდოთ ორთოგონალურად გადაადგილება, რომ ნორმალური ძაბვები სექციებში ერთმანეთის ტოლი ხდება (სურათი 86)(სურათი 87).



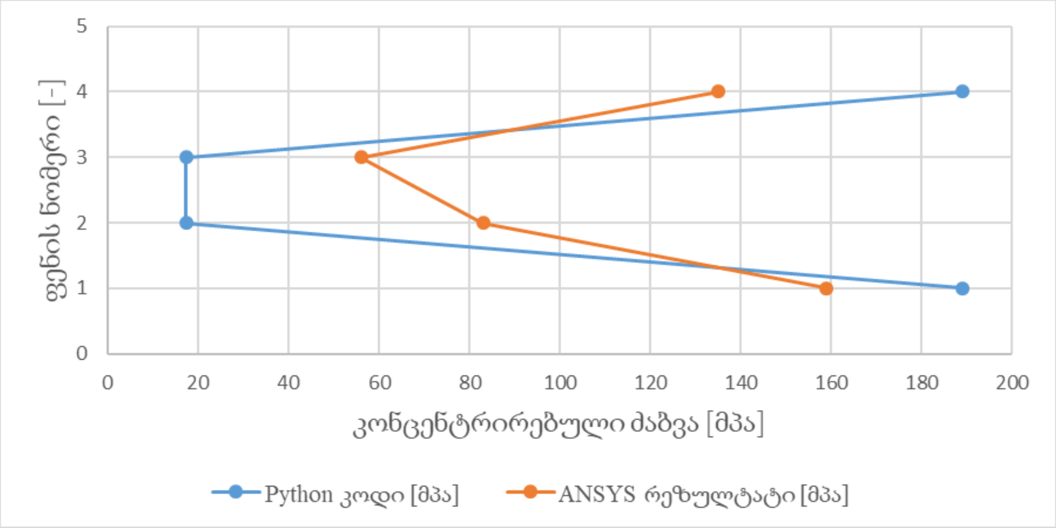
სურათი 86. ხვრეტიანი მოდელის დეფორმაცია ორთოგონალური გადაადგილების შეზღუდვის შემთხვევაში



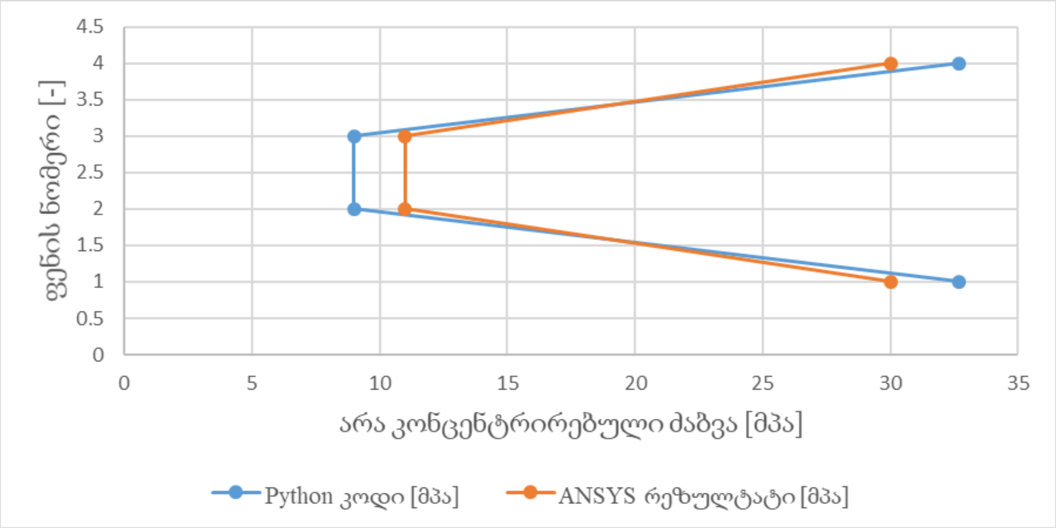
სურათი 87. ორთოგონალური გადაადგილების შეზღუდვის შემხვევაში ძაბვათა გადანაწილება

თუ ზემოთ მოცემულ კოდს გამოვიყენებთ სადაც აქსიალურთან ძაბვასთა ერთად ერთად ინტეგრირებულია მღუნავი ძაბვები და შევადარებთ სასრულ ელემენტთა მოდელს ვნხავთ რომ არა კონცენტრირებული ძაბვები საკმაოდ ახლოსაა ერთმანეთთან. განსხვავებები, როგორც უკვე ავღნიშნე, გამოწვეული კოდის ლიმიტით სამგანზომილებიანი დეფორმაციიის შეზღუდვით, ასევე კოდში

განხილულია მხოლოდ ერთ ფირფიტაზე მოსული დატვირთვები მეორის გათვალისწინების გარეშე რაც ასევე ზრდის ცდომილებებს (სურათი 88)(სურათი 89).



სურათი 88. ხვრეტიანი მოდელის კონცენტრირებული ძაბვები ფენებში



სურათი 89. ხვრეტიანი მოდელის არაკონცენტრირებული ძაბვები ფენებში

3.4 ძირითადი ნაწილის შეჯამება

ჩატარდა ბაზალტ ფაიბერის მიერ მოწოდებულ ბაზალტის ლამინატზე სტატიკური გამოცდა. მიღებული შედეგები დამუშავდა და პროგრამულ პაკეტ ანსისში შეიქმნა ბაზალტ ლამინატის ბიბლიოთეკა.

შეიქმნა სპეციალური კოდი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს პირველადი მიახლოების ხარჯზე გავაანალიზოთ კრიტიკული სექციის დაძაბულ დეფორმაციული სურათი. გარდა ამისა შესაძლებელია პროგრამის მოდიფიკაცია და დამატებითი კრიტერიუმების გათვალისწინებით კონსტრუქციის ანალიზი. პროგრამას ასევე შეუძლია ვიზუალუარად გამოსახოს ფენებს შორის ძაბვების გადანაწილება, რაც საშუალებას გვაძლევს ვიპოვოთ კრიტიკული ფენა და მოდელის შექმნამდე შევცვალოთ ფენების ორიენტაცია თუ რაოდენობა. სწორედ ამ პროცესის შემდეგ შესაძლებელია კონსტრუქციის სრული მოდელის შექმნა და ანალიზი ძვირად ღირებულ პროგრამულ პაკეტსა და მძლავრ კომპიუტერში.

ძირითადი დასკვნები

ჩატარებული თეორიული, ექსპერიმენტალური და რიცხვითი კვლევების საფუძველზე შეიძლება გაკეთდეს შემდეგი დასკვნები:

- შედგენილია ხვრეტების მქონე ფენოვანი თხელკედლიანი სამშენებლო კონსტრუქციების (ფირფიტები, გარსები) გაანგარიშების ზოგადი მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია ლამინატის სიხისტის მატრიცის შედგენაზე და ითვალისწინებს ფენების რაოდენობასა და ორიენტაციას.
- მიღებულია გარსებისა და ფირფიტების სასრულ ელემენტთა მეთოდით გასაანგარიშებლად საჭირო სიხისტის მატრიცები.
- გამოკვლეულია ხვრეტებიანი ფენოვანი გარსებისა და ფირფიტების ხვრეტების პერიმეტრზე, რომელი სასრულო ელემენტის გამოყენებაა შესაძლებელი.
- წარმოდგენილია ბაზალპლასტიკური ლამინატისგან დამზადებული ფირფიტის სიმტკიცის მახასიათებლების დადგენის ექსპერიმენტალური კვლევის შედეგების ანალიზი თეორიული მონაცემების მიმართ.
- ორთოტროპული მასალებისათვის მიღებულია თხელკედლიან კონსტრუქციაში არსებული ხვრეტის გარშემო კონცენტრირებული ძაბვების გამოსათვლელი ანალიზური ფორმულა.
- ჩატარებული კვლევების საფუძველზე დამუშავებულია გამოყენებითი კომპიუტერული პროგრამების პაკეტი, რომელთა რეალიზება შესაძლებელია ნებისმიერ საპროექტო და სამშენებლო კომპანიაში.

გამოყენებული ლიტერატურა

Altenbach, H., & Eremeyev, V. (2017). *Shell-like Structures.* Cham: Springer International Publishing.

Ashouri Vajari, D. (2015). mincromechanical study of porous composite under longitudinal shear and transverse normal loading. *Composite Structures*, 266-276.

Baraldi, D., & Cecchi, A. (2017). Discrete and continous models for static and modal analysis of out of plane loaded masonry. *Cumputers and structures*.

Bednarcyk, A., Aboudi, J., & Arnold, M. (2017). Micromechanics of composite materials governed by vector constitutive laws. *Solid Structures*, 137-151.

Bhaskar, K., & Ravindran, A. (2018). Elasticity solution for orthotropic FGM plates with dissimilar stiffness coefficient variations. *Acta Mechanica*, 1-9.

Calister, W. D., & Rethwisch, D. G. (2013). *Materials Science and Engineering.* Sao Paulo: John Wiley and Sons.

Chakartnarodom, P., Prakaypan, W., Chuankrerkkul, N., & Laitila, E. (2020). Properties and Performance of the basalt-fiber reinforced texture roof tiles. *Case Studies in Construction Materials*.

Cook, R. (1995). *Finite element modeling for stress analysis.* Hoboken: John Wiley and Sons.

Erisov, Y., Grechnikov, F., & Surudin, S. (2016). Yield function of the orthotropic material considering the crystallographic texture. *Structural Engineering and Mechanics*, 677-687.

Feito, N., Diaz Alvarez, J., Lopez Puente, J., & Miguelez, M. (2018). Experimental and numerical analysis of step drill bit performace when drilling woven CFRPs. *Composite Structures*, 1147-1155.

Gay, D. (2014). *Design and Applications.* Boca Raton: CRC.

Gerofi, B., Ishikawa, Y., Reisen, R., & Wisniewski, R. (2019). *High-Performance Computing Series.* Singapore: Springer.

Ghosh, A., & Chakravorty, D. (2017). Failure Analysis of Civil Engineering Composite Shell Roofs. *Procedia Engineering*, 1642-1649.

Giorgobiani, I. (2022). The problem of calculating shell structures with cut-outs made of various composite materials. *Problems of Engineering Sciences*, (p. 22). Yerevan.

Gurgenidze, D., & Kipiani, G. (2018). Bending of geometrucally nonlinear shell with cutout. *10 th International Conference on contemporary problems of architecture and construction* (pp. 340-343). Wuhan: Beijing University of China.

Gurgenidze, D., Kipiani, G., & Badzgaradze, G. (2020). Analysis on stability of having holes thin-walled spatial structures. *Problems of Mechanics*, 94-96.

Gurgenidze, D., Kipiani, G., Badzgaradze, G., & Suramelashvili, E. (2020). on analysis of thin-walled spatial systems of complex structure with discontinuous paramters by method of large blocks. *Architecture and engineering*, 232-237.

Guz, I., Menshykova, M., & Paik, J. (2017). Thick-walled composite tubes for offshore applications: an eample of stress and failure analysis for filament-wound multi-layered pipes. *Ships ofshore structures*, 304-322.

Heidari-Rarani, M., & Sayedain, M. (2019). Finite element modeling strategies for 2D and 3D delamination propagation in composite DCB specimens using VCCT, CZM and XFEM approaches. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*.

Jia, P., Suo, Y., & Jia, C. (2020). Elastic Solution of Stress Boundary Problem for Orthotropic Materials. *Journal of Physics*, 1-8.

Jia, Z., Bai, Y., Wang, F., Ma, J., Cheng, D., & Zhang, Z. (2019). Effect of drill flute direction on delamination at the exit in drilling carbon fiber reiforced plastic. *Polymers*, 1434-1440.

Jiang, H., Ren, Y., Liu, Z., Zhang, S., & Wang, X. (2018). Evaluations of failure initation criteria for predicting damages of composite structures under crushing loading. *Plastic Composites*, 1279-1303.

Katili, I., Maknun, I. J., Batoz, J.-L., & Ibrahimbegovic, A. (2018). Shear Deformable shell element DKMQ24 for composite structures. *Composite Structures*, 182-200.

Kipiani, G. (2016). Deformability and stability of rectangular sandwich panels with cuts under in-plane loading. *Architecture and Engineering*, 26-30.

Kipiani, G. (2017). The new system of modelling. *International conference on differential and difference equations and applications* (p. 68). Lisbon: Military Academy.

Kipiani, G. (2019). Stability of rectangular sandwith ribbed plate with discrete filler. *Modeling in Mechancis* (p. 11). Ostrava: VSB-Technical University of Ostrava,.

Kipiani, G., & Botchorishvili, N. (2016). Analysis of laminar structures with application of generalized functions. *VSB Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering*, 27-28.

Kipiani, G., Aptsiauri, G., Zambakhidze, L., Churchelauri, Z., Paresishvili, A., & Okropiridze, G. (2016). Stability of thin-walled spatial systems with discontinuous parameters. *Contemporary problems of architecture and costruction*, 171-173.

Kipiani, G., Giorgobiani, I., & Beruashvili, V. (2021). Stability of thin-walled structures spatial features systems with discontinuty parameters. *European Innovative Technologies in the Construction and Environment Egnineering.* 2021.

Kipiani, G., Giorgobiani, I., & Beruashvili, V. (2022). Analysis of thin-walled dicrete-parameter spatial structrures. *International Conference on Global Practice of Multidisciplinary Scientific Studies Dedicated to the 100th Anniversary of Georgian Technical University* (pp. 225-231). Tbilisi: Science Georgia.

Kipiani, G., Giorgobiani, I., & Beruashvili, V. (2022). Stability Calculation of Discontinous Parametric Layered Plate Structures. *7th International Conference on Evolving Trends in Interdiciplinary Reasearch and Practices* (pp. 301-310). New York: Institute of Economic Developmentand Social Research Publications.

Kipiani, G., Rajczyk, M., & Lausova, L. (2015). Influence of rectalgular holes on stability of three-layer plates. *Applied Mechanics and Materials*, 397-401.

Koloor, S., Rahimian-Koloor, S., Karimzadeh, A., Hamdi, M., Petru, M., & Tamin, M. (2019). Nano-level damage characterization of graphene/polymer cohesive interface under tensile separation. *Polymers*, 1435.

Kumar, A., Chakrabarti, A., & Bhargava, P. (2018). Finite element analysis of laminated composite and sandwich shells using higher order zigzag theory. *Composite Structures*, 270-282.

Laghi, V., Tonelli, L., Palermo, M., Bruggi, M., Sola, R., Ceschini, L., & Trombetti, T. (2021). Experimentally-validated orthotropic elastic model for Wire-and-Arc Additively Manufactured stainless steel. *Additive Manufacturing*, 1-12.

Li, D., Wang, Z., & Zhang, C. (2019). A multi-level and multi-site mesh refinement method for the 2D problems. *Mechanics and Advanced Materials and Structures*, 1462-1479.

Li, S., & Sitnikova, E. (2020). *Representative volume elements and unit cells.* Amsterdam: Elsevier.

Liu, C. (2019). Reliability analysis of composite laminates based on generating function approach. *Mechanical Engineering*, 55-67.

Liu, L., Zhang, X., Wang, Z., Wang, Y., & Gou, J. (2022). Micromechanics modeling of transverse tensile strength for unidirectional CFRP composite. *Materials*, 1-14.

Ma, J., Gao, W., Wriggers, P., & Xue, X. (2018). Multiscale finite element analysis of uncertain-but-bounded heterogenous materials at finite deformation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 15-31.

Mardaleishvili, N., & Arkania, Z. (2019). Numerical Study of Absolutely Flexible Rods Loaded by Concentrated Forces in an Air or Liquid Flow. *Moscow University Mechanics Bulletin*, 97-100.

Martínez, J., Song, H., Dumas, J., & Sylvain, L. (2017). Orthotropic k-nearest foams for additive manufacturing. *Hal Science*, 1-13.

Milkowycz, W. J., & Sparrow, E. M. (2017). *The Finite Element Method.* Boca Raton: Taylor and Francis Group.

Muzel, S. D., Bonhin, E. P., Guimaraes, N. M., & Guidi, E. S. (2020). Application of the Finite Element Method in the Analysis of Composite Materials: A Review. *Polymers*, 1-59.

Nikabadze, M., Moseshvili, T., Ulukhanian, A., Tskhakaia, K., & Mardaleishvili, N. (2017). Formulation of the initial boundary value problems in the theory of multilayerd thermoelastic thin bodies in moment II. *Vibration, Control and stability of Dynamical Systems*, 357-368.

Patel, D., & Buch, V. (2018). Drilling of glass fiber reinforced polymer composite. *Recent Science* , 25059-25062.

Plappert, D., Ganzenmueller, G., & May, M. (2020). Mechanical Properties of a Unidirectional Basalt- Fiber composite. *Journal of Composites Science*, 1-12.

Prasad, M., Ram, S., Steve, V., Nawaz, S., & Prasanthi, P. (2018). Analysis of twisted composite plates using finite element method. *International Journal of Creative Research Thoughts*, 153-159.

Singiresu, R. (2018). *The Finite Element Method in Engineering.* Oxford: Elsevier.

Tan, W., Fernando, N., Yang, L., Chang, T., Falzon, B. G., Zhan, L., . . . Liorca, J. (2018). The role of interfacial properties on the intralaminar and interlaminar damage behaviour of unidirectional composite laminates: Experimental characterization and multiscale modelling. *Composites Part B: Engineering*, 206-221.

Tian, W., Qi, L., Zhou, J., Liang, J., & Ma, Y. (2015). Representative volue element for composites reinforced by spatially randomly distributed discontinous fibers and its applications. *Composite structures*, 366-373.

Ton-That, H., & Nguyen-Van, H. (2021). A Combined Strain Element in Static, Frequency and Buckling Analyses of Laminated Composite Plates and Shells. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 56-71.

Witzgall, C., Volkl, H., & Wartzack, S. (2022). Derivation and Validation of Linear Elastic Orthotropic Material Properties for Short Fibre Reinforced FLM Parts. *Journal of Composite Science*, 1-18.

Wong, K. (2020, January 15). *Many Composite Layers to Address*. Retrieved from Digital Engineeirng 24/7: https://www.digitalengineering247.com/article/many-composite-layers-to-address/ansys-f1-front-wing-failure-plot/

Wu, Y., Xing, Y., & Liu, B. (2015). Analysis of isotropic and composite laminated plates and shells using a differential quadrature hierarchical finite element method. *Composite Structures*, 11-25.

Xie, J., Waas, A. M., & Rassaian, M. (2016). Closed -form solutions for cohesive zone modeling of delamination toughness tests. *Solids Structures*, 379-400.

Xing, J., Du, C., He, X., Zhao, Z., Zhang, C., & Li, Y. (2019). Finite element study on the impact resistance of laminated and textile composites. *Polymers*, 1798.

Xu, J., Mkaddem, A., & Mansori, M. (2016). Recent advances in drilling hybrid FRP/ti composite. *Composite structures*, 316-338.

Yu-Hsi, H. (2022). Measurement of Orthotropic Material Constants and Discussion on 3D Printing Parameters in Additive Manufacturing. *Applied Sciences*, 1-16.

Zhu, B. (2018). *The Finite Element Method Fundamentals and Applications in Civil, Hydraulic, Mechanical and Aeronatical Engineering.* Beijing: Wiley.

გიორგობიანი, ო. (2021). მრავალფენიანი გარსებისა და ფირფიტების მდგრადობა. *მშენებლობა*, 123-126.

გიორგობიანი, ო. (2021). მრავალფენიანი ფირფიტის გაანგარიშება მდგრადობაზე. *საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია* (pp. 21-22). ქუთაისი: საქართველოს მექანიკოსთა კავშირი.

გიორგობიანი, ო. (2021). ფენოვანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება. *მოამბე*, 70-72.

გიორგობიანი, ი. (2022). თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით. *მეცნიერება და ტექნოლოგიები*, 72-79.

ყიფიანი, გ., & კვარაცხელია, ა. (2017). ფენოვანი ფირფიტები და დინამიკური მდგრადობა. *მშენებლობა*.

ყიფიანი, გ., აბესაძე, ბ., & ჩაჩხიანი, ნ. (2016). ორგანზომილებიანი ჭრილიანი ფირფიტის დეფორმაცია განზოგადებული ფუნქციების გამოყენებით. *მექანიკის პრობლემები*.

ხმელიძე, თ., & ყიფიანი, გ. (2022). *კომპოზიტური კონსტრუქციები*. თბილისი: ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი.

დანართი 1

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

# External Loads
Fx = 1000

# Mechanical properties
lamina = int(input("Enter number of layers: "))
E1 = np.zeros(lamina)
E2 =np.zeros(lamina)
miu12 = np.zeros(lamina)
G12 = np.zeros(lamina)
miu21 = np.zeros(lamina)
local_Ex = np.zeros(lamina)

for i in range(len(E1)):
    E1[i] = float(input(f"Enter E1 for {i+1} ply: "))

for i in range(len(E2)):
    E2[i] = float(input(f"Enter E2 for {i+1} ply: "))

for i in range(len(miu12)):
    miu12[i] = float(input(f"Enter miu12 for {i+1} ply: "))

for i in range(len(G12)):
    G12[i] = float(input(f"Enter G12 for {i+1} ply: "))
```

```
for i in range(len(miu21)):
    miu21[i] = miu12[i]*E2[i]/E1[i]



for i in range(len(miu21)):
    miu21[i] = miu12[i]*E2[i]/E1[i]
#Geometric properties
angles = np.zeros(lamina)
ts = np.zeros(lamina)
for i in range(len(angles)):
    angles[i] = float(input(f"Enter {i+1} ply angle [degree]: "))/180*math.pi
for i in range(len(angles)):
    ts[i] = float(input(f"Enter {i+1} ply thickness [mm]: "))

total_t  = np.sum(ts)
middle = total_t/2
L = 500.00
d = 50.00
# Height from middle line
m_t = np.zeros(angles.shape)
m_t[0] = ts[0]/2- middle
for i in range(1,len(m_t)):
    m_t[i] = m_t[i-1] + ts[i-1]/2 + ts[i]/2

Q11 = np.zeros(len(angles))
Q22 = np.zeros(len(angles))
Q12 = np.zeros(len(angles))
Q33 = np.zeros(len(angles))
```

```
for i in range(len(angles)):
    Q11[i] = E1[i]/(1-miu12[i]*miu21[i])
    Q12 [i]= miu21[i]*E1[i]/(1-miu12[i]*miu21[i])
    Q22[i] = E2[i]/(1-miu12[i]*miu21[i])
    Q33[i] = G12[i]


def m(theta):
    cos = np.cos(theta)
    return cos


def n(theta):
    sin = np.sin(theta)
    return sin
# Stiffness matrix
Qbar = np.zeros((3,3,len(angles)))
Qxx = np.zeros(len(angles))
Qyy = np.zeros(len(angles))
Qxy = np.zeros(len(angles))
Qxs = np.zeros(len(angles))
Qys = np.zeros(len(angles))
Qss = np.zeros(len(angles))
for i in range(len(angles)):
    Qxx[i] = Q11[i] * m(angles[i]) ** 4 + Q22[i]  * n(angles[i]) ** 4 + Q12[i]  * 2 * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q33[i]  * 4 * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2
    Qyy[i] = Q11[i] * n(angles[i]) ** 4 + Q22[i]  * m(angles[i]) ** 4 + Q12[i]  * 2 * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q33[i]  * 4 * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2
    Qxy[i] = Q11[i] * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q22[i] * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q12[i] * (m(angles[i]) ** 4 + n(angles[i]) ** 4) - Q33[i] * 4 * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2
```

```
    Qss[i] =  Q11[i] * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q22[i] * m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 - Q12[i] * 2 *m(angles[i]) ** 2 * n(angles[i]) ** 2 + Q33[i] * (m(angles[i]) ** 2 - n(angles[i]) ** 2) ** 2
    Qxs[i] = Q11[i] * m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i]) - Q22[i] * m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3 + Q12[i] * (m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3 - m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i])) + Q33[i] * 2 * (m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3 - m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i]))
    Qys[i] = Q11[i] * m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3 - Q22[i] * m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i]) + Q12[i] * (m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i]) - m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3) + Q33[i] * 2 * (m(angles[i]) ** 3 * n(angles[i]) - m(angles[i]) * n(angles[i]) ** 3)
    Qbar[:,:,i] = np.array([[Qxx[i],Qxy[i],Qxs[i]],
        [Qxy[i],Qyy[i],Qys[i]],
        [Qxs[i],Qys[i],Qss[i]]])



# ABD and abd matrix
A = np.zeros([3,3,len(angles)])
B = np.zeros([3,3,len(angles)])
D = np.zeros([3,3,len(angles)])
A_sum = 0
B_sum = 0
D_sum = 0
for i in range(len(angles)):

    A[:,:,i] = Qbar[:,:,i]*ts[i]
    B[:,:,i] = Qbar[:,:,i]*(ts[i]*m_t[i])
    D[:,:,i] = Qbar[:,:,i]*ts[i]*(m_t[i]**2+ts[i]**2/12)
    A_sum = A_sum+A[:,:,i]
    B_sum = B_sum+B[:,:,i]
    D_sum = D_sum+D[:,:,i]
```

```
ABD_sum =
np.concatenate((np.concatenate((A_sum,B_sum)),np.concatenate((B_sum,D_sum))),axis
=1)
abd_sum= np.linalg.inv(ABD_sum)
ABD = np.zeros([6,6,len(angles)])
abd = np.zeros([6,6,len(angles)])

for i in range(len(angles)):
    ABD[:,:,i] =
np.concatenate((np.concatenate((A[:,:,i],B[:,:,i])),np.concatenate((B[:,:,i],D[:,:,i]))),axis=1
)



for i in range(len(angles)):
    abd[:,:,i] = np.linalg.inv(ABD[:,:,i])

Ex = np.zeros(angles.shape)
Ey = np.zeros(angles.shape)
Gxy = np.zeros(angles.shape)
miuxy = np.zeros(angles.shape)
miuyx= np.zeros(angles.shape)
mx = np.zeros(angles.shape)
my = np.zeros(angles.shape)

for i in range(lamina):
    local_Ex[i] = (np.cos(angles[i])**4/E1[i]+np.sin(angles[i])**4/E2[i]+0.25*(1/G12[i]-
2*miu12[i]/E1[i])*np.sin(2*angles[i])**2)**(-1)

areas = np.zeros(angles.shape)
for i in range(len(areas)):
```

```
    areas[i] = ts[i] * L

local_stiff = np.zeros(local_Ex.shape)
for i in range(lamina):
    local_stiff[i] = areas[i]*local_Ex[i]

sum_stiff = np.sum(local_stiff)
local_stress = local_stiff/sum_stiff*Fx/areas[i]

#axial constants
Ex = 1/(total_t*abd_sum[0,0])
Ey = 1/(total_t*abd_sum[1,1])
Gxy = 1/(total_t*abd_sum[2,2])
miuxy = -abd_sum[0,1]/abd_sum[0,0]
miuyx = -abd_sum[0,1]/abd_sum[1,1]
mx = -abd_sum[0,2]/abd_sum[0,0]
my = -abd_sum[1,2]/abd_sum[1,1]
sigma_xx = Fx/(total_t*L)
strain = sigma_xx/Ex
print(f"Ex= {Ex}; \nEy = {Ey}; \nGxy = {Gxy}, \nmiuxy = {miuxy}; \nmiuyx = {miuyx}; \nmx
= {mx}; \nmy = {my}")

kt = np.zeros(lamina)
for i in range(lamina):
    kt[i] = 3.00 + np.mod(E1[i]/E2[i],3) - 3.14 * (d/L) + 3.667 * (d/L) ** 2 - 1.527 * (d/L) ** 3



d_areas = np.zeros([lamina])
d_stress = np.zeros([lamina])
for i in range(lamina):
```

```
    d_areas[i] = (L-d)*ts[i]
    d_stress[i] =  local_stiff[i]/sum_stiff*Fx/d_areas[i]*kt[i]

Ix = np.zeros(lamina)
for i in range(lamina):
    Ix[i] = (ts[i]**3*(L-d)/12+d_areas[i]*m_t[i]**2)*local_Ex[i]
sum_Ix = sum(Ix)
bending_stress = np.zeros(lamina)

for i in range(lamina):
    bending_stress[i] = (Fx*total_t/2)*(Ix[i]/sum_Ix)/(Ix[i]/local_Ex[i])*abs(m_t[i])*kt[i]
lamina_number = np.arange(1,len(E1)+1,1)
plt.plot(local_stress,lamina_number)

plt.xlim([0,np.max(local_stress.round())+5])
plt.grid()
plt.ylabel("Ply number [-]")
plt.xlabel("Stress on ply [Mpa]")
plt.legend(["Python code result"])

plt.show()
DF_ABD = pd.DataFrame(ABD_sum)
DF_abd = pd.DataFrame(abd_sum)

DF_ABD.to_csv("ABD_sum.csv")
DF_abd.to_csv("abd_sum.csv")
```