

დავით ნატროშვილი: “მრავალკომპონენტური დრეკადი სტრუქტურების დინამიკის მათემატიკური მოდელების გამოკვლევა სრულად შეუღლებული თერმო-მექანიკური და ელექტრო-მაგნიტური ველების გათვალისწინებით” (№ FR/286/5-101/13)

რეზიუმე

პროექტის ფარგლებში დეტალურადაა შესწავლილი უზნობრივ ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი მრავალკომპონენტური კომპოზიტური დრეკადი სტრუქტურებისთვის დასმული თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიის დინამიკის შერეული სასაზღვრო და ბზარის ტიპის სამგანზომილებიანი ამოცანები. განხილულია ყველაზე ზოგადი გრინ-ლინდსეის მოდელი და გრინ-ნაგდის განზოგადებული თერმოპიეზოელექტრობის მოდელი ენერჯის დისიპაციის გარეშე. თერმოდრეკადობის კლასიკური მოდელებისაგან განსხვავებით ორივე მოდელში სითბო ვრცელდება სასრული სიჩქარით.

გამოკვლეულია ამოცანების კორექტულობა, ამონახსნთა რეგულარობა და ასიმპტოტური თვისებები, თერმოდრეკადი და ელექტრო-მაგნიტური ველების სინგულარობები განსაკუთრებული წირების მიდამოში. დამუშავებულია ძაბვების სინგულარობის ექსპონენტების ეფექტური გამოთვლის მეთოდები და შესწავლილია მატერიალურ პარამეტრებზე მათი დამოკიდებულების საკითხი.

ძირითადი შედეგების მისაღებად გამოყენებულია განზოგადებულ პოტენციალთა მეთოდი, ფსევდოდოდიფერენციალურ ოპერატორთა თეორია, ლაპლასის გარდაქმნა, ფუნდამენტურ ამონახსნთა მეთოდი, ლოკალიზებული პარამეტრიქსის მეთოდი, ვინერ-ჰოფის ფაქტორიზაციის მეთოდი, ბანახისა და ლერე-შაუდერის უძრავი წერტილის თეორემები.

ლაპლასის გარდაქმნის გამოყენებით ზემოთხსენებული დინამიკური ამოცანები დაიყვანება კომპლექსურ პარამეტრზე დამოკიდებულ ელიფსურ ამოცანებზე, რომლებიც შესწავლილია პოტენციალთა მეთოდით და ფსევდოდოდიფერენციალური ოპერატორების თეორიის გამოყენებით. დამტკიცებულია ამონახსნთა არსებობა, ერთადერთობა, რეგულარობა და შესწავლილია ასიმპტოტური თვისებები სინგულარული წირების მახლობლობაში.

შერეული საკონტაქტო ამოცანებისთვის მიღებულ თეორიულ შედეგებზე დაყრდნობით, ბზარის შემცველი არის დეკომპოზიციის გამოყენებით განვითარებულია ფუნდამენტური ამონახსნების მეთოდი ბზარის ტიპის ამოცანებისთვის.

დამუშავებულია ლოკალიზებული სივრცულ-სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების მეთოდი ცვლადკოეფიციენტებიანი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემებისთვის, რომლებიც გვხვდებიან არაერთგვაროვანი კომპოზიტების მოდელებში. ეს მიდგომა ძალიან მოხერხებულია რიცხვითი ანალიზის თვალსაზრისით, რადგან დისკრეტიზაციის შემდეგ მივყავართ გაიშვიათებული მატრიცების მქონე ალგებრულ განტოლებათა სისტემებამდე. ამ კვლევაში

ყველაზე კრიტიკული და მნიშვნელოვანი მომენტია მიღებული ლოკალიზებული ოპერატორების ფრედჰოლმურობისა და სპექტრალური თვისებების შესწავლა და ფუნქციათა შესაბამის სივრცეებში მათი შებრუნებადობის დამტკიცება.

ლოკალიზებული სივრცულ-სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით გაანალიზებულია სასაზღვრო ამოცანები სითბოს გავრცელებასა და დიფუზიასთან დაკავშირებულ ზოგიერთი კვაზიწრფივი განტოლებისთვის. კერძოდ, ბანახის და ლერე-შაუდერის უძრავი წერტილის თეორემებისა და მონოტონურ ოპერატორთა თეორიის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ შესაბამისი არაწრფივი ლოკალიზებული ინტეგრალური განტოლებები ამოხსნადია, ამასთან, ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში ისინი შეიძლება ამოიხსნას მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით.

Abstract

Essentially mixed transmission-boundary value and interior and interface crack type 3D problems for partial differential equations system of dynamics arising in the fully coupled model of thermo-electro-magneto-elasticity theory for piecewise homogeneous and inhomogeneous elastic multi-component composite structures are investigated. The most general Green-Lindsay's model of generalized thermo-electro-magneto-elasticity and Green-Naghdi's model of generalized thermopiezoelectricity without energy dissipation is analyzed. Both models predict that heat propagation has a finite speed unlike the classical model.

Well posedness of the problems is established and detailed description of regularity and asymptotic properties of solutions are studied near the exceptional curves.

The thermo-mechanical and electro-magnetic field singularities are described explicitly and efficient algorithms for calculation of stress singularity exponents are worked out.

It is shown that the stress singularity exponents essentially depend on the material parameters.

The main tools in the analysis are the potential method, theory of pseudodifferential equations, Fourier-Laplace transform technique, method of fundamental solutions, localized parametrix method, Wiener-Hopf method, Banach and Leray-Schauder fixed point theorems, monotone operators.

Applying artificial domain decomposition method and theoretical results for the mixed interface problems, the fundamental solutions method for crack type problem is developed and justified.

Localized boundary-domain integral equations method for PDEs systems with variable coefficients arising in the mathematical models of inhomogeneous solids is developed. This approach seems very convenient from the point of view of numerical analysis, since after mesh-based or mesh-less discretization they lead to systems of algebraic equations with sparse matrices. Here the most principal and crucial points are investigation of the Fredholm and spectral properties of the corresponding localized boundary-domain integral operators and establishing their invertibility in appropriate function spaces.

The localized boundary-domain integral equations method is applied to some quasilinear partial differential equations related to the nonlinear heat transfer and diffusion equations. By the fixed point theorems and theory of monotone operators it is proved that the corresponding nonlinear LBDIE are solvable. Moreover, it is shown that, in some special cases, they can be solved by successive approximation method.