

**მაკორექტირებელი რგოლების სტრუქტურული
რობასტულობის ანალიზი**

ომარ კოტრიკაძე, ქეთინო კოტრიკაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

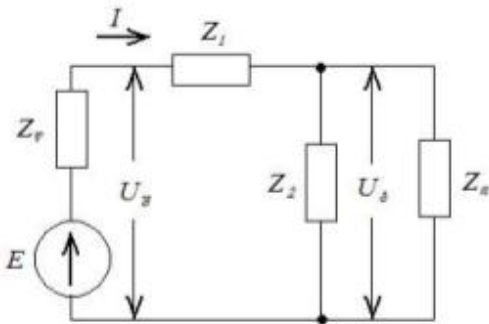
განხილულია მაკორექტირებელი წრედის რობასტული სინთეზი. განხილულია პასიური მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვის სქემა; გადაცემის ფუნქციები სხვადასხვა შემავალი და გასავალი სიდიდეებისთვის; ამოცანის გადასაწყვეტად მაკორექტირებელი მოწყობილობის სინთეზი ხორციელდება ფესვური ჰოლოგრაფების მეთოდით, რაც შესაძლებლობას იძლევა შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინააღობის გავლენა სრულად გამოირიცხოს.

საკვანძო სიტყვები: რობასტულობა. კორექცია. სინთეზი. ფესვური ჰოლოგრაფები.

1. შესავალი

ლოკალური მართვის სისტემების დაგეგმარება, როგორც წესი, მოიცავს მაკორექტირებელი წრედის სინთეზს. სინთეზის ამოცანის ამოხსნის შედეგად, მიიღება კორექციის გადაცემის ფუნქცია და მისი ჩართვის ადგილი. მაკორექტირებელი წრედის სქემის შერჩევა ხდება RC წრედების სპეციალური ცხრილიდან [1,2]. მოცემული ცხრილებიდან მიღებული გადაცემის ფუნქციებით შეიძლება RC მაკორექტირებელი წრედების სქემის შერჩევა. კორექციის ამგვარი განსაზღვრა მართვის თეორიაში ტრადიციულია, მაგრამ ზოგჯერ ასეთ მიდგომას ვერ მივყავართ სასურველ რეზულტატამდე. რა იწვევს ასეთ ცდომილებებს? ამის მიზეზი შეიძლება იყოს ცხრილებში წინასწარ მოცემული შეზღუდვების დარღვევა. კერძოდ, მაკორექტირებელი მოწყობილობების გადაცემის ფუნქციები განსაზღვრულია შემდეგი პირობებისთვის: შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწყ), შიდა წინააღობა ნულის ტოლია ე. ი. ძაბვის გენერატორია და მაკორექტირებელი მოწყობილობის დატვირთვა უსასრულოდ დიდია. ბოლო პირობა თითქმის ყოველთვის სრულდება, ხოლო პირველი პირობა – პრაქტიკულად არასოდეს. ზოგიერთ ცხრილში [2] მაკორექტირებელი მოწყობილობისთვის მხედველობაში მიიღება შსწყ-ს აქტიური წინააღობა, რეაქტიული წინააღობების გარეშე. ასეთი ცხრილების გამოყენება არაეფექტურია და პრაქტიკულად არ მოქმედებს სქემის განსაზღვრის სიზუსტეზე და მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრებზე. მაკორექტირებელი მოწყობილობის სქემის სინთეზის ერთადერთი საშუალებაა შსწყ-ს მთელი შიდა წინააღობის გათვალისწინება. მაგრამ ასეთ შემთხვევაში მზა სქემებიანი ცხრილების გამოყენება შეუძლებელი ხდება. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში აუცილებელია ჩატარდეს მაკორექტირებელი მოწყობილობის სქემის სინთეზი, რათა მიღებული იქნას კორექციის სასურველი გადაცემის ფუნქცია. მიუხედავად ასეთი ლოგიკისა, მოცემული მიდგომა მაკორექტირებელი მოწყობილობის სინთეზისათვის პრაქტიკულად არ გამოიყენება. არსებული ცხრილებით ამოცანის გადასაწყვეტად, გთავაზობთ მაკორექტირებელი მოწყობილობის სინთეზს ფესვური ჰოლოგრაფების მეთოდით. ამ შემთხვევაში შესაძლებელია შსწყ-ს შიდა წინააღობის გავლენა სრულად გამოირიცხოს.

ვიდრე განვიხილავდეთ კონკრეტულ მაგალითებს, განვიხილოთ პასიური მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვის სქემა; განვსაზღვროთ გადაცემის ფუნქციები სხვადასხვა შემავალი და გასავალი სიდიდეებისთვის.



ნახ.1

ნებისმიერი პასიური მაკორექტირებელი წრედის ჩართვის სქემას საზოგადოდ შეიძლება ჰქონდეს სახე (ნახ.1), სადაც Z_r - მაკორექტირებელი რგოლის შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავლის სრული წინააღობაა; Z_1 და Z_2 - საკუთრივ მაკორექტირებელი წრედის სრული წინააღობებია; Z_s - დატვირთვის წრედის სრული წინააღობაა; E - შემავალი სიგნალის წყაროს ემპ-ა; U_a და U_b - შემავალი და გამოსავალი ძაბვებია.

ამ სქემიდან გამომდინარე შეგვიძლია დავწეროთ შემდეგი თანაფარდობები:

$$E = I \left(Z_{\varphi} + Z_1 + \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{Z_2 + Z_{\varrho}} \right) \quad (1), \quad U_{\vartheta} = I \left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{Z_2 + Z_{\varrho}} \right) \quad (2), \quad U_{\delta} = I \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{Z_2 + Z_{\varrho}} \quad (3)$$

განხილული სქემისთვის შეიძლება განსაზღვრული იქნას შემდეგი გადაცემის ფუნქციები:

$$W_{EI}(S) = \frac{I(S)}{E(S)} = \frac{Z_2 + Z_{\varrho}}{(Z_{\varphi} + Z_1)(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}, \quad (4)$$

$$W_{EU_{\vartheta}}(S) = \frac{U_{\vartheta}(S)}{E(S)} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}{(Z_{\varphi} + Z_1)(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}, \quad (5)$$

$$W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{U_{\delta}(S)}{E(S)} = \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{(Z_{\varphi} + Z_1)(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}, \quad (6)$$

$$W_{IU_{\vartheta}}(S) = \frac{U_{\vartheta}(S)}{I(S)} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}{Z_2 + Z_{\varrho}}, \quad (7)$$

$$W_{IU_{\delta}}(S) = \frac{U_{\delta}(S)}{I(S)} = \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{Z_2 + Z_{\varrho}}, \quad (8)$$

$$W_{U_{\vartheta}U_{\delta}}(S) = \frac{U_{\delta}(S)}{U_{\vartheta}(S)} = \frac{Z_2 Z_{\varrho}}{Z_1(Z_2 + Z_{\varrho}) + Z_2 Z_{\varrho}}. \quad (9)$$

(4) გადაცემის ფუნქციისთვის შემავალი ზემოქმედებაა E , გამოსავალი - I ;

(5) გადაცემის ფუნქციისთვის შემავალი ზემოქმედებაა E , გამოსავალი - U_{ϑ} და ა. შ.

(4)...(9) ფორმულებში W -ს პირველი ინდექსი შემავალი ზემოქმედების აღნიშვნელია, ხოლო მეორე ინდექსი გასავალს აღნიშნავს. ასე მაგალითად, (8) ფორმულაში $W_{IU_{\delta}}(S)$ ნიშნავს, რომ შემავალი ზემოქმედებაა I , ხოლო გასავალი სიდიდეა U_{δ} .

თუ 1-ელ ნახაზზე გამოსახულ სქემაში $Z_{\varphi} \rightarrow 0$ და $Z_{\varrho} \rightarrow \infty$, მაშინ (4) ... (9) ფორმულები მიიღებს სახეს:

$$W_{EI}(S) = \frac{1}{Z_1 + Z_2}, \quad (10) \quad W_{EU_{\vartheta}}(S) = 1, \quad (11) \quad W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (12)$$

$$W_{IU_{\vartheta}}(S) = Z_1 + Z_2, \quad (13) \quad W_{IU_{\delta}}(S) = Z_2, \quad (14) \quad W_{U_{\vartheta}U_{\delta}}(S) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (15)$$

პრაქტიკულად, მაკორექტირებელი წრედის შესავლის Z_{φ} სრული წინაღობა ყოველთვის სასრულო სიდიდისაა, ხოლო Z_{ϱ} შეიძლება ჩაითვალოს უსასრულო დიდად. აქედან გამომდინარე, განხილული უნდა იქნას შემთხვევა, როცა Z_{φ} სასრულოა, ხოლო Z_{ϱ} საკმაოდ დიდია. ამ დროს (4) და (9) ფორმულები მიიღებენ სახეს:

$$W_{EI}(S) = \frac{1}{Z_{\varphi} + Z_1 + Z_2}, \quad (16) \quad W_{EU_{\vartheta}}(S) = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_{\varphi} + Z_1 + Z_2}, \quad (17) \quad W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{Z_2}{Z_{\varphi} + Z_1 + Z_2}, \quad (18)$$

$$W_{IU_{\vartheta}}(S) = Z_1 + Z_2, \quad (19) \quad W_{IU_{\delta}}(S) = Z_2, \quad (20) \quad W_{U_{\vartheta}U_{\delta}}(S) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (21)$$

თუ შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წინაღობა საკმაოდ დიდია ($Z_{\varphi} \rightarrow \infty$), ხოლო Z_{ϱ} სასრულოა, მაშინ

$$W_{EI}(S) = W_{EU_{\vartheta}}(S) = W_{EU_{\delta}}(S) = 0, \quad (22)$$

ხოლო (7), (8) და (9) ფორმულები უცვლელი რჩება.

ელექტროტექნიკიდან ცნობილია, რომ თუ $Z_{\varphi} \rightarrow \infty$, მაშინ საქმე გვაქვს დენის გენერატორთან, რაც იმას ნიშნავს, რომ დატვირთვის ცვლილებისას I დენი არ იცვლება, ხოლო U_{ϑ} ძაბვის სიდიდე იცვლება. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია დავასკვნათ: მაკორექტირებელი წრედის

შემაგალ სიდიდედ აღებული უნდა იქნას I დენი ან U_{φ} შემაგალი ძაბვა. ამ შემთხვევაში მაკორექტირებელი რგოლის დინამიკის დასახასიათებლად დაგვიკვირდება (7), (8) და (9) ფორმულებიდან ერთ-ერთი.

ამგვარად, (4)...(9) და (10)...(15) ფორმულების ანალიზის შედეგად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მაკორექტირებელი რგოლის დინამიკა შეიძლება შეფასდეს მისი შემაგალი და დატვირთვის წრედების სრული წინააღობების უგულვებლყოფით ან მათი გათვალისწინებით.

დავუშვათ, იდეალური მაკორექტირებელი წრედის გადაცემის ფუნქციაა:

$$W(S) = \frac{q(S)}{p(S)}, \quad (23)$$

სადაც $q(S)$ და $p(S)$ პოლინომების ფესვები ცნობილია; ანუ ეს პოლინომები უკვე დაშლილია ელემენტარულ მამრავლებად.

იგივე მაკორექტირებელი წრედის გადაცემის ფუნქცია Z_{φ} და Z_{ϱ} სრული წინააღობების გათვალისწინებით იქნება:

$$W(S) = \frac{Q(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})}{P(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})} \quad (24)$$

სადაც $Q(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ და $P(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ პოლინომების ფესვები დამოკიდებულია Z_{φ} და Z_{ϱ} -ზე და ისინი, საზოგადოდ, უცნობია.

მაკორექტირებელი წრედის იდეალიზებული და რეალური მოდელების შედარების მიზნით აუცილებელია $Q(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ და $P(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ პოლინომების ფესვების დადგენა, როცა ადგილი აქვს Z_{φ} და Z_{ϱ} ოპერატორების და მისი პარამეტრების ცვლილებას.

თუ ჩვენ შევძლებთ ამ ამოცანის გადაჭრას, მაშინ შეიძლება შევაფასოთ მაკორექტირებელი წრედის (23) და (24) შესაბამისი ლოგარითმულ სიხშირული მახასიათებლების ცვალებადობის დამოკიდებულება Z_{φ} და Z_{ϱ} სრული წინააღობების ოპერატორისგან და მათი პარამეტრებისგან.

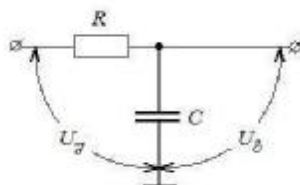
მოცემული ამოცანა შეიძლება გადაჭრილი იქნას ფესვური ჰოლოგრაფების მეთოდით. ამ მეთოდის გამოყენებით ვადგენთ $Q(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ და $P(S, Z_{\varphi}, Z_{\varrho})$ პოლინომების ფესვებს, რაც ამ პოლინომების ელემენტარულ მამრავლებად დაშლის საშუალებას იძლევა. ამის შემდეგ შესაძლებელია $W(S)$ და $W_1(S)$ -ის შესაბამისი ლოგარითმულ-სიხშირული მახასიათებლების აგება და მათი შედარება.

განვიხილოთ პასიური მაკორექტირებელი რგოლის რობასტული ანალიზი. კერძოდ, ორელემენტური მაინტეგრირებელი რგოლის r, L წყაროთი. ნახ. 2-ზე და ნახ. 3-ზე ნაჩვენებია ორი ტიპის მაინტეგრირებელი რგოლის ზოგადი სქემა. ნახ. 2-ზე გამოსახულია ორელემენტური, ხოლო ნახ. 3-ზე სამელემენტური მაინტეგრირებელი რგოლი.

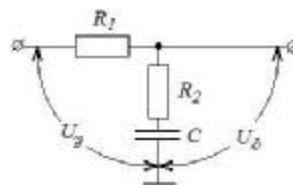
განვიხილოთ კორექციის სტრუქტურული რობასტულობა რგოლის შემაგალი სიგნალის წყაროს გასავალი წინააღობის სხვადასხვა ოპერატორების შემთხვევაში.

ორელემენტური მაინტეგრირებელი რგოლი შეიძლება გამოყენებული იქნას, როგორც ცვლადი, ასევე მუდმივი დენის სისტემაში მიმდევრობით და პარალელურ კორექციად. რგოლის ჩართვის სქემას აქვს სახე (ნახ. 4), სადაც r და L რგოლის შემაგალი სიგნალის შიგა აქტიური წინააღობა და ინდუქციურობაა; R და C რგოლის პარამეტრებია და R_{ϱ} - დატვირთვის წრედის წინააღობაა.

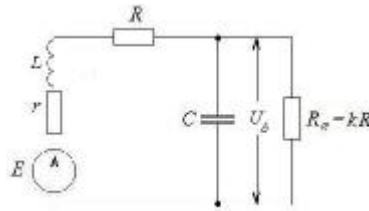
ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში $Z_{\varphi} = r + LS$; $Z_1 = R$; $Z_2 = \frac{1}{CS}$ და $Z_{\varrho} = R_{\varrho} = kR$.



ნახ.2



ნახ.3



ნახ.4

(6) ფორმულის თანახმად,

$$W_{EU_\delta}(S) = \frac{\frac{k}{k+1+\frac{r}{R}}}{\frac{k}{k+1+\frac{r}{R}}LCS^2 + \frac{k}{k+1+\frac{r}{R}}\left(rC + \frac{L}{kR} + RC\right)S + 1}. \quad (25)$$

თუ $Z_{gr} \rightarrow \infty$ ანუ $k \rightarrow \infty$, მაშინ (25)-დან მივიღებთ: $W_{EU_\delta}^*(S) = \frac{1}{\tau TS^2 + (T + T_1)S + 1}$, (26)

სადაც $\tau = \frac{L}{R}$; $T = RC$ და $T_1 = rC$.

თუ $L = 0$ და $r = 0$ (26)-დან იდეალური მაინტეგრებელი რგოლის გადაცემის ფუნქციას:

$$W_{EU_\delta}^{00}(S) = \frac{1}{TS + 1}. \quad (27)$$

გამოვიკვლიოთ $\tau TS^2 + (T + T_1)S + 1$ სამწევრის ფესვები, როცა იცვლება τ და T_1 . თუ $\tau \in [0; +\infty)$, მაშინ ამ სამწევრის ფესვების ტრაექტორების დასადგენად იგი ასე გადავწეროთ:

$$(T + T_1)S + 1 + \tau TS^2 = 0. \quad (28)$$

თუ $\tau = 0$, მაშინ $S = -\frac{1}{T + T_1}$ ფესვური პოლოგრაფის საწყისი წერტილია. თუ $\tau \rightarrow \infty$,

მაშინ $S_{1,2} = 0$ საბოლოო ორჯერადი წერტილია.

ფესვური პოლოგრაფების სახის დასადგენად ვისარგებლოთ პოლოგრაფის განტოლებით [3]:

$$\begin{aligned} & \left[P_n(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} P_n''(\delta) + \dots \right] \cdot \left[Q_m(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} Q_m'''(\delta) + \dots \right] - \\ & - \left[P_n'(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} P_n'''(\delta) + \dots \right] \cdot \left[Q_m(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} Q_m''(\delta) + \dots \right] = 0 \end{aligned}, \quad (29)$$

სადაც $P_1(\delta) = (T + T_1)\delta + 1$, ხოლო $Q_2(\delta) = T\delta^2$. (29) ფორმულის თანახმად, ფესვური პოლოგრაფის განტოლება იქნება:

$$(T + T_1)\delta^2 + 2\delta + (T + T_1)\omega^2 = 0, \quad (30)$$

რომელიც კანონიკურ ფორმაში შემდეგ მიიღებს სახეს:

$$\left(\delta + \frac{1}{T + T_1} \right)^2 + \omega^2 = \frac{1}{(T + T_1)^2} \quad (31)$$

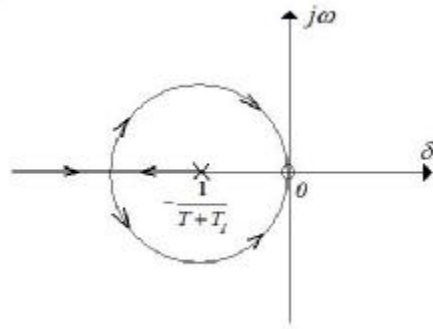
(31) წარმოადგენს იმ წრეწირის განტოლებას, რომლის ცენტრია $\left(-\frac{1}{T + T_1}; 0 \right)$ წერტილი, ხოლო

რადიუსია $\beta = \frac{1}{T + T_1}$ (ნახ. 5). ცხადია, რომ ფესვური პოლოგრაფის ორჯერადი ფესვი იქნება:

$$S = -\frac{2}{T+T_1}, \text{ ხოლო } \tau \text{-ს მნიშვნელობა ამ წერტილში ტოლია: } \tau = \frac{(T+T_1)^2}{4T}. \quad (32) \text{ უდიდესი წარ-}$$

მოსახვითი ნაწილის მქონე ფესვებია:

$$S_{1,2} = -\frac{1}{T+T_1} \pm j \frac{1}{T+T_1}. \quad (33)$$



ნახ.5

(28) კვადრატულ განტოლებას (33) ფესვები ექნება თუ

$$\tau = \frac{(T+T_1)^2}{2T}, \quad (34)$$

რაც (32) მნიშვნელობაზე ორჯერ მეტია. იდეალური გადაცემის ფუნქციის მისაღებად უდიდესი ფესვი $-\frac{1}{T}$, რაც შეიძლება ახლოს უნდა იყოს $-\frac{1}{T+T_1}$ საწყის წერტილთან. თუ დავუშვებთ, რომ მათ

შორის მანძილი $\frac{1}{T}$ -ს μ ნაწილს არ უნდა აღემატებოდეს, მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ უტოლობა:

$$-\frac{1}{T+T_1} + \frac{1}{T} \leq \mu \frac{1}{T}, \quad (35)$$

საიდანაც მოცემული T და μ -თვის მივიღებთ: $T_1 \leq \frac{\mu}{1-\mu} T$ (36). (36)-დან ავირჩევთ T_1 -ს, მაშინ

უდიდესი ფესვი იქნება: $S = -\frac{1}{T}$, ხოლო უმცირესი ფესვი იქნება: $S = -\frac{1}{T_1}$; (28) კვადრატული

საშვების ფესვების ასეთი გადანაწილება შესაძლებელი იქნება, თუ $\tau = T_1$;

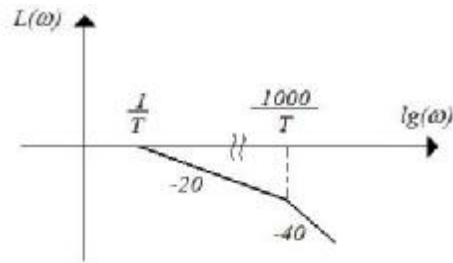
ასე მაგალითად, თუ $\mu = 0,002$, მაშინ (36)-ის თანახმად, $T_1 \leq 0,002T$. თუ ავიღებთ

$$T_1 = 0,001T, \text{ მაშინ } S_1 = -\frac{1}{T_1} = -\frac{1000}{T}; S_2 = -\frac{1}{T}; \tau = 0,001T.$$

(26) ფორმულის თანახმად,

$$\begin{aligned} W_{EU_\delta}^*(S) &= \frac{1}{S^2 + \frac{T_1+T}{\tau T} S + \frac{1}{\tau T}} = \frac{\frac{1000}{T^2}}{\left(S + \frac{1}{T}\right)\left(S + \frac{1000}{T}\right)} = \\ &= \frac{1}{(TS+1)(0,001TS+1)} = \frac{1}{TS+1} = W_{EU_\delta}^{0\text{დ}}(S) \end{aligned}$$

რადგანაც $W_{EU_\delta}^*(S)$ -ის მნიშვნელის მეორე თანამამრავლის დროის მუდმივა 1000-ჯერ ნაკლებია პირველი მამრავლის დროის მუდმივაზე, ამიტომ მეორე თანამამრავლი შეგვიძლია უგულებელვყოთ. ამის დასაბუთება მარტივად შეიძლება რგოლის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სინთირული მახასიათებლების გამოყენებით (ნახ. 4.6).



ნახ.6

მაინტეგრებელი რგოლის შეუღლების სიხშირე $\frac{1}{T}$, როგორც წესი, სიხშირეთა საშუალო დი-
აპაზონშია; მაშინ $\frac{1000}{T}$ შეღლების სიხშირე აუცილებლად მაღალ სიხშირეთა არეშია. ამიტომ იგი
სისტემის დინამიკაზე გავლენას ვერ მოახდენს. აქედან გამომდინარე, $(0,001TS + 1)$ მამარავლის
უგულებელყოფით კორექტირებული სისტემის დინამიკა ისე წარიმართება, როგორც იდეალური რგო-
ლის შემთხვევაში.

ამრიგად, მოვახდინეთ პასიური მაკორექტირებელი რგოლის რობასტული ანალიზი. კერძოდ,
ორელემენტური მაინტეგრებელი რგოლის r, L წყაროთი.

ლიტერატურა:

1. მართვის თეორია. წიგნი-I. ა. გუგუშვილის და რ. ხუროძის რედაქციით, სტუ, თბ., 1999
2. Руководство по проектированию систем автоматического управления. Под ред. В.А. Бессекерского. Высшая школа. М., 1993
3. Evans W.R. Control systems sintesis by root locus method, Trans AJEE 69, 1950
4. Удерман Э.Т. Метод корневого годографа в теорий автоматических систем, Наука, М., 1972

THE CORRECTIVE SECTION’S ROBUST STRUCTURAL ANALYSIS

Kotrikadze Omar, Kotrikadze Ketevan
Georgian Technical University

Summary

In this paper corrective sections robust synthesis is described. Also the following subjects are cov-
ered: passive corrective section sheme; transmission functions for the different entrance and exit values.
Root locus is used to solve the problem. That excludes the influence on the source by the corrective sec-
tion’s entrance signal’s inner resistance.

СТРУКТУРНЫЙ РОБАСТНЫЙ АНАЛИЗ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЗВЕНЬЕВ

Котрикадзе О., Котрикадзе К.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотрен робастный синтез корректирующей цепи; также рассмотрена схема включения
пассивного корректирующего звена; передаточные функции для разных входных и выходных
величин. Для решения задачи синтеза корректирующего устройства используется метод корневого
годографа, что исключает возможность влияния внутреннего сопротивления источника входного
сигнала на корректирующее звено.