

ჰილბერტის დისკრეტული გარდაქმნის (DHT) საფუძველზე კაუზალობის განხორციელების ალგორითმი

დარეჯან ვედიაკოვი¹, ჯულიეტა ტაბეშაძე¹, მიხეილ წიკლაური²

1. სამცხე-ჯავახეთის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

2. მისურის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი (აშშ)

რეზიუმე

თანამედროვე ციფრული ტექნოლოგიების განვითარების საფუძველი და მიზანია სიგნალის ანალოგურიდან ციფრულში გადაყვანა და პირიქით, მიმდინარეობს კვლევები იმ მიმართულებით, რომ სიგნალის გარდაქმნა იყოს სრული და გადაცემა მოხდეს სწრაფად. ამ ყველაფერმა დააყენა პრობლემა იმისა, რომ შემოწმდეს ქსელი არის თუ არა გამართული და შეუძლია თუ არა სიგნალის სწორად გარდაქმნა. ამ მიზნით წარმოდგენილ სტატიაში განხილულია ქსელის S პარამეტრები, ქსელის მთლიანობის მახასიათებლები და ქსელის მთლიანობის შემოწმების ალგორითმები. ქსელის მახასიათებლებიდან ერთერთი და ძირითადი თვისება კაუზალობაა. სტატიაში განხილულია კაუზალობის შემოწმების ერთერთი ალგორითმი, რომელიც დაფუძნებულია ჰილბერტის დისკრეტულ გარდაქმნაზე, აღნიშნული ალგორითმი შესრულებულია MATLAB-ში, თან ერთვის კვლევის შედეგების ამსახველი დიაგრამები. მოყვანილია ის მათემატიკური მსჯელობა, რომლის საფუძველზეც აგებულია ალგორითმი.

საკვანძო სიტყვები: კაუზალობა. ქსელის პარამეტრები. ქსელის მახასიათებლები. ამპლიტუდა. ფაზა.

1. შესავალი

დღევანდელ ინფორმაციულ ტექნოლოგიურ მეცნიერებაში მნიშვნელოვანია სიგნალის დამუშავება ელექტრონულ მოწყობილობებში, რამდენად ზუსტად ხდება მიწოდებული სიგნალის მიღება, აღდგენა და ისევ ანალოგური სახით მომხმარებელამდე მიტანა. არანაკლებ საინტერესო და რთულია შემოწმება იმისა, რამდენად გამართულად მუშაობს ელექტრონული მოწყობილობა (ქსელი). განხილულია ელექტრული ქსელის პარამეტრების ერთ-ერთი ძირითადი თვისების – კაუზალობის შემოწმების ალგორითმი [1].

სიგნალის ქსელში გავლისას ნაწილი გავრცელდება ქსელში, ნაწილი შთაინთქმება და დაიკარგება სითბურ ენერჯიაში, ნაწილი აირეკლება და გაიბნევა უკან შემავალ პორტისკენ. ქსელში გამავალი სიგნალის პარამეტრების გაზომვა ხდება ქსელის მიერთებით მის ანალიზატორთან. გაზომვა ხდება როგორც დროით, ასევე სიხშირულ არეში და, შესაბამისად, აღებული პარამეტრები საჭიროების მიხედვით გამოიყენება. პარამეტრებს ეწოდებათ S - პარამეტრები (ანუ გაბნევის პარამეტრები) და ქმნის S - მატრიცას [3].

2. ქსელის მახასიათებლები

არხის მახასიათებელი მონაცემების ძირითადი წყარო არის გაზომვა, სრულტალღოვანი მოდელირება და ანალიტიკური მოდელირება, მაგრამ არცერთი მათგანი არ იძლევა იდეალურ მონაცემებს. გაზომვას ყოველთვის ახლავს ხმაური

სხვადასხვა წყაროდან, მონაცემების გატარების ზოლი შეზღუდულია და შეიძლება მიღებულ იქნას მხოლოდ სასრული დისკრეტული წერტილების სიმრავლე [2].

ანალიტიკური მოდელი იყენებს მათემატიკურ აპროქსიმაციას, ამარტივებს რეალობას და არ შეიცავს სისტემის ყველა შესაძლებელ კომპონენტს. ამას გარდა არსებობს ძალზედ მცირე რაოდენობა რეალური ელექტრული ქსელებისა, რომლებიც შესაძლებელია ზუსტად აღიწეროს ანალიტიკური მეთოდით. სრულტალღოვანი მეთოდი ეფუძნება მიახლოებით მათემატიკურ მოდელს და მისი სიზუსტე შეზღუდულია მეთოდის ცდომილებით [4].

აქედან გამომდინარე, ნებისმიერი მონაცემები, რომლებიც აღწერს ფიზიკურ სისტემას, აბსოლუტურად ზუსტი არ არის და არ ასახავს მას ყოველმხრივ. საჭიროა არსებობდეს არსებული მონაცემების ხარისხის შეფასების შესაძლებლობა, მის საფუძველზე მიღებული შედეგების და დასკვნების საიმედოობის მისაღწევად.

მოდელირების პროცედურები, რომლებიც გამოიყენება სიგნალის მთლიანობის შესაფასებლად მოცემული სისტემებისთვის, ძალზე მგრძობიარეა მათში გამოყენებულ მონაცემებთან მიმართებაში. თუ მონაცემები არღვევს რეალური სისტემების მნიშვნელოვან ფიზიკურ თვისებებს, შედეგები შეიძლება იყოს უაზრო და შესაბამისად შესაძლოა მიღებული იქნას არასწორი გადაწყვეტილებები, რომლებიც მოახდენს პროდუქტის დიზაინზე გავლენას [5]. S -პარამეტრები უნდა აკმაყოფილებდეს სამ ძირითად თვისებას: კაუხალობა, პასიურობა და სიმეტრიულობა. ამ სამი თვისებიდან კაუხალობა ყველაზე საინტერესო და რთულად შესამოწმებელი თვისებაა.

კაუხალობა – ფიზიკურად გამართული ქსელის პარამეტრების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა. იგი არის ფიზიკური სისტემის თვისება, რომელიც მიზეზისა და შედეგის ინტუიტიურ ცნებასაც ასახავს. კერძოდ, მონაცემების შეყვანამდე გამოსასვლელზე არანაირი სიგნალი არ უნდა შეიმჩნეოდეს.

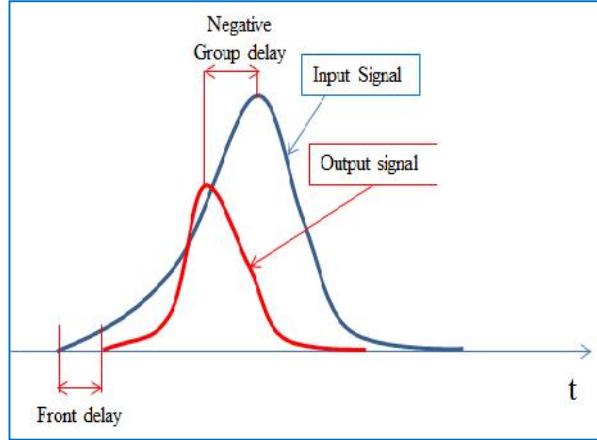
შეცდომების სხვადასხვა წყაროდან გამომდინარე მოდელირებულ ან გაზომილ მონაცემებში, ეს თვისებები შეიძლება იყოს დარღვეული. S - პარამეტრების ხარისხის შესაფასებლად არსებობს რამდენიმე სტატია სადაც მოცემულია შექცევადობის, კაუხალობის და პასიურობის პროცენტული შეფასება სიხშირულ არეში [5]. კაუხალობის შეფასება დამყარებულია კრამერს–კრონინგის ტოლობაზე გადაცემის ფუნქციის რეალურ და წარმოსახვით ნაწილებს შორის.

[1]-ში განხილულია კაუხალობის შემოწმების ალგორითმები დაყოვნების გათვალისწინებით. როგორც აღვნიშნეთ, კაუხალობა არხის თვისებაა, რომლის დროსაც იმპულსის მიწოდებამდე გამოსასვლელზე არ უნდა შეიმჩნეოდეს იმპულსი, ამას გარდა ქსელს გააჩნია სიგრძე და ამიტომ, შესავლელზე იმპულსის მიწოდების შემდეგ გამოსასვლელზე სიგნალი უნდა მივიღოთ რაღაც დროითი დაყოვნების შემდეგ.

ფიზიკური სისტემის გადაცემის ფუნქცია შეიძლება დახასიათდეს სამი განსხვავებული დაყოვნების სიდიდით:

- ჯგუფური დაყოვნება - $\tau_{ph}(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{\omega}$,
- ფაზური დაყოვნება - $\tau_{gr}(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$ და
- ფრონტალური დაყოვნება - $\tau_{fr} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\varphi(\omega)}{\omega}$

ჯგუფური დაყოვნება არის არხში გამავალი სიგნალის შემადგენელი ყოველი სინუსოიდალური კომპონენტის ამპლიტუდის დროით დაყოვნება. ფაზური დაყოვნება დაკავშირებულია სხვადასხვა სიხშირული კომპონენტის გავრცელების სიჩქარესთან. ფაზური და ჯგუფური დაყოვნებები დამოკიდებულია სიხშირეზე. ჯგუფურ დაყოვნებას შეიძლება ჰქონდეს უარყოფითი მნიშვნელობაც, ამის მაგალითი მოყვანილია 1-ელ ნახაზზე. ფრონტალური დაყოვნება არ არის დამოკიდებული სიხშირეზე და შეესაბამება დროს, როდესაც სიგნალის ფრონტი ჩნდება. აქედან გამომდინარე ფრონტალური დაყოვნება უნდა იქნას გამოყენებული დაყოვნების კაუზალობის შეფასებაში ან მიზეზ-შედეგობრივი (კაუზალური) დაყოვნების მოდელის შექმნაში.



ნახ.1. უარყოფითი ჯგუფური დაყოვნების მაგალითი

[1]-ში აღწერილია ფრონტალური დაყოვნების პოვნის რამდენიმე მეთოდი. ფრონტალური დაყოვნების გამოთვლის შემდეგ საბოლოოდ კაუზალური ფუნქცია აღდგება შემდეგი ფორმულით:

$$H_{causal}(\omega) = e^{-A(\omega) - (\varphi_{causal}(\omega) + \tau_{fr})} \quad (1)$$

(1) ფორმულაში $\varphi_{causal}(\omega) + \tau_{fr}$ უნდა გამრავლდეს i - წარმოსახვით ნაწილზე, სადაც

$$\varphi_{causal}(\omega) \quad (2)$$

$\varphi(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$ - ეს კი არის (1) ფორმულით აღდგენილი ფაზის კაუზალური არაწრფივი ნაწილი. τ_{fr} - გადაცემის ფუნქციის ფრონტალური დაყოვნება. (1) ფორმულა გამოიყენება მოცემული S პარამეტრების ყოველი კომპონენტისთვის კაუზალური S პარამეტრების შესაქმნელად.

3. ჰილბერტის დისკრეტულ გარდაქმნაზე დაფუძნებული დაყოვნების კაუზალობის განხორციელება ქსელის პარამეტრებისთვის.

წრფივი ქსელი თავისი იმპულსური მახასიათებლით $h(t)$ შეიძლება განისაზღვროს დროით არეში. დაყოვნების კაუზალობა შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი ფორმულით.

$$h(t) = 0, t < \tau \quad (3)$$

სადაც τ არის სისტემის დაყოვნება.

დაყოვნების კაუზალობა დაკავშირებულია სიგნალის ენერჯის ნაწილთან, რომელიც გამოდის სისტემის გამოსასვლელზე დროით დაყოვნებამდე. აქედან გამომდინარე სისტემის არაკაუზალობა შეიძლება განისაზღვროს შემდეგი ფორმულის გამოყენებით.

$$NonCausality(h) = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\tau} h^2(t) dt}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} h^2(t) dt}} \quad (4)$$

ფიზიკურ სისტემებში კაუხალობის შემოწმების ან უზრუნველყოფისთვის შეიძლება გამოყენებული იქნას სხვადასხვა მეთოდი, როგორც კრამერს-კრონინგის დამოკიდებულება რეალურ და წარმოსახვით ნაწილებს შორის, ეს დამოკიდებულებაა ფაზასა და ამპლიტუდას შორის, ვექტორული ფიტინგი, ფაზის ბრუნვა.

ჩვენ შემთხვევაში კაუხალობის შემოწმების ან უზრუნველყოფად ვიყენებთ ჰილბერტის დისკრეტულ გარდაქმნაზე დაფუძნებულ ალგორითმს [2]. ფრონტალურ დაყოფნებს ვერ გამოვთვლით ზუსტად რამდენადაც ის ფაზიკური დაყოფნების ტოლია, როდესაც სიხშირე მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ.

განტოლებიდან ადვილად მიიღება კაუხალობის გადაცემის ფუნქცია, რომელიც ტოლი უნდა იყოს მისი ჰილბერტის გარდაქმნის.

$$H(\omega) = -\frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (5)$$

$$H(\omega) = V(\omega) + iU(\omega)$$

თუ $V(\omega)$ და $iU(\omega)$ გადაცემის ფუნქციის ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილებია, მაშინ მიიღება კრამერს-კრონინგის კარგად ცნობილი თანაფრდობა ნამდვილ და წარმოსახვით ნაწილებს შორის.

$$V(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (6)$$

$$U(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$$

ამ ტოლობებიდან გამომდინარეობს, რომ კაუხალობის გადაცემის ფუნქციის ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილები არაა ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი და შეიძლება მათი აღდგენა ერთმანეთის მეშვეობით. მაგრამ ამ ფორმულის გამოყენება უშალოდ კაუხალობის ნამდვილ და წამოსახვითი ნაწილების აღდგენისთვის არ არის მთლად ზუსტი, გაზომილი ან მოდელირებული მონაცემების სიხშირის ზოლის შეზღუდვის გამო.

კრამერს-კრონინგის ფარდობა შეიძლება დამყარდეს აგრეთვე გადაცემის ფუნქციის ფაზასა და ამპლიტუდას შორისაც [2, 4].

$$\varphi(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \quad (7)$$

სადაც $H(\omega) = e^{-A(\omega) - j\varphi(\omega)}$. სხვაობების მეთოდი, შეიძლება გამოყენებულ იქნას ამ რეკონსტრუქციაში მაქსიმალურ სიხშირესთან ახლოს სინგულარობის თავიდან ასაცილებლად.

ჩვენ გამოვიყენებთ ჰილბერტის დისკრეტულ გადაქმნაზე დაფუძნებულ მეთოდს ფრონტალური დაყოფნების კაუხალობის უზრუნველყოფისათვის. ეს მეთოდი არ იყენებს ინტეგრალის რიცხვით გამოთვლას შემოსაზღვრულ დიაპაზონში და შესაბამისად არა აქვს სინგულარობის პრობლემა მაქსიმალურ სიხშირესთან. (7) ფურმულიდან გამომდინარეობს, რომ გადაცემის ფუნქციის ფაზა არის ამპლიტუდის კონვოლუცია შემდეგ ფუნქციასთან $\frac{1}{\pi\omega}$.

$$\varphi(\omega) = A(\omega) * \frac{1}{\pi\omega} \quad (8)$$

აქ „ * ” არის კონვოლუციის ოპერატორი. ტოლობის ორივე მხარისთვის ფურიეს უკუგარდაქმნის გამოყენებით მივიღებთ:

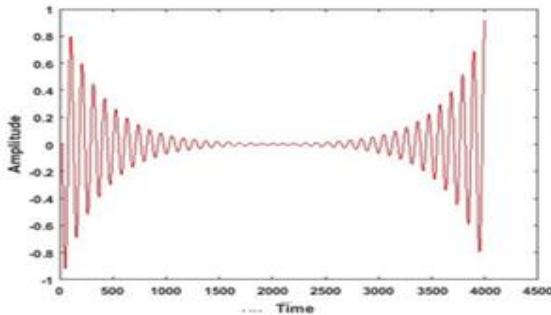
$$F^{-1}(\varphi(\omega)) = F^{-1}\left(A(\omega) * \frac{1}{\omega\pi}\right) = \frac{1}{\pi}F^{-1}(A(\omega))F^{-1}\left(\frac{1}{\omega}\right) = \frac{j}{2\pi}F^{-1}(A(\omega))\text{sign}(t) \quad (9)$$

აქ გამოყენება ფურიეს გარდაქმნის მახასიათებლები: ნახვევი სიხშირულ არეში, ეკვივალენტურია დროით არეში გამრავლების და ფურიეს უკუგარდაქმნა შემდეგი გამოსახულების $\frac{1}{\omega} = \frac{j}{2}\text{sign}(t)$ და ბოლოს (3)-დან შეიძლება მიღებულ იქნას $\varphi(\omega)$ ფაზის აღდგენის ფორმულა:

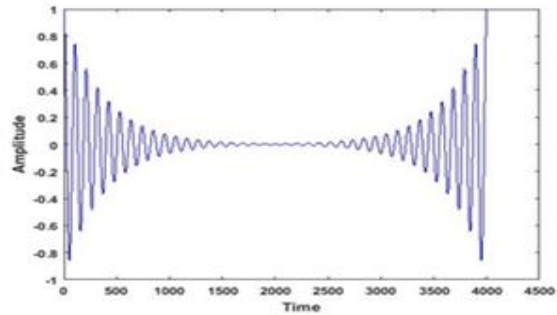
$$\varphi(\omega) = \frac{j}{2\pi}F(F^{-1}(A(\omega))\text{sign}(t)) \quad (10)$$

შევქმენით ჰილბერტის დისკრეტული გარდაქმნის საუძველზე აგებული ალგორითმის პროგრამა, რომელიც განვახორციელეთ პროგრამულ პაკეტ MATLAB-ში. კვლევა ჩავატარეთ რეალურად გაზომილ პარამეტრებზე.

ვიღებთ გადაცემის ფუნქციას, ვადგენთ სიხშირულ ბიჯს, ვახდენთ ექსტრაპოლაციას და ინტერპოლაციას. ვამატებთ უარყოფით სიხშირეებს, რათა გადაცემის ფუნქციამ S21 მიიღოს საბოლოო სახე. კრამერს-კრონინგის ფორმულებით ვითვლით გადაცემის ფუნქციის რეალურ და წარმოსახვით ნაწილებს. ჰილბერტს დისკრეტული გარდაქმნის გამოყენებით გადაცემის ფუნქციის ამპლიტუდის საშუალებით ხდება კაუზალური ფაზის აღდგენა. გავითვალისწინეთ დროითი დაყოვნება სიხშირული არისთვის, და ვძრათ დროითი დაყოვნების ბიჯით. მიღებული გადაცემის ფუნქცია უნდა დაემთხვას გაზომილ ქსელის პარამეტრებს. თუ ისინი დაემთხვევა ერთმანეთს მაშინ კაუზალობის პირობა სრულდება (ნახ.2,3).

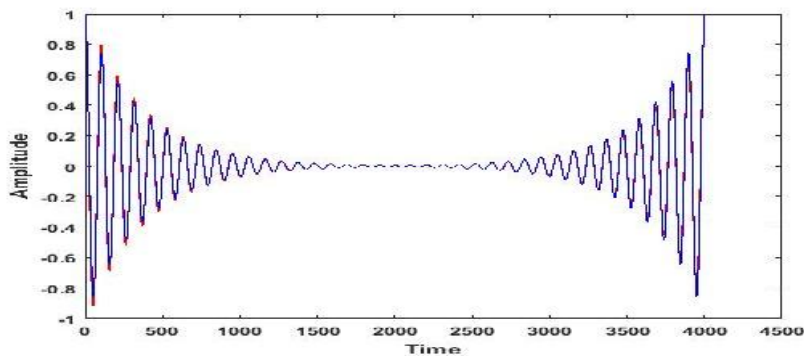


ნახ.2. ჰილბერტის გარდაქმნის რეალური ნაწილი



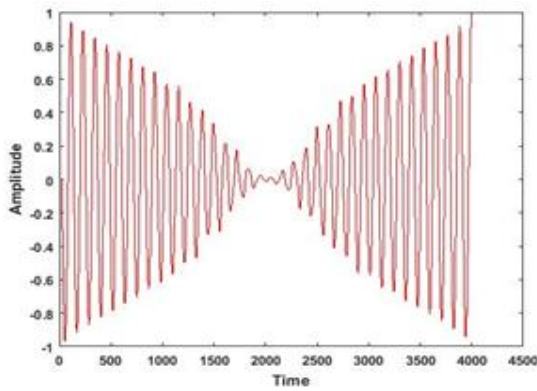
ნახ. 3. რეალური ნაწილით აღდგენილი წარმოსახვითი ნაწილი, დამრული დროითი დაყოვნების ტოლი ბიჯით

თუ დავადებთ მათ ერთმანეთს დავინახავთ, როგორ ემთხვევიან ერთმანეთს (ნახ.4).

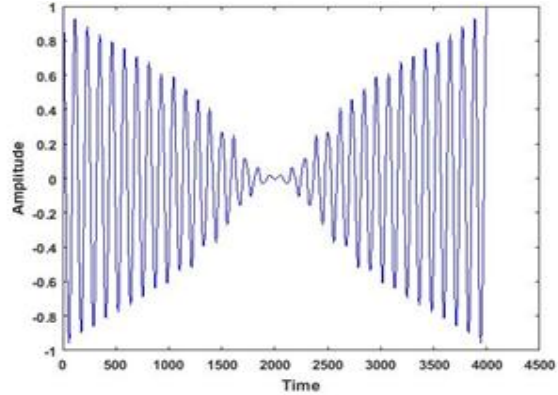


ნახ.4. დიაგრამების ერთმანეთზე დადების შედეგი

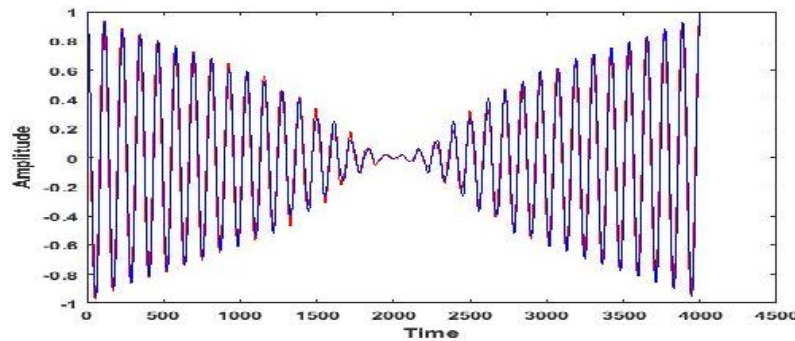
ეს კვლევა ჩავატერო 560 ომიანი წინაღობის ქსელის კაბელზე. მსგავსი კვლევა ჩავატარეთ ბეჭდურ პლატაზე FSB-ზედა კვლევის შედეგებმა გვიჩვენა შემდეგი (ნახ.5,6).



ნახ.5. ჰილბერტის გარდაქმნის რეალური ნაწილი



ნახ.6. რეალური ნაწილით აღდგენილი წარმოსახვითი ნაწილი დაძრული დროითი დაყოვნების ტოლი ბიჯით



ნახ.7. დიაგრამების ერთმანეთზე დადების შედეგი

კვლევამ გვიჩვენა, რომ ბეჭდური პლატის შემთხვევაში დამთხვევა უკეთესია დაბალ სიხშირეებზე, ხოლო 50 ომიანი წინაღობის კაბელში უკეთესი დამთხვევა ხდება მაღალ სიხშირეებზე. მაგრამ ეს ცთომილება შეიძლება ჩაითვალოს მინიმალურად და, შესაბამისად, ორივე შემთხვევაში გაზომილი ქსელის პარამეტრები აკმაყოფილებს კაუზალობის თვისებას.

4. დასკვნა

განვიხილოთ ჰილბერტის დისკრეტულ გადაქმნაზე დაფუძნებული მიზეზ-შედეგობრივი (კაუზალური) კავშირის შემოწმების მეთოდი. ამ მეთოდის გამოყენებით შესაძლებელია აღდგენილი იყოს კაუზალური არაწრფივი ფაზა გადაცემის ფუნქციის ამპლიტუტიდან. რეკონსტრუქციის (აღდგენის) ალგორითმი სწრაფად და მარტივად რეალიზდება. მეთოდი აღადგენს ფაზის არაწრფივ ნაწილს, წრფივი ნაწილის აღდგენა შეიძლება ფრონტალური დაყოვნების პოვნის მეთოდის გამოყენებით. 100%-იანი კაუზალური იმპულსური მახასიათებელი მიიღება DHT-ზე დაფუძნებული კაუზალური დამოკიდებულების გამოყენებით, გადაცემის ფუნქციის დროით არეში გადაქმნისთვის ვისარგებლეთ IFFT ფურიეს უკუგარდაქმნით. გამოვიყენეთ ჰილბერტის დისკრეტულ გარდაქმნებზე დაფუძნებული კაუზალობის შემოწმების ალგორითმი, გავითვალისწინეთ სიგნალის დაყოვნება და გამოვიკვლიეთ მიკროზოლოვანი ქსელის S პარამეტრების მქონე ქსელი.

ლიტერატურა > References > Литература:

1. Tsiklauri M., Dikhaminjia N., Fan J., Drewniak J. (2016). Front Delay Based Causality for Network Parameters. EMC Labor., Missouri Univ., of Science and Technology, Rolla, MO, USA
2. Tsiklauri M., Zvonkin M., Dikhaminjia N., Fan J., Drewniak J. (2016). Discrete Hilbert Transform Based Delay Causality Enforcement for Network Parameters. Electromagnetic Compatibility Labor., Electrical and Computer Engineering Dept., Missouri Univ., of Science and Technology, Rolla. USA
3. <https://www.edn.com/design/test-and-measurement/4437010/S-parameters-basics>
4. Nussenzveig N.M. (1972). Causality and dispersion relation. Academic Press.
5. Tsiklauri M., Dikhaminjia N., Fan J., Drewniak J. (2016). S-Parameters Quality Estimation in Physical Units. EMC Labor., Missouri Univ., of Science and Technology, Rolla.USA.

DHT BASED ALGORITHM FOR MANAGING THE CAUSALITY

Vediakovi Darejan¹, Tabeshadze Julieta¹, Tsiklauri Mikheil²

1-Samtskhe-Javakheti State University

2- Missouri University of Science and Technology (USA)

Summary

The basis for the development of modern digital technologies and the goal is to transfer the signal from analog to digital, and vice versa, we are making the research for that the signal transformation is complete and transmitted quickly. From here follows that it's very important to check whether the network is correct and can transfer the signal correctly for this purpose. The paper discusses network S parameters, network integrity characteristics and algorithms for network integrity checking. One of the main property of the network's characteristics is Causality. The paper discusses Discrete Hilbert Transform based algorithm for causality checking. The algorithm performed in MATLAB, with the diagrams that show calculation results. The paper also explains mathematics behind the algorithm.

DHT

Ведякова Д¹., Табешадзе Дж¹., Циклаური М.²

1-Самцхе-Джавакхетский Государственный Университет

2-Университет Науки и технологии Миссури (США)

Резюме

Проводятся исследования с целью преобразования сигнала, чтобы он был полным и его передача происходила быстро. Вследствие этого возникла необходимость проверки сети, в исправном ли она состоянии, может или нет правильно передавать сигнал. Для этой цели в представленной статье рассмотрены S параметры сети, характеристики целостности сети и алгоритмы проверки целостности сети. Одной из главных особенностей характеристик сети является каузальность. В статье рассматривается один из алгоритмов проверки каузальности, основанный на дискретном преобразовании Гильберта. Указанный алгоритм выполнен с использованием MATLAB, к нему прилагаются диаграммы, указывающие на результат исследования. Приведено то математическое суждение, на основании которого построен алгоритм.