

საცხოვრებელ სახლში ჰაერის ტემპერატურის გათბობის მოდელირება Matlab/Simulink-ის საშუალებით

ნინო მჭედლიშვილი, ირმა დავითაშვილი,
ია მოსაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განიხილება საცხოვრებელი სახლის ჰაერის ტემპერატურის გათბობის მათემატიკური მოდელი. სახლი თბება ორი ტიპის გამათბობელით: პორტატული და საჰაერო გათბობის სისტემით. მოდელი ემყარება ნიუტონის თბურ კანონს, რომლის საფუძველზეც შედგენილია წრფივი, დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. მოდელირებისთვის გამოყენებულია Matlab/Simulink -ი. ჩატარებულია ტემპერატურის ცვლილების ანალიზი.

საკვანძო სიტყვები: მათემატიკური მოდელი. გათბობა. Matlab/Simulink.

1. შესავალი

ტემპერატურის სხვაობა ნებისმიერ სიტუაციაში წარმოადგენს ენერჯის ნაკადის გარემოდან სისტემაში, ან პირიქით, სისტემიდან გარემოში გადინების შედეგს. პირველის შედეგად ვლენულობთ ობიექტის გათბობას, ხოლო მეორეს შედეგად – გაგრილებას. მოდელი ემყარება ნიუტონ-რიხმანის თბოგაცემის კანონს, რომლის მიხედვით სხეულის ტემპერატურის ცვლილების სიჩქარე, პროპორციულია სხეულის ტემპერატურისა და გარემო ტემპერატურის ცვლილებისა და გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_2) \quad (1)$$

სადაც, k პროპორციულობის დადებითი კოეფიციენტი და დამოკიდებულია სხეულის ზედაპირის თვისებებზე;

2. ძირითადი ნაწილი

სახლი შედგება სამი დონისაგან: სარდაფი, საცხოვრებელი სართული და სხვენი. ამავდროულად თბოიზოლირებულია მხოლოდ საცხოვრებელი სართული, ხოლო სხვენი და სარდაფი თბოიზოლაციის გარეშეა. სარდაფის კედლები იზოლირებულია მიწით, საცხოვრებელი სართულსა და სარდაფს შორის გადებულია ხის ძელები, ძელებზე სარდაფის ჭერიდან აკრულია თაბაშირ-მუყაო, ხოლო საცხოვრებელი სართულის მხრიდან დაფარულია იატაკის საფარით.

ამოცანის მიზანია ტემპერატურის ცვლილების ანალიზი სახლის მოცემულ სამ დონეს შორის. შემოვიტანოთ აღნიშვნები: $z(t)$ - ტემპერატურა სხვენიში, $y(t)$ - ტემპერატურა საცხოვრებელ სართულზე, $x(t)$ - ტემპერატურა სარდაფში; t - წარმოადგენს დროს საათებში;

საწყის მონაცემებად განვიხილოთ ზამთრის პერიოდის ერთი დღე, როდესაც გარე ტემპერატურა მთელი დღის განმავლობაში უცვლელია და წარმოადგენს T_1 , ხოლო სარდაფში მიწის ტემპერატურაა - T_2 . თავდაპირველად გათბობა გამორთულია რამდენიმე დღით. თუ საწყის დროს ($t=0$) ავიღებთ შუადღეს, გვექნება:

- 0 - სარდაფის კედლები და იატაკი;
- 1 - სარდაფის ჭერი;
- 2 - საცხოვრებელი სართულის კედლები;
- 3 - საცხოვრებელი სართულის ჭერი;
- 4 - მანსარდის კედლები და ჭერი;

შესაბამისად, ნიუტონის კანონიდან გამომდინარე გვექნება ხუთი კოეფიციენტი: k_0, k_1, k_2, k_3, k_4 და შემდეგი განტოლებები:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= k_0(T_2 - x) + k_1(y - x), \\ \frac{dy}{dt} &= k_1(x - y) + k_2(T_1 - y) + k_3(z - y) + T_3 \\ \frac{dz}{dt} &= k_3(y - z) + k_4(T_1 - z) \end{aligned} \quad (3)$$

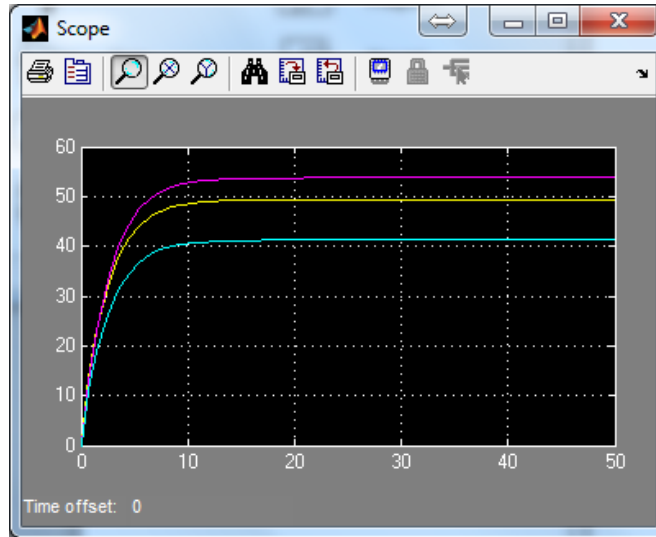
დავუშვათ $T_1 = 35^\circ\text{F}$, $T_2 = 45^\circ\text{F}$; $T_3 = 20^\circ\text{F}$; , ხოლო $k_0 = 0,5, k_1 = 0,5, k_2 = 0,25, k_3 = 0,25, k_4 = 0,25$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 0.5(45 - x) + 0.5(y - x), \\ \frac{dy}{dt} &= 0.5(x - y) + 0.25(35 - y) + 0.25(z - y) + 20 \\ \frac{dz}{dt} &= 0.25(y - z) + 0.25(35 - z) \end{aligned} \quad (4)$$

ჩვენი მიზანია მოვახდინოთ მოცემული განტოლებათა სისტემის Simulink მოდელირება და დავაგინოთ, შესაძლებელი იქნება თუ არა პორტატული გამათბობლით საცხოვრებელ სართულზე ტემპერატურის 70°F -მდე მიღწევა (ნახ.1).

განვიხილოთ მეორე მოდელი, კერძოდ, პორტატული გამათბობელი შევცვალოთ საჭაერო გათბობის სისტემით. პორტატული გამათბობლის საჭაერო გათბობის სისტემით შევცვლა აჩენს სირთულეებს შესასვლელის გადამრთველზე.

კერძოდ, თერმოსტატი გამორთავს ღუმელს როდესაც საცხოვრებლის სართულზე ტემპერატურა აღწევს 70°F --ს და ჩართავს, ტემპერატურის 6 ფრგ-ით დაცემის შემდეგ.

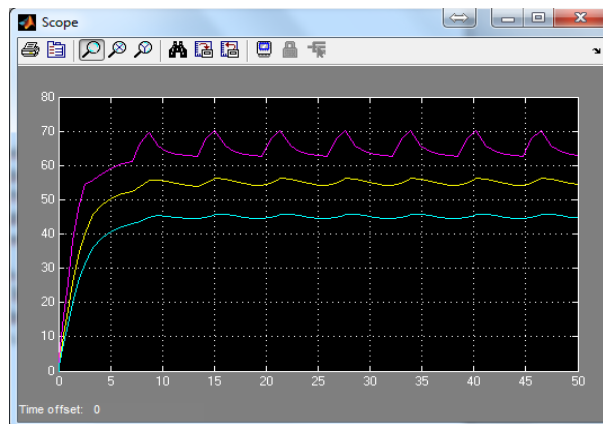


ნახ.1 მოდელირების შედეგი პორტატული გამათბობლის გამოყენებისას

ვივარაუდოთ, რომ ღუმელს გააჩნია ოთხჯერ მეტი TU რეიტინგი, რომელსაც შეუძლია ყოველ საათში ტემპერატურის 80°F-ით გაზრდა. ამ ღუმელის შესწავლა მოითხოვს ორ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= 0.5(x - y) + 0.25(35 - y) + 0.25(z - y) + 80 & (5) \\ \frac{dy}{dt} &= 0.5(x - y) + 0.25(35 - y) + 0.25(z - y) + 0 \end{aligned}$$

პირველ განტოლებაში შესასვლელზე 20 შეიცვლება 80-ით, ხოლო მეორეში 0-ით; პირველი დიფერენციალური განტოლება უნდა გამოვიყენოთ შემდეგი დროის ინტერვალში: $0 < t < t_1$ შემდეგ უნდა გადავრთოთ მეორე დიფერენციალურ განტოლებაზე ინტერვალისთვის $t_1 < t < t_2$. დროის ინტერვალები შეირჩევა, როდესაც $y(t_1) = 70^\circ\text{F}$, და $y(t_2) = 64^\circ\text{F}$ (ნახ.2).



ნახ. 2. მოდელირების შედეგი საჭაერო გათბობის სისტემის გამოყენებისას

3. დასკვნა

მოვხდინეთ საცხოვრებელი სახლში ტემპერატურის გათბობის მოდელირება ორი ტიპის გამათბობლით. როგორც ვხედავთ, პორტატული გამათბობელი ვერ ათბობს საცხოვრებელ სართულზე (იისფერი კონტური - ზედა) ჰაერს 70°F ფარენჰეიტამდე, განსხვავებით საპარეო გათბობის სისტემისა, რომელსაც არა მარტო შეუძლია ჰაერის ტემპერატურის სასურველ ტემპერატურამდე 70°F-მდე, გათბობა, არამედ მისი შენარჩუნება 70°F-64°F.

ლიტერატურა:

1. Devendra K. (2010). Chaturvedi .Modeling and Simulation of Systems Using Matlab and Simulink.
2. Richard C. (2013). Dorf, Robert H. Bishop , Modern Control Systems. (Twelfth Edition).
3. Steven K. Karris. (2006). Introduction to Simulink with Engineering Applications with Simulink.

MODELING OF HOME HEATING WITH MATLAB/SIMULINK

Mchedlishvili Nino, Davitashvili Irma, Mosashvili Ia

Georgian Technical University

Summary

In the article there is considered the mathematic model of house heating of the air temperature. The house heats with two types of heaters: portable and forced air furnace.. The model is based on Newton's cooling law, the basis of which is composed the linear, differential equations. For the modeling is used Matlab/Simulink. There is done an analysis of temperature fluctuations.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДУШНОГО ОТОПЛЕНИЯ ЖИЛОГО ДОМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATLAB/SIMULINK

Мчедлишвили Н., Давиташвили И., Мосашвили И.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассматривается математическая модель системы отопления жилого дома. Помещение отапливается обогревателями двух типов: портативным и воздушным обогревателем. Модель основывается на законе теплоотдачи Ньютона, на основании которого составлена система линейных дифференциальных уравнений. Моделирование осуществлено с помощью системы Matlab/Simulink. Проведен анализ изменения температуры.