

სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება სახეთა გამოცნობაში

ირაკლი ჯავახიშვილი
საქართველოს კიბერნეტიკის ინსტიტუტი

რეზიუმე

განხილულია სახეთა გამოცნობის სისტემების სწავლების მეთოდი, რომელიც გულისხმობს მთელი ექსპერიმენტალური მასალის ერთდროულ გამოკვლევას. კერძოდ შემოთავაზებულია მაწონასწორებელი ვექტორის მეთოდი, რომლის საშუალებითაც სახეთა გამოცნობის ამოცანა დაიყვანება წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნაზე. აღნიშნული მეთოდი საშუალებას იძლევა მარტივი გამოთვლებით მოიძებნოს ოპტიმალური გამყოფი ჰიპერსიბრტყე ობიექტთა გარდაქმნილ სივრცეში.

საკვანძო სიტყვები: სახეთა გამოცნობა. სიმპლექს-მეთოდი. მაწონასწორებელი ვექტორი.

1. შესავალი

სახეთა გამოცნობის სისტემების განსწავლის პროცესების მიმდევრობაზე არსებობს ორი მიდგომა. პირველი დაფუძნებულია რომელიმე რეკურენტულ პროცედურაზე. ამ დროს კლასიფიკატორის შესასვლელზე სწავლების რეჟიმში თანმიმდევრობით მიეწოდება სასწავლო სიგნალები და ხდება სისტემის გადაწყობა. აღნიშნული მეთოდის გამოყენების აუცილებლობა მოზანშეწონილია მაშინ, როდესაც საქმე გვაქვს მცირე ტევადობის მესხიერებასთან [1]. მეორე მიდგომა, რომელიც შედარებით ახალია, გულისხმობს მთელი ექსპერიმენტული მასალის ერთდროულ გამოკვლევას. მეორე მიდგომის მკაფიო წარმომადგენელია განზოგადოებული პორტრეტის მეთოდი [2]. იგი გამოიყენება მაშინ, როდესაც არსებობს დიდი მოცულობის გამოთვლითი საშუალებები.

2. ძირითადი ნაწილი

ნაშრომში შემოთავაზებულია მეორე მიდგომის ჩარჩოში მეთოდი, რომელიც გამოირჩევა სიმარტივით და მაღალი ეფექტიურობით. ვთქვათ $X_1, X_2, \dots, X_s$, $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_t$ - სასწავლომიმდევრობის ელემენტებია და გაყოფილია 2 კლასად: X_i - პირველი კლასიდან და X_j - მეორე კლასიდან. ამავე დროს იგულისხმება, რომ მოცემულია წრფივი გარდასახვა Φ , რომელიც X ელემენტების სიმრავლეს გარდასახავს k განზომილების სივრცეში $\Phi: X \rightarrow R^k$. გარდაქმნილ სივრცეში პირველი კლასის ელემენტების სახეებს აღვნიშნავთ Y_i -ით, ხოლო მეორე კლასის სახეებს - Y_j -ით. სადაც $Y_i = \Phi(X_i)$ და $Y_j = \Phi(X_j)$. ამრიგად სახეთა გამოცნობის ამოცანა დაიყვანება ისეთი ჰიპერსიბრტყის $H \in R^k$ მოძებნაში, რომლის სხვადასხვა მხარეს განლაგებულია განსხვავებული კლასის წერტილები. აღნიშნული ამოცანა სხვანაირად ასე ჩამოვყალიბოთ: ვიპოვოთ ისეთი წრფივი ფუნქცია $W(Y) = (W, Y)$ სივრცეში - R^k , რომელიც ღებულობს დადებით მნიშვნელობებს Y_i წერტილებზე და უარყოფით მნიშვნელობებს Y_j -ზე. ცხადია, თუ ასეთი სიბრტყე არსებობს იგი იქნება არა ერთადერთი. წრფივი ფუნქციის ოპტიმალურობის კრიტერიუმად მივიღოთ რიცხვი:

$$\tilde{\varphi}(w) = \min(W(Y_i) - W(\bar{Y}_j)) ; \text{ სადაც } 1 \leq i \leq s \text{ და } 1 \leq j \leq t.$$

თუ $\tilde{\varphi}(w) > 0$, მაშინ ჰიპერსიბრტყე $H_w = \{ Y : W(y) = 0 \}$ გაყოფს კლასებს, და რაც დიდია $\tilde{\varphi}(w)$, მით უფრო კვალიფიცირებული გაყოფა მოხდება. ასეთნაირად დასმული ამოცანა:

$$\tilde{\varphi}(w) \rightarrow \max \quad (1)$$

არაკორექტიულია, რადგანაც $\tilde{\gamma}(w)$ არის დადებითად პირველი ხარისხის ერთგვაროვანი w -ს მიხედვით. ამიტომ ამგვარად დასმულ ამოცანას ან არ აქვს ამონახსნი, ან აქვს ტრივიალური ამონახსნი. მართლაც თუ რომელიმე w_0 -სთვის $\tilde{\gamma}(w) = c > 0$, მაშინ $\lambda > 0$ დროს $\tilde{\gamma}(\lambda w_0) = \lambda c$ შეიძლება გაიზარდოს განუსაზღვრელად. თუ ყოველი w -თვის $\tilde{\gamma}(w) \leq 0$, მაშინ ამოხსნა იქნება $w_0=0$ და $\tilde{\gamma}(w_0) = 0$. იმისათვის, რომ დასმული ამოცანა (1) იყოს კორექტული, საჭიროა მოვახდინოთ $\tilde{\gamma}(w)$ ფუნქციის ნორმირება, რის შედეგადაც $\tilde{\gamma}(w)$ ფუნქციონალის ხდება ნულოვანი ხარისხის. $\tilde{\gamma}(w)$ ფუნქციიდან გადავდივართ ნორმირებულ $\gamma(w)$ ფუნქციაზე შემდეგი სახით:

$$\gamma(w) = \frac{\tilde{\gamma}(w)}{\frac{1}{s} \sum_i w(Y_i) - \frac{1}{t} \sum_j w(\bar{Y}_j)} \quad (2)$$

სადაც $\gamma(w)$ -ს აქვს მარტივი შინაარსობრივი აზრი. მნიშვნელშია $W(Y)$ -ს გასაშუალებული მნიშვნელობის სხვაობა პირველ და მეორე კლასის ამონარჩევათა წერტილებზე, ხოლო მრიცხველში - მუდმივა, რომელიც განსაზღვრავს კლასების გაყოფის ხარისხს. ამრიგად $\gamma(w)$ არის ფარდობითი ღრეჩო $W(Y)$ -ის აზრით. მოვითხოვთ, რომ (2) გამოსახულების მნიშვნელი იყოს დადებითი. ამრიგად ოპტიმალური გამყოფი ფუნქციის მოძებნის ამოცანა ფორმულირდება შემდეგნაირად:

$$\gamma(w) \rightarrow \max \quad (3)$$

$$\frac{1}{s} \sum_i W(Y_i) - \frac{1}{t} \sum_j W(\bar{Y}_j) > 0$$

იმისათვის, რომ მსჯელობა იყოს უფრო მოხერხებული, R^k სივრცის მაგივრად ვიხილავთ R^{k+1} სივრცეს, რომელშიც წერტილების ნულოვანი კოორდინატის მნიშვნელობა ტოლია 1. ასეთი სივრცეში $W(Y)$ იქნება ერთგვაროვანი.

$$W(Y) = \sum_{i=1}^k w_i y_i + w_0 = \sum_{i=0}^k w_i y_i, \quad y_0 \equiv 1 \quad (4)$$

(4)-დან გამომდინარე $W(Y)$ შეიძლება წარმოვიდგინოთ $W=(w_0, \dots, w_k)$ ვექტორისა და $Y=(y_0=1, \dots, y_k)$ ვექტორის სკალარული ნამრავლი. W ვექტორს ეწოდება წონითი ვექტორი. როგორც ვხედავთ ოპტიმალური წონითი ვექტორის მოძებნის ამოცანა დაიყვანება ნაწილობრივ-წრფივი $\gamma(w)$ ფუნქციონალის ექსტრემიზაციაზე ნახევარსივრცეში. სხვაობის საშუალო მნიშვნელობის არაუარყოფითობის პირობა შეიძლება გადაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\frac{1}{s} \sum_i W(Y_i) - \frac{1}{t} \sum_j W(\bar{Y}_j) > 0$$

$$\frac{1}{s} \sum_i (w, Y_i) - \frac{1}{t} \sum_j (w, \bar{Y}_j) > 0$$

$$\left(w, \frac{1}{s} \sum_i Y_i - \frac{1}{t} \sum_j \bar{Y}_j \right) > 0$$

უკანასკნელი უტოლობა განსაზღვრავს ღია P ნახევარსივრცეს. მას აქვს მარტივი შინაარსობრივი აზრი. ვექტორი

$$\alpha = \frac{1}{s} \sum_i Y_i - \frac{1}{t} \sum_j \bar{Y}_j$$

არის ვექტორი, რომელიც აერთებს $\{\bar{Y}_j\}$ და $\{Y_i\}$ სიმრავლეების სიმძიმის ცენტრებს, ხოლო P წარმოადგენს იმ ვექტორების ერთობლიობას, რომლებიც α ვექტორთან ქმნის მახვილ კუთხეს. ჩვენ შეგვიძლია კიდევ შევამციროთ არე, რომელშიც იძებნება $\gamma(w)$ ფუნქციონალის ექსტრემუმის წერტილი მისი ერთგვაროვნების გამოყენებით. ვთქვათ $L_\alpha \in P$ არის W ვექტორების ჰიპერსიბრტყე, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $(W, \alpha) = 1$. ცხადია, რომ P არის კონუსი, რომელიც გადაჭიმულია L_α -ზე. $\gamma(w)$ ერთგვაროვნების გამო ყოველი $W \in P$ არსებობს $w' \in L_\alpha$, რომლებისთვისაც სრულდება შემდეგი პირობა:

$$\gamma(w) = \gamma(w'). \quad W' = \frac{W}{(w, \alpha)}$$

განსაზღვრა: L_α სიმრავლის ვექტორებს ეწოდება მაწონასწორებული წონითი ვექტორები.

ამრიგად გამყოფი ჰიპერსიბრტყე შეიძლება მოიძებნოს ნაწილობრივ-წრფივი პროგრამირების ამოცანის დახმარებით:

$$\gamma(w) \rightarrow \max$$

$$W \in L_\alpha \quad (L_\alpha\text{-ზე} \quad \gamma(w) = \gamma(w')) \quad (5)$$

ეს ამოცანა კი ადვილად დაიყვანება წრფივი პროგრამირების ამოცანაზე [3]:

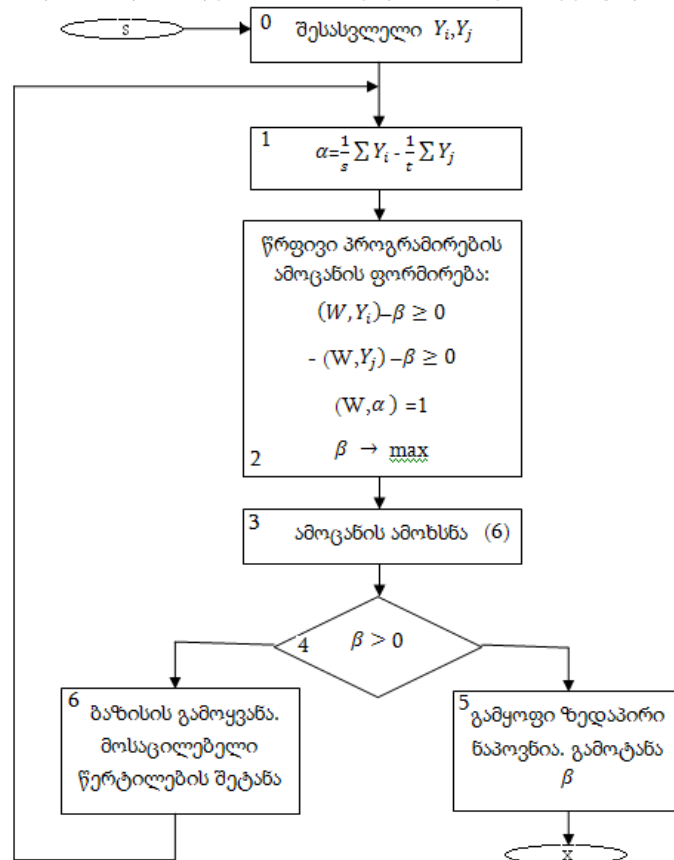
$$(W, Y_i) - \beta \geq 0 \quad i = 1, s$$

$$-(W, Y_j) - \beta \geq 0 \quad j = 1, t \quad (6)$$

$$(W, \alpha) = 1$$

$$\beta \rightarrow \max$$

ამრიგად, მივიღეთ მარტივი და უნივერსალური მეთოდი ოპტიმალური გამყოფი ჰიპერსიბრტყის ასაგებად, რომლის ალგორითმი 1-ელ ნახაზზეა მოცემული.



ნახ.1.

ქვემოთ ნაჩვენებია ოპტიმალური წონითი ვექტორის მოძებნის ალგორითმის ბლოკ-სქემა. შევეცადოთ ავხსნათ მისი მუშაობის თანმიმდევრობა: ნაბიჯი 0 - საწყისი მონაცემების შეყვანა. ნაბიჯი 1- 2- საწყისი მონაცემების ფორმირება სიმპლექს - მეთოდის პროცედურის შესასვლელისათვის. ნაბიჯი 4 - შემოწმება: თუ $\beta > 0$, მაშინ გამყოფი ზედაპირი ნაპოვნია. წინააღმდეგ შემთხვევაში გამოიყვანება ბაზისი, რომელშიც შემავალი ობიექტები ეწინააღმდეგებიან გამყოფი ზედაპირის მოძებნას და ხდება მათი მოცილება სასწავლო მიმდევრობიდან.

3. დასკვნა

ამრიგად, სიმპლექს - მეთოდის გამოყენება სახეთა გამოცნობაში წარმოადგენს მარტივ და ეფექტურ პროცედურას, რომელიც იძლევა საშუალებას მცირე დროის განმავლობაში მოიძებნოს მოცემული სასწავლო მიმდევრობისათვის გამყოფი ჰიპერსიბრტყე.

ლიტერატურა:

1. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов. М., Наука, 1974
2. Вапник В.Н., Лернер А.Я. Узнавание образов при помощи обобщенных портретов. АиТ, 1963, No6
3. Данциг Д. Линейное программирование, его обобщение и применения. М., Прогресс, 1966.

SIMPLEX METHOD IN PATTERN RECOGNITION

Djavakhishvili Irakli

Institute of Cybernetics of Georgia

Summary

The paper deals with the methodology for simultaneous processing of cross-sectional data. Particularly, the balancing vector method is introduced as a result of which a pattern recognition problem is reduced to the linear programming problem. The mentioned method makes it possible to find out the optimal separating hyper-plane in the transformed object space using simple computation procedures.

ПРИМЕНЕНИЕ СИМПЛЕКС-МЕТОДА К РАСПОЗНОВАНИЮ ОБРАЗОВ

Джавахишвили И.Н

Институт Кибернетики Грузии

Резюме

Рассмотрен новый метод обучения системы распознавания образов, который заключается в одновременном исследовании всего экспериментального материала. В частности, предложен метод уравновешенных векторов, с помощью которого задача распознавания образов сведена к задаче линейного программирования. Метод уравновешенных векторов является простой и эффективной процедурой, позволяющей находить оптимальную разделяющую гиперплоскость и способную эффективно обучаться на экспериментальной выборке.