საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ანი ტაბატაძე

მიწისძვრისას კარკასული შენობების სვეტებში დარტყმის ეფექტის გათვალისწინება

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი

2014

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტზე

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: სრული პროფესორი ***რ.ცხვედაძე***

რეცენზენტები: სრული პროფესორი ***შ.ბაქანიძე***

სრული პროფესორი, ***ლ.ქაჯაია*** (საქართველოს აგრარული უნივერსიტეტი)

დაცვა შედგება 2014 წლის ...., 15 საათზე

საქართველოს ტექნიკური უნივესრიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს სხდომაზე, კოროუსი I, აუდიტორია 507ა

მისამართი: თბილისი 0175, კოსტავას 72

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკასა და სტუ-ს ვებგევრდზე

სადისრეტაციო საბჭოს

სწავლული მდივანი: სრ. პროფესორი

ნაშრომის საერთო დახასიათება

თემის აქტუალობა.

მიწისძვრის ბუნება, ისევე როგორც დედამიწის ქერქში ტექტონიკური ძაბვების დაგროვებისა და მათგან განტვირთვის პროცესი, ჯერ კიდევ შესწავლის პროცესშია. სეისმომედეგები იკვლევენ, კამათობენ და განიხილავენ სხვადასხვა მოდელებს.

რაც შეეხება ტექტონიკური ზემოქმედების შედეგად მიწისზედა ნაგებობების რღვევის მექანიზმებს, ითვლება, რომ ისინი კარგად არის შესწავლილი და შესაბამისად დამუშავებულია მათგან თავდაცვის საშუალებებიც, რომლებიც უზრუნველყოფენ როგორც ადამიანთა მსხვერპლის, ასევე მატერიალური დანაკარგების შემცირებას.

მაშ რატომაა ეს დანაკარგები ასეთი მნიშვნელოვანი. პასუხი შეიძლება იყოს მარტივი: გატარებული ღონისძიებები არასაკმარისია, ყველგან არ არის გატარებული და ა.შ.,. მაგრამ საქმე ეხება ყოველგვარი წესების დაცვით აშენებულ „სეისმომდგრად“ შენობებს, რომლებიც უნდა იტანდნენ სეისმურ დატვირთვებს, მაგრამ მაინც პრაქტიკულად ინგრევიან. შენობების ნგრევის მიზეზად კი ამჟამად ოფოციალურად მიღებული თეორიის თანახმად ითვლება შენობის საკუთარი რხევის სიხშირისა და გრუნტის სიხშირის თანხვედრა. მიუხედავად იმისა, რომ კარგადაა ცნობილი ამ მოვლენის თავიდან აცილების ღონისძიებები, რომლებიც გამოიყენება მსოფლიოს მრავალ ქვეყანაში, დაკვირვებები გვიჩვენებენ, რომ ამ თვალსაზრისით დაცული შენობები ზიანდება ისევე, როგორც არადაცული შენობები. მაგ. კობეში (იაპონია, 17 იანვარი, 1995წ.) მომხდარი მიწისძვრის შედეგად მყისად იქნა გადაჭრილი მრავალი ათასი შენობა, რომლების მიმართაც გამოყენებული იყო უახლესი სეისმოდამცავი ღონისძიებები. განსაკუთრებით დაზიანდა მოქნილი პირველი სართულის მქონე შენობები. მათი ნგრევის ინტენსივობა დაახლოებით ექვსჯერ აღემატებოდა ჩვეულებრივი კარკასული შენობების სიხშირეს. ეს კი მიუთითებს იმ ფაქტზე, რომ მსოფლიოში არ არის ჯერ კიდევ არსად მასიური მშენებლობები, რომლებიც დაცულია სეისმოუსაფრთხოების თვალსაზრისით. მაშ რაშია საქმე? თუ თეორია, რომლითაც ხდება ამ შენობების გაანგარიშება სწორია, რატომ ხდება ნგრევა?

სპეციალისტების მიერ ჩატარებული იყო 1992 წლის აგვისტოში ყირგიზეთში მომხდარი ცხრაბალიანი მიწისძვრის შედეგების ანალიზი. გამოკვლეული იყო რკინაბეტონის მზიდ კონსტრუქციებზე ამ მიწისძვრის

გავლენა. კერძოდ, გამოთვლილი იყო კედლებისა და სვეტების ნამსხვრევებისა და ბზარების ზედაპირების ფართობები, როგორც მახასიათებელი ზემოქმედების ენერგიის ინტენსივობისა. კვლევის შედეგებით მიღებული სურათი ეწინააღმდეგება გრუნტის რხევის კონცეფციას, რასაც სეისმიკები თვლიან კატასტროფის მიზეზად. დაზიანებული კონსტრუქციები ტოვებდნენ შთაბეჭდილებას, თითქოს მათზე იმოქმედა არა პერიოდულმა რხევამ, არამედ ძლიერმა დარტყმამ, როგორც ხორციელდება დიდი ენერგიის ძალიან ხანმოკლე იმპულსების ზემოქმედების შედეგად. გამოთვლილი ენერგიის სიდიდე ათასჯერ მაინც აღემატებოდა შენობის რხევის ენერგიას. ასეთი ენერგია კი შეიძლება გადაეცეს შენობას მხოლოდ დიდი აჩქარებებისას, რომლებიც აღემატება 1000g-ს. თუმცა სეისმიკებისა და სეისმოლოგებისათვის დაუჯერებელია აჩქარება აღემატებოდეს 2g-ს, რასაც ისინი ასაბუთებენ სეისმოგრაფების მონაცემების საფუძველზე. სეისმოგრაფები კი წარმოადგენენ ზამბარიან ოსცილატორებს, რაც არსებითად ინერციული სისტემაა და მას არ ძალუძს დააფიქსიროს წამის მეათასედებში განხორციელებული რხევები. ამისათვის საჭიროა გამოყენებული იყოს მემბრანული ან ლაზერული გადამცემები, რომლებსაც დიდი ხანია იყენებენ მიწისქვეშა აფეთქებების კვლევის დროს.

მაშასადამე, შენობები ზიანდება არა ამჟამად მოქმედი ინერციული რხევითი თეორიის შესაბამისად გამოთვლილი ძალების ზემოქმედებით, არამედ დარტყმის შედეგად აღძრული ძალების ზემოქმედებით. ამ დასკვნის სასარგებლოდ მეტყველებს რუსეთის აკადემიის შორეული აღმოსავლეთის ფილიალის სეისმოლოგების მიერ დამუშავებული სეისმური პროცესების მექანიკური კონცეფცია, რომლის თანახმადაც სეისმური გამოსხივება წარმოადგენს მექანიკური იმპულსის გავრცელებას. იმპულსის გადაცემა სივრცეში ხდება დარტყმის მექანიკის კანონებით.

დისერტაციის მიზანი საკითხის დასმა და მისი გადაწყვეტის გზები. ნაჩვენებია, რომ ხშირად სეისმური ზემოქმედების შედეგად მიღებული რღვევის სქემები არ შეესაბამება ამჟამად მომქმედ ინერციულ-რხევით თეორიას. ასეთ შემთხვევაში იქმნება შთაბეჭდილება, რომ კონსტრუქციაზე იმოქმედა ხანმოკლე იმპულსმა დარტყმის სახით. ე.ი. აუცილებელია დარტყმის ეფექტის გათვალისწინება. აქვე აღნიშნულია, რომ ხისტ-პლასტიკური მოდელის შესაბამისად მიღებული რღვევის სქემა (მაგ. ხოჯის შემთხვევაში) შეიცავს პრინციპულ სირთულეებს დასმული საკითხის გადაწყვეტის დროს.

მეცნიერული სიახლე. განხილულია საკითხი მიწისძვრით გამოწვეული სეისმური ზემოქმედების, როგორც დარტყმის ეფექტის, კარკასული შენობის სვეტებზე გავლენის შესწავლის შესახებ.

მოყვანილია ძლიერი მიწისძვრების შედეგების ანალიზი, რომლებშიც ნაგებობების დაზიანების მიზეზად მიჩნეულია მიწისძვრისას წარმოშობილი სეისმური დარტყმები. ამ შრომებში გაკეთებულ დასკვნის, რომ სეისმური დარტყმა იწვევს კარკასული შენობის პირველი სართულის სვეტების გადაჭრას, შესამოწმებლად განხილულია შენობის სვეტის რხევის ამოცანა, როცა იგი ქვედა ბოლოზე, რომელიც შეიძლება იყოს ჩამაგრებული წერტილოვან საძირკველში ან საძირკვლის ფილაში, განიცდის დარტყმას.

შესწავლილია, როგორც განივი, ასევე გრძივი რხევები. ორივე შემთხვევაში გაანალიზებულია არსებული ანალიზური ამოხსნები და აღნიშნულია ის ნაკლოვანებები, რომლებსაც ისინი შეიცავენ. ორივე შემთხვევაში ამოცანები ამოხსნილია რიცხვითი გზით. მიღებული გამოთვლების შედეგების საფუძველზე აგებულია გადაადგილებების და ძალების ეპიურები. განივი დარტყმის შემთხვევაში გაკეთებულია დასკვნა, რომ სვეტების არსებული კონსტრუირების პირობებში შესაძლებელია დარტყმამ გამოიწვიოს სვეტების გადაჭრა სიმაღლის მიხედვით შუაში.

გაანალიზებულია საკითხი მიწისძვრით გამოწვეული სეისმური ზემოქმედების, როგორც დარტყმის ეფექტის, კარკასულ შენობაზე, როგორც დისკრეტულ-კონტინეალურ სისტემაზე, გავლენის შესწავლის შესახებ.

მოცემულია ნაგებობათა მიწისძვრაზე გაანგარიშებისას გამოყენებული საანგარიშო მოდელებისა და მეთოდების ანალიზი. აღნიშნულია ის წინააღმდეგობები, რომლებსაც ისინი შეიცავენ და გაკეთებულია დასკვნა, რომ სეისმური გაანგარიშებისას აუცილებელია დარტყმის ეფექტის გათვალისწინება.

კარკასული ნაგებობის საანგარიშო სქემად მიღებულია დისკრეტულ-კონტინეალური სისტემა, სადაც დისკრეტული მასები დაკავშირებული არიან კელვინ-ფოხტის მოდელის შესაბამისად დეფორმირებადი გრძივი ღეროებით. განხილულია გრძივი და გრეხითი რხევები დარტყმითი ზემოქმედების პირობებში. გამოყენებული რხევის დიფერენციალური განტოლებები, ენერგეტიკული მეთოდებისგან განსხვავებით, მიღებულია ღეროს გასწვრივ სიჩქარეთა განაწილების შესახებ რაიმე სახის (წრფივი ან რაიმე სხვა დამოკიდებულება) დაშვების გარეშე.

დამუშავებულია რხევის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ალგორითმი და პროგრამა ნებისმიერი რაოდენობის განტოლებების (ე.ი. შენობის სართულიანობის) შემთხვევაში. კონკრეტული შენობის მაგალითზე გამოკვლეულია: ღეროების მასების ინერციის გათვალისწინების გავლენა, სიბლანტის კოეფიციენტისა და ზოგიერთი დისკრეტული მასის ცვლილების გავლენა ნაგებობის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე. შედეგები მოცემულია რხევის გრაფიკებისა და ჩამოყალიბებული დასკვნების სახით.

მიღებული შედეგების საიმედოობა დაფუძნებულია სეისმომედეგობის საინჟინრო თეორიაზე, კონსტრუირების ლოგიკაზე, გაანგარიშების თანამედროვე პროგრამულ უზრუნველყოფაზე, რომელშიც მათემატიკური მოდელი საანგარიშო სისტემისა სასრულ ელემენტთა პრინციპით არის შესრულებული და თეორიული შედეგების ექსპერიმენტული კვლევებით დასაბუთებაზე.

ნაშრომის აპრობაცია და გამოყენებული პუბლიკაციები. ნაშრომის ცალკეული შედეგები მოხსენებული იქნა სადოქტორო პროგრამით გათვალისწინებულ ორ სემინარზე; სადისერტაციო ნაშრომის მასალების მიხედვით გამოქვეყნებულია 4 სამეცნიერო შრომა; გამოქვეყნებულია საქართველოში ჩატარებული საერთაშორისო კონფერენციების 2 შრომათა კრებულში; ასევე მოხსენებულია საქართველოში ჩატარებულ სტუდენტთა სამეცნიერო კონფერენციაზე.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. დისერტაცია წარმოდგენილია შესავლის, ძირითადი ნაწილის, დასკვნების და გამოყენებული ლიტერატურის ჩამონათვალისგან. დისერტაცია შედგება .... გვერდებისგან და გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა შეიცავს .... დასახელებას.

1. მიწისძვრისას კარკასული შენობის სვეტებზე დარტყმის ეფექტის გათვალისწინება

1 საკითხის დასმა და მისი გადაწყვეტის გზები

მრავალრიცხოვანი დაკვირვებების შედეგად დადგენილია, რომ სეისმური ზემოქმედების საწყის მომენტშივე ხდება შენობათა უდიდესი ნაწილის ნგრევა. სეისმური ზემოქმედება მყისიერად იწვევს შენობების სვეტებისა და კედლების გადაჭრას ისე, რომ შენობა ვერც კი ასწრებს მოძრაობის დაწყებას, ე.ი. მისთვის საშიში ინერციის ძალების აღძვრას. ცნობილია, რომ მიწისძვრისას ინერციულ ძალებს წინ უსწრებს ყოველთვის შენობის ვერტიკალურ ელემენტებში განივი ძვრის ტალღების წარმოქმნა. მაშასადამე, ძვრის ტალღები პირველადია, ინერციის ძალები კი მეორადი. ამიტომ ბუნებრივია, შენობების ნგრევის ერთ-ერთ მთავარ მიზეზად მივიღოთ ეს ტალღები. მიუხედავად ამისა, სადღეისოდ ერთადერთ საყოველთაოდ მიღებულ მიზეზად სეისმური ნგრევისა ითვლება მეორადი ინერციული ძალები.

ტრადიციული სეისმური გაანგარიშება გულისხმობს ინერციული ძალების ექვივალენტური სტატიკური სიდიდეების განსაზღვრას, რომლებიც მოდებული იქნება შენობის ელემენტებზე. მაგრამ ამ გზით მიღებული რღვევის სქემები ხშირად წინააღმდეგობაშია რეალურ რღვევის სქემასთან და არ შეიძლება იყოს ახსნილი საყოველთაოდ მიღებული ინერციული კონცეფციის საფუძველზე. მაგალითად ნაგებობა, რომელსაც აქვს მოქნილი კარკასი და ხისტი დიაფრაგმა. ამ შემთხვევაში ხისტ დიაფრაგმაზე ინერციული ძალებისაგან გამოწვეული მხები ძაბვები იქნება გაცილებით მეტი, ვიდრე კარკასის სვეტებზე, რადგანაც პარალელურად მომუშავე ელემენტებიდან დატვირთვის მეტ ნაწილს იღებს ის ელემენტი, რომლის სიხისტეც მეტია. ასე, რომ ინერციის ძალის რაღაც მნიშვნელობისათვის ჯერ უნდა დაინგრეს დიდი სიხისტის ელემენტი. რეალურად კი გვაქვს საპირისპირო სურათი, ინგრევა მოქნილი ელემენტი, მთელი დატვირთვის ამღები ხისტი დიაფრაგმა კი რჩება დაუზიანებელი. მეორე მაგალითის სახით შეიძლება მოვიყვანოთ კარკასული ნაგებობა მოქნილი პირველი სართულით. ამ შემთხვევაში, მაქსიმალური მღუნავი მომენტები წარმოიქმნება სვეტების ბოლოებში და დატვირთვის რაღაც მნიშვნელობისათვის ამ კვეთებში უნდა წარმოიქმნას პლასტიკური სახსრები, რაც ნაგებობას გადააქცევს მექანიზმად გვერდითი გადაადგილებით. ასე ინგრევა ანალოგიური ჩარჩოები ჰორიზონტალური ძალის მოქმედებისას. მიწისძვრისას კი ხდება

სხვანაირად. ასეთ კონსტრუქციებში წარმოიქმნება მყიფე ნგრევის ძვრის მექანიზმი, რომლის დროსაც ხდება სვეტების გადაჭრა ყველაზე ნაკლებად დაძაბულ კვეთებში. იგივე მოვლენას აქვს ადგილი ბოლო სახსრიან ღეროებიანი კარკასის შემთხვევაშიც. ასევე ვერ აიხსნება ინერციული კონცეფციის საფუძველზე ღიობებიანი დიაფრაგმებისა და ერთნაირი ინერციული ძალებით დატვირთული სხვადასხვა სისქის კედლების ერთდროულად ნგრევის შემთხვევები. მოყვანილი მაგალითები მიუთითებენ თანამედროვე სეისმომედეგობის თეორიის შიგნით არსებულ სერიოზულ პრობლემებზე, რომლებიც წარმოშობილია მცდარი დაშვებიდან, თითქოს შენობებს აზიანებს გრუნტის რხევით შენობაში აღძრული ინერციული ძალები [9, 10]. ჩატარებული კვლევები მიუთითებენ იმ ფაქტზე, რომ ზემოთ აღწერილი დაზიანებები შეიძლება წარმოშობილი იყოს მხოლოდ ძალიან ხანმოკლე იმპულსების ზემოქმედებით განხორციელებული ძლიერი დარტყმების შედეგად. ეს დასკვნა გამომდინარეობს რკინაბეტონის მზიდ კონსტრუქციებზე ცხრა ბალიანი მიწისძვრის ზემოქმედებით მიღებული დაზიანებების ანალიზისა და იმ ენერგიის გამოთვლის შედეგად, რომელსაც შეეძლო გამოეწვია ასეთი სახისა და მასშტაბის დაზიანებები. მაშასადამე საკითხი ისმის შენობის ელემენტებზე დარტყმის ეფექტის გათვალისწინების შესახებ. კერძოდ, თუ განვიხილავთ კარკასული შენობის პირველი სართულის სვეტების მუშაობას სეისმური ზემოქმედების პირობებში საჭიროა გაანგარიშების გზით ვუჩვენოთ, რომ რღვევის ის მექანიზმი, რომელიც გვაქვს სვეტებში მიწისძვრის დროს, კერძოდ მათი გადაჭრა სიმაღლის მიხედვით შუაში, შესაძლებელია ქვედა ბოლოზე დარტყმის შედეგად. დასმული ამოცანა შეიძლება გადაწყდეს რხევის განტოლების ამოხსნით, რომლის დროსაც გაანალიზებული იქნება აღძრული ძალის მნიშვნელობანი დამრტყმელი ძალის მოქმედების ხანგრძლიობისა და განმეორადობის გათვალისწინებით. აქვე უნდა აღინიშნოს დარტყმის ამოცანის შესახებ, რომელიც ამოხსნილია ხისტპლასტიკური მოდელის გამოყენებით. ეს ამოცანა პირველად ამოხსნილი იყო პარკისის მიერ. შემდეგ იგივე ამოცანა განიხილა ხოჯმა ამ ამოცანაში კონსოლური ღეროს ბოლოებზე ახდენს დარტყმას მასა G_0, რომელსაც დარტყმის მომენტში გააჩნია სიჩქარე Δ. ხისტ პლასტიკური მოდელის შესაბამისად ღერომ შეიძლება განიცადოს მნიშვნელოვანი პლასტიკური დეფორმაციები, რომლებიც განვითარდება პლასტიკური სახსრის წარმოქმნის შედეგად. პლასტიკური სახსარი წარმოიქმნება ზღვრული მომენტის მოქმედების შედეგად და რადგან ეს მომენტი

ამავე დროს ითვლება მაქსიმალურად, ამ კვეთში განივი ძალა გამოდის ნულის ტოლი. ზემოთ ნათქვამის საფუძველზე კი საკითხის დასმა ითვალისწინებს დარტყმის შედეგად განივი ტალღების და მაშასადამე განივი ძალის მოქმედების შედეგად ღეროს გადაჭრის შესაძლებლობის დადგენას. ამავე დროს, თუ გავითვალისწინებთ იმ ცნობილ ფაქტსაც, რომ დარტყმის შედეგად წარმოიქმნება ჯერ რხევის მაღალი ფორმები, ხისტ პლასტიკური მოდელი კი ეყრდნობა ფაქტიურად რხევის პირველ ფორმას, ცხადი გახდება, რომ ჩვენი ამოცანის გადასაჭრელად აღნიშნული მიდგომის გამოყენება დაკავშირებული იქნება პრინციპული ხასიათის სიძნელეებთან.

.2 ძირითადი განტოლებები და მათი ამოხსნის გზები

დასმული ამოცანის გადაწყვეტისათვის საჭიროა განხილული იყოს ღეროს რხევის განტოლება. განივი დარტყმის შემთხვევაში იძულებითი რხევის განტოლებას აქვს სახე :

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + {}^\circ F\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \overline{P}(t)\,, \qquad (1.)$$

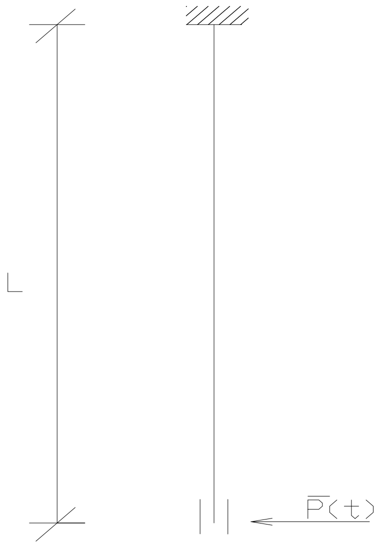
სადაც, E იუნგის მოდულია, I - კვეთის ინერციის მომენტი, ρ - მასალის სიმკვრივე, F - კვეთის ფართობი. $\overline{P}(t)$ წარმოადგენს დროზე დამოკიდებულ x კოორდინატის გასწვრივ განაწილებულ ფუნქციას, რომელიც გამოსახავს გარე ძალას. ჩვენს შემთხვევაში, რადგანაც ვიხილავთ სეისმური ზემოქმედების შედეგად განხორციელებულ დარტყმას ღეროს ბოლოზე, ამიტომ $\overline{P}(t)$ ფუნქცია იქნება ნულის ტოლი, ყველგან გარდა ღეროს ბოლოსი (ნახ. 1.), ამიტომ მისი სიდიდე გათვალისწინებული იქნება სასაზღვრო პირობებში, (1.1) განტოლება კი იქნება ერთგვაროვანი.

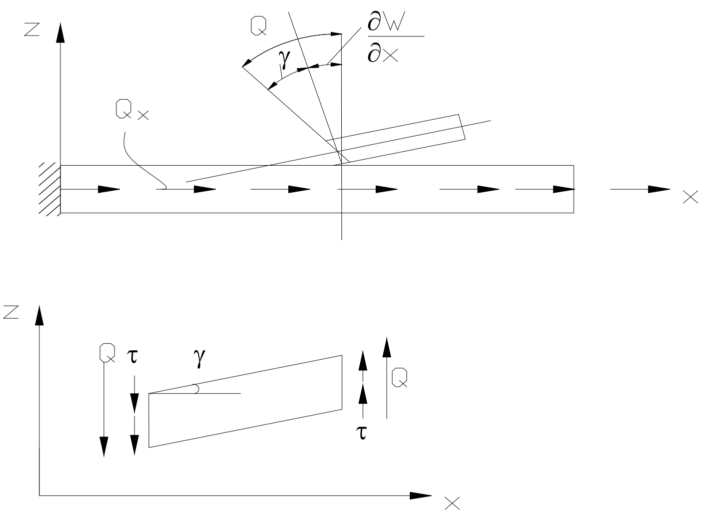
იმ შემთხვევაში თუ გავითვალისწინებთ ძვრის დეფორმაციას და ბრუნვის ინერციას, მაშინ განტოლებათა სისტემას ექნება სახე

$$\begin{aligned}
&{}^\circ F\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{GF}{k_1}\left(\frac{\partial \overline{\ }}{\partial x} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(Q_x\frac{\partial W}{\partial x}\right) = 0,\\
&\frac{\partial}{\partial x}\left(EI\frac{\partial \overline{\ }}{\partial x}\right) - {}^\circ I\frac{\partial^2 \overline{\ }}{\partial t^2} + \frac{GF}{k_1}\left(\overline{\ } - \frac{\partial W}{\partial x}\right) = 0,
\end{aligned} \qquad (2)$$

სადაც G ძვრის მოდულია, $k_1 = k_2 F(0),$ $k_2 = \int_F \frac{S^2 dF}{b^2 I}$, S განივი კვეთის განსახილველი ორდინატის ზემოთ მოთავსებული ფართობის სტატიკური მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ , b ღეროს სიგანეა. θ ელემენტის სრული მობრუნების კუთხეა (ნახ. 2)

— $= ¥ + \frac{\partial w}{\partial x}$, Q_x ღერძის გასწვრივ მოქმედი სტატიკური დატვირთვაა.





. ნახ. 1.1. სვეტის
. საანგარიშო სქემა

. ნახ. 1.2. ღერო ძვრის
დეფორმაციის გათვალისწინებით

ჯერ განვიხილოთ (1.) განტოლება. მისი ამოხსნა შეიძლება მიღებულ იყოს როგორც ანალიზური, ასევე რიცხვითი გზით. ანალიზური ამოხსნების მიღებისას w წარმოიდგინება შემდეგი სახით:

$$w = \sum X_i(x) q_i(t) , \qquad (.3)$$

სადაც $X_i(x)$ კოჭის თავისუფალი რხევის ნორმალური ჰარმონიული ფუნქციაა. მისი ფორმა დგინდება სასაზღვრო პირობების საფუძველზე. რაც შეეხება $q_i(t)$-ს, იგი განისაზღვრება ლაგრანჟის განტოლებაში კოჭის კინეტიკური T და პოტენციალური V ენერგიების მნიშვნელობათა შეტანით. განზოგადოებული ძალა Q_i ტოლია $P(t) X_i(c)$, სადაც $P(t)$ დარტყმის ურთიერთქმედების ძალაა, $X_i(c)$ კი დარტყმის c წერტილის გადაადგილება. ენერგიების გამოსახულებები

იქნება:

$$T = \frac{1}{2}\sum \dot{q}_i^2 \circ F\int_0^L X_i^2 dx, \qquad V = \frac{1}{2}\sum q_i^2 FE\int_0^L X_i''^2 dx,$$

სადაც $\dot{q}$ აღნიშნავს დროით წარმოებულს, X'' კი x კოორდინატით წარმოებულს. ლაგრანჟის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\left(\circ F\int_0^L X_i^2 dx\right)\ddot{q}_i + \left(FE\int_0^L X_i''^2 dx\right)q_i = P(t)X_i(c)$$

ან

$$\ddot{q}_i + \mu_i^2 q_i = \frac{F(t)X_i(c)}{\circ F\int_0^L X_i^2 dx}, \qquad \mu_i \equiv \frac{E\int_0^L X_i''^2 dx}{\circ\int_0^L X_i^2 dx},$$

ჩაღუნვის გამოსახულება იქნება:

$$W = \sum X_i \left[q_0 \cos\mu_i t + \frac{\dot{q}_0}{\mu_i}\sin\mu_i t + \frac{X_i(c)}{\circ F\mu_i\int_0^L X_i^2 dx}\int_0^t P({}^2)\sin\mu_i(t - {}^2)d{}^2 \right],$$

სადაც $q_0\sum X_i$ და $\dot{q}_0\sum\frac{X_i}{\mu_i}$ კოჭის გადაადგილებისა და სიჩქარის საწყისი მნიშვნელობებია, ^{2} კი საინტეგრო ცვლადია. უცნობი ძალა $P(t)$ შეიძლება განისაზღვროს კოჭისა და დამრტყმელი მასის გადაადგილებათა ტოლობიდან. კოჭისათვის, რომელიც საწყის მომენტში არ განიცდიდა არავითარ გადაადგილებებს, ეს პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$V_0 t - \frac{1}{m_2}\int_0^t dt\int_0^t F dt = \frac{1}{\circ F}\sum\frac{X_i^2(c)}{\mu_i\int_0^L X_i^2 dx}\int_0^t F({}^2)\sin\mu_i(t - {}^2)d{}^2$$

ამ განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ რიცხვითი გზით.

საკითხის გამარტივების მიზნით მოვიყვანოთ გოლდსმიტის მიერ შემოთავაზებული მიახლოებითი მეთოდი, რომელშიც მოქმედი იმპულსი იცვლება შესაბამისი სასაზღვრო პირობით, რაც საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ ანალიზური ამონახსენი. შევიტანოთ (3) (1)-ში, რის შემდეგაც გვექნება:

$$a^4 q_i \frac{\partial^4 X_i}{\partial x^4} + X_i \frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} = 0 \qquad (4)$$

აქედან $\dfrac{\partial^4 X_i}{\partial x^4} : X_i = \P_i^4 = -\dfrac{1}{a^4}\dfrac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} : q_i$, სადაც $a^4 = \dfrac{EI}{{}^\circ F}$, $\P_i$ ნებისმიერი მუდმივია, ხოლო $\P_i^2 a^2 = \mu_i$-ს აქვს სიხშირის განზომილება. (4)-ის კარგად ცნობილი ამონახსენი ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} W = \sum \left(A_i \sin \P_i x + B_i \cos \P_i x + C_i sh \P_i x + D_i ch \P_i x\right) \cdot \\ \left(E_i \sin \mu_i t + H_i \cos \mu_i t\right) \end{aligned} \qquad (.5)$$

ნებისმიერი მუდმივები A_i, B_i, C_i და D_i განისაზღვრებიან სასაზღვრო პირობებიდან, E_i, H_i - კი საწყისი პირობებიდან.

ჩვენს შემთხვევაში კარკასული შენობის პირველი სართულის სვეტი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს როგორც ზედა ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ღერო, რომლის ქვედა ბოლო შეიძლება ჩამაგრებული იყოს წერტილოვან საძირკველში ან საძირკვლის ფილაში. ღეროს ქვედა ბოლო განიცდის m_2 მასის დარტყმას, როცა მასის სიჩქარე ტოლია $V_{2,0}$. დარტყმის შემდეგ, m_2 მასა ღეროსთან ერთად ასრულებს რხევას. ასეთი ღეროსათვის ზედა ბოლოზე ნულის ტოლი იქნება გადაადგილება W და მობრუნების კუთხე $\dfrac{\partial W}{\partial x}$. ქვედა ბოლოზე წერტილოვანი საძირკვლის შემთხვევაში, შეიძლება მივიღოთ, რომ ნულის ტოლია მღუნავი მომენტი, ე.ი. $\dfrac{\partial^2 W}{\partial x^2}$, ხოლო საძირკვლის ფილის შემთხვევაში მობრუნების კუთხე $\dfrac{\partial W}{\partial x}$. ორივე შემთხვევაში განივი ძალა ქვედა ბოლოზე ტოლი იქნება: $EI\dfrac{\partial^3 W}{\partial x^3} = m_2 \dfrac{\partial^2 W}{\partial t^2}$. რაც შეეხება საწყის პირობებს, გადაადგილება კოჭის ნებისმიერ წერტილში, როცა t=0 ტოლია ნულის W(x,0)=0. საწყისი სიჩქარის განსაზღვრისათვის კი დაშვებულია, რომ დამრტყმელი m_2 მასა, რომელსაც გააჩნია $V_{2,0}$ სიჩქარე, ამავე სიჩქარეს ანიჭებს კოჭის უსასრულო მცირე უბანს კონტაქტის წერტილში. კოჭის სხვა წერტილებში სიჩქარე ტოლია ნულის. მოქმედი მასის მოძრაობის რაოდენობისა და მთელი კოჭის მოძრაობის რაოდენობის პირობა ღებულობს სახეს:

$$\int \frac{\partial W}{\partial t}(x,0)dm = m_2 \mathrm{v}_{2,0}\,.$$

მოყვანილი საწყისი და სასაზღვრო პირობების (5)-ში გათვალისწინებით (ქვედა ბოლოზე მღუნავი მომენტის ნულთან ტოლობის ჩათვლით) მიღებულია გაღუნვისა და ღეროს რხევის სიხშირეთა გამოსათვლელი გამოსახულებები, რომელთაც შემდეგი სახე აქვთ :

$$W = \frac{2V_{2,0}L^2}{a^2}\sum\frac{1}{\lambda_i^2}\frac{(\sin\lambda_i ch\lambda_i - \cos\lambda_i sh\lambda_i)(\cos\lambda_i + ch\lambda_i)(\sin\lambda_i + sh\lambda_i)}{(\sin\lambda_i ch\lambda_i - \cos\lambda_i sh\lambda_i)^2 + M(\sin\lambda_i + sh\lambda_i)^2}\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{ch\frac{\lambda_i x}{L} - \cos\frac{\lambda_i x}{L}}{ch\lambda_i + \cos\lambda_i} - \frac{sh\frac{\lambda_i x}{L} - \sin\frac{\lambda_i x}{L}}{sh\lambda_i + \sin\lambda_i}\right)\cdot\sin\frac{\lambda_i^2 a^2}{L^2}t, \tag{6}$$

$$M = \frac{\lambda_i(\sin\lambda_i ch\lambda_i - \cos\lambda_i sh\lambda_i)}{1 + \cos\lambda_i sh\lambda_i} \qquad .7)$$

სადაც, M კოჭის მასისა და მოქმედი მასის შეფარდებაა: $M = \frac{\gamma FL}{m_2}$.

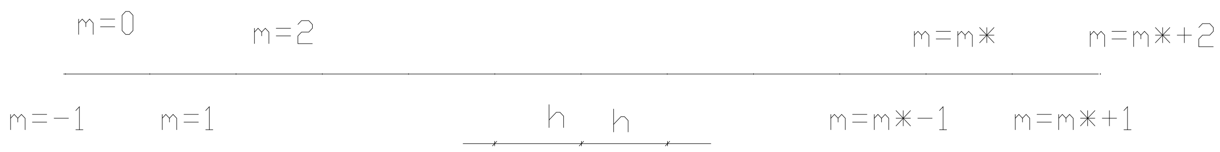
იგივე გამოსახულებებს, როდესაც ქვედა ბოლო ჩამაგრებულია საძირკვლის ფილაში, ექნებათ სახე:

$$W = \frac{2V_{2,0}L^2}{a^2}\sum\frac{1}{\lambda_i^2}\frac{(1 - \cos\lambda_i ch\lambda_i)(\cos\lambda_i - ch\lambda_i)(\sin\lambda_i + sh\lambda_i)}{(1 - \cos\lambda_i ch\lambda_i)^2 + M(\cos\lambda_i - ch\lambda_i)^2}\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{sh\frac{\lambda_i x}{L} - \sin\frac{\lambda_i x}{L}}{ch\lambda_i - \cos\lambda_i} - \frac{ch\frac{\lambda_i x}{L} - \cos\frac{\lambda_i x}{L}}{sh\lambda_i + \sin\lambda_i}\right)\cdot\sin\frac{\lambda_i^2 a^2 t}{L^2} \tag{8}$$

$$M = \frac{\lambda_i(1 - \cos\lambda_i ch\lambda_i)}{\sin\lambda_i ch\lambda_i + \cos\lambda_i sh\lambda_i} \tag{9}$$

განვიხილოთ ეხლა (1) განტოლების ინტეგრება რიცხვითი გზით. ამისათვის მივმართოთ წრფეთა მეთოდს, რომლის თანახმადაც კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების ინტეგრებისას ერთერთი კოორდინატით წარმოებულები იცვლება სხვაობიანი სქემით, რის შედეგადაც ვღებულობთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას. რხევის ამოცანებში ჩვეულებრივ სხვაობიანი სქემით იცვლება გრძივი კოორდინატით წარმოებულები, რის შედეგადაც მიღებულ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაში დამოუკიდებელ ცვლადს წარმოადგენს დრო. ჩვენს შემთხვევაში დავყოთ ღერო სიგრძის მიხედვით საკვანძო წერტილებით, რომელთა შორის მანძილი იყოს h (ნახ. 3). თუ გადავალთ უგანზომილებო კოორდინატებზე $\xi = \frac{x}{L}$, მაშინ ბიჯის სიდიდე იქნება $\delta = \frac{h}{L}$.



. ნახ. 1.3. ღერო საკვანძო წერტილებით

გამოვსახოთ W-ს წარმოებულები η კოორდინატით სასრულ სხვაობებში:

$$\frac{\partial W_m}{\partial \eta}=\frac{L}{2h}\left(W_{m+1}-W_{m-1}\right),$$

$$\frac{\partial^2 W_m}{\partial \eta^2}=\frac{L^2}{h^2}\left(W_{m+1}-2W_m+W_{m-1}\right),$$

(10)

$$\frac{\partial^3 W_m}{\partial \eta^3}=\frac{L^3}{2h^3}\left(W_{m+2}-2W_{m+1}+2W_{m-1}-W_{m-2}\right),$$

$$\frac{\partial^4 W_m}{\partial \eta^4}=\frac{L^4}{h^4}\left(W_{m+2}-4W_{m+1}+6W_m-4W_{m-1}+W_{m-2}\right)$$

(1)-ში (10)-ის შეტანით მივიღებთ m წერტილებში გადაადგილების ფუნქციის მიმართ მუდმივკოეფიციენტებიან ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$\frac{\partial^2 W_m}{\partial t^2}+\frac{K_0}{h^4}\left(W_{m+2}-4W_{m+1}+6W_m-4W_{m-1}+W_{m-2}\right)=0,$$

სადაც $K_0=\frac{EI}{\rho F L^3}$.

თუ $\frac{\partial W_m}{\partial t}$-ს აღვნიშნავთ ახალი ცვლადით ვთქვათ V_m-ით, მაშინ გვექნება პირველი რიგის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, რომლის მიმართაც შეიძლება გამოვიყენოთ კარგად აპრობირებული რუნგე-კუტას მეთოდი.

რაც შეეხება სასაზღვრო პირობებს, ისინი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ოდნავ განსხვავებული სახით, ასეთი წარმოდგენა ჩვენი აზრით უკეთესად ასახავს ღეროს მუშაობის პირობებს დარტყმის გათვალისწინებით. მართლაც, საწყის მომენტში, როცა t=0 სიჩქარის განსაზღვრისას შეიძლება დავუშვათ, რომ $V_{2,0}$ სიჩქარით დარტყმისას წერტილში გვექნება მაქსიმალური სიჩქარე V_0, მის მეზობელ დანაყოფის წერტილში კი ნულის ტოლი. თუ სიჩქარის ცვლილებას დარტყმის წერტილიდან მის მეზობელ წერტილში გადასვლისას მივიღებთ

წრფივად, მაშინ მოძრაობის რაოდენობის მუდმივობის პირობიდან შეგვიძლია დავწეროთ: $\frac{1}{2}\left({}^{\circ}Fh+m_2\right)\cdot V_0=m_2V_{2,0}$, აქედან $V_0=\dfrac{V_{2,0}m_2}{\frac{1}{2}{}^{\circ}Fh+m_2}$. თუ სიჩქარის ცვლილებას წრფივის ნაცვლად ავიღებთ პარაბოლური ან სხვა კანონით $\frac{1}{2}$-ის ნაცვლად გვექნება სხვა კოეფიციენტი. V_0-ის მიღებული გამოსახულებებიდან გამომდინარეობს, რომ რაც უფრო წვრილი ბიჯი იქნება აღებული დაყოფისას, მით უფრო მიუახლოვდება დარტყმის წერტილის საწყისი სიჩქარე დამრტყმელი მასის სიჩქარეს, რაც რეალურია.

მეორე ცვლილება შეეხება განივი ძალისთვის სასაზღვრო პირობას. ამ შემთხვევაში ჩვენ შეგვიძლია გარე დამრტყმელი ძალა, ე.ი. განივი ძალა ჩავთვალოთ ცნობილად $Q(0,t)=Q_0(t)$ და თანაც გავითვალისწინოთ დარტყმის ხანმოკლე იმპულსის მოქმედების ხანგრძლიობა. დამრტყმელი ძალა შეიძლება მოქმედებდეს რუნგე-კუტას მეთოდის შესაბამისად დროის ბიჯის გარკვეული ნაწილის ან უფრო ხანგრძლივი დროის განმავლობაში. აქ შეგვიძლია მივიღოთ, რომ განივი ძალა ღეროს ბოლოში ნულისაგან განსხვავებულია, მხოლოდ წინასწარ განსაზღვრული დროის მონაკვეთის განმავლობაში, დანარჩენი დროის განმავლობაში კი ნულის ტოლია, ან გარკვეული დროის შემდეგ განმეორდება დარტყმა ასევე დროის ცნობილი მონაკვეთის ხანგრძლიობით.

აქ საჭიროა ხაზი გაესვას იმ გარემოებას, რომ რუნგე-კუტას მეთოდის შესაბამისად დროის H ბიჯის H_1 მონაკვეთში ძალის მოქმედებისას საჭიროა ეს გარემოება გათვალისწინებული იყოს პროგრამაში. სახელდობრ, რუნგე-კუტას მეთოდში დროის ბიჯის საწყის მომენტში ცნობილია საძიებელი ფუნქციის მნიშვნელობანი. ამ მეთოდით ვიღებთ მათ მნიშვნელობას ბიჯის ბოლოში, ე.ი. ვსაზღვრავთ ნაზრდებს. ეს ნაზრდები ისაზღვრება ოთხჯერ ფუნქციის წარმოებულების ბიჯის სიდიდეზე გადამრავლების გზით. თითოჯერ ბიჯის თავსა და ბოლოში და ორჯერ შუაში. ამავე დროს ბიჯის შუაში განსაზღვრულ ნაზრდებში მრავლდება ორზე და გამოითვლება ნაზრდის საშუალო მნიშვნელობა. ჩვენს შემთხვევაში ბიჯის ფარგლებში წარმოებულს აქვს საფეხუროვანი ფორმა. ამიტომ საჭიროა ნაზრდი გამოითვალოს H_1 ბიჯის ფარგლებში ცალკე, H-ის ფარგლებში ცალკე და შემდეგ შეჯამდეს.

რადგანაც თითოეულ საკვანძო წერტილში იწერება ორი განტოლება, ამიტომ განტოლებათა სისტემაში შემავალი უცნობები რომ იყოს დანომრილი მიმდევრობით, შემოვიღოთ ახალი ცვლადი U_m, რომელიც, როცა m=1,2,...

აღნიშნავს შემდეგ სიდიდეებს:

$$U_1 = W_1, \quad U_2 = V_1 = \frac{\partial W_1}{\partial t}, \quad U_3 = W_2, \quad U_4 = V_2 = \frac{\partial W_2}{\partial t},$$

$$U_5 = W_3, \quad U_6 = V_3 = \frac{\partial W_3}{\partial t} \quad \text{და ა.შ.}$$

ჩავწეროთ ეხლა სასაზღვრო პირობები საკვანძო წერტილებში ფუნქციების დახმარებით. განტოლებები იწერება წერტილებში $m=1,2,...,m^*$. რაც შეეხება $m=0$, $m=-1$, $m=m^*+1$ და $m=m^*+2$ წერტილებს, ისინი ფიქტიური წერტილებია, რომელთა არსებობაც აუცილებელია სხვაობიანი სქემის გამოყენების გამო. რაც შეეხება ფუნქციების მნიშვნელობებს, ამ წერტილებში ისინი გამოისახებიან სასაზღვრო პირობების დახმარებით და გამოთვლებში მონაწილეობას არ ღებულობენ.

ქვედა ბოლოზე მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობის პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად $\frac{1}{2h}\left(W_2 - W_0\right) = 0$. აქედან

$$W_0 = W_2 = U_3 \tag{11}$$

მეორე წარმოებულის ნულთან ტოლობის პირობიდან გვექნება:

$\frac{1}{h^2}\left(W_2 - 2W_1 + W_0\right) = 0$. აქედან

$$W_0 = 2W_1 - W_2 = 2U_1 - U_3 \tag{12}$$

განივი ძალის პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$-EI\frac{\partial^3 W}{\partial x^3} = -\frac{EI}{2h^3}\left(W_3 - 2W_2 + 2W_0 - W_{-1}\right) = Q_0(t)$. აქედან

$$W_{-1} = +\frac{2h^3}{EI}Q_0 + 2W_0 - 2U_3 + U_5 \tag{13}$$

თუ ქვედა ბოლოზე მობრუნების კუთხე ნულია, მაშინ (13)-ში W_0 შეიცვლება (11)-ის მიხედვით და თუ მომენტია ნულის ტოლი, მაშინ (1.12)-ის მიხედვით. ზედა ხისტ ჩამაგრებაში $W_{m*} = U_{2m*-1} = 0$, ასევე $\frac{\partial W_{m*}}{\partial x} = 0$, ე.ი. $W_{m*+1} = W_{m*-1}$.

როგორც მოყვანილი დამოკიდებულებებიდან ჩანს, სასაზღვრო პირობების გავლენის გამო, განსხვავებულად ჩაიწერება სისტემის პირველი ორი და ბოლო ორი განტოლება, ე.ი. როცა $m=1,2,m^*-1$ და m^*. სხვა დანარჩენ შემთხვევაში, ე.ი. როცა $3 \le m \le m^*-1$ განტოლებები ჩაიწერება ერთი ფორმულით.

იმ შემთხვევაში, თუ ქვედა ბოლო ჩამაგრებულია საძირკვლის ფილაში,

ე.ი. მობრუნების კუთხე უდრის ნულს, განტოლებათა სისტემის კოეფიციენტების მატრიცა დარჩება იგივე, შეიცვლება მხოლოდ მეორე და მეოთხე სტრიქონები. კერძოდ, მეორე სტრიქონში $-c_2$, c_4, $-c_2$-ის ნაცვლად გვექნება $-c_6$, c_8, $-c_2$, ხოლო მეოთხე სტრიქონში $+c_4$, $-c_7$, c_4, $-c_1$. რაც შეეხება განივი ძალის გამოსახულებებს, მათთვის გვექნება:

$$Q(1) = Q_0(t), \qquad Q(2) = -\frac{EI}{2h^3}\left(U_7 - 2U_5 - U_3 + 2U_1\right).$$

ძვრის დეფორმაციისა და ბრუნვის ინერციის გათვალისწინების შემთხვევაში, ე.ი. როცა საქმე გვაქვს (1.2) სისტემასთან, რადგანაც ტორსული კვეთის სრული მობრუნება წარმოადგენს ძვრის დეფორმაციისა და გეომეტრიული ღერძის მობრუნების კუთხის ჯამს $¯ = ¥ + \frac{\partial W}{\partial x}$, ამიტომ ხისტი ჩამაგრების შემთხვევაში მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობის პირობა იქნება $¯ = 0$. ამ შემთხვევაში განივი ძალა გამოითვლება ფორმულით:

$$Q = \frac{G}{k_2}\left(¯ - \frac{\partial W}{\partial x}\right) \tag{14}$$

შესაბამისად ჩაიწერება ქვედა ბოლოზე სასაზღვრო პირობა განივი ძალისათვის $\frac{G}{k_2}\left[¯_1 - \frac{1}{2h}\left(W_2 - W_0\right)\right] = Q_0(t)$. თუ ქვედა ბოლო ჩამაგრებულია საძირკველის ფილაში, მაშინ $¯_1 = 0$ და $W_0 = \frac{2k_2 h Q_0(t)}{G} + W_2$; მღუნავი მომენტის ნულთან ტოლობის პირობა კი მოგვცემს $M = EI\frac{\partial ¯}{\partial x} = \frac{EI}{2h}\left(¯_1 - ¯_0\right) = 0$, ე.ი. $¯_0 = ¯_2$.

ზედა ბოლოზე $m = m^*$ $\quad ¯_{m^*} = 0, \quad U_{m^*} = 0$.

შემოვიღოთ უგანზომილებო კოორდინატები $¦ = \frac{x}{L}$ და $\bar{t} = \frac{t}{t_0}$. წარმოებულები გრძივი კოორდინატით წარმოვადგინოთ სასრული სხვაობების დახმარებით, მაშინ სისტემა (2) მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_m}{\partial \bar{t}^2} &= c_1\left(¯_{m+1} - ¯_{m-1}\right) + c_2\left(W_{m+1} - 2W_m + W_{m-1}\right), \\ \frac{\partial^2 ¯_m}{\partial \bar{t}^2} &= c_3\left(¯_{m+1} - 2¯_m + ¯_{m-1}\right) + c_4 ¯_m + c_5\left(U_{m+1} - U_{m-1}\right), \end{aligned} \tag{15}$$

სადაც

$$c_1 = \frac{t_0^2 G}{2\,°\,k_1 L¢}, \quad c_2 = -\left(\frac{G}{k_2} - Q_x\right)\frac{t_0^2}{°FL^2¢^2}, \quad c_3 = \frac{Et_0^2}{°L^2¢^2},$$

$$c_4 = \frac{Gt_0^2}{k_2\,°\,I}, \quad c_5 = -\frac{Gt_0^2}{2k_2\,°\,IL¢}, \quad c_6 = c_4 - 2c_3 .$$

თუ აქაც პირველ წარმოებულებს აღვნიშნავთ ახალი ცვლადებით $\frac{\partial W_m}{\partial \bar{t}} = \overline{W}_m$, $\frac{\partial \overline{\ }_m}{\partial \bar{t}} = \overline{\overline{\ }}_m$, მივიღებთ პირველი რიგის განტოლებათა სისტემას. მაშასადამე, ყოველ წერტილში დაიწერება ოთხი განტოლება. იმისათვის, რომ უცნობები იყოს დანომრილი მიმდევრობით, შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$W_1 = y_1, \quad \overline{W}_1 = y_2, \quad \overline{\ }_1 = y_3, \quad \overline{\overline{\ }}_1 = y_4,$$
$$W_2 = y_5, \quad \overline{W}_2 = y_6, \quad \overline{\ }_2 = y_7, \quad \overline{\overline{\ }}_2 = y_8$$

და ა. შ.

სასრულო სხვაობებში ჩაწერილი წარმოებულები (10) მოყვანილია შუა წერტილებისათვის. ხისტ ჩამაგრებაში (15) სისტემის ჩაწერისას საჭირო იქნება θ-ს მნიშვნელობების ცოდნა ღეროს გარე ფიქტიურ წერტილებში m=0 და m=m*+1. ეს მნიშვნელობები კი მოცემული სასაზღვრო პირობების მიხედვით არ გაგვაჩნია, ამიტომ θ-ს პირველი და მეორე წარმოებულები m=1 და m=m* წერტილებში წარმოდგენილი იქნება შემდეგი სახით:

$$\frac{\partial \overline{\ }_1}{\partial ¶} = \frac{1}{2¢}\left(-3\overline{\ }_1 + 4\overline{\ }_2 - \overline{\ }_3\right), \quad \frac{\partial^2 \overline{\ }_1}{\partial ¶^2} = \frac{1}{¢^2}\left(\overline{\ }_1 - 2\overline{\ }_2 + \overline{\ }_3\right),$$

$$\frac{\partial \overline{\ }_{m*}}{\partial ¶} = \frac{1}{2¢}\left(\overline{\ }_{m*-2} - 4\overline{\ }_{m*-1} + 3\overline{\ }_{m*}\right), \quad \frac{\partial^2 \overline{\ }_{m*}}{\partial ¶^2} = \frac{1}{¢^2}\left(\overline{\ }_{m*-2} - 2\overline{\ }_{m*-1} + \overline{\ }_{m*}\right)$$

ანალოგიური მდგომარეობაა ზედა ხისტ ჩამაგრებაში გადაადგილების წარმოებულების ჩაწერისას, ამიტომ გვექნება:

$$\frac{\partial W_{m*}}{\partial ¶} = \frac{1}{2¢}\left(W_{m*-2} - 4W_{m*-1} + 3W_{m*}\right), \quad \frac{\partial^2 W_{m*}}{\partial ¶^2} = \frac{1}{¢^2}\left(W_{m*-2} - 2W_{m*-1} + W_{m*}\right)$$

რაც შეეხება ქვედა წერტილს, იქ განივი ძალის პირობა საშუალებას გვაძლევს W_0 გამოვსახოთ W_2-ის და $Q_0(t)$ დახმარებით.

თუ კვლავ 10 წერტილს ავიღებთ, გვექნება 40 განტოლება).

ქვედა ბოლოზე მღუნავი მომენტის ნულთან ტოლობის შემთხვევაში, ე.ი. როცა $\theta_0 = \theta_2$ და $\theta_1 \neq 0$ კვლავ შეგვიძლია გამოვიყენოთ (10) ფორმულები. ამ შემთხვევაში შეიცვლება მეორე და მეოთხე განტოლების კოეფიციენტები.

ვისუფალი წევრები დარჩება იგივე. მეორე განტოლებაში $4c_1$ და $-c_1$-ის ნაცვლად გვექნება ნულები, მეოთხე განტოლებაში კი $-2c_3$-ის ნაცვლად $2c_3$, c_3-ის ნაცვლად ნული და გაჩნდება კოეფიციენტი მესამე სვეტში c_6.

რაც შეეხება განივ ძალებს, ისინი ორივე შემთხვევაში ყველა წერტილში, გარდა m=m* და m=m*-1 წერტილებისა, გამოითვლება (14) ფორმულით. რაც შეეხება მნიშვნელობებს აღნიშნულ ორ წერტილში, მათთვის, აღებულ საკვანძო წერტილების რაოდენობის შესაბამისად, გვექნება:

$$Q_9 = \frac{G}{2¢k_2 L}\left(Y_{35} - Y_{29}\right), \qquad Q_{10} = \frac{G}{2¢k_2 L}\left(Y_{29} - 4Y_{33}\right).$$

ყველა ზემოთ განხილულ შემთხვევაში შეიძლება გათვალისწინებული იყოს ღეროს გადადგილების შედეგად მის ბოლოზე აღძრული ხახუნის ძალები, რომლებიც წარმოიშვება ღეროს ქვედა ტორსულ წახნაგსა და გრუნტს შორის. ეს ძალა გარემოს წინაღობის ძალის ანალოგიურად შეიძლება მივიღოთ გადაადგილების სიჩქარის პროპორციულად, სადაც პროპორციულობის კოეფიციენტი k_v დამოკიდებული იქნება როგორც გრუნტის სახეობაზე, ასევე შენობიდან გრუნტზე გადმოცემულ წნევაზე. მაშასადამე (11) განტოლების შემთხვევაში სასაზღვრო პირობა განივი ძალისათვის ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$Q_1 = -EI\frac{\partial^3 W_1}{\partial x^3} = -\frac{EI}{2h^3}\left(W_3 - 2W_2 + 2W_0 - W_{-1}\right) = Q_0(t) - k_v\frac{\partial W_1}{\partial t}$$

აქედან განისაზღვრება W_{-1}. ქვედა ბოლოზე მომენტის ნულთან ტოლობის შემთხვევაში W_0-სთვის გვექნება (12) გამოსახულება, მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობის შემთხვევაში კი (11), რომელთა გათვალისწინებითაც შეიცვლება დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის მეორე განტოლება. შესაბამისად კოეფიციენტების მატრიცაში მეორე სვეტის მეორე სტრიქონში ორივე შემთხვევაში გაჩნდება დამატებითი კოეფიციენტი $c_k = c_2\frac{k_v h^2}{EI}$.

ძვრის დეფორმაციის გათვალისწინების შემთხვევაში განივი ძალის პირობას ექნება სახე: $\frac{G}{k_2}\left(y_3 - \frac{\partial y_1}{\partial x}\right) = Q_0(t) - k_v y_2$. აქედან განისაზღვრება y_0. მისი გათვალისწინებით დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის კოეფიციენტების მატრიცის მეორე სვეტში, ორივე შემთხვევაში, ე.ი. წერტილოვანი და ფილოვანი საძირკვლებისათვის, დაგვემატება მეორე სტრიქონში $-c_{k_1} = -\frac{2c_2 k_2 k_v h}{G}$, მეოთხე სტრიქონში კი $c_{k_2} = \frac{2c_5 k_2 k_v h}{G}$.

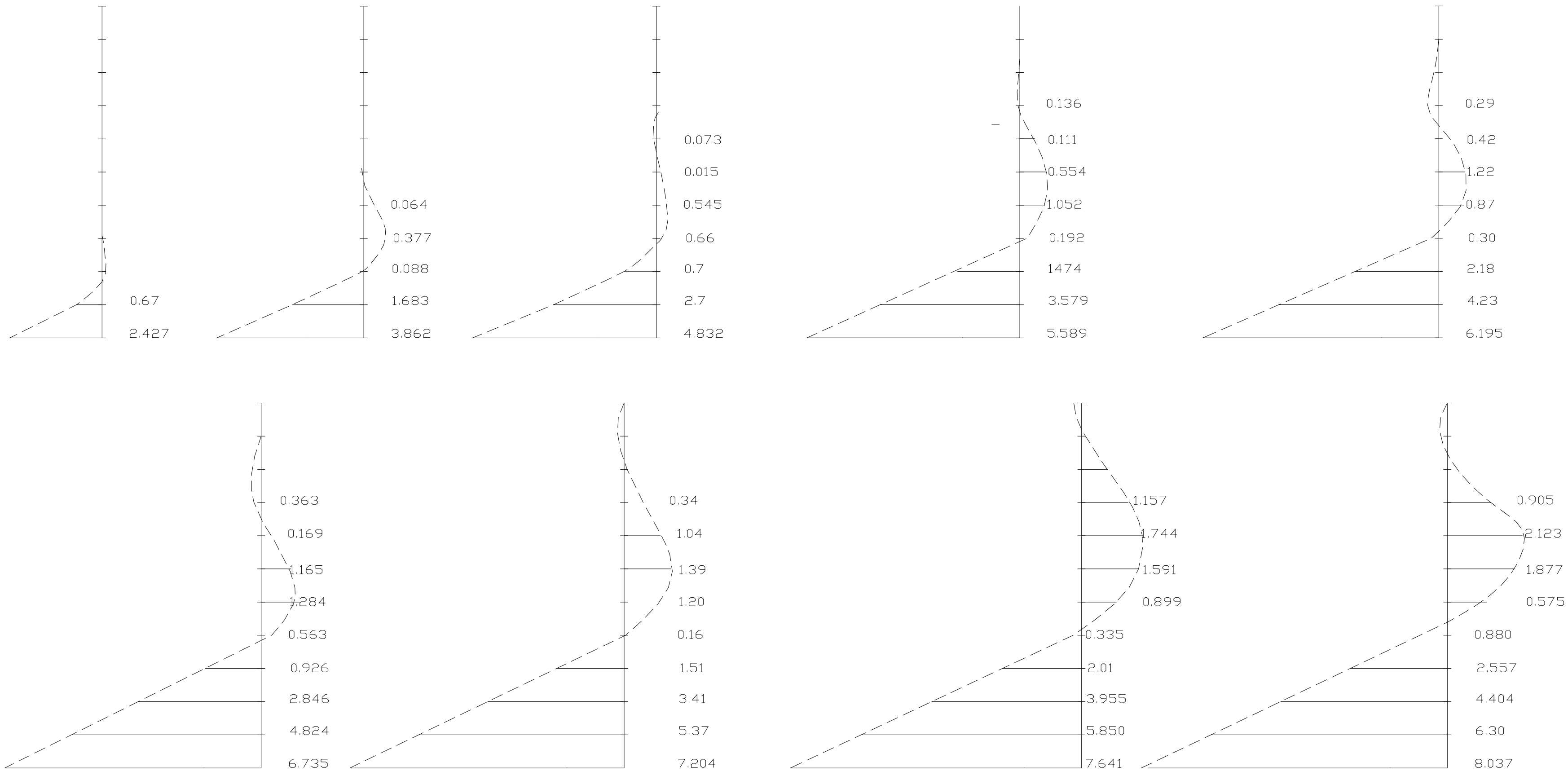
დავუბრუნდეთ ისევ განივი ძალის გამოთვლის საკითხს. (1) განტოლების შემთხვევაში იგულისხმება, რომ $Q=-EI\dfrac{\partial^3 W}{\partial x^3}$, ხოლო .2) განტოლების შემთხვევაში $Q_x=\dfrac{G}{k_2}\left(-\;-\dfrac{\partial W}{\partial x}\right)$. პირველ შემთხვევაში იგულისხმება, რომ განივ სიბრტყეში ძვრის მოდული უსასრულოა და განივი ძალა გამოითვლება დრეკადი წირის სიმრუდის ცვლილების შესაბამისად. მეორე შემთხვევაში ძვრის მოდული სასრული სიდიდეა და განივი ძალა გამოითვლება ძვრის კუთხის შესაბამისად. რეალურ ღეროში განივი ძალა შეიძლება გამოთვლილი იყოს როგორც ერთი, ისე მეორე ფორმულით. მაგრამ რას მივიღებთ იმ შემთხვევაში თუ გავითვალისწინებთ ორივე ფორმულას, ე.ი. თუ ვიტყვით, რომ განივი ძალა ღეროში არის ამ ორი გამოსახულების საშუალო არითმეტიკული. ე.ი.

3 შესრულებული გამოთვლების შედეგები და მათი ანალიზი

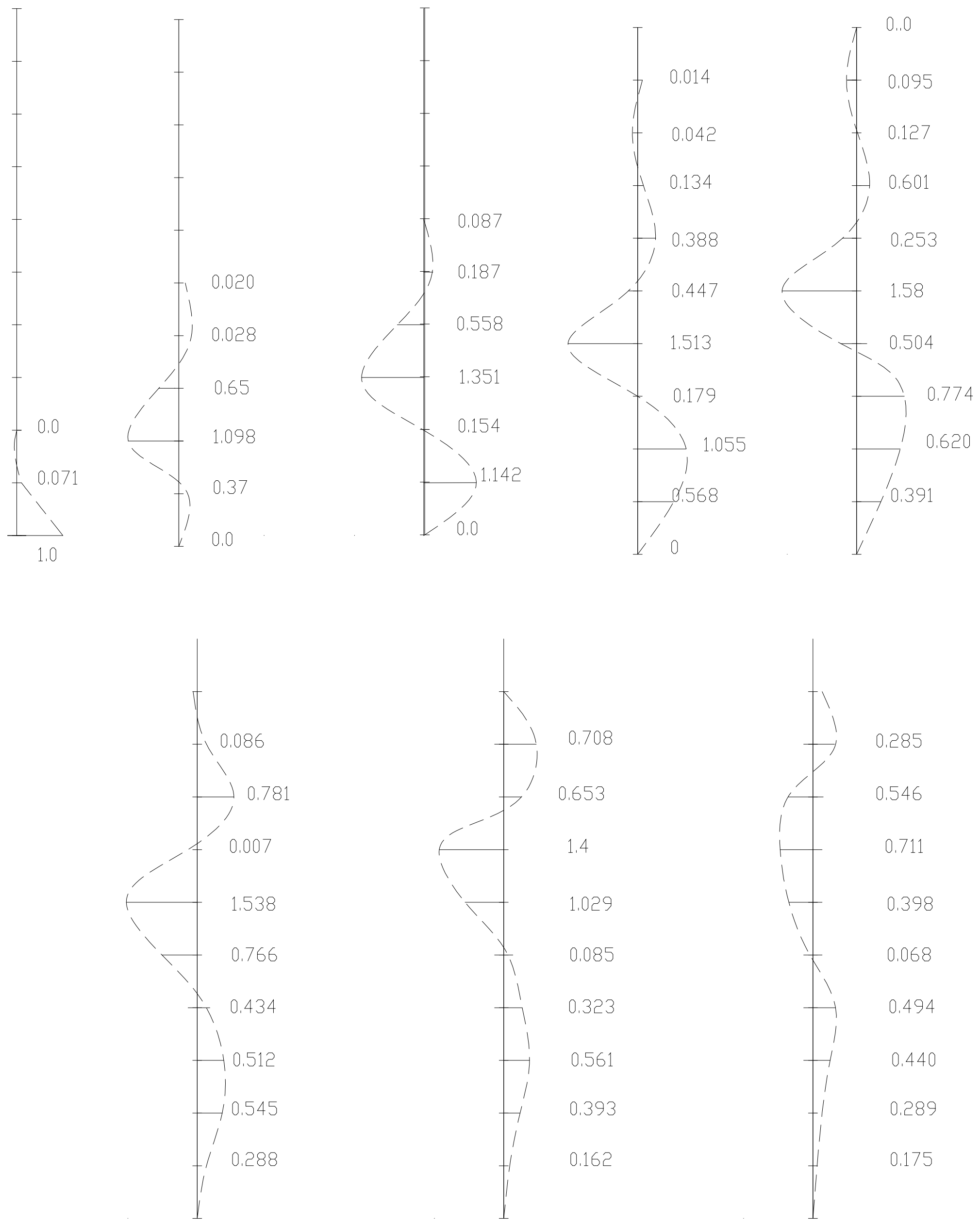
განტოლების ამოხსნის შედეგად მიღებული შედეგები სვეტისათვის, რომლის ბოლოზეც მღუნავი მომენტი ნულია, მოცემულია ნახ. 4÷7. ეს შედეგები მიღებულია ღეროსათვის, რომლის სიგრძეა 270 სმ, განივკვეთის ზომებია 40X40 სმ. ღეროს სიგრძე დაყოფილია ათი საკვანძო წერტილით ცხრა ტოლ მონაკვეთად. დროის ბიჯად აღებულია $1{\cdot}10^{-6}$ წმ. განივი ძალა მოქმედებს საწყის მომენტში ამ ბიჯის ნახევარი დროის განმავლობაში. ნახ. 4-ზე წარმოდგენილია გადაადგილების ეპიურები დროის სხვადასხვა მომენტისათვის, რომელთა შორის შუალედი მუდმივია. დროის იგივე მომენტებისათვის (ნახ. 5) წარმოდგენილია განივი ძალების ეპიურები. ეს განივი ძალა გამოწვეულია Q_0=1 დამრტყმელი ძალის მოქმედების შედეგად. ნახ..6-ზე წარმოდგენილია დროის იგივე მონაკვეთის პირველი დარტყმიდან 400 ბიჯის შემდეგ განმეორებითი დარტყმის შედეგად მიღებული გადაადგილებების ეპიურები, ხოლო შესაბამისი განივი ძალების ეპიურები წარმოდგენილია ნახ. 7. გამოთვლები შესრულებულია აგრეთვე იმ შემთხვევისათვის, როცა ქვედა ბოლო ჩამაგრებულია საძირკვლის ფილაში, ე.ი. მობრუნების კუთხე ნულის ტოლია. შესაბამისი ეპიურები ერთჯერადი დარტყმისას წარმოდგენილია ნახ. 8, გადაადგილების ეპიურები და ნახ. 9 შესაბამისი განივი ძალები. განმეორებითი დარტყმისას მიღებული შედეგები წარმოდგენილია შესაბამისად ნახ. 10 და ნახ. 11-ზე.

მიღებული შედეგების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ერთჯერადი დარყმის შედეგად ღეროს ბოლოში მომენტის ნულთან ტოლობის შემთხვევაში გამოწვეული გადაადგილებები და აღძრული განივი ძალები ვრცელდება ღეროს გასწვრივ ტალღის გავრცელების სიჩქარით.

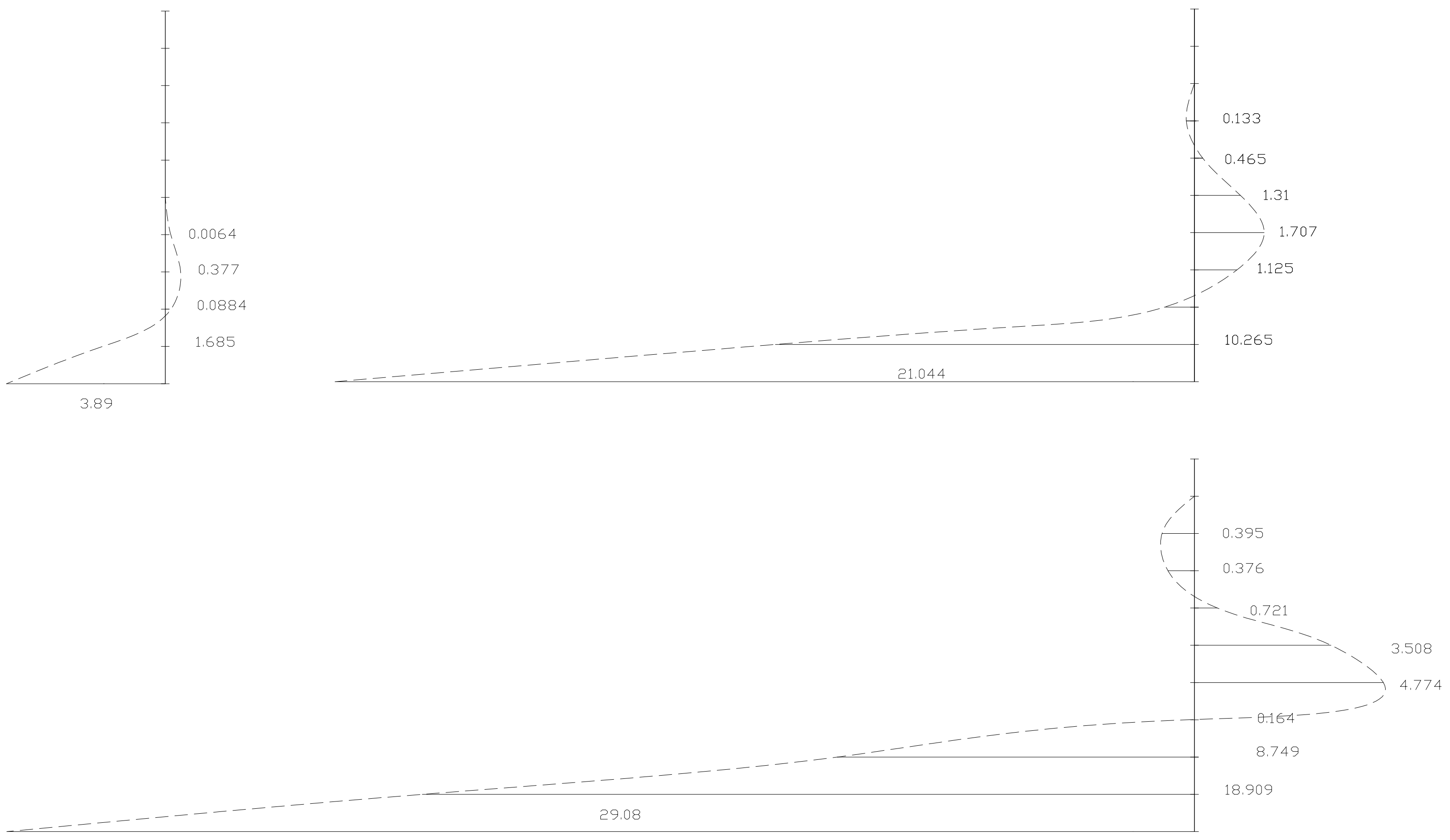
ჩვენთვის საინტერესოა განივი ძალის ამპლიტუდის გადადგილება ღეროს გასწვრივ და მისი ცვლილება დროის მიხედვით. განივი ძალის ამპლიტუდა სიდიდით მეტია დამრტყმელი ძალის მნიშვნელობაზე, ხოლო თვით განივი ძალა ნიშანცვლადია. ანალოგიური შედეგი მიღებული აქვს ა. ფილინს , რომელსაც განხილული აქვს განაწილებული მასის მქონე კონსოლური ღეროს რხევის ამოცანა, როცა კონსოლის ბოლოზე მოქმედებს პერიოდული ძალა $P_0 \sin\omega t$. (1) განტოლების ამონახსენი მოძებნილია სახით $X(x)\sin\omega t$. $X(x)$--ის ეპიურები ω-ს ორი სხვადასხვა მნიშვნელობისას მოცემული (ნახ. 12). როგორც ამ ნახაზიდან



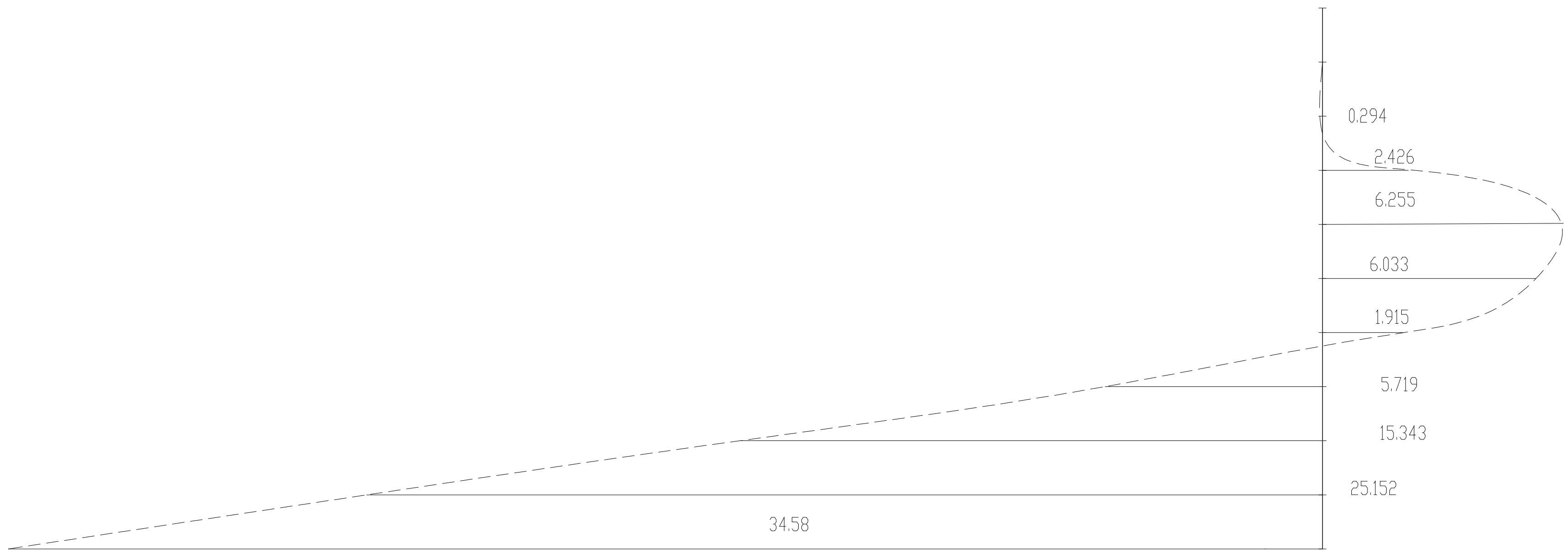
. ნახ. 1.4. გადაადგილების ეპიურები წერტილოვანი საძირკვლის შემთხვევაში



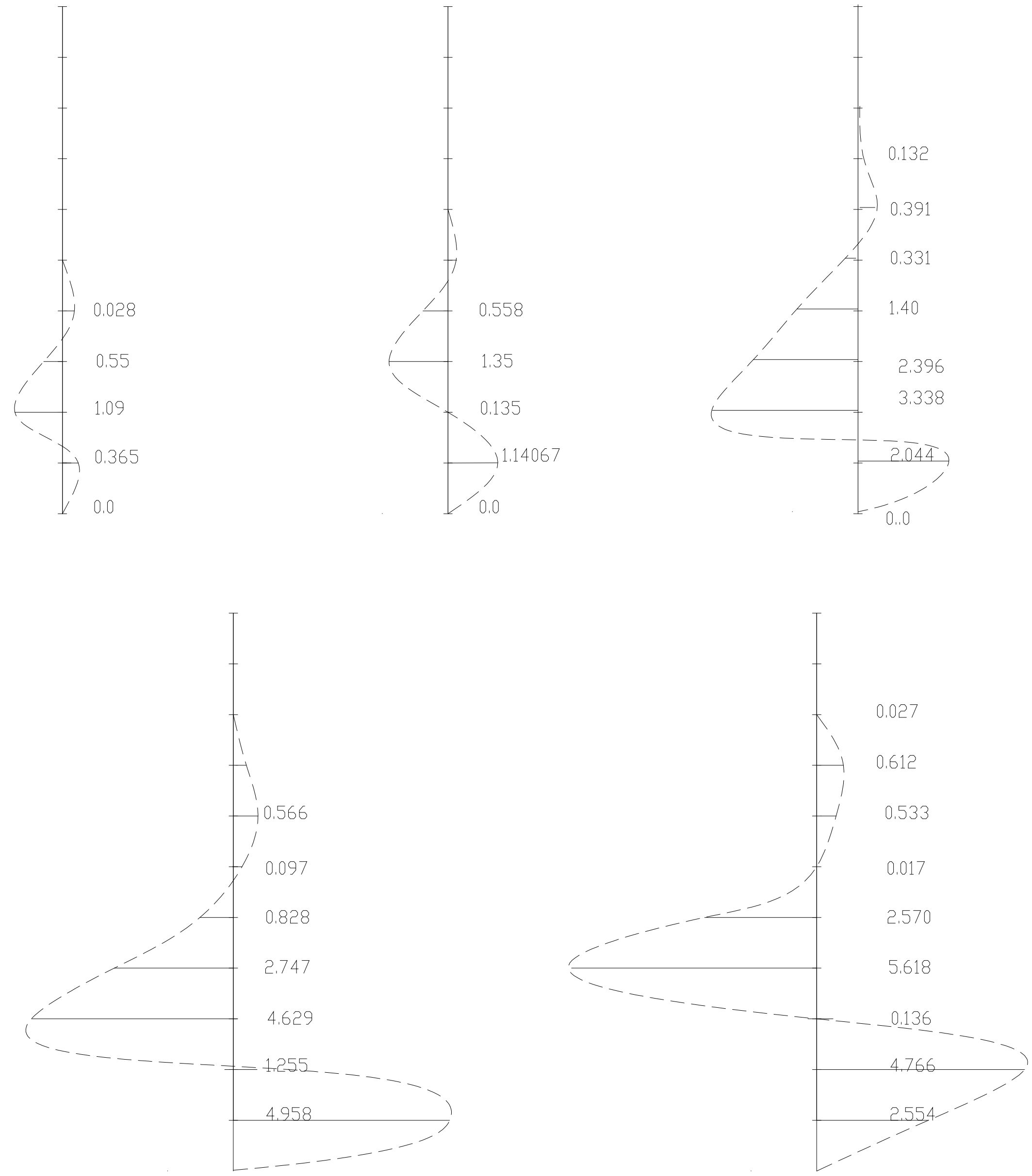
. ნახ. 1.5. განივი ძალების ეპიურები



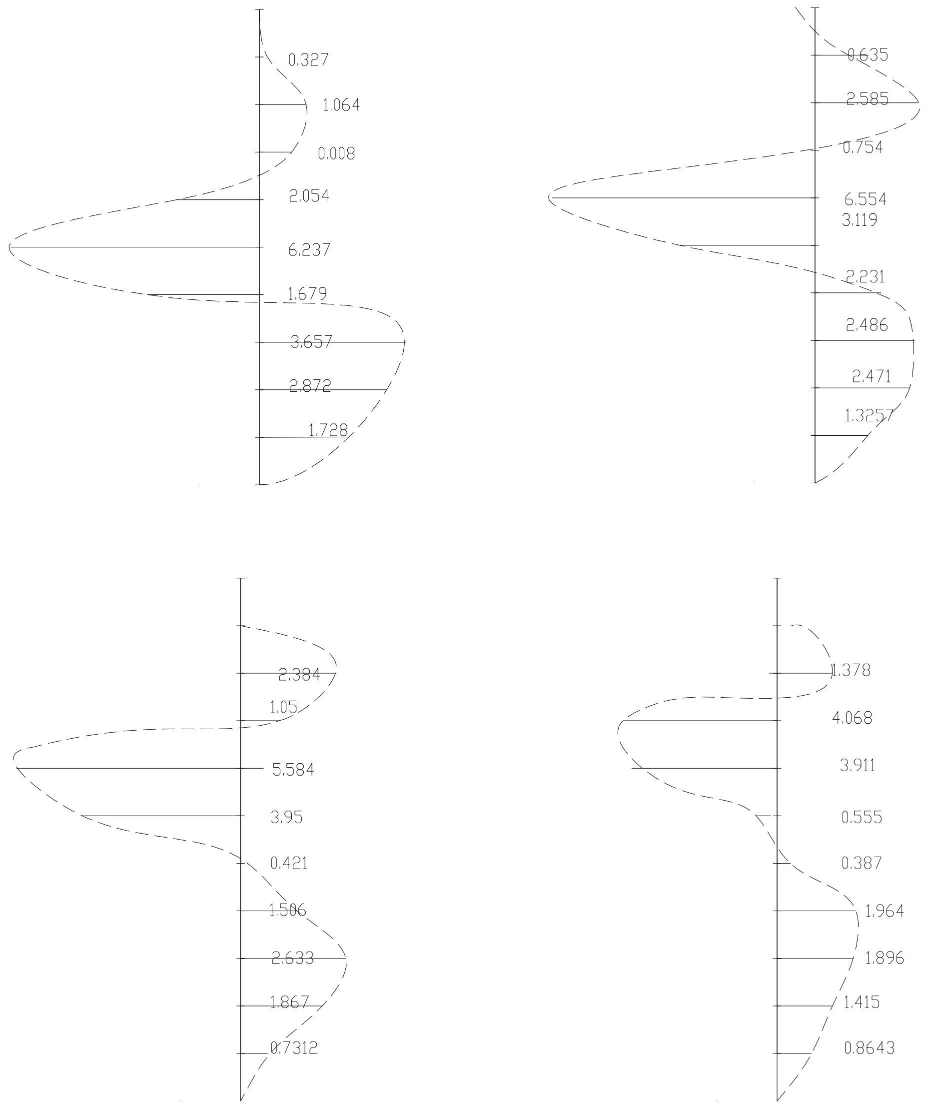
. ნახ. 1.6. გადაადგილების ეპიურები განმეორებითი დარტყმისას



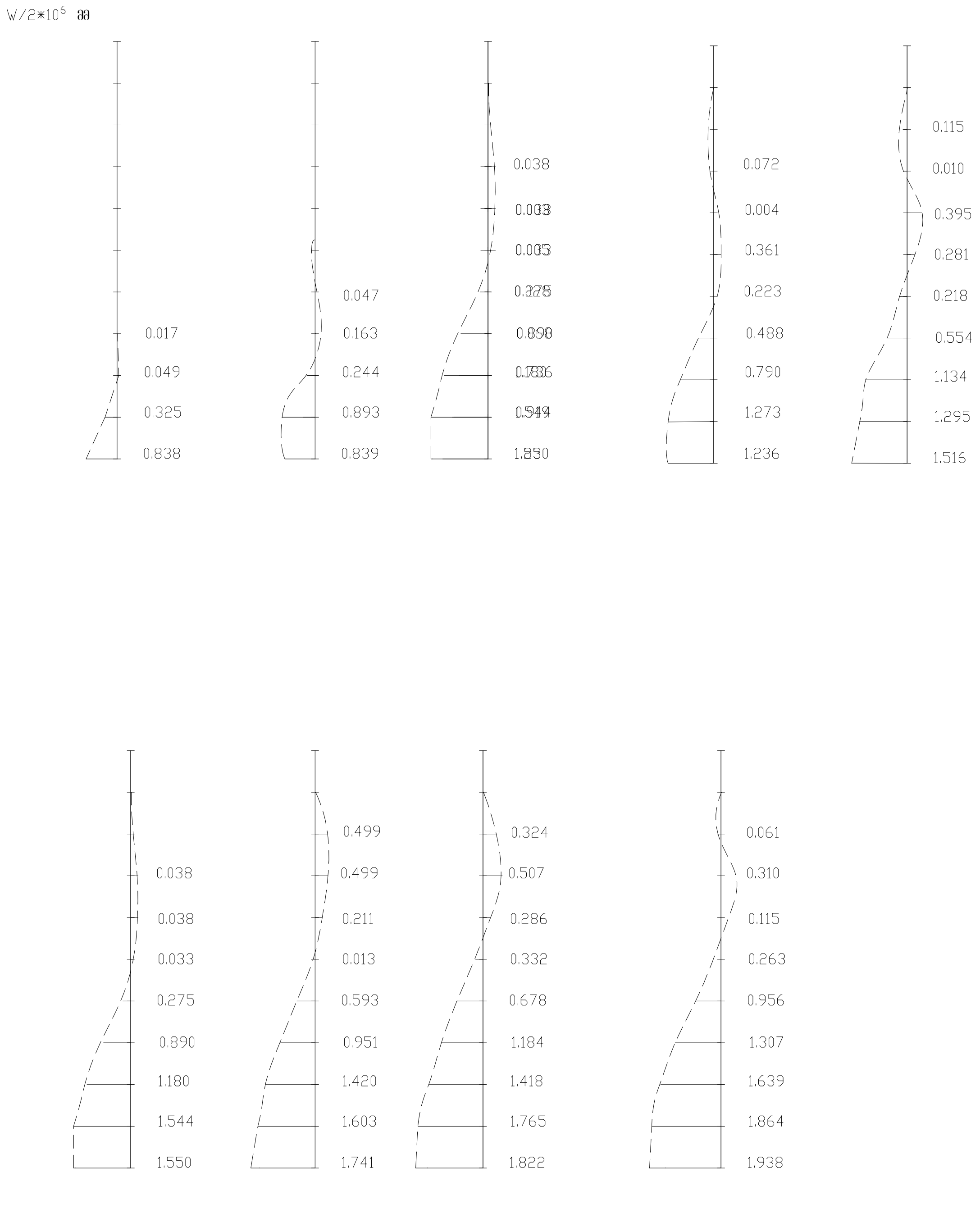
. ნახ. 1.6. გადაადგილების ეპიურები განმეორებითი დარტყმისას



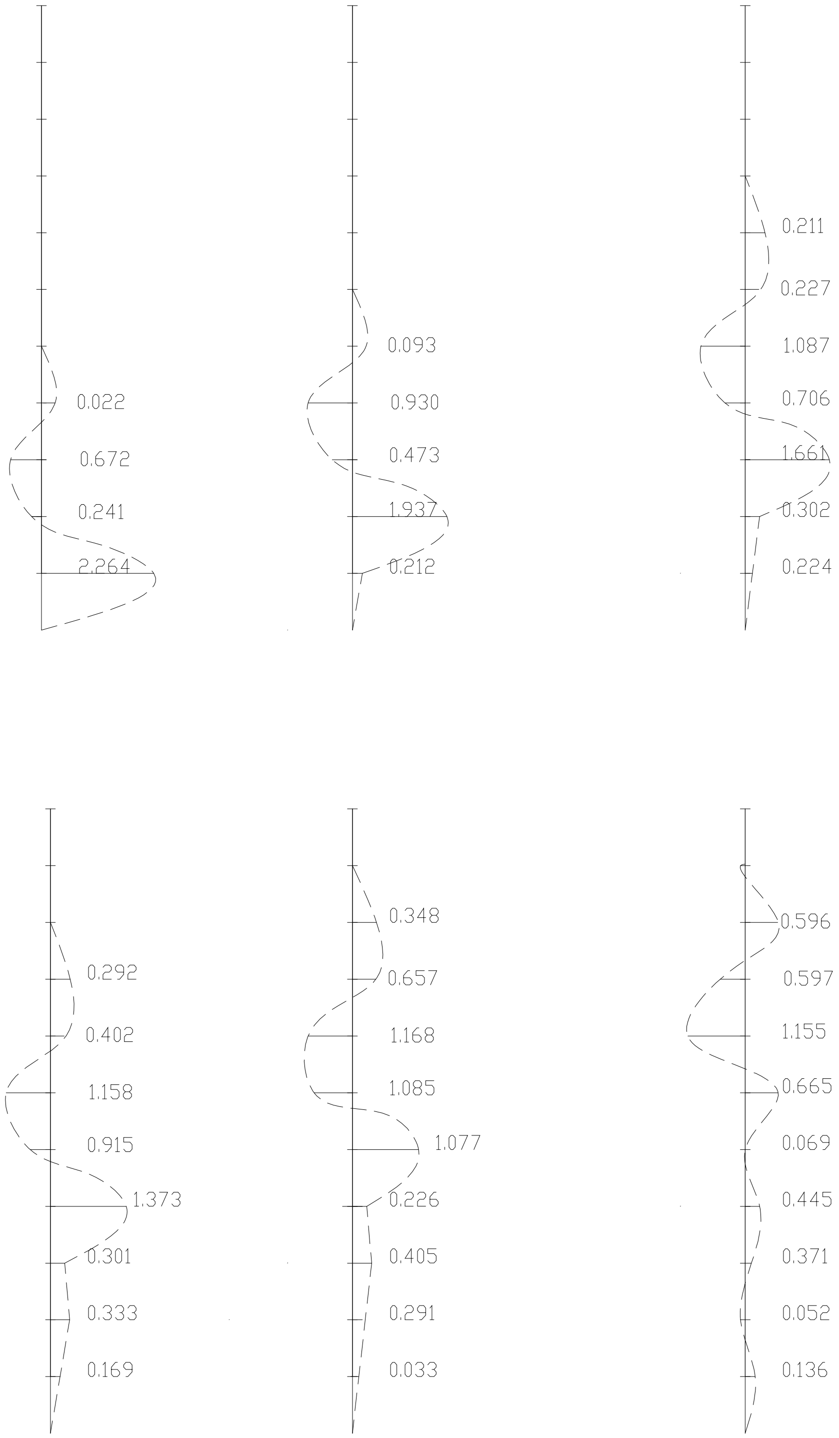
. ნახ. 1.7. განივი ძალების ეპიურები
განმეორებითი დარტყმისას



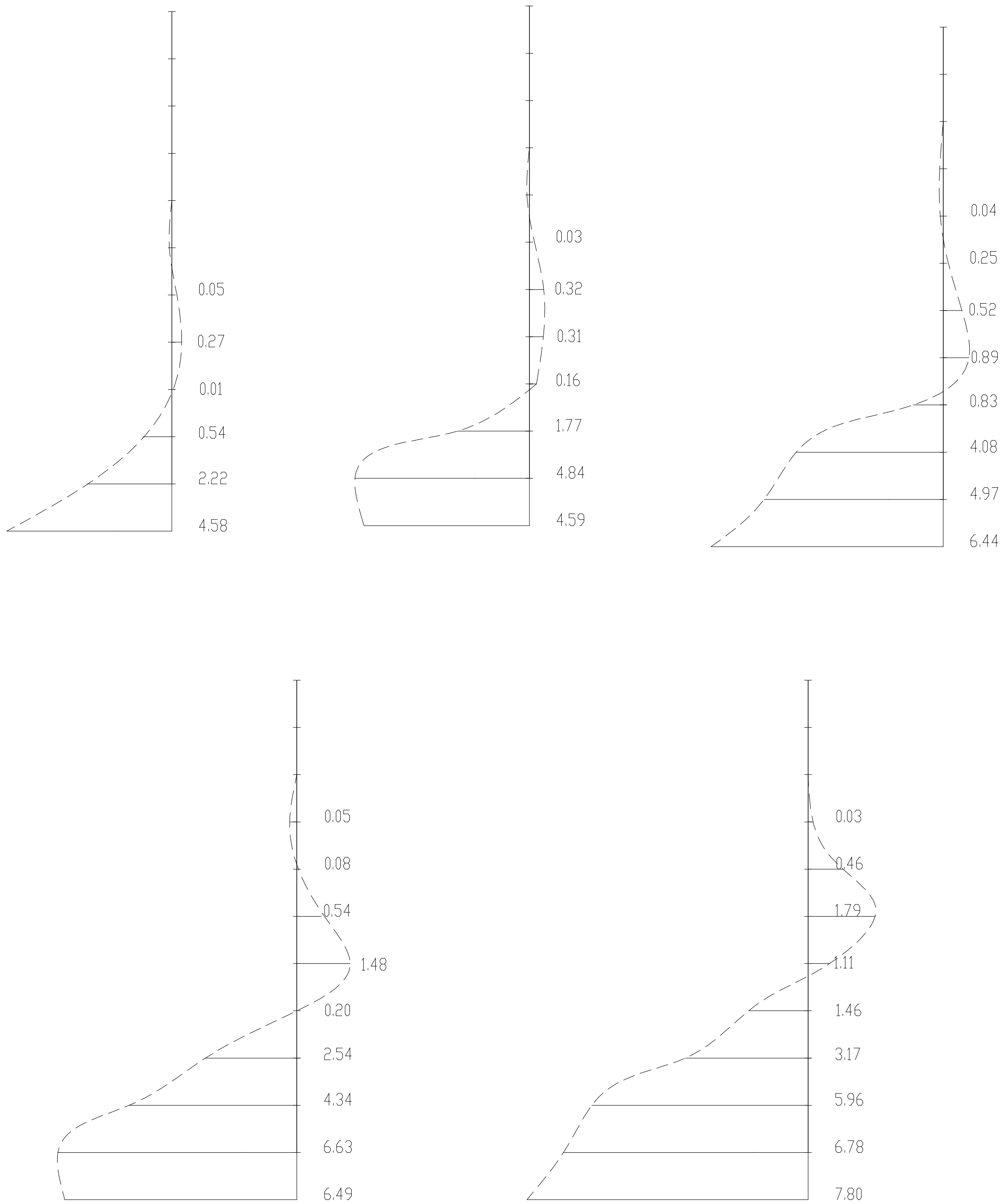
. ნახ. 1.7. განივი ძალების ეპიურები
განმეორებითი დარტყმისას



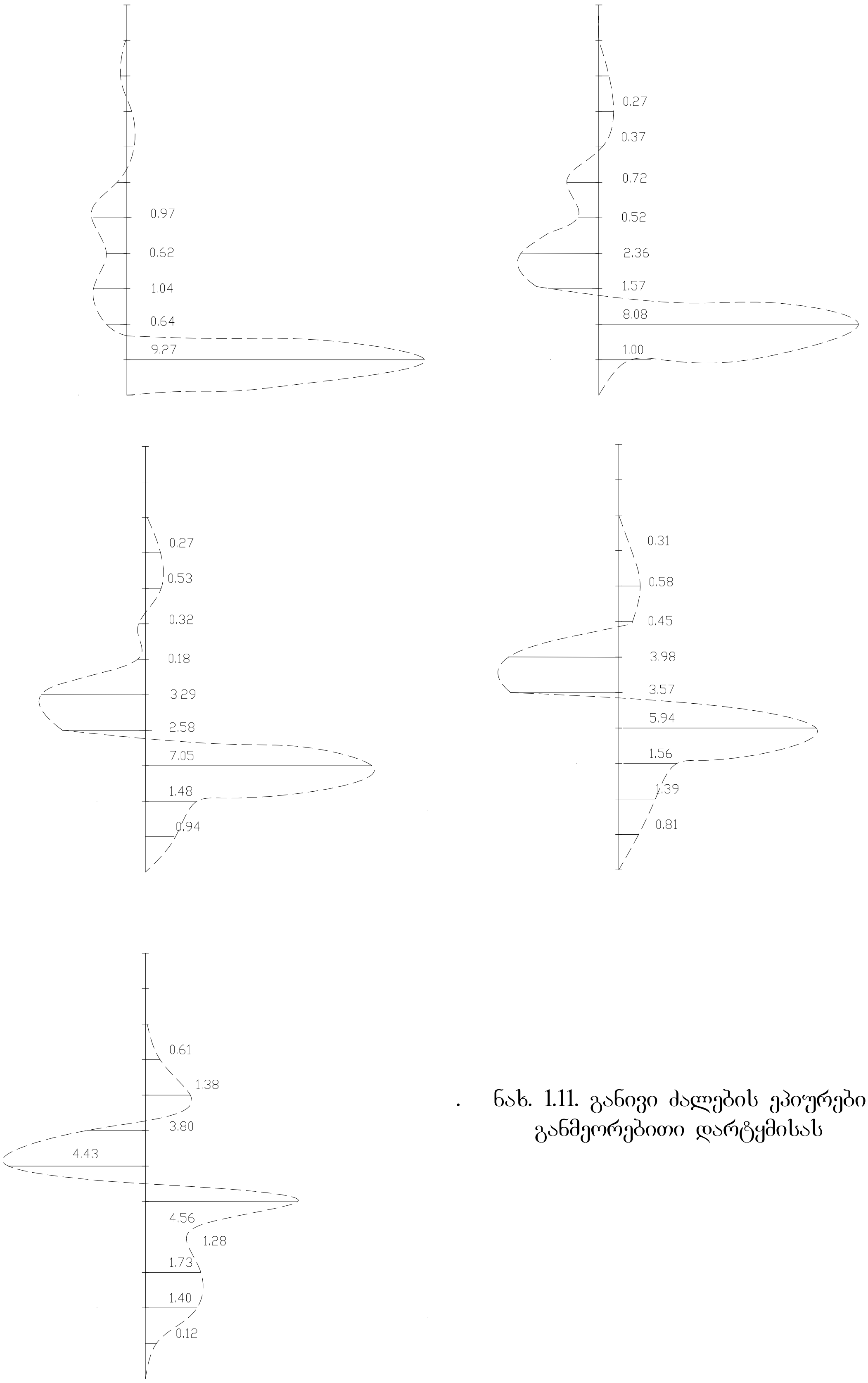
. ნახ. 1.8. გადაადგილების ეპიურები საძირკვლის ფილის შემთხვევაში (ყოველი 5.10^{-5} წმ-ის შემდეგ)



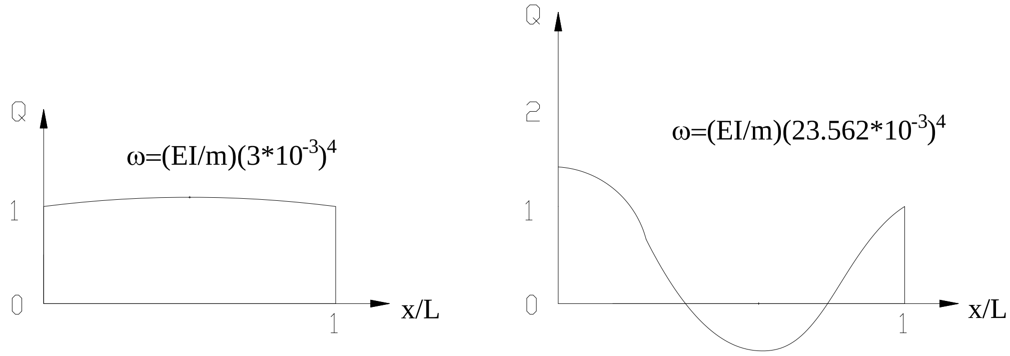
. ნახ. 1.9. განივი ძალის ეპიურები



. ნახ. 1.10. გადაადგილების ეპიურები
განმეორებითი დარტყმისას



. ნახ. 1.11. განივი ძალების ეპიურები განმეორებითი დარტყმისას



. ნახ. 1.12. განივი ძალები ω-ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის

ჩანს ω-ს დიდი მნიშვნელობისას განივი ძალა ნიშანცვლადია და მისი მაქსიმალური მნიშვნელობა მეტია P_0-ზე. რაც მეტად მნიშვნელოვანია ჩვენთვის, განივი ძალა თავის მაქსიმუმს აღწევს მალის შუაში, რომელიც წარმოადგენს ყველაზე სუსტ კვეთს. ეს გასაგებიცაა ამჟამად მოქმედი ინერციულ რხევითი თეორიის მიხედვით მაქსიმალურად დაძაბულ კვეთებს წარმოადგენენ ღეროს ბოლოები და მისი მიმდებარე უბნები. ამიტომაც განივი არმატურა ამ უბნებში მოწყობილია მინიმალური ბიჯით, რაც ორჯერ და ზოგჯერ მეტადაც მცირეა მალის შუაში განივი არმატურების ბიჯზე. მიღებული განივი ძალების მნიშვნელობებიდან გამომდინარე სვეტების შუა ნაწილი განივი ძალების მიღების თვალსაზრისით უნდა იყოს არა თუ ნაკლებად, არამედ უფრო მეტად არმირებული ვიდრე დანარჩენი კვეთები.

დაახლოებით ანალოგიური მდგომარეობაა ქვედა ბოლოზე მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობის შემთხვევაში. აქაც განივი ძალა უფრო მეტი სიდიდის, ვიდრე მოქმედი დატვირთვა, გაირბენს მთელ ღეროს. მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ მაქსიმალური მნიშვნელობები გვაქვს თავიდანვე რამდენიმე წერტილში მოქმედი ძალის ნიშნით, ხოლო შემდეგ განივი ძალა ოდნავ მცირდება, მაგრამ რჩება მოქმედ ძალაზე მეტი, იცვლის ნიშანს და გადაადგილდება ღეროს ბოლოსაკენ. ხისტ ჩამაგრებაში აირეკლება ნიშნის შეუცვლელად გადადგილდება ქვედა ბოლოსაკენ, სადაც კვლავ აირეკლება,

ოღონდ უკვე იცვლის ნიშანს და გადადგილდება ხისტი ჩამაგრებისაკენ. აქაც შეიძლება გაკეთდეს იგივე დასკვნა ღეროს არმირების შესახებ, რაც გაკეთებული იყო წინა შემთხვევაში.

განმეორებითი დარტყმისას მიღებული შედეგების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ამ შემთხვევაში როგორც გადადგილებები, ასევე განივი ძალები რამდენჯერმე იზრდება და მით უფრო მნიშვნელოვანი ხდება მთელი ღეროს სიგრძეზე არმირების საკითხი. ეს გასაგებიცაა, რადგან მიწისძვრისას გვაქვს მთელი რიგი ქაოსური დარტყმებისა.

გამოთვლების გზით იყო მცდელობა შეგვემოწმებინა მოსაზრება იმის შესახებ, რომ ღეროს გადაჭრა შეიძლება იყოს გამოწვეული პირდაპირი და არეკლილი ტალღების შეკრების შედეგად. ე.ი. პირველადი დარტყმისას არეკლილი და მეორადი დარტყმით გამოწვეული პირდაპირი ტალღებისა. ამ მიზნით განმეორებითი დარტყმა განხორციელებული იყო დაახლოებით იმ დროს, როცა პირველადი ტალღა მიაღწევდა ხისტ ჩამაგრებას, რომ იგი ე.ი. არეკლილი ტალღა შეხვედროდა მეორად ტალღას შუაში. გამოთვლების შედეგად მივიღეთ, რომ განივი ძალების მნიშვნელობანი ისეთივეა, როგორც მეორადი დარტყმისას, რომელიც განხორციელდა პირველადი დარტყმიდან გარკვეული დროის შემდეგ, როცა პირველად ტალღას ჯერ არ მიუღწევია ჩამაგრებისათვის. აქედან დასკვნა, რომ მეორადი დარტყმა თავისთავად იწვევს განივი ძალებისა და გადაადგილებების იმდენად გაზრდას, რომ პირველადი მნიშვნელობების გავლენა უმნიშვნელოა. აქ, როგორც ჩანს, არსებითია ის ფაქტი, რომ დარტყმა ხორციელდება ღეროზე, რომელიც უკვე განიცდის რხევას პირველადი დარტყმის შედეგად.

გამოთვლები შესრულებული იყო აგრეთვე დარტყმის ხანგრძლივობის გავლენის შესწავლის მიზნით. გაანალიზებული შედეგები, როგორც აღნიშნული იყო, მიღებულია დროის ბიჯის ნახევრის განმავლობაში დამრტყმელი ძალის მოქმედების დროს. დარტყმის ხანგრძლიობის ცვლილება იწვევდა როგორც გადაადგილებების, ასევე განივი ძალების ადეკვატურ ცვლილებას.

თუ შევადარებთ განივ ძალებს ქვედა ბოლოს ჩამაგრების განხილულ შემთხვევაში, შეიძლება დავასკვნათ, რომ განივი ძალები მეტია, როცა ქვედა ბოლო ჩამაგრებულია საძირკვლის ფილაში, ე.ი., როცა მობრუნების კუთხე ტოლია ნულის.

4 ღეროს გრძივი რხევის განტოლების ამოხსნა

ღეროს გრძივი რხევის განტოლებას აქვს სახე:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} a^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0$$

ეს განტოლება, როგორც მისი ამოხსნა, ცნობილია უკვე დიდი ხანია და კლასიკური ამოხსნების სახით შესულია თითქმის ყველა უმაღლესი სასწავლებლის სახელმძღვანელოში. მით უფრო საყურადღებოა ის ფაქტი, რომ სულ რამდენიმე წლის წინ უკრაინელი მეცნიერის კოზაჩუკის მიერ აღნიშნული იყო ის უზუსტობანი, რაც დაშვებულია საწყისი და სასაზღვრო პირობების ჩამოყალიბებისას და უფრო მეტიც, ფურიეს მწკრივებში მიღებული ამონახსნების სრული შეუსაბამობა ამ განტოლების მიერ აღწერილ რხევის პროცესთან. კოზაჩუკის მიერ გამახვილებულია ყურადღება იმ გარემოებაზეც, რომ შეშფოთება დრეკად სხეულში ვრცელდება არა მყისიერად, არამედ გარკვეული სიჩქარით, რომელიც წარმოადგენს ამ სხეულში ბგერის გავრცელების სიჩქარეს. ამ მოვლენის, როგორც ფაქტის კონსტატაცია ხდება თითქოს ყოველთვის, მაგრამ საკითხი ამით თავდება და ის არ ღებულობს გამოხატულებას ამოცანის მათემატიკურად ჩამოყალიბების დროს. კოზაჩუკის მიერ გაანალიზებულია კლასიკური ამოხსნების წინააღმდეგობრივი ხასიათის მიზეზები და მოცემულია მათი დაძლევის გზები. მიუხედავად ამისა ჟურნალ „Прикладная механика" т.41, №5, 2005 წ. გამოქვეყნდა უკრაინელი მეცნიერის პლახტიენკოს სტატია], სადაც ავტორს მოჰყავს რხევის განტოლების ამონახსენი, როცა ქვედა ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ღერო განიცდის ზედა ბოლოზე იმპულსის ზემოქმედებას. იმპულსი წარმოდგენილია დირაკის ფუნქციის სახით $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = -\text{¢}\,(x-l)\cdot\text{¬}$, იქვე, ე.ი. ღეროს ბოლოზე დეფორმაცია ტოლია ნულის $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$. ამავე დროს გადაადგილება ტოლია ნულის ყველგან საწყის მომენტში და ჩამაგრებაში ყოველთვის. ე.ი.

$$U(0,t) = 0, \qquad U(x,0) = 0.$$

ამ პირობების გათვალისწინებით მიღებულია ამონახსენი:

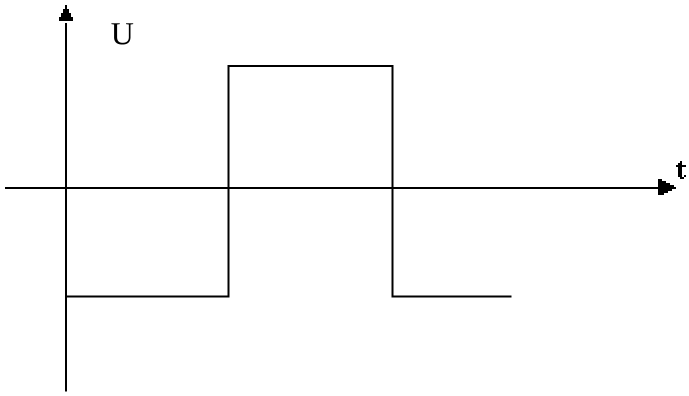
$$U = -\frac{4\text{¬}}{\text{®}a} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \sin\frac{(2k+1)\text{®}at}{2l} \sin\frac{(2k+1)\text{®}x}{2l}.$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ მწკრივი ნიშანცვლადია, ხოლო მწკრივის

წევრები წარმოადგენენ წილადებს კენტი რიცხვებით მნიშვნელში. ღეროს ბოლოზე გამოსახულების მნიშვნელობა იქნება:

$$U_{x=l} = -\frac{4¬}{®a}\sum\frac{\sin(2k+1)®a\, {}^{t}\!/_{2l}}{2k+1}\,.$$

მისი გრაფიკული გამოსახულება შემდეგია:



ნახ. 1.13. ღეროს ბოლოს გადადგილებები

ე.ი. ღეროს ბოლოს გადადგილება იცვლება П-ს მაგვარი სინუსით და მაშასადამე მისი მდებარეობა იცვლება ნახტომისებურად.

ეხლა თუ შევეცდებით სიჩქარის ან დეფორმაციის გამოთვლას, ე.ი. თუ გავადიფერენციალებთ t-თი ან x-ით, მივიღებთ განშლად მწკრივს, რადგან მისი კოეფიციენტები ახლოს იქნება ერთთან. კიდევ უფრო აბსურდული შედეგი გვექნება აჩქარების გამოთვლისას, რადგან მივიღებთ განშლად მწკრივს ზრდადი კოეფიციენტებით.

ზემოთ ჩამოთვლილ წინააღმდეგობებს თავიდან ავიცილებთ, თუ განტოლების ამონახსენს ავაგებთ რიცხვითი გზით ზემოთ აღწერილი რუნგე-კუტას მეთოდის გამოყენებით. ამისათვის წრფივი კოორდინატით წარმოებული ჩავწეროთ სხვაობიანი სქემით, მაშინ m -ური წერტილისათვის გვექნება:

$$\frac{\partial^2 U_m}{\partial t^2} = \frac{a^2}{H^2}\left(U_{m+1} - 2U_m + U_{m-1}\right)$$

რაც შეეხება სასაზღვრო პირობებს, ისინი შეიძლება ჩამოყალიბდეს უფრო ზუსტად, რადგანაც იმპულსი მოდებული იქნება მხოლოდ ღეროს ბოლოში და t=0 მომენტისათვის. ე.ი. $\frac{\partial U(l,0)}{\partial t} = -V$. თუ ავიღებთ m* წერტილების რაოდენობას,

რომლებშიც ვითვლით გადადგილებას, მაშინ $\frac{\partial U_{m^*}(l,t)}{\partial x}=0$ მოგვცემს $U_{m^*+1}=U_{m^*-1}$.

დანარჩენი ორი პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად $U_1(t)=0$ $U_k(0)=0.$

წინა ამოცანების ანალოგიურად აქაც შემოვიღოთ აღნიშვნა $\frac{\partial U}{\partial t}=V$, მაშინ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა სასაზღვრო და საწყისი პირობების გათვალისწინებით მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial V_1}{\partial t}=V_2$$
$$\frac{\partial V_2}{\partial t}=\frac{a^2}{H^2}\left(V_3-2V_1\right)$$

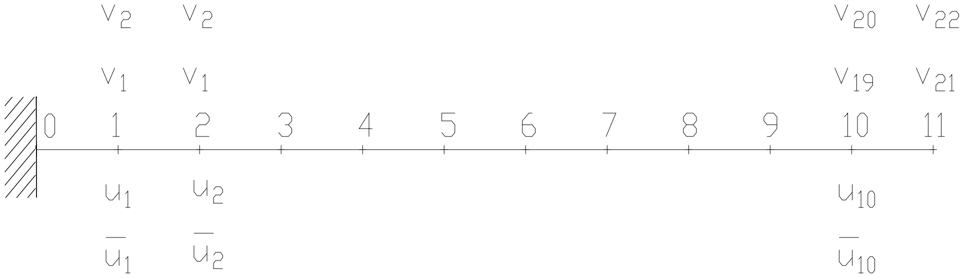
როცა 2≤k<m*

$$\frac{\partial V_{2k-1}}{\partial t}=V_{2k}$$
$$\frac{\partial V_{2k}}{\partial t}=\frac{a^2}{H^2}\left(V_{2k+1}-2V_{2k-1}+V_{2k-3}\right)$$

როცა k=m*

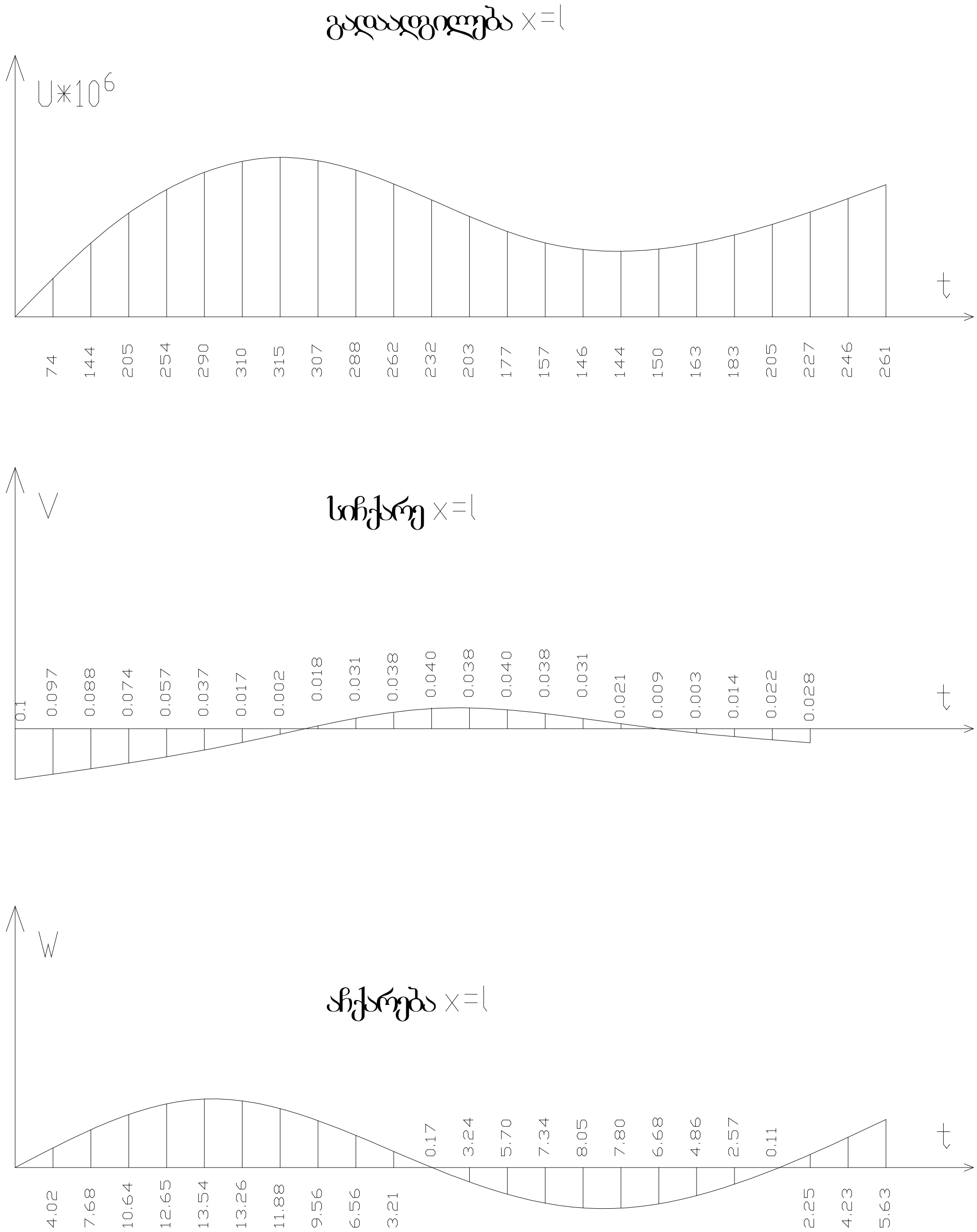
$$\frac{\partial V_{2m^*-1}}{\partial t}=V_{2m^*}$$
$$\frac{\partial V_{2m^*}}{\partial t}=\frac{a^2\cdot 2}{H^2}\left(V_{2m^*-3}-V_{2m^*-1}\right)$$

გამოთვლები შესრულებული იყო, როცა L=300 სმ, m*=10. H=30 სმ, E=200000 კგ/სმ^2, ν=-0.1. ქვედა ჩამაგრებული კვეთისათვის m=0 (ნახ. 14).

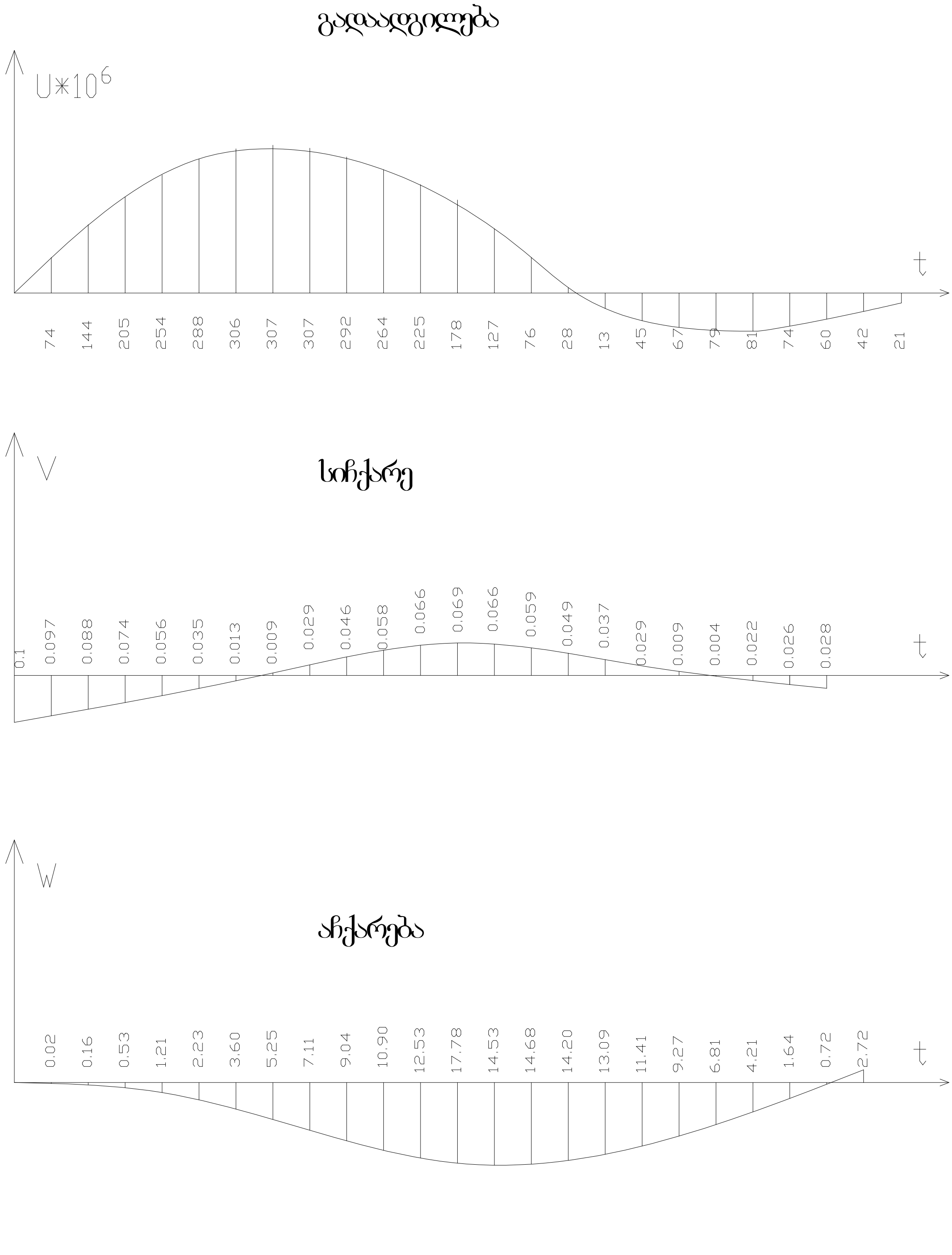


ნახ. 1.14 ღერო ფუნქციებით საკვანძო წერტილებში

გადაადგილების სიჩქარისა და აჩქარების ეპიურები წარმოდგენილია ნახაზზე (ნახ. 15).



ნახ. 1.15. გადაადგილების, სიჩქარისა და აჩქარების მნიშვნელობანი კვეთში x=l



ნახ. 1.16. გადაადგილების, სიჩქარისა და აჩქარების მნიშვნელობანი კვეთში x=0

გამოთვლები შესრულებული იყო დარტყმის ქვედა ჩამაგრებულ ბოლოზე განხორციელების შემთხვევაშიც. ამ დროს $\frac{\partial U(0,0)}{\partial t} = -\neg$, რაც ჩვენ აღნიშვნებში მოგვცემს $V_2 = -v$. შესაბამისი ეპიურები მოცემულია ნახაზზე (ნახ. 16).

როგორც მიღებული შედეგები გვიჩვენებენ რხევის განტოლებების ამოხსნა რიცხვითი გზით გვაძლევს რეალურ შედეგებს და საშუალებას გვაძლევს თვალი გავადევნოთ დარტყმის შედეგად როგორც გადადგილებების, ასევე სიჩქარისა და აჩქარების გავრცელების პროცესს ღეროში დროზე დამოკიდებულებით.

დასკვნები

1. მხოლოდ ღუნვის გათვალისწინებით ღეროში განივი რხევის განტოლების ანალიზური ამონახსნები კონსოლური ღეროს შემთხვევაში [1] არ იძლევიან განივი ძალის განსაზღვრის შესაძლებლობას.
2. აღნიშნული განტოლების ამონახსნები აგებულია რიცხვითი გზით და მიღებულია როგორც გადადგილების, ასევე განივი ძალის მნიშვნელობანი.
3. კონსოლური ღეროს ბოლოზე დარტყმის შემთხვევაში ღეროში გაირბენს განივი ძალები, რომლებიც ნიშანცვლადია და რომლის ამპლიტუდა დაახლოებით თანაბარია ღეროს მთელ სიგრძეზე.
4. განმეორებითი დარტყმის შემთხვევაში განივი ძალების განაწილების სურათი მსგავსია ერთჯერადი დარტყმისა, მაგრამ ამპლიტუდა იზრდება მნიშვნელოვნად.
5. ღეროზე იმპულსური მოქმედების გრძივი რხევის ამონახსნები ჩაწერილი ფურიეს მწკრივებში იძლევიან გადადგილების არარეალურ სურათს, ხოლო სიჩქარე და აჩქარება საერთოდ არ ისაზღვრება.
6. გრძივი რხევის განტოლება იმპულსური ზემოქმედებისას ამოხსნილია რიცხვითი გზით და მიღებულია გადაადგილებას, სიჩქარისა და აჩქარების რეალური მნიშვნელობანი.
7. სეისმურ ზემოქმედებაზე შენობა-ნაგებობების გაანგარიშებისა და კონსტრუირების დროს მიზანშეწონილია დარტყმის ეფექტის გათვალისწინება.

1..ა. ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია შემდეგ ნაშრომებში
ტაბატაძე. გრეხითი დეფორმაციების გავლენა კარკასული შენობების სეისმომედეგობაზე
სტუ 78-ე საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია თბილისი
2010 წ. გვ.7

2.ა.ტაბატაძე. მაღლივი ნაგებობის არაწრფივი სეისმური რხევები,როცა ნაგებობა თითოეული სართულის ფარგლებში მუშაობს ძვრაზე.
სტუ 79-ე საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია თბილისი
2011 წ. გვ.11

3ა.ტაბატაძე,რ.ცხვედაძე,გ.რეხვიაშვილ. იგრუნტის იმპულსური გაადაადგილებით გამოწვეული ორი შეყურსული მასის არაწრფივი რხევების შესახებ ღეროზის მხოლოდ ძვრაზე მუშაობისას.
ჟურნალი "მეცნიერება და ტექნოლოგიები "№1-3 2010, გვ.56-61/

4.ა.ტაბატაძე,რ.ცხვედაძე,მ.ყალაბეგაშვილი.შენობის როგორც დისკრეტულ-კონტინუალური სისტემის გრეხითი რხევები გამოწვეული მიწისძვრისას აღძრული იმპულსური ზემოქმედებით.
ჟურნალი "მშენებლობა " №3 (30) 2013 წ. გვ.152- 155.

5 A.TABATADZE, R.CXVEDADZE. ON FRAMEWORK BULDING COLUMNS SEISMIC IMPACT EFFEKT.
საქართველოს მექანიკოსთა კავშირი მესამე კონფერენცის თეზისები
2012 წ. გვ.13-14

6.ა,ტაბატაძე,გ.დანელია, მ.წიქარიშვილი, ახალ მშენებლობასთან ან რეკონსტრუქცისთან ახლოსგანთავსებული შენობა ნაგებობის ფუძე-საძირკვლებზე მიმდინარე პროცესების გავლენის პროგნოზირება.
ჟურნალი "მშენებლობა " №3 (30) 2013 წ. გვ.30-36.