

გოჩა დალაქიშვილი

ენერგოსისტემების მდგრადობის გამოკვლევა  
არაწრფივი დინამიკის მეთოდების საშუალებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
ოქტომბერი, 2008

საავტორო უფლება © 2008, გოჩა დალაქიშვილი

## საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

### ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით დალაქიშვილი გოჩას მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: ”ენერგოსისტემების მდგრადობის გამოკვლევა არაწრფივი დინამიკის მეთოდების საშუალებით” და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

ხელმძღვანელი:

ვალიდა სესაძე

ლელა გაჩეჩილაძე

რეცენზენტი:

კონსტანტინე კამკამიძე

რეცენზენტი:

ზაურ მუზაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2008

ავტორი: დალაქიშვილი გოჩა  
დასახელება: ენერგოსისტემების მდგრადობის გამოკვლევა  
არაწრფივი დინამიკის მეთოდების საშუალებით  
ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების  
ფაკულტეტი

აკადემიური ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: 2008 წ. 11 ოქტომბერი, სტუ-ს მცირე სააქტო დარბაზი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

**დისერტაციას ვუძღვნი ჩემი ხელმძღვანელის,  
ბატონი აღმასხან გუგუშვილის ხსოვნას!**

დიდი პატივისცემით და სიყვარულით, მინდა უდიდესი მადლიერება გამოვხატო ჩემი მასწავლებლის და მეგობრის მიმართ, რომელიც თავისი სიცოცხლის ბოლო წუთებამდე გვერდით მედგა და მესმარებოდა მეტად აქტუალური თემის შესრულებაში.

## რეზიუმე

საქართველოში ეკონომიკურ აღმავლობასთან ერთად ელექტროენერგიის გამომუშავება და მოხმარება იზრდება. ელექტროენერგიაზე მზარდ მოთხოვნილებას თან სდევს ენერგოსისტემაში ავარიული სიტუაციების შექმნა და ენერგოქსელში ჩართული გენერატორების ასინქრონული რეჟიმების არსებობა, მიუხედავად მათი თავიდან აცილების უამრავი მცდელობისა.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია, შევისწავლოთ ენერგოსისტემაში არსებული პრობლემები. ავტომატური მართვის თვალსაზრისით ენერგეტიკული სისტემა წარმოადგენს რთულ სისტემას, რომლის ძირითად შემადგენელ ნაწილებს წარმოადგენენ: სინქრონული და ასინქრონული გენერატორები, ელექტრული წრედი და დატვირთვა. ავტომატიზაციის სწორი მიმართულებით წარმართვისთვის აუცილებელია მოვახდინოთ ენერგოსისტემის თითოეული შემადგენელი ნაწილის ანალიზი.

ნაშრომში შესწავლილი მაქვს ენერგოსისტემაში მიმდინარე გარდამავალი პროცესები, კერძოდ კი, გაანალიზებული მაქვს ენერგოსისტემის ძირითადი ელემენტების მათემატიკური მოდელები, შედგენილი მაქვს განტოლებები სინქრონული და ასინქრონული მანქანების რეჟიმებისთვის და დადგენილი მაქვს მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელი. გაგანალიზე მთლიანი მათემატიკური მოდელი და მისი თავისებურებანი. შესწავლილი მაქვს ელექტრომაგნიტური პროცესების გამოკვლევის სხვადასხვა მეთოდიკა, როგორებიცაა უდანოვის და პოზიციური მოდელი. დადგენილი მაქვს, რომ თუ მრავალსიხშირულ დენებსა და ძაბვებს შევცვლით ერთსიხშირულით, დავალთ გამარტივებულ მათემატიკურ მოდელამდე და მივიღებთ ენერგეტიკული ბალანსის განტოლებას.

ნაშრომში შესწავლის საგანს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის ენერგეტიკული სისტემის, კერძოდ ერთგენერატორიანი, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი, ანუ მრავალგენერატორიანი სისტემების სტატიკური და დინამიკური მდგრადობა, რისთვისაც გამოყენებული მაქვს ენერგოსისტემის მდგრადობის ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდი.

დიდი ყურადღება დავუთმე ენერგოსისტემებში ბიფურკაციის მოვლენის არსებობას. გამოვიყენე პოპფის ბიფურკაციის ცნება და მის საფუძველზე გაგანალიზე ერთგენერატორიანი, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი ენერგოსისტემების მდგრადობა. ბიფურკაციული მოვლენის აღწერა შეიცავს ცნებებს განსაკუთრებული ამონახსნებისა და მათი მდგრადობის შესახებ. განსაკუთრებული წერტილის მდგრადობის ქვეშ ვგულისხმობ მდგრადობას ლიაპუნოვის მიხედვით. ნაშრომში განვიხილე ენერგოსისტემის სტრუქტურული მდგრადობა, რომელიც წარმოადგენს ბიფურკაციული ანალიზის კვლევის საგანს.

გაანალიზებული და დადგენილი მაქვს დისკრეტული დინამიკური სისტემის მართვის პარამეტრის მიხედვით ენერგოსისტემის მდგრადობის არეები.

ენერგოსისტემის მდგრადობის გამოკვლევისას ყურადღება გავამახვილე ქაოსის არსებობაზე. ქაოსი არის დამყარებულ რეჟიმში სისტემის არაჩვეულებრივი ქცევა. ნაშრომში გამოკვლეული მაქვს ენერგოსისტემის ქაოსური მოძრაობა სხვადასხვა რაოდენობის გენერატორებისთვის. შერჩეული კოეფიციენტებისა და პარამეტრების საფუძველზე გავაკეთე ენერგოსისტემის მოდელირება კომპიუტერული პროგრამის – MATLAB საშუალებით და მივიღე გრაფიკული შედეგები, რის საფუძველზეც შეიძლება განესაზღვროთ ენერგოსისტემის ქცევა პარამეტრების ცვლილებისას. გარდა ამისა Visual Basic-ის საშუალებით დაწერილი მაქვს პროგრამა ენერგოსისტემის მდგრადობის საზღვრების დადგენისთვის.

ნაშრომში მნიშვნელოვანი ადგილი დაეთმო სინქრონიზაციას, რომელიც ნიშნავს ორი ან რამოდენიმე პროცესის ქცევის თავსებადობას დროში. სინქრონიზაციის პარამეტრების დადგენა დაეხმარება ენერგოსისტემაში მომუშავე მომსახურე პერსონალს ავარიისაწინააღმდეგო პარამეტრების შერჩევაში.

კომპიუტერული მოდელირების შედეგად გრაფიკული სახით მიღებული მაქვს გენერატორების სინქრონული მუშაობის სასურველი არეები და რესინქრონიზაციის პარამეტრები.

## Abstract

Demands for electric energy in Georgia is growing with the growth of economic rate. Generation and consumption of electricity is followed by the break-downs in power grids and asynchronous work of the generators switched in the power nets. Though much is done to avoid such regime.

The aim of the present dissertation is to study problems in power grids.

Power grids is a complex system from the point of view of automatic control, which consists of the following main parts: synchronic and a synchronic generator, main net and loading. If we want to make the right automatization of the power grids, it's necessary to analyse each component.

The present thesis shows transitional processes in power grids, privately the analysis of mathematical models of the main elements in the power grids. I have composed equations for the working regimes of synchronic and a synchronic machines and stated mathematical model of the whole power grids. I've analysed the whole mathematical model and studied its peculiarities.

I have studied different research methods of electromagnetic processes, privately Zhdanov's and positive models.

I have stated that if we change multi – frequency currents and strains with one-frequency ones, we will come to simplified mathematical model and I have obtained equation of power balance.

The subject of the thesis is to study statical and dynamic stability of different power systems, privately stability of one-generator, two-generator, three-generator or multi-generator systems. for this Liapunov's vectorial functional method is used for the stability of power systems. I have paid much attention to existence of bifurcation phenomenon in power grids.

I have used Hopf's bifurcation and on its basis I have analysed stability of one-generator, two-generator and three-generator power grids. Description of bifurcation phenomenon contains concepts about special determination and their stability. Under the stability of special point I mean the stability by Liapunov's. In the thesis I have discussed structural stability of power grids which represents subject of bifurcation analyses.

I have analysed and stated stability spheres of power grids according controlling parameter of discrete dynamic systems.

While researching stability of power grids I paid attention to the existence of chaos.

Chaos is an unusual behavior of the system in established regime. In the thesis I have researched chaotic movement of power grids for the generators of different quantity. On the basis of selected coefficients and parameters I have modelled power grids by means of MATLAB and got graphical results.

On its basis we can determine behaviour of power grids while changing parameters.

Analysing power grids important role is paid to the synchronization, which means compatibility of behaviour of two or three processes at time.

Establishment of synchronization parameters will help the staff of power grids, to select anti breakdown parameters.

After computer modeling I have obtained the desired spheres of generator synchronic work in graphic.

In this thesis I have used not only abovementioned computer system, but also written the programme for the stating stability borders of power grids by means of Visual Basic.



# შინაარსი

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| შესავალი.....                                                                | 14 |
| 1. გარდამავალი პროცესები ენერგოსისტემაში.....                                | 18 |
| 1.1. ენერგოსისტემების ძირითადი ელემენტების მათემატიკური მოდელები.....        | 18 |
| 1.1.1. სინქრონული მანქანის განტოლებები.....                                  | 18 |
| 1.1.2. ასინქრონული მანქანის განტოლებები.....                                 | 23 |
| 1.1.3. ელექტრული ქსელის განტოლებები.....                                     | 26 |
| 1.1.4. მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელი.....                       | 27 |
| 1.1.5. ენერგოსისტემის მთლიანი მათემატიკური მოდელის თავისებურებები.....       | 29 |
| 1.2 მრავალმანქანიანი სისტემების გამარტივებული განტოლებები.....               | 31 |
| 1.2.1 ჩქარი ელექტრომაგნიტური პროცესების კვლევის მათემატიკური მოდელი.....     | 31 |
| 1.2.2 უდანოვის მოდელი.....                                                   | 31 |
| 1.2.3 პოზიციური მოდელი.....                                                  | 33 |
| 1.2.4 ელექტრულ ქსელში გასაშუალებული პროცესების მოდელი .....                  | 35 |
| 1.3 ენერგოსისტემის სტატიკური მდგრადობა.....                                  | 38 |
| 1.4 ორმანქანური ენერგოსისტემის დინამიკა.....                                 | 39 |
| 1.5 ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდი ენერგოსისტემის მდგრადობისთვის ..... | 42 |
| 2. ბიფურკაცია ენერგოსისტემებში.....                                          | 46 |
| 2.1 გაორმაგების ციკლი და ბიფურკაცია ენერგოსისტემებში.                        | 46 |
| 2.2 ჰოპფის ბიფურკაცია ენერგოსისტემაში.....                                   | 50 |
| 2.3 ჰოპფის ბიფურკაცია ერთგენერატორიანი სისტემისთვის....                      | 53 |
| 2.4 ჰოპფის ბიფურკაცია ორგენერატორიანი ენერგოსისტემისთვის .....               | 56 |
| 2.5 ჰოპფის ბიფურკაცია სამგენერატორიანი სისტემისთვის.....                     | 62 |

|                                                                                         |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3. ქაოსი ენერგოსისტემებში .....</b>                                                  | <b>67</b>  |
| 3.1 ქაოსის გამოკვლევის მეთოდები .....                                                   | 67         |
| 3.2 ქაოსი ერთგენერატორიან ენერგოსისტემაში .....                                         | 71         |
| 3.3 ქაოსი ორგენერატორიან ენერგოსისტემაში .....                                          | 76         |
| 3.4 ქაოსი სამგენერატორიან ენერგოსისტემაში .....                                         | 78         |
| 3.5 დინამიკური ქაოსის კრიტერიუმები ენერგოსისტემაში და<br>ლიაპუნოვის მახასიათებელი ..... | 83         |
| <b>4. სინქრონიზაცია ენერგოსისტემებში.....</b>                                           | <b>89</b>  |
| 4.1 სინქრონიზაციის პრობლემები .....                                                     | 89         |
| 4.2 სინქრონული გენერატორების პარალელურ მუშაობაში<br>ავტომატური ჩართვა .....             | 97         |
| 4.3 ავარიული სიტუაციების ანალიზი .....                                                  | 100        |
| 4.3.1. ასინქრონული რეჟიმების ლიკვიდაცია,<br>რესინქრონიზაცია .....                       | 100        |
| 4.3.2. ასინქრონული რეჟიმების ნიშნები .....                                              | 102        |
| 4.4 სინქრონიზირებადი მართვა .....                                                       | 104        |
| <b>დასკვნა .....</b>                                                                    | <b>113</b> |
| <b>დანართი.....</b>                                                                     | <b>115</b> |
| <b>გამოყენებული ლიტერატურა.....</b>                                                     | <b>131</b> |

## ნახაზების ნუსხა

|        |                                                                                                      |    |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ნახ.1  | ბიფურკაციის დიაგრამა.....                                                                            | 48 |
| ნახ.2  | ზღვრული ციკლის არამდგრადობა.....                                                                     | 51 |
| ნახ.3  | ბიფურკაცია სპირალიდან ზღვრულ ციკლზე.....                                                             | 51 |
| ნახ.4  | გადაგვარებული კვანძი ანუ არამდგრადი<br>წონასწორობა.....                                              | 53 |
| ნახ.5  | მდგრადი კვანძი.....                                                                                  | 54 |
| ნახ.6  | არამდგრადი მდგომარეობა.....                                                                          | 54 |
| ნახ.7  | ნეიტრალურად მდგრადი მდგომარეობა.....                                                                 | 55 |
| ნახ.8  | ორგენერატორიანი სისტემის ფაზური ტორი.....                                                            | 59 |
| ნახ.9  | სამგენერატორიანი სისტემის მოძრაობა წონას-<br>წორობისკენ.....                                         | 64 |
| ნახ.10 | გარდამავალი პროცესის გრაფიკი სამგენერატორიანი სის-<br>ტემისთვის.....                                 | 65 |
| ნახ.11 | სამგენერატორიანი სისტემის სახე ფაზურ სიბრტყეზე.....                                                  | 65 |
| ნახ.12 | n – განზომილებიანი ტორი.....                                                                         | 66 |
| ნახ.13 | ატრაქტორის რეჟიმში მომუშავე არაწრფივი ინერციული<br>გენერატორის გარდამავალი პროცესი.....              | 67 |
| ნახ.14 | „გენერატორი-უსასრულო სიმძლავრის სალტე“ -ს<br>ბლოკსქემა.....                                          | 71 |
| ნახ.15 | ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის<br>სალტე“ (პირველი ციკლი).....                  | 73 |
| ნახ.16 | ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის<br>სალტე“ (მეორე ციკლი).....                    | 74 |
| ნახ.17 | ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის<br>სალტე“ (მესამე ციკლი).....                   | 74 |
| ნახ.18 | ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის<br>სალტე“ (მეოთხე ციკლი).....                   | 75 |
| ნახ.19 | ორგენერატორიანი ენერგოსისტემის ქაოსის ფაზური<br>პორტრეტი.....                                        | 77 |
| ნახ.20 | ორგენერატორიანი ენერგოსისტემის ქაოსური მოძრაობის<br>მოდერირების შედეგი კვანძებისა და ქსელისთვის..... | 77 |
| ნახ.21 | „ორი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის სალტე“ –ის<br>ბლოკსქემა.....                                       | 78 |

|        |                                                     |     |
|--------|-----------------------------------------------------|-----|
| ნახ.22 | ფაზური პორტრეტი (პირველი ბიჯი).....                 | 81  |
| ნახ.23 | ფაზური პორტრეტი (მეორე ბიჯი).....                   | 81  |
| ნახ.24 | ფაზური პორტრეტი (მესამე ბიჯი).....                  | 82  |
| ნახ.25 | ქაოსური ტრაექტორიის ექსპონენციალური განშლადობა..... | 85  |
| ნახ.26 | წრფივი სინქრონიზაცია.....                           | 107 |
| ნახ.27 | არაწრფივი სინქრონიზაცია.....                        | 109 |
| ნახ.28 | სინქრონიზაცია ელიფსური ორბიტის მიმართ.....          | 110 |
| ნახ.29 | სინქრონიზაცია სპირალის მიმართ.....                  | 111 |

## შესავალი

თანამედროვე ეკონომიკური ზრდის ტემპის დაჩქარების ერთ-ერთი ძირითადი საფუძველი არის ენერგეტიკა. სამეცნიერო-ტექნიკურ პროგრესს, წარმოების ინტენსიფიკაციას, ტექნიკური დონის და შრომის ნაყოფიერების ამაღლებას შედეგად მოაქვს ადამიანების საყოფაცხოვრებო პირობების გაუმჯობესება და წარმოების თანამედროვე აღჭურვილობითა და საყოფაცხოვრებო ტექნიკით უზრუნველყოფა, რაშიც განმსაზღვრელი როლი უკავია თანამედროვე ენერგოსისტემას.

თანამედროვე ენერგეტიკული სისტემები განეკუთვნებიან რთული სისტემების კატეგორიას. ენერგოსისტემების სწრაფ განვითარებასთან და ავტომატიზაციის დონის ამაღლებასთან ერთად მათი სირთულე უფრო და უფრო იზრდება.

რთული სისტემების ქვეშ შეიძლება ვიგულისხმოთ ისეთი სისტემები, რომელთაც აქვთ საკმაოდ დრმა შიგა კავშირები და შედეგობიან დიდი რაოდენობის ურთიერთდაკავშირებული და ურთიერთქმედი ელემენტებისგან.

ამგვარად, ენერგეტიკული სისტემა წარმოადგენს რთულ სისტემას, რომლის ძირითადი შემადგენელი ნაწილებია:

1. სინქრონული და ასინქრონული მანქანები (გენერატორები);
2. ელექტრული წრედი, რომელშიც ხდება გენერატორებიდან სხვადასხვა სახის ელექტრული სიგნალების გადაცემა;
3. დატვირთვა.

წინამდებარე ნაშრომში განვიხილავთ ენერგოსისტემებში მიმდინარე გარდამავალ პროცესებს, იმისათვის რომ წარმოადგენა შეგვექმნას ენერგოსისტემის მუშაობის შესახებ. თავდაპირველად ვაგებთ და ვიყენებთ მის მათემატიკურ მოდელებს.

დღესდღეობით, რთული ენერგოსისტემის ფუნქციონირებისა და მართვის ანალიზისათვის ძირითად ფორმირებულ საშუალებად ითვლება ენერგოსისტემების მათემატიკური მოდელირება თანამედროვე გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენებით. ენერგოსისტემის შემადგენელი ნაწილების მათემატიკური მოდელების ურთიერთკავშირი, რომლებიც ადეკვატურად ასახავენ სხვადასხვა იერარქიულ დონეზე გამოსაკვლევ

პროცესებს, წარმოადგენენ სპეციფიკიდან გამომდინარე, შესასწავლი პროცესების ხასიათის გათვალისწინებით, გადასჭრელი ამოცანების თავისებურებებს.

ცნობილია, რომ მდგრად სისტემებს აქვთ ორი მდგენელი:

1. გარდამავალი პროცესი;
2. დამყარებული მდგომარეობა.

დამყარებულ მდგომარეობაში, როცა სისტემებში დასრულებულია ყველა გარდამავალი პროცესი, სისტემა წარმოადგენს ან კონსტანტას, ან რაიმე პერიფერიულ ამონახსნს. [1].

სისტემას ეწოდება დინამიკური, თუ მასში პროცესები მიმდინარეობს დროში.

დინამიკურ სისტემებში დამყარებული მდგომარეობა ნიშნავს ასიმპტოტურ მდგომარეობას, როცა  $t \rightarrow \infty$ , დამყარებული რეჟიმი აუცილებლად უნდა ხასიათდებოდეს შესაბამისი ფუნქციის შეზღუდული მნიშვნელობებით. დიფერენციალური განტოლებების სისტემის ამონახსნებსა და მის დამყარებულ მდგომარეობას შორის სხვაობას გარდამავალი პროცესი ეწოდება.

ცნობილია, რომ სისტემის არაწრფივობისას არსებობს პარამეტრების ფართო დიაპაზონი, რომელშიც სისტემის მოძრაობა დამყარებულ რეჟიმში არის შეზღუდული, მაგრამ არა პერიოდული. რხევები იღებენ შემთხვევით ხასიათს და ხასიათდებიან არა დისკრეტული, როგორც პერიოდულის დროს, არამედ ფართო, უწყვეტი სპექტრით. ამის გარდა, სისტემის მოძრაობის ხასიათი იმდენად მგრძნობიარეა საწყისი პირობების ვარიაციაზე დამოკიდებულებით, რომ შეუძლებელია ზუსტი ამონახსნების გრძელვადიანი პროგნოზირება. ასეთი მაღალი მგრძნობიარობა საწყისი პირობების ვარიაციაზე დამოკიდებულებით დამახასიათებელია ქაოსური სისტემისათვის, რომელიც წარმოადგენს დეტერმინირებულ სისტემას და მის მოქმედებას აქვს შემთხვევითი სახე [2,3].

ენერგოსისტემის გამოკვლევაში მნიშვნელოვანი როლი აქვს ბიფურკაციის მოვლენას.

ბიფურკაცია არის გადასვლები, რომლებიც შეიძლება მოხდეს დინამიკური ქცევიდან სხვადასხვა სახეებს შორის პარამეტრების ცვლილებისას.

ბიფურკაციული მოვლენის აღწერა შეიცავს ცნებებს განსაკუთრებულ ამონახსნებისა და მათი მდგრადობის შესახებ. ბიფურკაციის კარგი მაგალითია შემთხვევა, როდესაც სისტემის განსაკუთრებული ამონახსნების წერტილი იყოფა ჯერად განსაკუთრებულ ამონახსნებად. დაკვირვებადი მოვლენები – ეს არ არის უბრალოდ მდგრადობის შეცვლა, ეს უფრო ბიფურკაციის მაგალითია. უნდა აღინიშნოს შემდეგი: განსაკუთრებული წერტილის მდგრადობის ქვეშ გვეხვით მდგრადობა ღიაპუნოვის მიხედვით. ნაშრომში განვიხილავთ სტრუქტურულ მდგრადობას, რომელიც ბიფურკაციული ანალიზის კვლევის საგანია.

განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენერგოსისტემების მდგრადობის გამოკვლევისას ენიჭება ქაოსის არსებობას. ქაოსი არის არაწრფივი მოვლენა, რომელიც გვხვდება ყველა მეცნიერულ დისციპლინაში. მისი გაანალიზება ინტუიციურად ძალზე რთულია, მაგრამ მაინც რეალურად არსებული მოვლენაა. ძველთაგანვე მკვლევარები ხვდებოდნენ ქაოსს, მაგრამ მას ღებულობდნენ ფიზიკურ ხმაურად და გვერდს უვლიდნენ. ახლა უკვე ცნობილი გახდა, რომ ქაოსი ჩნდება არა მარტო ხელოვნურ სისტემებში, არამედ სისტემებშიც, რომელთაც ახასიათებთ არაწრფივობა.

უხეშად რომ ვთქვად, ქაოსი წარმოადგენს საკმაოდ არაჩვეულებრივ ქცევას რომელიდაცა სისტემისა დამყარებულ რეჟიმში.

ტერმინი „ქაოსური“ დეტერმინირებულ ფიზიკურ და მათემატიკურ სისტემებში გამოიყენება ისეთი მოძრაობების მიმართ, რომელთა ტრაექტორიაც ძლიერ არის დამოკიდებული საწყის პირობებზე. ქაოსური რხევები ჩნდება ძლიერი არაწრფივობის დროს.

ცნობილია, რომ არაწრფივობის დროს არსებობს პარამეტრების ფართო დიაპაზონი, რომელთა დროსაც სისტემის მოძრაობა დამყარებულ რეჟიმში არის შეზღუდული, მაგრამ არა პერიოდული. რხევები შემთხვევითია და ხასიათდებიან არა დისკრეტული, როგორც პერიოდულის დროს, არამედ ფართო უწყვეტი სპექტრით. ამას გარდა სისტემის მოძრაობის ხასიათი იმდენად მგრძნობიარეა საწყის პირობებზე დამოკიდებულებით, რომ გრძელვადიანი პროგნოზირება ზუსტი ამონახსნისა შეუძლებელია. ასეთი მაღალი მგრძნობიარობა საწყისი პირობების

ვარიაციაზე დამოკიდებულებით ქაოსური სისტემის ერთ-ერთი დამახასიათებელი თვისებაა.

ქაოსური სისტემა დეტერმინირებული სისტემაა, რომლის მოქმედებასაც შემთხვევითი სახე აქვს.

ენერგოსისტემებში დიდი ყურადღება არის გამახვილებული სინქრონიზაციის მოვლენაზე, რომელიც თავის უმრავლეს საერთო ინტერპრეტაციაში ნიშნავს ორი ან რამოდენიმე პროცესის ქცევის თავსებადობას დროში. „სინქრონიზირება“ – ნიშნავს შევთანხმდით დროში, მიყვებით ან ოპერირება გავუკეთოთ სისტემას მხოლოდ ერთ და იმავე სიჩქარეზე, გამომდინარე ერთი და იმავე დროიდან.



# 1. ბარდამავალი პროცესები ენერგოსისტემებში

## 1.1. ენერგოსისტემების ძირითადი ელემენტების მათემატიკური მოდელები

### 1.1.1. სინქრონული მანქანის განტოლებები.

ენერგოსისტემებში მიმდინარე პროცესების მათემატიკური მოდელების საკითხები შეისწავლეს ისეთმა გამოჩენილმა მეცნიერებმა, როგორებიც არიან: ს.ა. ლებედევი, პ.ს. ჟდანოვი, ა.ა. გორევი, რომელთა ნაშრომებიც მნიშვნელოვანია ენერგოსისტემების მდგრადობისა და გარდამავალი პროცესების თეორიაში.

ენერგოსისტემების პროექტირებისა და ექსპლოატაციისას აუცილებელია ელექტრული ამოცანების კომპლექსის ამოხსნა, რომლებიც მოიცავენ დამყარებული რეჟიმების, სტატიკური და დინამიკური მდგომარეობის, ხანგრძლივი ელექტრომექანიკური გარდამავალი პროცესების, მოკლედ შერთვის დენების და სხვ. ამოცანების ამოხსნას [4].

სინქრონული მანქანა როტორზე ორი დემპფერული კონტურით წარმოადგენს სისტემას, რომელიც შედგება ექვსი მაგნიტურად დაკავშირებული კონტურისგან. ამ კონტურებიდან სამი მანქანის ფაზის სივრცეში უმოძრაო სამი კონტურია, ხოლო დანარჩენი სამი კონტური – აღგზნების გრაგნილი და ორი დემპფერული კონტურია.

სინქრონული მანქანის გარდამავალი ელექტრომაგნიტური პროცესების განტოლება ფაზურ კოორდინატებში შეიძლება შემდეგნაირად ჩაიწეროს [1,2,3,4,5]:

$$\begin{aligned}U_{ca} &= r_c i_{ca} + d \Psi_{ca} / dt; \\U_{cb} &= r_c i_{cb} + d \Psi_{cb} / dt; \\U_{cc} &= r_c i_{cc} + d \Psi_{cc} / dt; \\U_f &= r_f i_f + d \Psi_f / dt; \\0 &= r_g i_g + d \Psi_g / dt; \\0 &= r_h i_h + d \Psi_h / dt.\end{aligned}\tag{1.1}$$

სადაც  $U_{ca}, U_{cb}, U_{cc}, i_{ca}, i_{cb}, i_{cc}$  – შესაბამისად მანქანის ელექტრულ წრედთან მიერთების ფაზური ძაბვები და სტატორის ფაზური დენებია;  $U_f$  –

ადგზნების გრაგნილის ძაბვაა;  $r_c, r_f, r_g, r_h$  – აქტიური წინაღობებია შესაბამისად სტატორის ფაზის, ადგზნების გრაგნილის, ჰორიზონტალური და ვერტიკალური დემპფერული კონტურებისათვის;  $i_f, i_g, i_h$  – დენებია ადგზნების გრაგნილში, და ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ დემპფერულ კონტურებში;  $\Psi_{ca}, \Psi_{cb}, \Psi_{cc}, \Psi_f, \Psi_g, \Psi_h$  – ნაკადშერთვები შესაბამისად ფაზის კონტურებში, ადგზნების გრაგნილში, ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ დემპფერულ კონტურებში, რომლებიც არიან დენების ფუნქციები:

$$\begin{aligned}\Psi_{ca} &= L_a I_{ca} + M_{ab} I_{cb} + M_{ac} I_{cc} + M_{af} I_f + M_{ag} I_g + M_{ah} I_h; \\ \Psi_{cb} &= M_{ab} I_{ca} + L_b I_{cb} + M_{bc} I_{cc} + M_{bf} I_f + M_{bg} I_g + M_{bh} I_h; \\ \Psi_{cc} &= M_{ac} I_{ca} + M_{cb} I_{cb} + L_c I_{cc} + M_{cf} I_f + M_{cg} I_g + M_{ch} I_h; \\ \Psi_f &= M_{af} I_{ca} + M_{bf} I_{cb} + M_{af} I_{cc} + L_f I_f + M_{fg} I_g; \\ \Psi_g &= M_{ag} I_{ca} + M_{bg} I_{cb} + M_{cg} I_{cc} + M_{fg} I_f + L_g I_g; \\ \Psi_h &= M_{ah} I_{ca} + M_{bh} I_{cb} + M_{ch} I_{cc} + L_h I_h\end{aligned}\tag{1.2}$$

სინქრომანქანის პროცესების თეორიის ჩამოსაყალიბებლად უნდა დაგუშვათ:

1. თვითინდუქციისა და ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტების დამოუკიდებლობა. ფაზათა კონტურების თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტები  $L_a, L_b, L_c, M_{ab}, M_{ac}, M_{bc}$ , წარმოადგენენ როტორის ჰორიზონტალური ღერძისა და  $a(\theta)$  ფაზის მაგნიტურ ღერძს შორის კუთხის პერიოდულ ფუნქციებს პერიოდით  $\Pi$ , ხოლო ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტები  $M_{af}, M_{bf}, M_{cf}, M_{ag}, M_{bg}, M_{cg}, M_{ah}, M_{bh}, M_{ch}$  არიან  $\theta$  კუთხის პერიოდული ფუნქციები პერიოდით  $2\Pi$ .

2. მრავალწვერის უმაღლესი წვერების კოეფიციენტები ფურიეს მწკრივად დაშლისას არიან მცირენი და არ ახდენენ მნიშვნელოვან ზეგავლენას მანქანაში მიმდინარე პროცესებზე [1,5,6].

ამ პირობების გათვალისწინებით თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტები შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}L_a &= L_{cp} + L_m \cos 2\theta \\ L_b &= L_{cp} + L_m \cos(2\theta + 120^\circ); \\ L_c &= L_{cp} + L_m \cos(2\theta - 120^\circ); \\ M_{ab} &= -M_{cp} + M_o \cos(2\theta - 120^\circ);\end{aligned}\tag{1.3}$$

$$M_{cc} = -M_{cp} + \cos(2\theta + 120^\circ);$$

$$M_{bc} = -M_{cp} + M_o \cos 2\theta.$$

სადაც

$$L_{cp} = \frac{L_{\max} + L_{\min}}{2}; \quad L_m = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2};$$

$$M_{cp} = \frac{M_{\max} + M_{\min}}{2}; \quad M_o = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{2}.$$

$L_{\max}$ ,  $L_{\min}$ ,  $M_{\max}$ ,  $M_{\min}$  – სტატორის ფაზათა კონტურის თვითინდუქციისა და ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტების მაქსიმალური და მინიმალური მნიშვნელობებია.

$$M_{af} = M_f \cos \theta;$$

$$M_{bf} = M_f \cos(\theta - 120^\circ);$$

$$M_{cf} = M_f \cos(\theta + 120^\circ);$$

$$M_{ag} = M_g \cos \theta;$$

$$M_{bg} = M_g \cos(\theta - 120^\circ); \quad (1.4)$$

$$M_{cg} = M_g \cos(\theta + 120^\circ);$$

$$M_{ah} = -M_h \sin \theta;$$

$$M_{bh} = -M_h \sin(\theta - 120^\circ);$$

$$M_{ch} = -M_h \sin(\theta + 120^\circ);$$

$$\theta = \int_0^t \omega dt + \theta_0.$$

აქ  $M_f$ ,  $M_g$ ,  $M_h$  – სტატორის ფაზის კონტურის ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტების მაქსიმალური მნიშვნელობებია აღგზნების კონტურთან, ჰორიზონტალურად და ვერტიკალურ დემპფერულ კონტურებთან მიმართებაში,  $\omega$  – როტორის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე.

სინქრონული მანქანის მოძრაობის განტოლებას, რომელიც ჩაწერილია დალამბერის პრინციპით, აქვს შემდეგი სახე [1,5]:

$$J \frac{dw}{dt} = T_T - T_e \quad (1.5)$$

სადაც  $T_T$  – წარმოადგენს როტორის დერძის შიგა ძალების განლაგების მომენტის, ანუ პირველადი ძრავის მომენტის,  $J$  – როტორის ინერციისა და მასთან დაკავშირებული მოძრავი ნაწილების მომენტი;

$T_e$  – ელექტრომაგნიტური მომენტი, რომელიც მოქმედებს როტორზე და გამოისახება დამოკიდებულებით:

$$T_e = \frac{g\mu}{g\theta} \quad (1.6)$$

მაგნიტური ველების ენერგია გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$W = \frac{1}{2} \sum_k j_k \Psi_k \quad (1.7)$$

ამ გამოსახულებაში აჯამება ხდება მანქანის ყველა კონტურის მიხედვით. (1.1) – (1.7) განტოლებები წარმოადგენენ სინქრონული მანქანის განტოლებებს ფაზურ კოორდინატებში.

თუ (1.1) – (1.7) პერიოდულკოეფიციენტებიან განტოლებებს გარდავქმნით მუდმივკოეფიციენტებიან განტოლებებად, შეიძლება მივაღწიოთ სინქრონული მანქანის გარდამავალი პროცესების ანალიზურ გამარტივებას [5].

გადასვლა ფაზური კოორდინატებიდან მუდმივკოეფიციენტებიან განტოლებათა სისტემაზე ხორციელდება პარკგორევის გარდაქმნების დახმარებით.

დენების, ძაბვების და ნაკადშერთვების მყისიერი ფაზური სიდიდეების ნაცვლად შემოიტანება ახალი საანგარიშო სიდიდეები  $i_d, i_q, i_o, \Psi_d, \Psi_q, \Psi_o, U_d, U_q, U_o$ , რომლებიც დაკავშირებულნი არიან ფაზურ სიდიდეებთან შემდეგი თანაფარდობებით [7]:

$$\begin{bmatrix} U_{cd} \\ U_{cq} \\ U_{co} \end{bmatrix} = A_c \begin{bmatrix} U_{ca} \\ U_{cb} \\ U_{cc} \end{bmatrix}; \quad (1.8)$$

$$\begin{bmatrix} I_{cd} \\ I_{cq} \\ I_{co} \end{bmatrix} = A_c \begin{bmatrix} I_{ca} \\ I_{cb} \\ I_{cc} \end{bmatrix}; \quad (1.9)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{cd} \\ \Psi_{cq} \\ \Psi_{co} \end{bmatrix} = A_c \begin{bmatrix} \Psi_{ca} \\ \Psi_{cb} \\ \Psi_{cc} \end{bmatrix}; \quad (1.10)$$

სადაც  $A_c$  – პარკ-გორევის გარდასახვათა მატრიცაა, რომელიც ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$A_c = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

ახალი საანგარიშო სიდიდეები იწოდებიან  $A$ ,  $q$ ,  $O$  მდგენელებად, ხოლო თვით გარდასახვა წარმოადგენს სინქრონული მანქანის განტოლების მიმართებას საკოორდინატო ღერძებისადმი, რომლებიც უძრავად არიან.  $A$ ,  $q$ ,  $O$  კოორდინატებიდან ფაზურ კოორდინატებზე გადასვლა ხდება შემდეგი მატრიცის დახმარებით:

$$A_c^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

ახალ კოორდინატულ ღერძებში სინქრონული მანქანის გარდამავალი პროცესების განტოლება მატრიცულ ფორმაში შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} U_I &= R_I I_I + (PE + N_I) \Psi_I; \\ \Psi_I &= L_I I_I; \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_T - \frac{3}{2} (\psi_{cd} i_{cq} - \psi_{cq} i_{cd})$$

$$\text{სადაც } U_I = [U_f, U_{cd}, O, U_{cq}, O, U_{co}]^T$$

$$I_I = [i_f, i_{cd}, i_g, i_{cq}, i_h, i_{co}]^T$$

$$\Psi_I = [\Psi_f, \Psi_{cd}, \Psi_g, \Psi_{cq}, \Psi_h, \Psi_{co}]^T$$

$$R_I = d_{\text{ia}} [r_f, r_c, r_g, r_c, r_b, r_c]^T$$

|         |          |                   |          |                   |       |          |
|---------|----------|-------------------|----------|-------------------|-------|----------|
| $L_I =$ | $L_f$    | $\frac{3}{2} M_f$ | $M_{fg}$ |                   |       |          |
|         | $M_f$    | $L_d$             | $M_g$    |                   |       |          |
|         | $M_{fg}$ | $\frac{3}{2} M_g$ | $L_g$    |                   |       |          |
|         |          |                   |          | $L_q$             | $M_h$ |          |
|         |          |                   |          | $\frac{3}{2} M_h$ | $L_h$ |          |
|         |          |                   |          |                   |       | $L_{co}$ |

$$N_I = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & \\ \hline & & & -\omega & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & \omega & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & & & \\ \hline \end{array}$$

$E$  – ერთეულოვანი დიაგონალური მატრიცაა.  
სიდიდეები

$$L_d = L_{cp} + M_{cp} + \frac{3}{2} M_o; \quad (1.14)$$

$$L_q = L_{cp} + M_{cp} - \frac{3}{2} M_o;$$

წარმოადგენენ სტატორის ფაზის თვითინდუქციის კოეფიციენტებს ჰორიზონტალური და ვერტიკალური დენებისათვის;

$$L_{co} = L_{cp} - 2M_{cp} \quad (1.15)$$

წარმოადგენს სტატორის ფაზის თვითინდუქციის კოეფიციენტია ნულოვანი მიმდევრობის დენებისათვის.

(1.13) გარდამქმნელ განტოლებას უწოდებენ პარკ-გორევის განტოლებას, რომელიც შეიცავს პერიოდულ კოეფიციენტებს იმდენად, რამდენადაც კოორდინატულ დერძებში ინდუქციის კოეფიციენტების მნიშვნელობები წარმოადგენენ მუდმივ სიდიდეებს. პარკის და გორევის ნაშრომები ერთ-ერთი პირველი საინჟინრო ნამუშევრებია, რომლებიც ეფექტურად გამოიყენება პერიოდულკოეფიციენტებიანი განტოლებათა სისტემის მუდმივკოეფიციენტებიან განტოლებათა სისტემად გარდაქმნისთვის[8,9].

## 1.1.2. ასინქრონული მანქანის განტოლებები

ასინქრონული მანქანების გარდამავალი პროცესების განტოლებები ფაზურ კოორდინატებში შეიცავს პერიოდულ კოეფიციენტებს, რომელთა რაოდენობაც განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ სტატორის

ფაზათა კონტურების ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტები არიან პერიოდული ფუნქციები, რომლებიც დამოკიდებული არიან როტორის მდგომარეობაზე. თუ მივიღებთ, რომ სტატორს და როტორს აქვთ სამფაზა სიმეტრიული გრაგნილები, შეიძლება ასინქრონული მანქანის გარდამავალი ელ.მაგნიტური პროცესების განტოლებები ფაზურ კოორდინატებში ჩაიწეროს შემდეგი სახით[1,5,7,8,9,10]:

$$\begin{aligned} U_{ca} &= r_c i_{ca} + \frac{d\Psi_{ca}}{dt}; \\ U_{cb} &= r_c i_{cb} + \frac{d\Psi_{cb}}{dt}; \\ U_{cc} &= r_c i_{cc} + \frac{d\Psi_{cc}}{dt}; \\ U_{pa} &= r_p i_{pa} + \frac{d\Psi_{pa}}{dt}; \\ U_{pb} &= r_p i_{pb} + \frac{d\Psi_{pb}}{dt}; \\ U_{pc} &= r_p i_{pc} + \frac{d\Psi_{pc}}{dt}; \end{aligned} \quad (1.16)$$

სადაც  $U_{ca}, U_{cb}, U_{cc}, i_{ca}, i_{cb}, i_{cc}, U_{pa}, U_{pb}, U_{pc}, i_{pa}, i_{pb}, i_{pc}$  – შესაბამისად ფაზური ძაბვები და დენებია სტატორის და როტორის გრაგნილებისთვის;  $r_c, r_p$  – სტატორისა და როტორის ფაზათა გრაგნილების აქტიური წინაღობებია;  $\Psi_{ca}, \Psi_{cb}, \Psi_{cc}, \Psi_{pa}, \Psi_{pb}, \Psi_{pc}$  – სტატორისა და როტორის ფაზების კონტურების ნაკადშერთვებია.

ასინქრონული მანქანის როტორის მაძრავობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$J_M \frac{d^2\theta}{dt^2} = -T_c + T_e, \quad (1.17)$$

სადაც  $T_c$  – ამძრავი მექანიზმის წინააღობის მომენტია;  $T_e$  – ელექტრომექანიკური მომენტია, რომელიც განისაზღვრება (1.6), (1.7) განტოლებებით.

d, q, o ფაზური სიდიდეებიდან მოძრავ კოორდინატულ სისტემაში  $\omega_K$  თავისუფალი სიხქარით გადასვლა ხორციელდება სინქრონული მანქანების განტოლებების ანალოგურად.

ასინქრონული მანქანის განტოლება მატრიცული ფორმით ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$U_{II} = R_{II} I_{II} + (PE + M_{II}) \Psi_{II};$$

$$\Psi_{II} = L_{II} I_{II}; \quad (1.18)$$

$$J_M \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} L_{ad} (i_{pd} i_{cq} - i_{pq} i_{cd}) - T_c,$$

$$\text{სადაც } U_{II} = [U_{cd}, U_{cq}, U_{pd}, U_{pq}, U_{co}, U_{po}]^T$$

$$I_{II} = [i_{cd}, i_{cq}, i_{pd}, i_{pq}, i_{co}, i_{po}]^T;$$

$$\Psi_{II} = [\Psi_{cd}, \Psi_{cq}, \Psi_{pd}, \Psi_{pq}, \Psi_{co}, \Psi_{po}]^T;$$

$$R_{II} = \text{diag}[r_c, r_c, r_p, r_p, r_c, r_p];$$

$$L_{LI} =$$

|     |          |          |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
|     | $L_{cl}$ |          | $L_{ad}$ |          |          |
|     |          | $L_{cl}$ |          | $L_{ad}$ |          |
| $L$ | $L_{ad}$ |          | $L_{pl}$ |          |          |
|     |          | $L_{ad}$ |          | $L_{pl}$ |          |
|     |          |          |          | $L_{co}$ |          |
|     |          |          |          |          | $L_{po}$ |

$$N_{II} =$$

|     |            |                     |                     |  |  |
|-----|------------|---------------------|---------------------|--|--|
|     |            | $-\omega_k$         |                     |  |  |
| $N$ | $\omega_k$ |                     |                     |  |  |
|     |            |                     | $\omega - \omega_k$ |  |  |
|     |            | $\omega_k - \omega$ |                     |  |  |
|     |            |                     |                     |  |  |
|     |            |                     |                     |  |  |

$L_{cl} = L_c - M_c$  – სტატორის ფაზების ინდუქციის კოეფიციენტია პირდაპირი მიმდევრობის დენებისათვის;  $L_{co} = L_c + 2M_c$  – იგივე პირდაპირი ნულოვანი მიმდევრობის დენებისათვის;  $L_{ad} = \frac{3}{2} M$ ;  $L_{pl} = L_p - M_p$  – როტორის ფაზების თვითინდუქციის კოეფიციენტი პირდაპირი მიმდევრობის დენებისათვის;  $L_{p0} = L_p - 2M_p$  – იგივე ნულოვანი მიმდევრობის დენებისათვის.



(1.18) განტოლება არ შეიცავს პერიოდულ კოეფიციენტებს, ამასთან პერიოდული კოეფიციენტები (სინქრონული მანქანისგან განსხვავებით) გამოირიცხებიან ასინქრონული მანქანის განტოლებებიდან საკოორდინატო ღერძების ბრუნვის სიჩქარის  $\omega_k$  ნებისმიერი შერჩევისას, რაც განპირობებულია ასინქრონული მანქანის სიმეტრიულობით. თუ განვიხილავთ ასინქრონული მანქანის მოძრაობას, როცა  $\omega = \text{const}$ , მაშინ მისი გარდასახული განტოლებები ღებულობენ წრფივი განტოლებების სახეს მუდმივი კოეფიციენტებით.

### 1.1.3. ელექტრული ქსელის განტოლებები

ფაზურ კოორდინატებში  $r_a, L_a, c_a$  წრედის განტოლება, ბოლოებში  $U_1, U_2$  ძაბვებით, შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} U_{2a} &= U_{1a} - r_{\wedge} i_{\wedge a} - L_{\wedge} \frac{d i_{\wedge a}}{dt} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge b}}{dt} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge c}}{dt} - \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge a} dt; \\ U_{2b} &= U_{1b} - r_{\wedge} i_{\wedge b} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge a}}{dt} - L_{\wedge} \frac{d i_{\wedge b}}{dt} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge c}}{dt} - \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge b} dt; \\ U_{2c} &= U_{1c} - r_{\wedge} i_{\wedge c} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge a}}{dt} - M_{\wedge} \frac{d i_{\wedge b}}{dt} - L_{\wedge} \frac{d i_{\wedge c}}{dt} - \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge c} dt; \end{aligned} \quad (1.19)$$

სადაც  $r_{\wedge}, L_{\wedge}, M_{\wedge}$  – შესაბამისად ფაზის აქტიური წინაღობაა, ფაზის კონტურის თვითინდუქციის კოეფიციენტი და ორი ფაზის კონტურის ურთიერთინდუქციის კოეფიციენტებია;  $C_{\wedge}$  – წრედის გამჭოლი ტევადობაა.

(1.19) განტოლებები წარმოადგენენ მუდმივკოეფიციენტებიან წრფივ დიფერენციალურ განტოლებებს. მათი გარდასახვით მბრუნავ კოორდინატულ სისტემაში ( $U_1$ –ღერძთან, მბრუნავი  $\omega_1$  სიჩქარით;  $U_2$ –ღერძთან  $-\omega_2$  სიჩქარით;  $i_{\wedge}$  ღერძთან  $-\omega_k$  სიჩქარით) მივიღებთ [6]:

$$\begin{aligned} & U_{1d} \cos(\theta_k - \theta_1) + U_{1q} \sin(\theta_k - \theta_1) - U_{2d} \cos(\theta_k - \theta_2) - U_{2q} \sin(\theta_k - \theta_2) - r_{\pi} I_{\pi d} - \\ & - L_{\pi 1} \frac{d i_{\pi d}}{dt} + L_{\pi 1} i_{\pi q} \frac{d \theta_k}{dt} = \frac{1}{C_{\pi}} \int i_{\pi d} dt + \int \left[ -U_{1d} \sin(\theta_k - \theta_1) + U_{1q} \cos(\theta_k - \theta_1) + \right. \\ & \left. + U_{2d} \sin(\theta_k - \theta_2) - U_{2q} \cos(\theta_k - \theta_2) - r_{\pi} i_{\pi q} - L_{\pi 1} \frac{d i_{\pi q}}{dt} - L_{\pi 1} i_{\pi d} \frac{d \theta_k}{dt} \right] \frac{d \theta_k}{dt} dt; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -U_{1d} \sin(\theta_k - \theta_1) + U_{1q} \cos(\theta_k - \theta_1) + U_{2d} \sin(\theta_k - \theta_2) - U_{2q} \cos(\theta_k - \theta_2) - r_\pi i_{\pi q} - \\
& -L_{\pi 1} \frac{di_{\pi q}}{dt} - L_{\pi 1} i_{\pi d} \frac{d\theta_k}{dt} = \frac{1}{C_\pi} \int i_{\pi q} dt + \int [-U_{1d} \cos(\theta_k - \theta_1) - U_{1q} \sin(\theta_k - \theta_1) + U_{2d} \cos(\theta_k - \theta_2) + \\
& + U_{2q} \sin(\theta_k - \theta_2) + r_\pi i_{\pi d} + L_{\pi 1} \frac{di_{\pi d}}{dt} - L_{\pi 1} i_{\pi q} \frac{d\theta_k}{dt}] \frac{d\theta_k}{dt} dt; \\
& U_{10} - U_{20} - r_\pi i_{\pi 0} - L_{\pi 0} \frac{di_{\pi 0}}{dt} = \frac{1}{C_\pi} \int i_{\pi 0} dt,
\end{aligned} \tag{1.20}$$

სადაც,  $L_{\pi 1} = L_\pi - M_\pi$ ;  $L_{\pi 0} = L_\pi + 2M_\pi$  – წრედის თვითინდუქციის კოეფიციენტებია პირდაპირი და ნულოვანი მიმდევრობის დენებისათვის.

(1.19) და (1.20) განტოლებები შედგენილია ელექტრული ქსელის ყველა პარამეტრისათვის და ერთიანდებიან ელექტრული ქსელის კვანძებისათვის კირხოვის პირველი კანონის განტოლებებთან. ამ დამოკიდებულებებს  $j$  კვანძისათვის შეიძლება ჰქონდეთ შემდეგი სახე:

$$\sum_j i_j = 0 \tag{1.21}$$

სადაც  $j$  –  $j$  კვანძთან მიერთების შტოების რაოდენობაა. (1.19) და (1.20) განტოლებების შერწყმით კირხოვის II კანონთან ელექტრული ქსელის კონტურებისთვის მივიღებთ [11]:

$$\sum_l U_l = 0 \tag{1.22}$$

სადაც  $l$  – არის ელემენტების რაოდენობა, რომლებიც შედიან  $m$ -ურ კონტურში.

#### 1.1.4 მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელი

იმისათვის, რომ ჩავწეროთ ენერგოსისტემის გარდამავალი პროცესის მთლიანი მათემატიკური მოდელების განტოლება, ენერგოსისტემის ცალკეული ელემენტებისათვის უნდა მივიღოთ კოორდინატა სისტემა და დენების მიმართულება. დენების დადებით მიმართულებად მივიღოთ დენის მიმართულება ქსელიდან მანქანაში,  $q$  იყოს ვერტიკალური (ორდინატა) ღერძი,  $d$  – ჰორიზონტალური (აბსცისათა) [1,5].

მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელის განტოლებების ოპტიმალურად ჩაწერისთვის სინქრონული მანქანების ტოლობა

უნდა ჩაიწეროს მბრუნავ კოორდინატებში, რომლებიც მყარად არიან დაკავშირებული ერთმანეთთან მანქანის როტორით. ასინქრონული მანქანებისა და სტატიკური ელემენტების განტოლებები ჩაიწერებიან მბრუნავ კოორდინატებში, რომლებიც ხისტად არიან დაკავშირებული ერთ-ერთი სინქრონული მანქანის როტორთან ან ფაზურ კოორდინატებთან [1,11].

ელექტრული ქსელის განტოლება ჩავწერთ კვანძური ძაბვების მეთოდით, როცა არ არსებობენ დენის ნულოვანი მდგენელები. ელექტრული ქსელის და ასინქრონული მანქანების განტოლებები შევუფარდოთ ღერძებს, რომლებიც ხისტად არიან დაკავშირებული ერთ-ერთი სინქრონული მანქანის როტორთან. ვთქვათ ეს არის მანქანა  $n$  კვანძში. ამ დროს მანქანის პორიზონტალური – ნამდვილი ღერძებისა და წარმოსახვითი – ვერტიკალური ღერძების თანხვედრისას ელექტრული ქსელის მდგომარეობის განტოლება  $j$  კვანძისთვის, (1.20) განტოლების გათვალისწინებით, კომპლექსურ ფორმაში ჩაიწერება შემდეგნაირად [5]:

$$\underline{U}_j \underline{Y}_{jj} + \sum_q (\underline{U}_j - \underline{U}_q) \underline{Y}_{jq} + \underline{I}_{jc} + \underline{I}_{ja} = 0 \quad (1.23)$$

სადაც  $\underline{I}_{jc}, \underline{I}_{ja}$  – დენებია, რომლებიც განპირობებულია  $j$  კვანძში სინქრონული და ასინქრონული მანქანების არსებობით;  $\underline{Y}_{jq} - j\omega$  შტოს გამტარიანობა, რომელიც აკმაყოფილებს გამოსახულებას:

$$\underline{Y}_{jq} = \frac{1}{r + (p + j\omega_k) L_{\wedge 1} + \frac{1}{(p + j\omega_k) C_{\wedge}}} \quad (1.24)$$

$\underline{Y}_{jq}$  ახდენს  $j$  კვანძში სტატიკური დატვირთვის მოდელირებას. თუ სტატიკური დატვირთვა წარმოდგენილია  $r_H, L_H$  წრედის სახით, მაშინ

$$\underline{Y}_{jj} = \frac{1}{r_H + (p + j\omega_k) L_H} \quad (1.25)$$

ჩაკეტილი სისტემების მისაღებად საჭიროა სინქრონული მანქანების განტოლებებსა და ელექტრული ქსელის მდგომარეობის განტოლებას დაემატოს სხვადასხვა კოორდინატთა სისტემის კავშირის განტოლებები, რომლებიც შეიძლება ჩავწერთ შემდეგი სახით [5,11,12]:

$$\begin{aligned}
U'_j &= U_{cdj} \cos \delta_{jn} - U_{cqj} \sin \delta_{jn} \\
U''_j &= U_{cdj} \sin \delta_{jn} + U_{cqj} \cos \delta_{jn} \\
I'_{jc} &= i_{cdj} \cos \delta_{jn} - i_{cqj} \sin \delta_{jn} \\
I''_{jc} &= i_{cdj} \sin \delta_{jn} + i_{cqj} \cos \delta_{jn}
\end{aligned} \tag{1.26}$$

ტაღლური პროცესების გათვალისწინებით გრძელი ხაზის განტოლება ჩავწეროთ  $\alpha, \beta, \theta$  კოორდინატებში და დავუმატოთ ფაზური კოორდინატების კავშირების განტოლებები  $\alpha, \beta, \theta$  კოორდინატებში.

დ.ე.ი კოორდინატებში გარდასახვის მატრიცას აქვს შემდეგი სახე:

$$A_{d\alpha} = A_c S_{II}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.27}$$

### 1.1.5 ენერგოსისტემის მთლიანი მათემატიკური მოდელის თავისებურებები

განვიხილოთ უმარტივესი ენერგოსისტემების გარდამავალი პროცესების განტოლებები, რომლებიც შედგება ორი სინქრონული მანქანისგან და მუშაობენ სტატიკურ დატვირთვაზე, რომელსაც წარმოადგენს პარამეტრები  $r_H, L_H$ . სიმარტივისათვის გამოყენებულია არარეგულარული სინქრონული მანქანები უდემპფერო კონტურებით სიმეტრიულ რეჟიმში. გამოყენებულია მთლიანი მათემატიკური მოდელის განტოლებები მბრუნავ კოორდინატთა დერძებში. სინქრონული მანქანების განტოლებები უკავშირდებიან მათ როტორებს (1.13) განტოლების საფუძველზე და ჩაიწერებიან შემდეგნაირად [1,5,11,13]:

$$\begin{aligned}
U_{cdj} &= r_{cj} i_{cdj} + \frac{d}{dt} (L_{dj} i_{cdj} + M_{fj} i_{fj}) - L_{qj} i_{cqj} \omega_j ; \\
U_{cqj} &= r_{cj} i_{cqj} + \frac{d}{dt} (L_{qj} i_{cqj}) + (L_{dj} i_{cdj} + M_{fj} i_{fj}) \cdot \omega_j ; \\
U_{fj} &= r_{fj} i_{fj} + \frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} M_{fj} i_{cdj} + L_{fj} i_{fj} \right) ; \\
J_j \frac{d\omega_j}{dt} &= T_{Tj} - \frac{3}{2} [M_{fj} i_{fj} i_{cqj} + (L_{dj} - L_{qj}) i_{cdj} i_{cqj}] ,
\end{aligned} \tag{1.28}$$

სადაც  $j=1,2$

დატვირთვის წრედის განტოლებები შეძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} U_{cd1} &= r_H i_{Hd} + L_H \frac{di_{Hd}}{dt} - L_H i_{Hq} \omega_1 \\ U_{cq1} &= r_H i_{Hq} + L_H \frac{di_{Hq}}{dt} + L_H i_{Hd} \omega_1 \end{aligned} \quad (1.29)$$

კირხოფის I კანონი დატვირთვის კვანძისთვის და I და II სინქრონული მანქანებისთვის შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით [11]:

$$\begin{aligned} i_{cd1} + i_{cd2} \cos \delta + i_{cq2} \sin \delta + i_{Hd} &= 0; \\ i_{cq1} + i_{cq2} \cos \delta - i_{cd2} \sin \delta + i_{Hq} &= 0; \\ U_{cd1} &= U_{cd2} \cos \delta + U_{cq2} \sin \delta; \\ U_{cq1} &= -U_{cd2} \sin \delta + U_{cq2} \cos \delta. \end{aligned} \quad (1.30)$$

$$\delta = \int_0^t (\omega_1 - \omega_2) dt + \delta_0 \quad (1.31)$$

(1.28) – (1.31) განტოლებები აღწერენ განხილული სისტემის გარდამავალ პროცესებს. მათი ერთობლივი ამოხსნა საშუალებას იძლევა აღვწეროთ ელექტრომაგნიტური და ელექტრომექანიკური პროცესები.

(1.28) – (1.31)-დან ჩანს, რომ მბრუნავ კოორდნატებში მოლიანი მათემატიკური მოდელის ჩაწერისას სინქრონული მანქანების განტოლებებიდან გამოირიცხება პერიოდული კოეფიციენტები, ამასთან ეს კოეფიციენტები  $(\sin \delta, \cos \delta)$  გარდაიქმნებიან მანქანის როტორებს შორის კუთხის პერიოდულ ფუნქციებად, რომელთა ცვალებადობა დროში აღიწერება (1.31) განტოლებით.

## 1.2 მრავალმანქანიანი სისტემების გამარტივებული ვარიანტები

### 1.2.1 ჩქარი ელექტრომაგნიტური პროცესების კვლევის

#### მათემატიკური მოდელი

ეს მოდელი არის მთლიანი მოდელის კერძო შემთხვევა და მიიღება მისგან ჩქარი მოძრაობის გამოყოფით, სინქრონული და ასინქრონული მანქანების როტორების ბრუნვის კუთხური სიჩქარეების შემაგრების გზით სინქრონული მანქანების როტორების ბრუნვის კუთხური სიჩქარეების ერთნაირი მნიშვნელობებისას.

i-ური სინქრონული მანქანებისთვის ჩქარი ელექტრომაგნიტური პროცესების განტოლება (1.13)-ის საფუძველზე ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$U_{li} = R_{li} I_{li} + (PE + N_{lio}) \Psi_{li}; \quad (1.33)$$

$$\Psi_{li} = L_{li} I_{li}$$

განტოლებებს წრედისთვის  $r_{\wedge}, L_{\wedge}, C_{\wedge}$  პარამეტრებით (1.20)-ის საფუძველზე ექნება სახე:

$$\begin{aligned} U_{1d} - U_{2d} - r_{\wedge} i_{\wedge d} - L_{\wedge 1} \frac{di_{\wedge d}}{dt} + L_{\wedge 1} i_{\wedge q} \omega_0 &= \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge d} dt + \int \left[ U_{1q} - U_{2q} - r_{\wedge} i_{\wedge q} - L_{\wedge 1} \frac{di_{\wedge q}}{dt} - L_{\wedge 1} i_{\wedge d} \omega_0 \right] \omega_0 dt; \\ U_{1q} - U_{2q} - r_{\wedge} i_{\wedge q} - L_{\wedge 1} \frac{di_{\wedge q}}{dt} + L_{\wedge 1} i_{\wedge d} \omega_0 &= \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge q} dt + \int \left[ -U_{1d} - U_{2d} - r_{\wedge} i_{\wedge d} - L_{\wedge 1} \frac{dj_{\wedge d}}{dt} - L_{\wedge 1} i_{\wedge q} \omega_0 \right] \omega_0 dt; \\ U_{10} - U_{20} - r_{\wedge} i_{\wedge 0} - L_{\wedge 0} \frac{di_{\wedge 0}}{dt} &= \frac{1}{C_{\wedge}} \int i_{\wedge 0} dt. \end{aligned} \quad (1.34)$$

მოცემული განტოლებები მიღებულია ენერგოსისტემის ყველა ელემენტისთვის და წარმოადგენენ ჩქარი ელექტრომაგნიტური პროცესების მოდელს, რომელიც არაწრფივია თავისი მუდმივი კოეფიციენტებით სიმეტრიული რეჟიმებისთვის [1,5,13,14].

### 1.2.2. ჟდანოვის მოდელი

გასაშუალების პირველი მეთოდის გამოყენება იწვევს ჟდანოვის მათემატიკური მოდელის გამარტივებას.

ენერგოსისტემებისთვის იმ მოდელის განტოლებებს, რომლებიც შედგებიან  $n$ -სინქრონული და  $l$ -ასინქრონული მანქანებისგან, კომპლექსურ ფორმაში ელექტრომაგნიტური პროცესების გაუთვალისწინებლად, ექნებათ შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} J_i \frac{d\omega_i}{dt} &= T_{Ti}(\omega_i) - T_{ei}(\delta_{1n}, \dots, \delta_{(n-1)n}, \omega_1, \dots, \omega_n, \omega_{M1}, \dots, \omega_{ml}); \\ J_{M\nu} \frac{d\omega_{M\nu}}{dt} &= -T_{cv}(\omega_{M\nu}) + T_{ev}(\delta_{1n}, \dots, \delta_{(n-1)n}, \omega_1, \dots, \omega_n, \omega_{M1}, \dots, \omega_{Ml}); \\ \frac{d\delta_m}{dt} &= \omega_i - \omega_n. \end{aligned} \quad (1.35)$$

სადაც  $i=1,2,\dots,n$ ;  $\nu=1,2,\dots,l$ ;  $\delta_{ln}$  -  $i$ -ური და  $n$ -ური სინქრონული მანქანების როტორებს შორის ურთიერთდერის კუთხეა;  $\omega_i$  -  $i$ -ური სინქრონული მანქანის როტორის ბრუნვის კუთხური სიხარება;  $\omega_{M\nu}$  -  $\nu$ -ური ასინქრონული მანქანის როტორის ბრუნვის კუთხური სიხარება.

(1.35)-ში შემავალი ფუნქციების ცხადი ანალიტიკური გამოსახულებები შეიძლება მიღებულ იქნეს ელექტრული ქსელის მხოლოდ უბრალო წრფივი მოდელების შემთხვევაში.

ქდანოვის მოდელს ორგენერატორიანი სისტემისთვის, რომელიც მთლიანი მოდელიდან მიიღება, აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} &= T_{T1} - \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q1}^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{12}} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) \right]; \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} &= T_{T2} - \frac{1}{\omega_2} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q2}^2}{Z_{22}} \sin \alpha_{22} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{21}} \sin(\delta_{21} - \alpha_{21}) \right]; \\ \frac{d\delta_{12}}{dt} &= \omega_1 - \omega_2. \end{aligned} \quad (1.36)$$

სადაც  $E_{q1} = \omega_1 M_{f1} i_{f1}$ ,  $E_{q2} = \omega_2 M_{f2} i_{f2}$  - ელექტრომამოძრავებელი ძალებია;  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$ ,  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{22}$ ,  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{21}$  - შესაბამისად საკუთრივი და ურთიერთ-წინააღმდეგობების არგუმენტებისთვის მოდულები და დამატებითი კუთხეებია [1,5,15,16,17,18,19,20].

### 1.2.3 პოზიციური მოდელი

პოზიციური მოდელის განტოლებების არაცხადი სახით ჩაწერა სტატიკური მახასიათებლების ასინქრონული დატვირთვის გათვალისწინებით (1.35)-დან გამომდინარე, ხდება შემდეგნაირად:

$$\frac{d^2 \delta_{in}}{dt^2} = \frac{1}{J_i} [T_{Ti} - T_{ei}(\delta_{1n}, \dots, \delta_{(n-1)n})] - \frac{1}{J_n} [T_{Tn} - T_{en}(\delta_{1n}, \dots, \delta_{(n-1)n})]$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (1.37)$$

პოზიციური მოდელი გამოიყენება სინქრონული მანქანების ფარდობითი მოძრაობის ანალიზისთვის და მისი გამოყენება შეიძლება მაშინ, როცა უნდა გამოვიყვილიოთ პროცესები, დამოკიდებული სინქრონული მანქანების როტორების ბრუნვის კუთხურ სიჩქარეზე.

არსებობენ ამ პრინციპზე აგებული სხვა გამარტივებული მათემატიკური მოდელები. განვიხილოთ მათ შორის ყველაზე ხშირად გამოყენებული n-კვანძში  $\omega_0$  სიხშირიანი უსასრულო სიმძლავრის საღტის გამარტივებული მათემატიკური მოდელი [5,19].

სინქრონული გენერატორის როტორის მოძრაობა (1.13)-ის გათვალისწინებით ასე აღიწერება:

$$T_{ji} \frac{d^2 \delta_{rin}}{dt^2} = P_{Ti} - \frac{3}{2} [E_{qi}^2 Y_{ii} \sin \alpha_{ii} + E_{qi} U_i Y_{EUi} \sin(\delta_{EVi} - \alpha_{EVi})] \quad (1.38)$$

სადაც  $\delta_{rin} - i$ -ური სინქრონული მანქანის როტორის და ექვივალენტურ უსასრულო სიმძლავრის გენერატორის საღტეს შორის კუთხეა;  $E_{qi} - i$ -ური სინქრონული მანქანის ფიქტიური ემპ;  $U_i - i$ -ური სინქრონული მანქანის ელექტრულ ქსელთან შეხების კვანძში ძაბვის მოდულია;  $Y_{ii}, \alpha_{ii}, Y_{EUi}, \alpha_{EUi} -$  საკუთარი და საერთო გამტარობის არგუმენტების მოდულები და დამატებითი კუთხეებია  $E_{qi}$  და  $U_i$  კვანძებისთვის;  $P_{Ti} - i$ -ური სინქრონული მანქანის პირველადი ძრავის სიმძლავრეა;  $T_{ji} = J_i \omega_0$ .



i-ური სინქრონული მანქანის აღზნების გრაგნილში ელექტრომაგნიტური გარდამავალი პროცესების განტოლება (1.13)-ის საფუძველზე გარდაიქმნება შემდეგნაირად:

$$T_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = E_{qei} - E_{qi} \quad (1.39)$$

სადაც  $E'_{qi} - X'_d$  გარდამავალი წინაღობის ემძა;  $E_{qei}$  - ემძის სტაციონალური მნიშვნელობაა, რომელიც პროპორციულია აღზნების გრაგნილის ძაბვისა;  $T_{doi}$  - აღზნების გრაგნილის დროის მუდმივაა.

გამარტივებული მოდელისთვის i-ური სინქრონული მანქანის როტორის მოძრაობის განტოლებას აქვს სახე:

$$T_{ji} \frac{d^2 \delta_{in}}{dt^2} = P_{Ti} - \frac{3}{2} \left[ E_{Qi}^2 Y_{ii\>k} \sin \alpha_{ii\>k} + \sum_{j=1}^n E_{Qi} E_{Qj} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij\>k}) \right] \quad (1.40)$$

i-ური სინქრონული მანქანისთვის  $E'_{qi}$  და  $E_{Qi}$  ცვლადების კავშირის განტოლებას აქვს სახე:

$$\frac{E'_{qi}}{x_{qi} - x'_{di}} = E_{Qi} \left( \frac{1}{x_{qi} - x'_{di}} - Y_{ii\>k} \cos \alpha_{ii\>k} \right) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{Qi} Y_{ij\>k} \cos(\delta_{ij} - \alpha_{ij\>k}) \quad (1.41)$$

უფრო გამარტივებული მოდელი მიიღება იმ შემთხვევაში, როცა აღზნების რეგულირების მოქმედებით შეიძლება უზრუნველყოფილ იქნეს ზოგიერთი  $E_{i\>k}$  ემძის მუდმივობა ექვივალენტური რეაქტიული წინააღობით  $x_i$ , რომელიც დამოკიდებულია აღზნების რეგულატორის მახასიათებელზე. ამ მოდელის მოძრაობის განტოლება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$T_{ji} \frac{d^2 \delta_{in}}{dt^2} = P_{Ti} - E_i^2 Y_{ii\>k} \sin \alpha_{ii\>k} - \sum_{j=1}^h E_i E_j Y_{ij\>k} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij\>k}) \quad (1.42)$$

სადაც  $E_i = \sqrt{\frac{3}{2}} E_{i\>k}$ ;  $E_j = \sqrt{\frac{3}{2}} E_{j\>k}$ ;  $x_i$  - გათვალისწინებულია

საკუთრივ და ურთიერთგამტარობაში ( $i=1,2,...,n-1$ ). მოდელის შემდგომ გამარტივებად ითვლება კონსერვატიულ მოდელებზე გადასვლა, რომელთათვისაც დამატებითი კუთხე  $\alpha_{ij\>k}$  ხდება ნულის ტოლი [5,19,20].

## 12.4. ელექტრულ ქსელში გასაშუალებული პროცესების მოდელი

ელექტრულ ქსელში მრავალსიხშირული დენების და ძაბვების შეცვლას ერთსიხშირულით მივყავართ მოდელის გამარტივებამდე, რომელსაც შეიძლება ვუწოდოთ ელექტრული ქსელის გასაშუალებული პროცესების მათემატიკური მოდელი. ასეთი ტიპის მოდელის რეალიზაციისას უნდა განვიხილოთ სინქრონული მანქანების მუშაობა შეკავშირების კვანძზე, როგორც მიწოდებული ძაბვის მომჭერებზე და გავაერთიანოთ სხვადასხვა სიხშირის წრედები ენერგეტიკული ბალანსის განტოლებებით [1,5,19,21,22].

გასაშუალებების ერთ-ერთ საშუალებას, რომელიც აკმაყოფილებს მოცემულ პირობებს, წარმოადგენს ელ.სიმძლავრეების ან მომენტის საშუალო მნიშვნელობის განსაზღვრა [1,5]:

$$\omega_e = \frac{\sum_i \omega_i P_{\vartheta \wedge i}}{\sum_i P_{\vartheta \wedge i}} \quad (1.43)$$

ანუ

$$\omega_e = \frac{\sum_i \omega_i J_i}{\sum_i J_i} \quad (1.44)$$

ჩავწეროთ გასაშუალებების მათემატიკური მოდელები ენერგოსიტემისთვის, რომელსაც აქვს  $n$ -სინქრონული,  $l$ -ასინქრონული მანქანა და  $m$ -ელექტრული ქსელის კვანძი.  $j$ -ური სინქრონული მანქანის მოძრაობის განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} U_{lj} &= R_{lj} I_{lj} + (PE + N_{lj}) \Psi_{lj}; \\ \Psi_{lj} &= L_{lj} I_{lj}; \\ J_j \frac{dw_j}{dt} &= T_{Tj} - \frac{3}{2} (\Psi_{cdj} i_{cuj} - \Psi_{cuj} i_{cdj}), \end{aligned} \quad (1.45)$$

სადაც  $j=1,2,\dots,n$ .

$\nu$ -ური ასინქრონული მანქანის მოძრაობის განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}
U_{I\nu} &= R_{I\nu} I_{I\nu} + (pE + N_{I\nu}) \Psi_{I\nu}; \\
\Psi_{I\nu} &= L_{I\nu} I_{I\nu};
\end{aligned}
\tag{1.46}$$

$$J_{M\nu} \frac{d\omega_\nu}{dt} = \frac{3}{2} L_{adv} (i_{pd\nu} i_{cq\nu} - i_{pq\nu} i_{cd\nu}) - T_{cv},$$

სადაც  $\nu = 1, 2, \dots, l$ .

ყოველი  $j$ -ური ელექტრული ქსელისათვის (მათ შორის სინქრონული და ასინქრონული მანქანების შეერთების კვანძებისათვის) ელექტრული ქსელის სტაციონალური მდგომარეობის განტოლებები აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრეების ბალანსის განტოლებების სახით ჩაიწერება შემდეგნაირად [1,5,22,23]:

$$\begin{aligned}
U_j^2 Y_{jj} \sin \alpha_{jj} \gamma_j + \sum_q U_j U_q Y_{jq} \sin(\delta_{jn} - \delta_{qn} - \alpha_{jq}) + P_{jH}(U_j, \omega_c) + P_{jc} + P_{ja} &= 0; \\
U_j^2 Y_{jj} \cos \alpha_{jj} - \sum_q U_j U_q Y_{jq} \cos(\delta_{jn} - \delta_{qn} - \alpha_{jq}) + Q_{jH}(U_j, \omega_c) + Q_{jc} + Q_{ja} &= 0.
\end{aligned}
\tag{1.47}$$

სადაც  $j=1, 2, \dots, m$ .

განტოლების რიცხვის უცნობთა რიცხვთან შესაბამისობაში მოსაყვანად აუცილებელია სინქრონული, ასინქრონული მანქანების და ელექტრული ქსელის ცვლადების კავშირის დამატებითი განტოლებათა სისტემის შედგენა. სინქრონული მანქანისათვის, რომელიც შეერთებულია  $j$  კვანძთან, ეს განტოლებები ჩაიწერება შემდეგი სახით [5]:

$$\begin{aligned}
P_{jc} &= U_{cdj} i_{cdj} + U_{cqj} i_{cqj}; \\
Q_{jc} &= U_{cqj} i_{cdj} - U_{cdj} i_{cqj}; \\
U_j^2 &= U_{cdj}^2 + U_{cqj}^2; \\
\delta_{jn} &= \delta_{rjn} + \arctg \frac{U_{cqj}}{U_{cdj}}; \\
\frac{d\delta_{rjn}}{dt} &= \omega_j - \omega_n.
\end{aligned}
\tag{1.48}$$

სადაც  $\delta_{rjn}$  – კუთხეა სინქრონული მანქანის  $j$  როტორის ჰორიზონტალურ ღერძსა და გენერატორის ჰორიზონტალურ ღერძს შორის.

ასინქრონული მანქანისთვის, რომელიც მიერთებულია  $\nu$  კვანძზე, კავშირის განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned}
P_{va} &= U_{cdv} i_{cdv} + U_{cdv} i_{cqv} ; \\
Q_{va} &= U_{cdv} i_{cdv} - U_{cdv} i_{cqv} ; \\
U_v^2 &= U_{cdv}^2 + U_{cqv}^2 ; \\
\delta_{vn} &= \arctg \frac{U_{cqv}}{U_{cdv}} .
\end{aligned} \tag{1.49}$$

ორმანქანურ ენერგოსისტემებში სინქრონული მანქანებისთვის მოცემულ განტოლებებს აქვთ შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned}
U_{cdj} &= r_{cj} i_{cdj} + \frac{d}{dt} (L_{dj} j_{cdj} + M_{fj} i_{fj}) - L_{qj} j_{cqj} \omega_j ; \\
U_{cqj} &= r_{cj} i_{cqj} + \frac{d}{dt} (L_{dj} i_{cdj}) - (L_{dj} j_{cdj} + M_{fj} j_{fj}) \omega_j ; \\
U_{fj} &= r_{fj} i_{fj} + \frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} M_{fj} i_{cdj} + L_{fj} i_{fj} \right) ; \\
J_j \frac{dw_j}{dt} &= T_{Tj} - \frac{3}{2} [M_{fj} i_{fj} i_{cqj} + (L_{dj} - L_{qj}) i_{cdj} i_{cqj}] .
\end{aligned} \tag{1.50}$$

სადაც  $j=1,2$ .

ენერგეტიკული ბალანსის განტოლება დატვირთვის კვანძში პარამეტრებით  $r_H$ ,  $L_H$  და ცვლადების კავშირის განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით [1,5,24,25,26,27]:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^2 (u_{cdj} i_{cdj} + u_{cqj} i_{cqj}) + \frac{U_H^2 r_H}{r_H^2 + L_H^2 \omega_c^2} &= 0 ; \\
\sum_{j=1}^2 (u_{cqj} i_{cdj} + u_{cdj} i_{cqj}) + \frac{U_H^2 \omega_c^2 L_H}{r_H^2 + L_H^2 \omega_c^2} &= 0 ; \\
U_H^2 &= u_{cd1}^2 + u_{cq1}^2 ; \\
U_H^2 &= u_{cd2}^2 + u_{cq2}^2 ; \\
\delta_{r12} &= \arctg \frac{u_{cq2}}{u_{cd2}} - \arctg \frac{u_{cq1}}{u_{cd1}} ; \\
\frac{d\delta_{r12}}{dt} &= \omega_1 - \omega_{21} ; \\
\omega_c &= \frac{\omega_1 J_1 + \omega_2 J_2}{J_1 + J_2} .
\end{aligned} \tag{1.51}$$

### 1.3 ენერგოსისტემის სტატიკური მდგრადობა

ამჟამად ენერგოსისტემასთან დაკავშირებულ საკითხთა გამარტივებამ ფართო გავრცელება ჰპოვა.

თუ ლაპარაკია წრფივ მოდელებზე, მაშინ ეს საკითხი შეიძლება გადაწყვეტილი იქნას მახასიათებელი განტოლების ანალიზის საფუძველზე სხვადასხვა მეთოდებით.

ამ ანალიზის მთავარი მიზანია, გაგებული იქნას თავისებურება, რომელიც თან სდევს ენერგოსისტემის მთელ მოდელს, იმისათვის, რომ უფრო საფუძვლიანად მივუდგეთ მის გამარტივებას საერთო შემთხვევაში.

ნაშრომში განიხილება სინქრონული მანქანა, რომელიც მუშაობს უცვლელი სინუსოიდური ძაბვის წყაროზე. იკვლევა შემთხვევა, რომელიც მიახლოებით ასახავს ერთი სინქრონული მანქანის მუშაობას ძალზე მძლავრ წრედში. ენერგოსისტემის განტოლება ჩავწერთ კოორდინატთა სისტემაში, რომელიც ემთხვევა სინქრონული მანქანის როტორის ღერძებს. მოსახერხებელია მათი წარმოდგენა შემდეგი სახით (ფარდობით ერთეულებში) [1,5,26,27]:

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_d}{dt} + Ri_d - (1+S)\Psi_q &= u \sin \delta; \\ \frac{d\Psi_q}{dt} + Ri_q + (1+S)\Psi_d &= u \cos \delta; \\ \frac{d\Psi_p}{dt} + R_p i_p &= u_p; \\ Tj \frac{dS}{dt} + \Psi_q i_q - \Psi_d i_d - M_T(\omega) &= 0,\end{aligned}\tag{1.52}$$

სადაც  $\Psi = \{\Psi_d, \Psi_q, \Psi_p\}$ ,  $i = \{i_d, i_q, i_p\}$ ,  $\Psi_p, i_p$  - სინქრონული მანქანის როტორის ხვიათა ნაკადშერთვებისა და დენების ვექტორებია;  $U_p = \{U_f, 0, \dots, 0\}$ ,  $S = \omega - \omega_0$ ,  $\omega_0$  - ძაბვის სტატორის ხვიაზე დადებული სიხშირეა;  $\delta$  - კუთხეა როტორის განივ ღერძსა და დადებული ძაბვის გამოსახვით ვექტორს შორის, რომელიც აითვლება ძაბვის ვექტორიდან

საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით.  $Tj = j \frac{\omega_{\delta a3}^2}{M_{\delta a3}}$  მექანიკური

მომენტი; სიმარტივისთვის უგულებელყოფელია ამპრავი მექანიზმების გარდამავალი პროცესები.

მახასიათებელ განტოლებას აქვს მე-5 რიგი. ა. ა. გორევის ნაშრომში მცირე პარამეტრების მეთოდის დახმარებით მიღწეულ იქნა მე-5 რიგის საწყისი განტოლება დაშლილიყო დაბალი რიგის სამ განტოლებად:

$$\begin{aligned} p^2 + (\rho_a + \rho_d')p + (1 + \rho_q \rho_a') &= 0; \\ a_4^{(3)} p + a_5^{(5)} &= 0; \\ a_2^{(1)} p^3 + a_{33}^{(2)} p^2 + q_4^{(3)} p + q_4^{(5)} &= 0; \\ p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 &= 0. \end{aligned} \tag{1.53}$$

#### 1.4 ორმანქანური ენერგოსისტემის დინამიკა

ენერგოსისტემების მათემატიკურ მოდელებს შორის პოზიციური მოდელი რჩება ენერგოსისტემის ერთ-ერთ უმთავრეს იდეალიზაციად, რომელსაც კლასიკური ეწოდება.

ასეთი სისტემის დინამიკის საკითხებს, უპირველეს ყოვლისა მდგრადობას, ეძღვნება უამრავი ლიტერატურა, სადაც განიხილება გამოკვლევის სხვადასხვა ასპექტები ციფრული, ანალიტიკური და ხარისხობრივი მეთოდების გამოყენებით. მდგრადობის გამოკვლევისა განხილულ მეთოდებს შორის არის ლიაპუნოვის ფუნქციის მეთოდი. მიუხედავად იმისა, რომ ლიაპუნოვის ფუნქციის მეთოდი უკვე დიდი ხანია გამოიყენება ენერგეტიკაში, ვხვდებით სრულებით უმნიშვნელო რაოდენობის ამოცანებს, რომლებიც ამოხსნილი არიან ამ მეთოდის დახმარებით.

განვიხილოთ ორმანქანური ენერგოსისტემა პოზიციურ იდეალიზაციაში წრფივი დემპფირებით, რომლისთვისაც ამოიხსნება მისი დინამიკის რამოდენიმე მნიშვნელოვანი ამოცანა: წონასწორობის მდგომარეობის სეპარატრისული ზედაპირების უმრავლესობის აღწერა, რომლებიც ზღუდავენ ენერგოსისტემის წონასწორობის მდგომარეობას ასიმპტოტური მდგრადობით და წონასწორობის მდგომარეობის უმრავლესობის გლობალური მიზიდულობის პირობების მიღება. ჩამოთვლილი

ამოცანები ამოიხსნება ლიაპუნოვის I და II მეთოდებით და შედარების ორგანზომილებიანი სისტემის მეთოდით. წრფივად დემპფირებული ორგანზომილებიანი ენერგოსისტემის პოზიციური მოდელის ფარდობითი მოძრაობა გამოისახება შემდეგი სახით [1,5,26,27]:

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_{12} &= \omega_{12}; \\ \omega_{12} &= -\lambda_1 \omega_{12} + (\lambda_2 - \lambda_1) \omega_2 + \mu_1^{-1} P_{m1} - \mu_1^{-1} A_{12} \cos(\delta_{12} - \theta_{12}) - \mu_2^{-1} P_{m2} + \mu_2^{-1} A_{12} \cos(\delta_{12} - \theta_{12}); \\ \dot{\omega}_2 &= -\lambda_2 \omega_2 + \mu_2^{-1} P_{m2} - \mu_2^{-1} A_{12} \cos(\delta_{12} - \theta_{12}),\end{aligned}\quad (1.54)$$

სადაც  $\delta_{12}$ ,  $\omega_{12}$ ,  $\omega_2$ , - სისტემის ფაზური ცვლადებია ( $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ ,  $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\delta_i$ ,  $\omega_i = \delta_i$ ,  $i=1,2$ , - შესაბამისად როტორის აბსოლუტური კუთხე და კუთხური სიჩქარეა  $i$ -ური მანქანისთვის);  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$ ,  $P_{mi}$ ,  $i=1,2$ ,  $A_{12}$ ,  $\theta_{12}$ , - მუდმივებია,  $\mu_i > 0$ ,  $\lambda_i > 0$ ,  $i=1,2$ ,  $A_{12} > 0$ .

(1.54)-ში დავუშვათ  $\delta_{12} = 0$ ,  $\dot{\omega}_{12} = 0$ ,  $\dot{\omega}_2 = 0$ , მაშინ ვღებულობთ წონასწორობის განტოლებას:

$$D_i \omega_2 + \varphi(\delta_{12}) = P_{mi} \quad (i=1,2,) \quad (1.55)$$

რომლებშიც  $D_i = \lambda_i \mu_i \quad (i=1,2,)$

$$\varphi(\delta_{12}) = A_{12} \cos(\delta_{12} - \theta_{12}). \quad (1.56)$$

თუ (1.54) - სისტემის პარამეტრები აკმაყოფილებენ პირობას:

$$\lambda_1 \mu_1 \neq \lambda_2 \mu_2;$$

$$\left| (\lambda_1 \mu_1 P_{m1} - \lambda_2 \mu_2 P_{m2}) / (A_{12} (\lambda_1 \mu_1 - \lambda_2 \mu_2)) \right| \leq 1 \quad (1.57)$$

მაშინ მისი წონასწორობის მდგომარეობა განისაზღვრება თანაფარდობებით:

$$\begin{aligned}\omega_{12}^0 &= 0; & \omega_2^0 &= (P_{m1} - P_{m2}) / (\lambda_1 \mu_1 - \lambda_2 \mu_2); \\ \cos(\delta_2^0 - \theta_{12}) &= (\lambda_1 \mu_1 P_{m2} - \lambda_2 \mu_2 P_{m1}) / (A_{12} (\lambda_1 \mu_1 - \lambda_2 \mu_2))\end{aligned}\quad (1.58)$$

(1.58)-დან გამომდინარეობს, რომ (1.57) პირობისთვის (1.54) სისტემას აქვს წონასწორობის იზოლირებული მდგომარეობის თვლადი სიმრავლე. თუ მისგან გამოვეყოთ წონასწორობის ნებისმიერ მდგომარეობას, აღნიშნული  $(\omega_{12}^*, \omega_2^*, \delta_{12}^*)$ -ით და თუ შევიტანთ გადახრებს:  $z_1 = \omega_{12} - \omega_{12}^*$ ,  $z_2 = \omega_2 - \omega_2^*$ ,  $z_3 = \delta_{12} - \delta_{12}^*$ , ვღებულობთ (1.54) ან (1.55)-ის გათვალისწინებით შემდეგ განტოლებებს:

$$\sigma = z_1;$$

$$z_1 = -\lambda_1 z_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) z_2 + b_1 \Psi(\sigma); \quad (1.59)$$

$$z_2 = -\lambda_2 z_2 + b_2 \Psi(\sigma).$$

$$\text{სადაც } b_1 = A_{12}(\mu_1^{-1} - \mu_2^{-1}), \quad b_2 = A_{12}\mu_2^{-1} > 0.$$

$$\Psi(\sigma) = \sin(\sigma + \alpha) - \sin(\alpha);$$

$$\alpha = \delta_{12}^* - \theta_{12} - \pi/2. \quad (1.60)$$

$$\text{ჩავთვალოთ, რომ: } \lambda_2 \geq 1, \alpha \in (0, \pi/2) \quad (1.61)$$

ამასთან, პირველი განტოლება ყოველთვის შესრულებადია. წონასწორობის მდგომარეობებს  $z_1, z_2$  გადახრებისთვის ექნება შემდეგი სახე:

$$z_i = 0, \quad i = 1, 2, \quad \Psi(\sigma) = \sin(\sigma + \alpha) - \sin \alpha = 0. \quad (1.62)$$

ამ თანაფარდობას მიეყვართ ორადთვლად თანამიმდევრობისკენ წონასწორობის იზოლირებული მდგომარეობისა:

$$\theta_k' = z_i' = 0 \quad i = 1, 2 \quad \sigma_k' = 2k\pi \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (1.63)$$

$$\theta_k'' = z_i'' = 0 \quad i = 1, 2 \quad \sigma_k'' = k\pi - 2\alpha \quad k = \pm 1, \pm 3 \dots \quad (1.64)$$

(1.59), (1.60) სისტემის წრფივ მიახლოებას  $\theta_k'$  წერტილის ახლოს აქვს შემდეგი სახე:

$$\sigma = z_1; \quad z_1 = -\lambda_1 z_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) z_2 + b_1 \cos \alpha (\sigma - \sigma_k');$$

$$z_2 = -\lambda_2 z_2 + b_2 \cos \alpha (\sigma - \sigma_k'). \quad (1.65)$$

ხოლო მისი მახასიათებელი განტოლებები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$\Delta'(\mu) = \mu^3 + \mu^2(\lambda_1 + \lambda_2) + \mu(\lambda_2\lambda_1 - b_1 \cos \alpha) - \cos \alpha [b_1\lambda_2 + b_2(\lambda_2 - \lambda_1)] = 0 \quad (1.66)$$

ამასთან, სისტემის წრფივი ნაწილის მახასიათებელი განტოლება, წონასწორობის მდგომარეობის ფარგლებში  $\theta_k''$  ჩაიწერება ასე:

$$\Delta''(\mu) - \mu^3 + \mu^2(\lambda_1 + \lambda_2) + \mu(\lambda_1\lambda_2 + b_1 \cos \alpha) + \cos \alpha [b_1\lambda_2 + b_2(\lambda_2 - \lambda_1)] = 0 \quad (1.67)$$

ვთქვათ (1.59) (1.60) სისტემების პარამეტრები აკმაყოფილებს პირობას:  $\alpha \in (0, \pi/2)$ ,  $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $b_1\lambda_2 + b_2(\lambda_2 - \lambda_1) < 0$ , მაშინ მას გააჩნია წონასწორობის იზოლირებული მდგომარეობები  $\theta_k'$ ,  $\theta_k''$ , რომლებიც განისაზღვრება (1.63) და (1.64) ფორმულებით, ამასთანავე  $\theta_k'$



წონასწორობის მდგომარეობები ასიმპტოტურად მდგრადებია და ეს ფაქტი განისაზღვრება იმიტომ, რომ  $\theta'_k$  წერტილებში (1.59) და (1.60) სისტემების წრფივი ნაწილის მახასიათებელ განტოლებებს აქვს ფესვები კომპლექსური სიბრტყის ფესვების მარცხენა ღია ნახევარ-სიბრტყეში [26,27].

## 1.5 ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდი ენერგოსისტემის მდგრადობისთვის

არაწრფივი და არასტანდარტული ელემენტების მქონე მაღალი თანრიგის რთულ სისტემებში ლიაპუნოვის ერთიანი ფუნქციის აგება მდგომარეობის ყველა ცვლადისთვის დაკავშირებულია პრაქტიკულად გადაულახავ სიძნელეებთან. ასეთი ამოცანების ამოხსნის ერთ-ერთი გზაა ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის შიშობანა. ლიაპუნოვის ვექტორი-ფუნქცია წარმოადგენს ლიაპუნოვის უფრო მარტივი ფუნქციის  $\theta_i(x_i)$  ნაკრებს, რომელთაგანაც თითოეული შედგენილი იქნება სისტემის (ქვესისტემის) ნაწილისათვის და დამოკიდებულია ცვლადის უმცირეს რიცხვზე. ამავე დროს, მთელი სისტემის მდგრადობის უზრუნველსაყოფად, ბუნებრივია, რომ ქვესისტემებზე და  $\theta_i$  ფუნქციებზე ემატება დამატებითი მოთხოვნები. ამჟამად უფრო მეტად დამუშავებულია ის მეთოდები, რომლებშიც ეს დამატებითი მოთხოვნები დაყვანილია ყოველი  $S_i$  ქვესისტემის ექსპონენციალური მდგრადობის მოთხოვნამდე [28].

ენერგოსისტემების დინამიკური მდგრადობის გამოთვლების ერთ-ერთი ეტაპი დაკავშირებულია გამოსაკვლევი სისტემის ფაზური ცვლადების ავარიის შემდგომი დამყარებული რეჟიმისგან დასაშვები გადახრის აგების აუცილებლობასთან. რიგ შემთხვევაში ეს ამოცანა დაიყვანება გამოსაკვლევი სისტემის მოდელის ავარიის შემდგომი მდგომარეობის მიახლოებით შეფასებამდე. შემოთავაზებულია ლეფ-ის (ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქცია) აგების ორი საშუალება ენერგოსისტემებისთვის:

1) პირველი საშუალება განეკუთვნება ლფ-ის აგებას ლურიის ფუნქციის სახით (კვადრატულ ფუნქციას პლიუს არაწრფივობის ინტეგრალი). ამასთან სისტემის საწყისი მოდელი იშლება რიგ ქვესისტემებად, რომლებიც მოიცავენ ერთი და იგივე ნაწილს (მრავალმანქანური სისტემის განტოლება).

2) მეორე მოდელი განეკუთვნება ლფ-ის აგებას სისტემის ფაზური კოორდინატების წრფივი ფორმის მოდულების სახის კომპონენტებით და განკუთვნილია ისეთი სისტემებისთვის, რომლებიც არ შეიცავენ ერთმანეთთან სუსტად დაკავშირებულ ქვესისტემებს.

ლფ-ის მიხედვით დიფერენციალური განტოლებების ჩაწერისათვის გათვალისწინებულია ენერგოსისტემაში არსებული სიჩქარის რეგულატორის მუშაობა და მრავალმანქანური სისტემების დახასიათებისთვის შემოიტანება შემდეგი დაშვებები:

1) სინქრონული მანქანა იცვლება მუდმივი ემძ-ით, რომელსაც აქვს გარდამავალი რეაქტიული წინაღობა და რომელიც დამოკიდებულია მანქანის ტიპზე და მისი მუშაობის რეჟიმზე;

2) პირველადი ძრავების მომენტები ითვლებიან მუდმივად;

3) დატვირთვაში არის მუდმივი წინაღობები;

4) დემპფირება გაითვალისწინება მუდმივი კოეფიციენტით, რომელიც პროპორციულია სრიალისა;

5) სისტემის სქემის სრული წინაღობები და პასიური ელემენტების გამტარობები ითვლება წრფივად და არ არიან დამოკიდებული ელემენტების მუშაობის რეჟიმზე.

შემდეგი დაშვებების საფუძველზე არაწრფივი მრავალმანქანური ენერგოსისტემის მოძრაობის განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით [28,29]:

$$T_{ji}\ddot{\delta}_i' + D_i\dot{\delta}_i' + P_{ei} - P_{mi} = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (1.68)$$

სადაც  $D_i$  დემპფირების კოეფიციენტია,  $P_{mi}$  - მანქანის ღერძზე მექანიკური სიმძლავრეა,  $T_{ji}$  - ინერციული მუდმივა,  $\delta_i'$ -ი-ური მანქანის როტორის მობრუნების აბსოლუტური კუთხე;  $P_{ei}$  - აქტიური სიმძლავრეებია, რომლებიც განისაზღვრებიან შემდეგი თანაფარდობიდან:

$$P_{ei} = E_i^2 Y_{ii} \sin \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m E_i E_j Y_{ij} \sin(\delta_i' - \delta_j' + \theta_{ij}), \quad (1.69)$$

სადაც  $E_i$  - არის  $i$ -ური სიქრონული მანქანის ემპ;  $Y_{ij}$  - მანქანის თვითგამტარობები  $Y_{ii} = Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m Y_{ij}$ ;  $Y_{ij}$  - ურთიერთგამტარობები;  $\theta_{ii}$ ,  $\theta_{ij}$  - კუთხეები, რომლებიც ავსებენ  $\frac{\pi}{2}$ -ით თვით და ურთიერთგამტარობების კუთხეებს.

ვთქვათ  $\delta_i^0$  - არის (1.68) განტოლების მდგომარეობის ცნობილი კოორდინატები (ავარიის შემდგომი დამყარებული რეჟიმი). ვუშვებთ, რომ  $\delta_i' = \delta_i + \delta_i^0$ ,  $\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_i' = y_i$ , სადაც  $\delta_i - i$ -ური მანქანის როტორის კუთხის გადახრა დამყარებული მნიშვნელობიდან  $\delta_i^0$  და ვუმატებთ რა სიხქარის რეგულატორის განტოლებას, მივიღებთ არჩეული ენერგოსისტემის მოდელის აღგზნებული მიძრაობის განტოლებას:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= y_i; \\ \dot{y}_i &= d_i z_i - d_i y_i - \Psi_i; \\ \dot{z}_i &= -l_i y_i - g_i z_i - \alpha_i y_i, \quad i = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (1.70)$$

სადაც  $a_i$ ,  $d_i$ ,  $l_i$ ,  $g_i \neq 0$ ,  $\alpha_i = \text{const}$ ,  $y_i$  -  $i$ -ური მანქანის როტორის ბრუნვის აბსოლუტური კუთხური სიხქარეა,  $z_i$  - რეგულატორის კოორდინატა; არაწრფივი ფუნქცია  $\Psi_i$  გამოისახება განტოლებით:

$$\psi_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}} a_{ik} \left[ \sin(\delta_i - \delta_k + \delta_i^0 - \delta_k^0 - \theta_{ik}) - \sin(\delta_i^0 - \delta_k^0 - \theta_{ik}) \right] \quad (1.71)$$

სადაც  $\theta_{ik} = \text{const}$ .

ადვილი შესამჩნევია, რომ (1.70) განტოლებას აქვს წონასწორობის ბევრი მდგომარეობა, რაც გამოწვეულია ამ სისტემის მარჯვენა მხარის ნაწილის დამოკიდებულებით კუთხეების სხვაობაზე  $\delta_i - \delta_k$ . ამიტომ დინამიკური მდგრადობის გამოკვლევისას განიხილება ე.წ. მანქანების ურთიერთმიძრაობის განტოლება. მოცემულ შემთხვევაში განიხილება (1.70) განტოლებიდან მიღებული შემდეგი განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{aligned}
\dot{u}_i &= y_i - y_m; \\
\dot{y}_i &= a_i z_i - d_i y_i - \Psi_i'; \\
\dot{y}_m &= a_m z_m - d_m y_m + \Psi_m; \\
\dot{z}_i &= -(\alpha_i a_i + g_i) z_i - (l_i - \alpha_i d_i) y_i + \alpha_i \Psi_i'; \\
\dot{z}_m &= -(\alpha_m a_m + g_m) z_m - (l_m - \alpha_m d_m) y_m + \alpha_m \Psi_m'.
\end{aligned} \tag{1.72}$$

$$U_m = \delta_i - \delta_m, \quad U_i^0 = \delta_i^0 - \delta_m^0,$$

$$\begin{aligned}
\Psi_i' &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{m-1} a_{ik} [\sin(U_i - U_k + U_i^0 + U_k^0 - \theta_{ik}) - \sin(U_i^0 - U_k^0 - \theta_{ik})] + \\
&+ a_{im} [\sin(U_i + U_i^0 - \theta_{im}) - \sin(U_i^0 - \theta_{im})]; \\
\Psi_m' &= \sum_{k=1}^{m-1} a_{mk} [\sin(U_k + U_k^0 + \theta_{mk}) - \sin(U_k^0 + \theta_{mk})], \quad (i = \overline{1, m-1}).
\end{aligned} \tag{1.73}$$

## 2. ბიფურკაცია ენერგოსისტემებში

### 2.1. გაორმაგების ციკლი და ბიფურკაცია ენერგოსისტემებში

როგორც აღვნიშნეთ ბიფურკაცია – ეს არის გადასვლები, რომლებიც შეიძლება მოხდეს სხვადასხვა სახეებს შორის დინამიკური ქცევიდან პარამეტრების ცვლილებისას [34,35].

ბიფურკაციის მოვლება ზოგადი ცნებაა, რომელსაც შეესაბამება შესაძლო ტოპოლოგიური ცვლილებების ქვესიმრავლე და ახასიათებს სისტემის ამონახსნს. ზოგად შემთხვევაში განსახილველ  $X$  ამონახსნთა სივრცე შეიძლება დახასიათდეს გარკვეული ტოპოლოგიით. კერძოდ, რომელიმე მეტრიკული სივრცე შეიძლება შევესაბამოთ  $n$ -განზომილების  $E^n$  ევკლიდურ სივრცეს. თეორიულ ასპექტში შეიძლება განვიხილოთ  $E^n$ -ზე უფრო ზოგადი სივრცე [30].

ბიფურკაციულ ანალიზში გადამწყვეტ როლს თამაშობენ განსაკუთრებული ამონახსნები, რომლებიც შეიძლება დავაჯგუფოთ შემდეგი სახით:

1.  $x_0 = \| X \mid f : x_0 \rightarrow x_0 \|$  - სტაციონალური ამონახსნები.
2.  $X = \| X \mid f : x(0) \rightarrow x(0+T) \|$  - პერიოდული ამონახსნები.
3.  $X_a = \| X \mid f : X_a \rightarrow X \|$  - პირობით - პერიოდული ამონახსნები.

დინამიკური სისტემებისათვის, რომელიც აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, p), \quad (2.1)$$

ამონახსნთა სიმრავლის პირველი შემთხვევა შეესაბამება განტოლებათა სისტემის  $\frac{dx}{dt} = 0$  ამონახსნს, რომელიც წარმოადგენს  $f'(x, p) = 0$  განტოლებათა სიმრავლეს.

მეორე შემთხვევაში ამონახსნი წარმოადგენს ან მარტივ, ან საკმაოდ რთულ ზღვრულ ციკლებს.

ზემოთ ჩამოთვლილ ორ ამონახსნთან შედარებით უფრო რთული ხასიათი გააჩნია ან პირობით-პერიოდულ ამონახსნებს ან ატრაქტორებს, რომელთა საზღვრებს გარეთ ტრაექტორიები არ გადიან. ე. ი.  $X_a \subset X$ .

უკვე ნახსენები განსაკუთრებული ამონახსნები (1,2,3) ხასიათდებიან იმ თვისებებით, რომ მათკენ მიისწრაფიან ყველა რეგულარული ამონახსნები, როცა  $t \rightarrow +\infty$  ან  $t \rightarrow -\infty$ .

მოცემული ამონახსნები წარმოადგენენ სტრუქტურულ მდგრადობას, თუ მეზობელი რეგულარული ამონახსნები პარამეტრების ცვლილებისას იქნება ერთმანეთთან საკმარისად ახლოს [31,32,33,34].

განვიხილოთ დისკრეტული დინამიკური სისტემა, რომელიც მოცემულია შემდეგი განტოლებით

$$X_{n+1} = VX_n(1 - X_n) \quad (2.2)$$

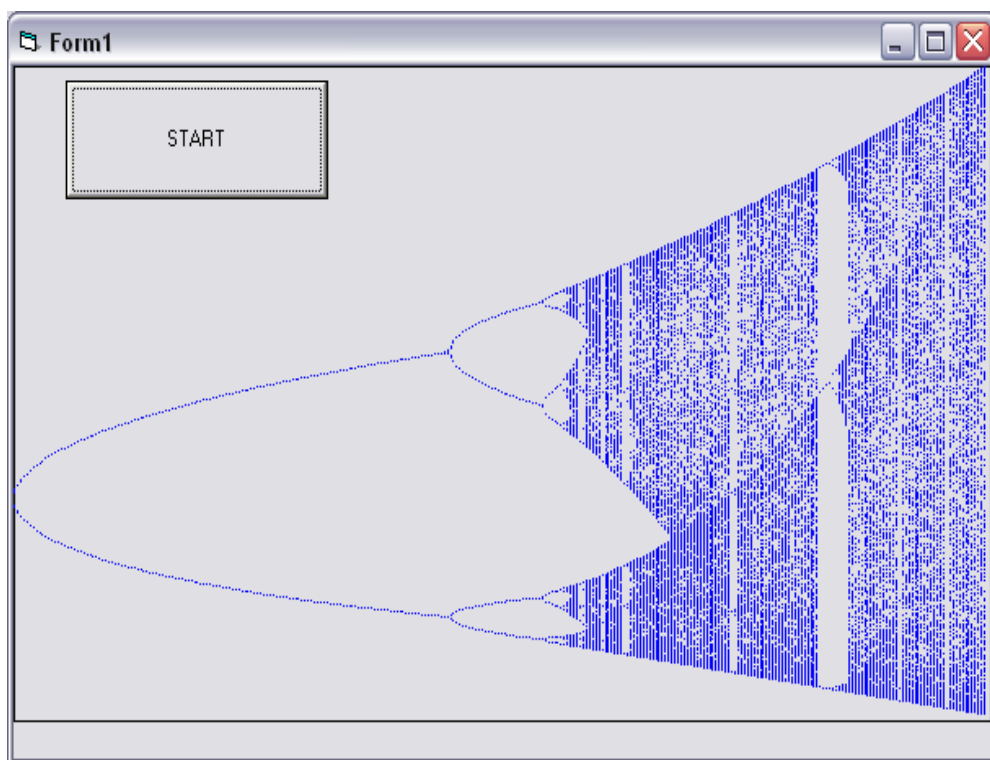
$V$  კოეფიციენტი მართვის პარამეტრია. თუ ინტერვალი 0-დან 4-მდეა, მაშინ ნებისმიერი მნიშვნელობა  $0 \leq X \leq 1$  აისახება ამავე ინტერვალის რომელიმე წერტილში.  $V$ -ს საწყისი მნიშვნელობის მიცემის შემდეგ ადვილად განისაზღვრებიან  $X_1, X_2 \dots$  ცნობილი ფორმულებით [34,35].

$V$ -ზე დამოკიდებულებით ბიჯების გაზრდა იწვევს  $\{X_n\}$ -ის ქცევის ცვლილებას; როცა  $V < 3$ , მაშინ  $\{X_n\}$  მიმდევრობა დადის უძრავ წერტილზე, როცა  $3 < V_1 < V_2$ , მაშინ  $\{X_n\}$  მიმდევრობა ხასიათდება  $T = 2$  პერიოდიანი წანაცვლებით. ატრაქტორები ხდებიან უცნაურნი, როცა  $V$ -ს მნიშვნელობა უახლოვდება 3,5699471860-ს. აქ იწყება ქაოსი. თავიდან მწყობრად განშლადი ხაზები უეცრად იქცევიან ქაოსურ ზიგზაგებად (ნახ. 1). ამასთან უცნაურია ისიც, რომ როცა  $V$ -ს მნიშვნელობა უახლოვდება 4-ს, ქაოსი წყდება. ასეთი წესით მიღებული გამოსახულება არის ბიფურკაციული დიაგრამა. თუ მას შევხედავთ გვერდიდან, გამოჩნდება  $X$  ქაოსური სპექტრი, რომლის დეკორატიული თავისებურებანიც წარმოადგენს გამოცანას, რომლის ამოხსნა შეიძლება მხოლოდ თეორიული საშუალებით.

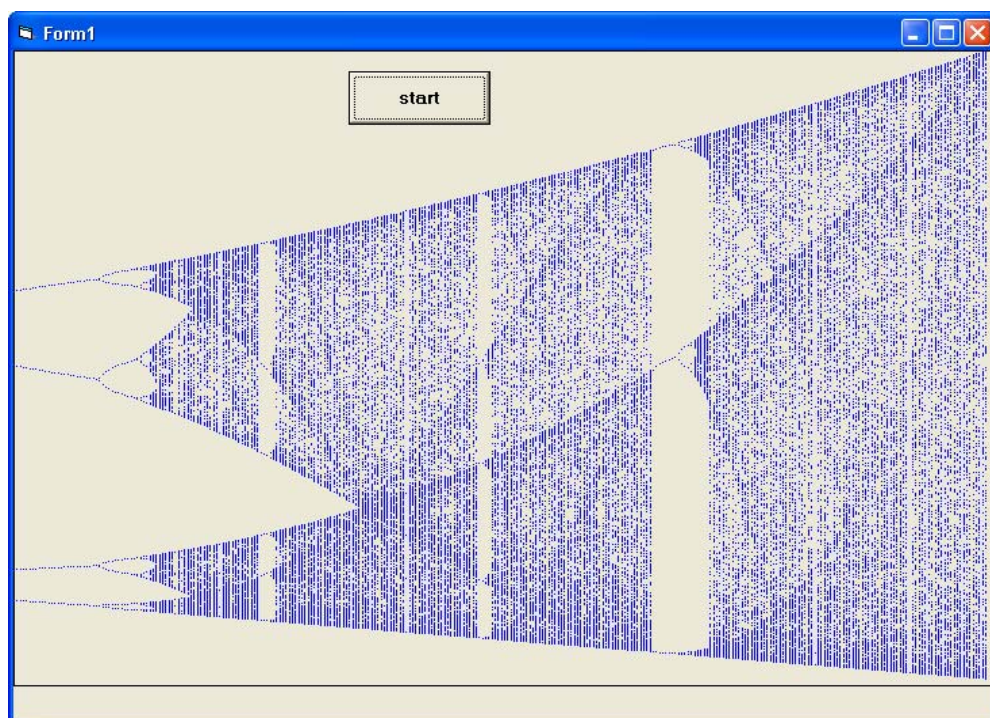
ჰოპფის თეორიის საფუძველზე შემოგვაქვს ჰოპფის ბიფურკაციისა და ზღვრული ციკლების ცნება.

ზღვრული ციკლების კონცეფცია დიფერენციალური გამტოლებების კვლევიდან ჩამოაყალიბა ა. პუანკარემ. ასეთ სისტემებში შეიძლება მივიღოთ რხევები, რომლებიც უბრუნდებიან საწყის მდგომარეობას მცირე შეშფოთების შემდეგ რხევების ნებისმიერი ფაზის დროს. პუანკარემ ასეთ რხევებს მდგრადი ზღვრული ციკლები უწოდა. სისტემებს კი პუანკარეს ოსცილატორები ეწოდებათ.

ა)

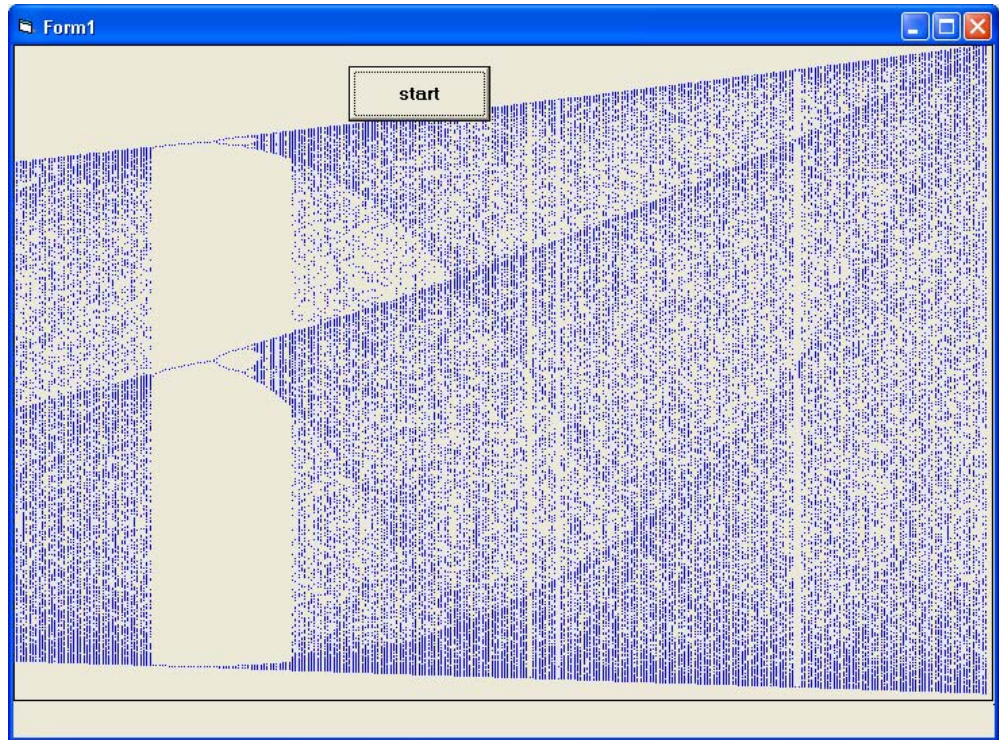


ბ)

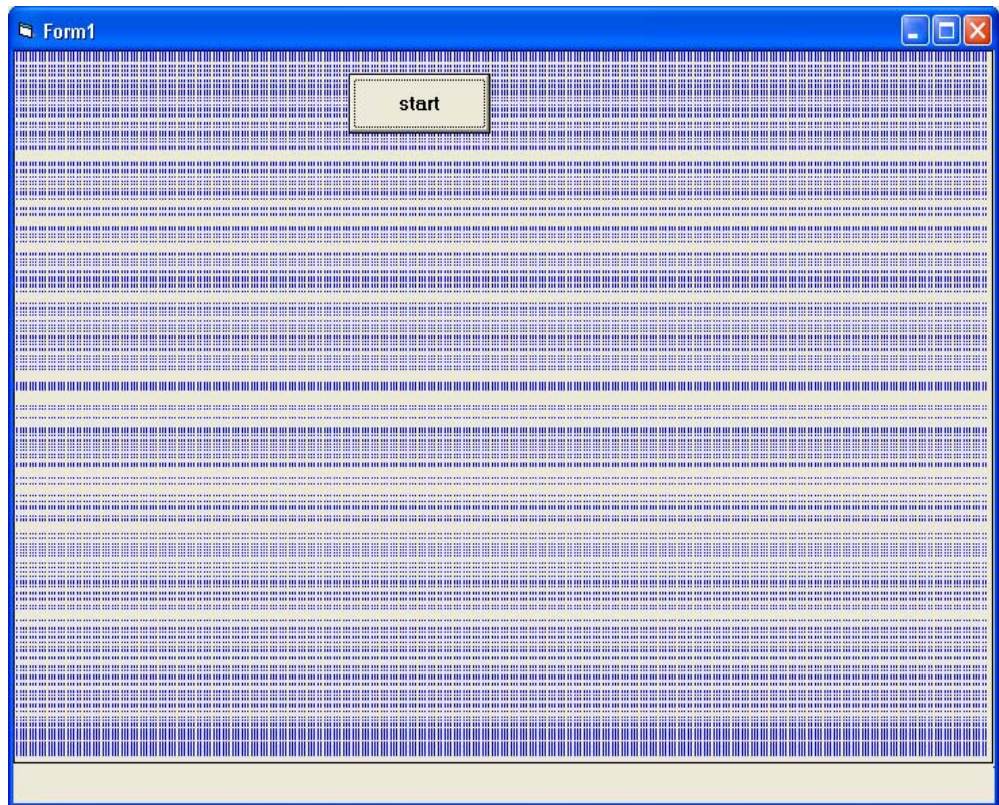




ბ)



გ)



ნახ. 1 ბიფურკაციული დიაგრამა

თუ ჩავთვლით, რომ სისტემა იძლევა ზღვრული ციკლის ტიპის რხევებს, მაშინ შეიძლება გავაკეთოთ წინასწარი დასკვნები ასეთი



სისტემების მდგრადობის შესახებ, მიუხედავად იმისა, ვიცით თუ არა სისტემის აღმწერი განტოლებები.

იმისათვის, რომ ვიმსჯელოთ სისტემის მდგრადობის ან არამდგრადობის შესახებ ზღვრული ციკლის მდგრადობის მიხედვით, უნდა დავადგინოთ ერთგენერატორიან, ორგენერატორიან და სამგენერატორიან სისტემებში ზღვრული ციკლების არსებობის ფაქტი. თუ მცირე შეშფოთებისას ზღვრული ციკლი უბრუნდება საწყის მდგომარეობას, მაშინ სისტემა მდგრადია, თუ არ უბრუნდება – არამდგრადია.

თუ დინამიკური სისტემა დამოკიდებულია პარამეტრზე, ეს პარამეტრი შეიძლება იყოს ტემპერატურა, წნევა, ძაბვა და სხვა ფიზიკური სიდიდეები, მაშინ მათი ცვლილებისას სისტემის დინამიკა იცვლება.

დინამიკური სისტემების პარამეტრების ცვლილებისას შეიძლება შეიცვალოს მდგრადობის წერტილების რიცხვი და მათი მდგრადობა. ასეთი ცვლილებები არაწრფივ სისტემებში, რომლებიც დამოკიდებულია სისტემის პარამეტრის ცვლილებაზე, წარმოადგენს ბიფურკაციის თეორიის საგანს [34].

## 2.2 ჰოპფის ბიფურკაცია ენერგოსისტემაში

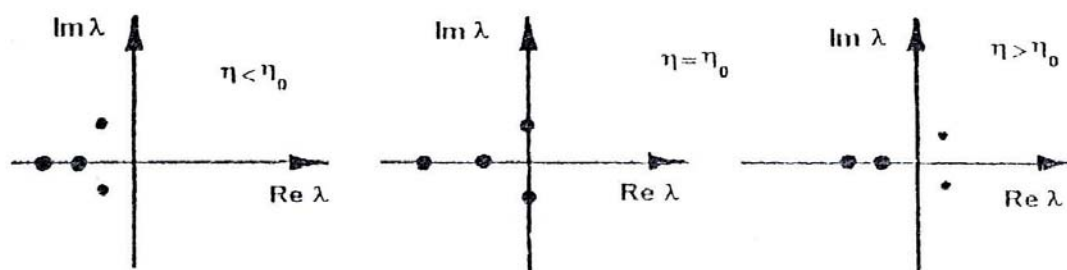
არაწრფივ დინამიკაში ერთი პარამეტრის ვარიაციაზე დამოკიდებული არამდგრადობა წარმოადგენს მდგრად ბიფურკაციას, ვიბრაციული არამდგრადობა კი არის ჰოპფის ბიფურკაცია.

განვიხილოთ ორგანზომილებიანი სისტემა, როცა სისტემის დინამიკა აღიწერება შემდეგი სახის განტოლებებით.

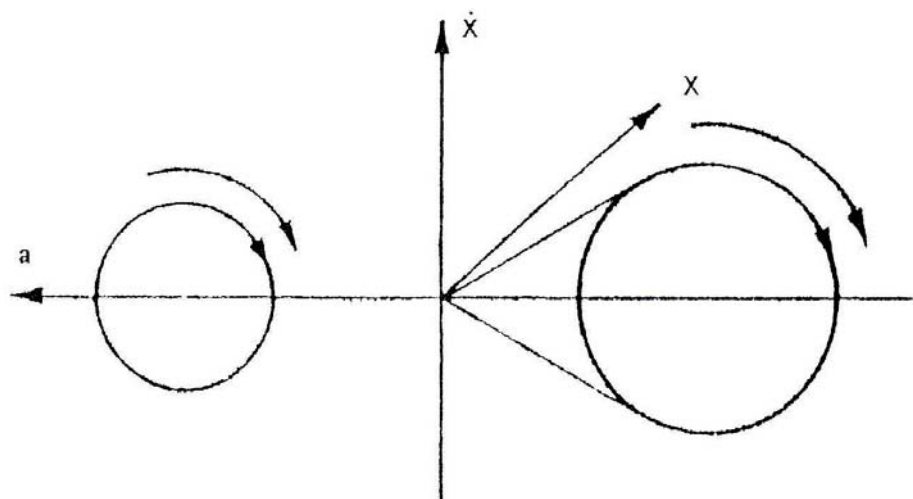
$$\begin{aligned} X_1 &= f_1(X_1, X_2, \eta), & X_1(0) &= X_1^0, \\ X_2 &= f_2(X_1, X_2, \eta), & X_2(0) &= X_2^0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\eta$  პარამეტრის ცვლილებისას იცვლება სისტემის ხარისხი. ამ მნიშვნელობას ეწოდება ბიფურკაციული მნიშვნელობა. ამ წერტილების მახლობლობაში ხდება გადასვლები სტაციონალურ მდგომარეობებს შორის, სტაციონალურ მდგომარეობებსა და ზღვრულ ციკლებს შორის, ან ზღვრულ ციკლებსა და ქაოსს შორის.

ბიფურკაციის მაგალითია ფიზიკურ სისტემებში ზღვრული ციკლების გაჩენა. ამ დროს  $S_1, S_2 = \pm i\omega + y$  ფესვები არ არის ნულის ტოლი და კვეთს წარმოსახვით ღერძს ისე, რომ  $y \geq 0$ . ამ დროს თავიდან ხდება მდგრადი ფოკუსის ბიფურკაცია ზღვრულ ციკლში. კოეფიციენტის ცვლილებამ შეიძლება გამოიწვიოს ზღვრული ციკლის არამდგრადობა (ნახ.2).



ნახ.2 ზღვრული ციკლის არამდგრადობა



ნახ.3 ბიფურკაცია სპირალიდან ზღვრულ ციკლზე

თუ ერთი ნამდვილი მაჩვენებელი  $y$  ხდება დადებითი, მაშინ ძველი ზღვრული ციკლი შეიძლება დაიშალოს რამოდენიმე ზღვრულ ციკლად. ხოლო იმისათვის, რომ იგი შემდგომ დაუბრუნდეს საწყის მდგომარეობას, საჭიროა 2-ჯერ მეტი დრო, ანუ ხდება პერიოდის გაორმაგება, ე.ი. სუბჰარმონიკის გენერაცია.

ნახ.3-ზე მოცემულია ბიფურკაცია სპირალიდან ზღვრულ ციკლებზე. დასმული ამოცანა გადავწყვიტოთ სისტემის აღმწერი განტო-

ლებების ამოხსნით ერთი პარამეტრის ცვლილების დროს. ეს კი იძლევა საშუალებას, რომ მიღებული შედეგები განზოგადდეს და ხელმისაწვდომი გახდეს სხვადასხვა მსგავსი სისტემების კვლევისათვის [34].

ჰოპფის ბიფურკაციული თეორემა ორგანზომილებიანი სისტემისათვის ( $R^2$ ) ჩამოყალიბდება შემდეგნაირად:

ვთქვათ, ფუნქცია  $f_1$  და  $f_2$  4-ჯერ მაინცაა დიფერენცირებადი თითოეული არგუმენტით და  $f_1(0.0.4) = f_2(0.0.4) = 0$  ყველა ნამდვილი  $\eta$ -თვის. ჩავთვალოთ, რომ  $\frac{d}{d\eta}[\operatorname{Re} \lambda(\eta)]_{\eta=0} > 0$ , მაშინ:

1) არსებობს 2-ჯერ დიფერენცირებადი  $\eta, (-\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow R$ . ის, რომ საწყისი წერტილი  $(X^0, 0, \eta(X_1^0))$  ძევს  $2\pi/X(\eta)$  პერიოდიან ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე, რომლის რადიუსიც იზრდება ისე, როგორც  $\sqrt{\eta}$ , როცა  $X_1^0 = 0$ ,  $\eta(0) = 0$ .

2) არსებობს  $(0,0,0)$  წერტილის  $V$  არე  $R^3$ -ში, ისე, რომ ნებისმიერი ჩაკეტილი ტრაექტორია  $U$  არეში არის ზემოთ მითითებული სახის ერთ-ერთი ჩაკეტილი ტრაექტორია.

3) თუ „0“ წერტილი ატრაქტორია, როცა  $\eta = 0$ . მაშინ  $\eta(X_1^0) > 0$  ყველა  $X_1^0 \neq 0$ -თვის და ჩაკეტილი ტრაექტორიები მიიზიდებიან.  $R^2$  სისტემაში ჩაკეტილ ტრაექტორიად ითვლება ნებისმიერი  $X^*$ , აკმაყოფილებს პირობას  $X(t) = X(t+T) = X$  ნებისმიერი  $T > 0$  დროისათვის. წონასწორობის წერტილები ჩაკეტილი ტრაექტორიებია. ჰოპფის თეორიით  $\eta$ -ს 0-დან დაშორებისას ტრაექტორიებმა შეიძლება შეიცვალონ ქცევები, რაც დამოკიდებულია კოორდინატთა სათავეში იაკობის მატრიცის საკუთარი მნიშვნელობის ნამდვილი ნაწილის სიდიდეზე.

პირველი პირობა ნიშნავს კოორდინატთა სათავეში ბიფურკაციას განსაზღვრულ რადიუსიან ჩაკეტილ ტრაექტორიაში ( $\sim \sqrt{\eta}$ ). როდესაც მეორე პირობიდან  $\eta = 0$ , მაშინ წერტილი იყო მიმზიდველი. ხოლო საწყისი ტრაექტორიები, წარმოშობილი ფიქსირებული წერტილებიდან, თავად მიიზიდავენ.

## 2.3 ჰოპფის ბიფურკაცია ერთგენერატორიანი სისტემისთვის

ერთგენერატორიანი სისტემა წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$\frac{dS}{dt} = K(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_*)), \quad (2.4)$$

$$\frac{d\Delta S}{dt} = S(t).$$

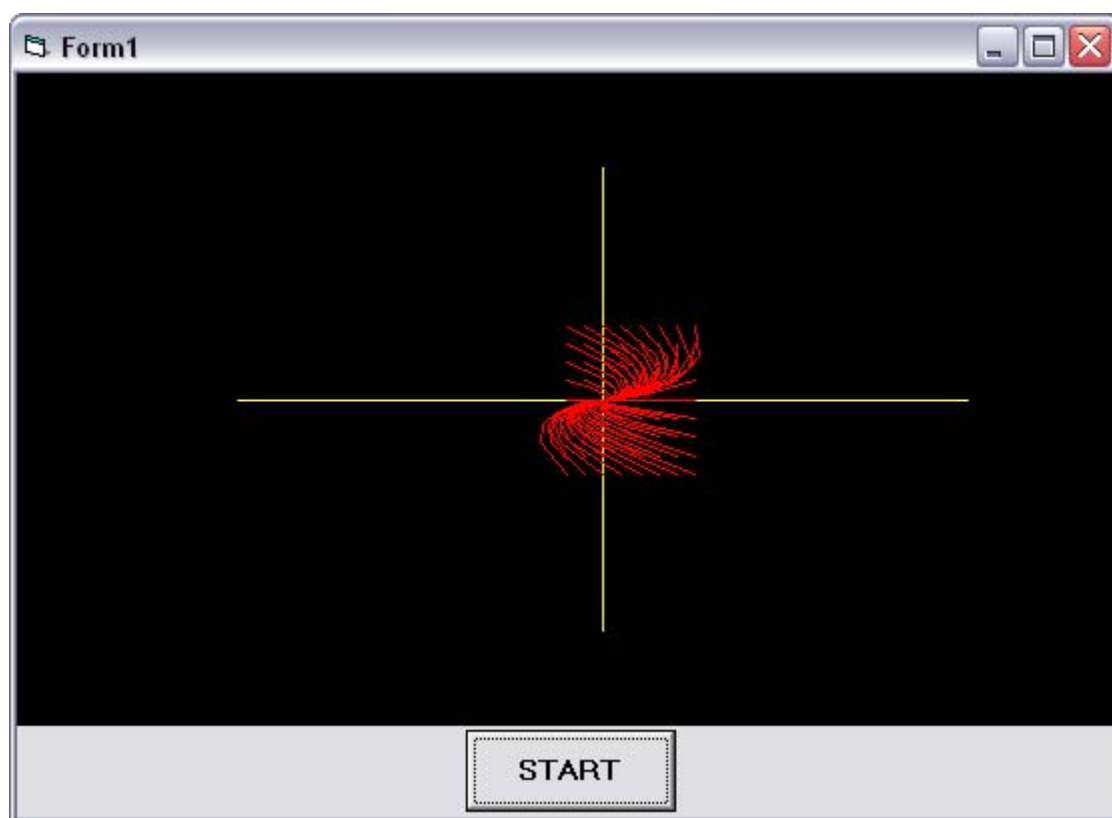
წონასწორობა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$S(t) = 0; \quad K(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_*)) = 0, \quad (2.5)$$

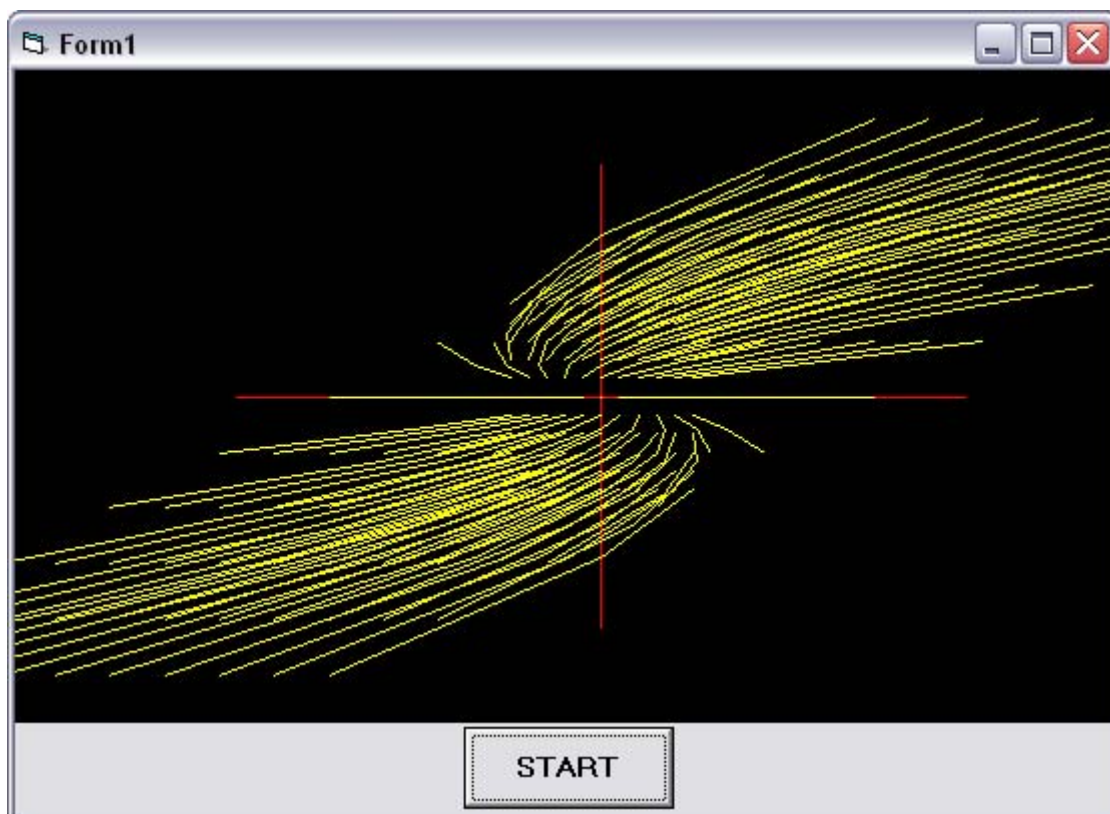
$(0, 0 + 2\pi k)$  წერტილი წონასწორობის წერტილია. გამოვიკვლიოთ  $(0, 0)$  წერტილი. გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ [26,34]:

$$\frac{dS}{dt} = K \cos \delta_* \Delta\delta_*,$$

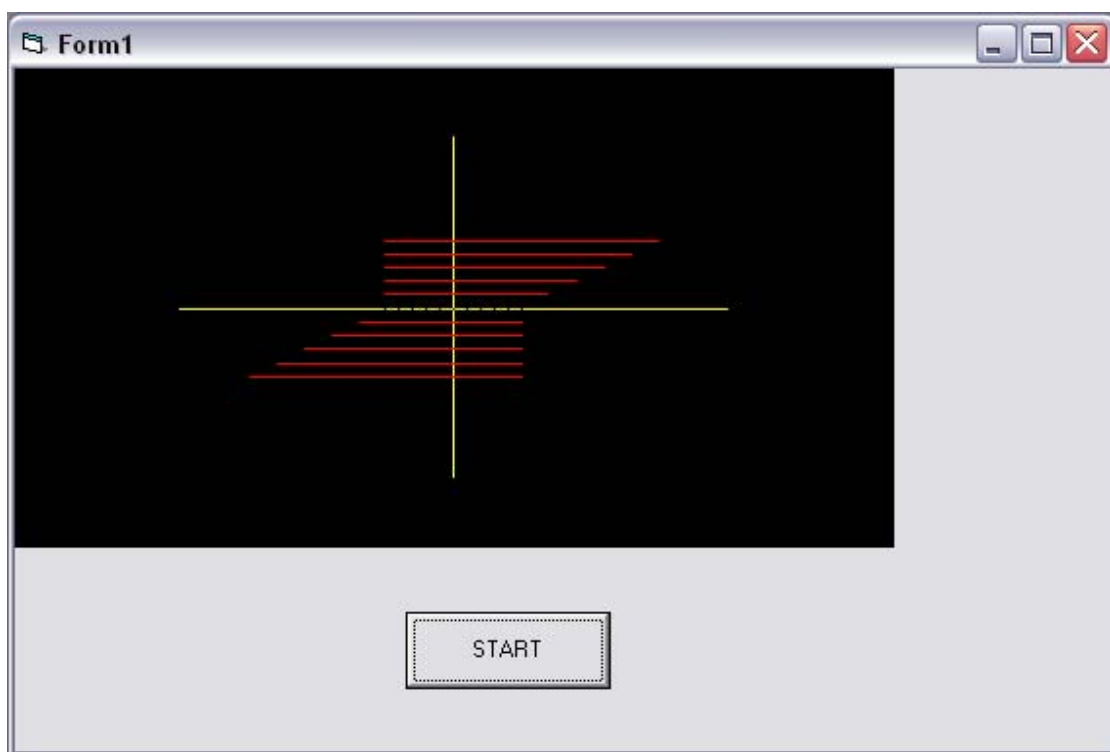
$$\frac{\Delta S}{dt} = S \quad (2.6)$$



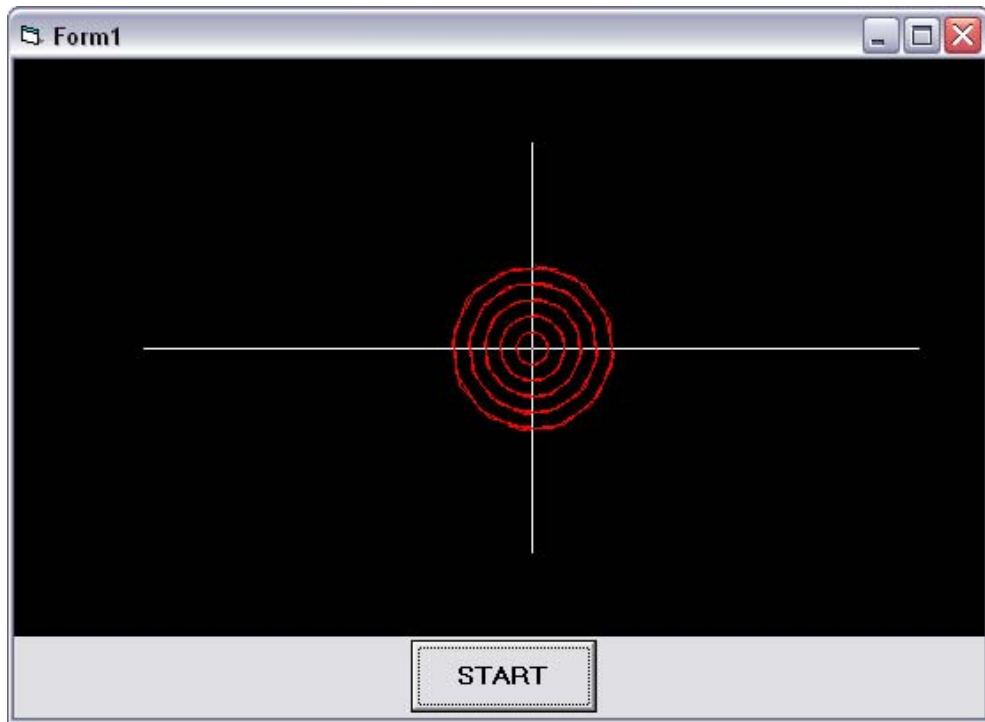
ნახ. 4 გადაგვარებული კვანძი ანუ არამდგრადი წონასწორობა



ნახ. 5 მდგრადი კვანძი



ნახ. 6 არამდგრადი მდგომარეობა



ნახ. 7 ნეიტრალურად მდგრადი მდგომარეობა

ანუ მატრიცული სახით  $(S, \Delta\delta) = t$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} S \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -K \cos \delta_* \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ \Delta\delta \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

$\lambda$ -ს მიმართ მახასიათებელ განტოლებას აქვს სახე:

$$\det \begin{vmatrix} -\lambda & -K \cos \delta_* \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.8)$$

ანუ  $\lambda^2 - k \cos \delta_* = 0$ ;

აქედან

$$\lambda_1 = \sqrt{k \cos \delta_*}, \quad \lambda_2 = \sqrt{k \cos \delta_*} \quad \lambda_1 = \lambda_2.$$

რადიუსი იქნება  $\sqrt{k}$ . მაშინ გვექნება ოთხი შემთხვევა:

1.  $k > 0$ ;  $\lambda_1 = \lambda_2 > 0$  - გადაგვარებული კვანძი - არამდგრადი წონასწორობა. ამონახსნს აქვს სახე (ნახ. 4):

$$S(t) = c_2 e^{-\lambda t}, \quad \Delta\delta(t) = c e^{-\lambda t}.$$

2.  $k > 0$ ;  $\lambda_1 = \lambda_2 < 0$  - მდგრადი კვანძი - ამონახსნს აქვს სახე:

$$S(t) = C_1 e^{-\lambda t}, \quad \Delta\delta(t) = -C_2 e^{-\lambda t}$$

და ისინი აკმაყოფილებენ (2.5) განტოლებას (ნახ. 5).

3.  $k = 0$ ;  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$  - არამდგრადი მდგომარეობა. (ნახ. 6).

ზოგად ამონახსნს აქვს სახე:

$$\Delta\delta = C_1 + C_2 t; \quad S = C_2;$$

4.  $K < 0$ ;  $\lambda_1 = -\lambda_2$  კომპლექსური ფესვებია. მივიღებთ ციკლს - ნეიტრალურად მდგრადი მდგომარეობა (ნახ. 7).

ე.ი, როცა  $k > 0$ , გვაქვს წონასწორობის მდგრადი მდგომარეობა (ნახ. 5).  $k = 0$ -ის დროს - არამდგრადი (ნახ. 6). როცა  $k < 0$  - სისტემა გადადის რხევის რეჟიმში. ის არ არის მდგრადობის დაკარგვა, ანუ ჰოპფის ბიფურკაცია.

ურთიერთდამიკიდებულება  $S$ -სა და  $\Delta\delta$ -ს შორის ყველა შემთხვევისათვის გამოსახულია ეგმ-ზე მოდელირებით (დანართი).

## 2.4 ჰოპფის ბიფურკაცია ორგენერატორიანი ენერგოსისტემისათვის

ორგენერატორიანი სისტემა აღიწერება შემდეგი განტოლებათა სისტემით:

$$\begin{aligned} \frac{dS_1}{dt} &= \frac{E_1 E_2 I_{12}}{I_1} [\sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_{*2} - \delta_{*2})] + \\ &+ \frac{E_1 U I_{1U}}{I_1} [\sin \delta_{*1} - \sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_1)] - T_1 S_1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_2}{dt} &= \frac{E_1 E_2 I_{12}}{I_2} [\sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_{*1} - \delta_{*2} - \Delta\delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2})] + \\ &\frac{E_1 U I_{1U}}{I_2} [\sin \delta_{*2} - \sin(\delta_{*2} + \Delta\delta_{*2})] - T_2 S_2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$\begin{aligned} \frac{E_1 E_2 I_{12}}{I_2} &= K_1; \quad \frac{E_1 U I_{1U}}{I_1} = K_2; \\ \frac{E_1 E_2 I_{12}}{I_2} &= K_3; \quad \frac{E_1 U I_{1U}}{I_1} = K_4. \end{aligned} \quad (2.11)$$

თუ (2.11) აღნიშვნებს შევიტანოთ (2.9)-ში, მივიღებთ:

$$\frac{dS_1}{dt} = K_1[\sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_1 - \delta_{*2} + \Delta\delta_{*2})] + K_2[\sin\delta_{*1} - \sin(\delta_{*2} + \Delta\delta_{*1})] - T_1 S_1; \quad (2.12)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = K_3[(\delta_{*1} + \Delta\delta_1 - \delta_{*2} - \delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2})] + K_4[\sin\delta_{*2} - \sin(\delta_{*2} + \Delta\delta_{*2})] - T_2 S_2.$$

$$\text{აღვნიშნოთ } \frac{d\Delta\delta_1}{dt} = S_1 \quad \frac{d\Delta\delta_2}{dt} = S_2 \quad (2.13)$$

წონასწორობის წერტილი იქნება:

$$(S_1, \Delta\delta_1, S_2, \Delta\delta_2) = (0, 0, 0, 0) \quad (2.14)$$

და ამ წერტილის არეში სისტემას ექნება სახე:

$$\frac{dS_1}{dt} = -K_1 \cdot \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})\Delta\delta_1 - K_2 \cdot \cos(\delta_{*1})\Delta\delta_1 - T_1 S_1 + K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})\Delta\delta_2; \quad (2.15)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = -K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})\Delta\delta_2 - K_4 \cdot \cos(\delta_{*2})\Delta\delta_2 - T_2 S_2 - K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})\Delta\delta_2.$$

ექვტორული სახით  $(S_1, \Delta\delta_1, S_2, \Delta\delta_2)$ -თან მიმართებაში სისტემა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \Delta\delta_1 \\ S_2 \\ \Delta\delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_1 & -K_1(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_2 \cos(\delta_{*1}) & 0 & K_3(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -T_2 & K_3(\delta_{*1} - \delta_{*2}) & 0 & -K_3(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_4 \cos(\delta_{*2}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ \Delta\delta_1 \\ S_2 \\ \Delta\delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

აქედან, მახასიათებელ განტოლებას ექნება სახე:

$$\begin{bmatrix} -T_1 - \lambda & -K_1(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_2 \cos(\delta_{*1}) & 0 & K_1(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -T_2 - \lambda & K_3(\delta_{*1} - \delta_{*2}) & -\lambda & -K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_4 \cos(\delta_{*2}) \\ 0 & 1 & 1 & -\lambda \end{bmatrix} =$$

$$= -\lambda \times \begin{bmatrix} -T_1 - \lambda & -K_1(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_2 \cos(\delta_{*1}) & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ -T_2 & K_3(\delta_{*1} - \delta_{*2}) & -\lambda \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} -T_1 - \lambda & -K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_2 \cos(\delta_{*1}) & K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \\ 1 & -\lambda & 0 \\ -T_2 & K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) & -K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - K_4 \cos(\delta_{*2}) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$3 \times 3$  დეტერმინანტის ამოხსნით და გამარტივებით მივიღებთ:



$$\begin{aligned}
& \lambda^4 + T_1 \lambda^3 + \lambda^2 (K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})) + K_2 \cos(\delta_{*1}) + K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - \\
& - K_4 \cos(\delta_{*2}) + \lambda(T_1 + K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + T_2 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})) - \\
& - K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \cdot K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + (K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2})) + \\
& + K_2 \cos(\delta_{*1}) \cdot (K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) + K_4 \cos(\delta_{*2})) = 0
\end{aligned} \tag{2.18}$$

თუ მიღებული მახასიათებელი განტოლების ამოხსნის შედეგად  $K_1, K_2, K_3, K_4$ , მნიშვნელობებს აღმოაჩნდათ წყვილი შეუღლებული კომპლექსური ფესვები, სისტემაში ადგილი ექნება ჰოპფის ბიფურკაციას, ე.ი. ეგმ-ზე მოდელირებით ფაზურ სიბრტყეზე მივიღებთ ზღვრულ ციკლებს, რომელთაც ფაზურ სივრცეში შეესაბამება ტორი (ნახ. 8).

უპირველესად განვიხილოთ მთლიანად ეს სისტემა ანალიზურად. გავარკვიოთ, პარამეტრების მოცემული მნიშვნელობების დროს მახასიათებელი განტოლება იძლევა თუ არა კომპლექსურ ფესვებს. შემდგომ ის ამოვხსნათ ეგმ-ის საშუალებით და მივიღოთ ფაზური პორტრეტი:

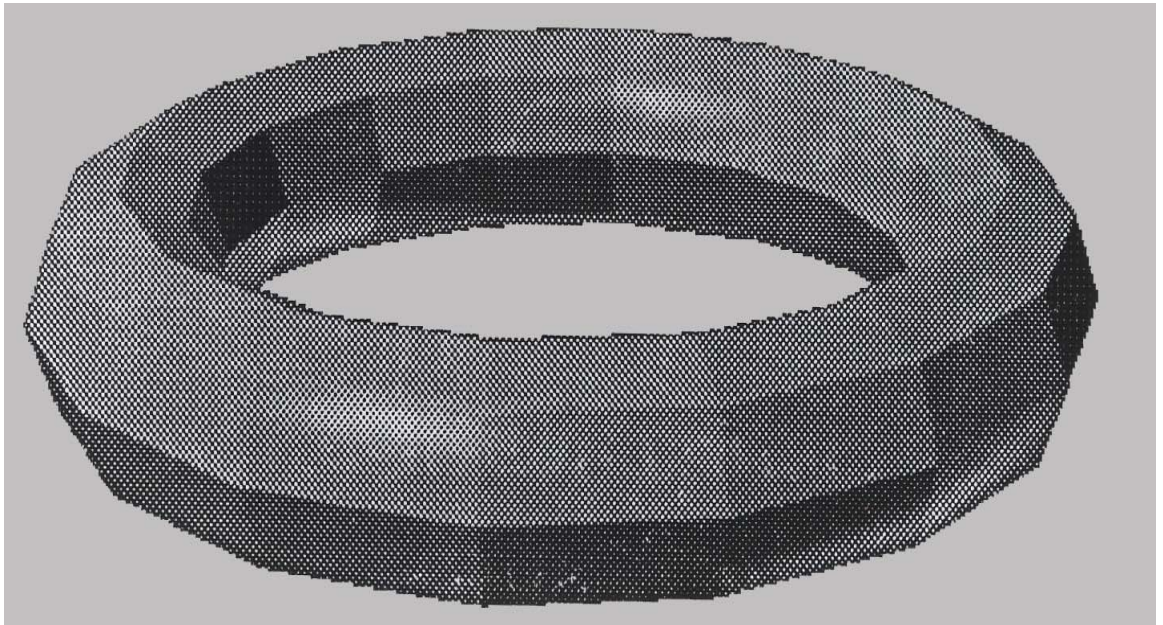
$$\begin{aligned}
\frac{dS_2}{dt} &= -X\Delta\delta_1 + X_2\Delta\delta - X_2 - T_1S_1 + X_1\Delta\delta_2; \\
\frac{d(\Delta\delta_1)}{dt} &= S_1; \\
\frac{dS_2}{dt} &= -X_3\Delta\delta_1 - X_4\Delta\delta X_2 - T_2S_2 + X_1\Delta\delta_2; \\
\frac{d(\Delta\delta_2)}{dt} &= S_2.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

სადაც

$$\begin{aligned}
X_1 &= K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}); \quad X_2 = K_2 \cos(\delta_{*1}); \\
X_3 &= K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}); \quad X_4 = K_4 \cos(\delta_{*2});
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ \Delta\delta_1 \\ S_2 \\ \Delta\delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_1 & -X_1 - X_2 & 0 & X_1 \\ 1 & 0 & O(-T_2) & 0 \\ 0 & X_3 & -T_2 & -X_3 - X_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ \Delta\delta_1 \\ S_2 \\ \Delta\delta_2 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} -T-\lambda & -(X_1-X_2) & 0 & X_1 \\ 1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & X_3 & -T_2-X & -(X_3-X_4) \\ 0 & 0 & 1 & -\lambda \end{bmatrix} = 0, \\
& -\lambda \begin{bmatrix} -(T_1+\lambda) & -(X_1+X_2) & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ 0 & X_3 & -(T_2-\lambda) \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} T_1+\lambda & -(X_1+X_2) & X_1 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ 0 & X_3 & -(X_3+X_4) \end{bmatrix} = 0 \\
& \lambda[\lambda(T_1+\lambda)(T_2+\lambda) + (X_1+X_2)(T_1+\lambda)] + \\
& + \lambda(T_1+\lambda)(X_3+X_4) - X_1X_3 + (X_1+X_2)(X_3+X_4) \\
& \lambda^4 + b\lambda^3 + C\lambda^2 + d\lambda + e = 0 \tag{2.21} \\
& b = T_1 + T_2 \quad c = T_1 + T_2 + X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \\
& d = (X_1 + X_2)T_2 + (X_3 + X_4)T_1 \quad e = X_1X_4 + X_2(X_3 + X_4)
\end{aligned}$$



ნახ. 8 ორგენერატორიანი სისტემის ფაზური ტორი

მივანიჭოთ პარამეტრებს მნიშვნელობები, ჩათვალოთ, რომ  $T_1 = 10$  და  $T_2 = 5$  და ამოვხსნათ მიღებული მახასიათებელი განტოლება:

$$X_1 = K_1 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) = 0,3 \cdot 0,9801 = 0,2940$$

$$X_2 = K_2 \cos(\delta_{*1}) = 0,44 \cdot 0,6216 = 0,2735$$

$$X_3 = K_3 \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) = 0,4 \cdot 0,9801 = 0,3920$$

$$X_4 = K_4 \cos(\delta_{*2}) = 0,66 \cdot 0,7648 = 0,5048$$

$$b=15; C=50+0,2940+0,2735+0,3920+0,5048=1,4643$$

$$d = (0,2940 + 0,2735) \cdot 5 + (0,3920 + 0,5048) \cdot 10 = 11,8055$$

$$e = 0,2940 \cdot 0,5048 + 0,2735 \cdot (0,3920 + 0,5048) \cdot 0,3937$$

(2.9) განტოლების ფესვები ემთხვევა

$$\lambda^2 + (b+a)\frac{\lambda}{2} + Y_1 + \frac{bY-d}{a} = 0 \quad (2.22)$$

კვადრატული განტოლების ფესვებს, სადაც

$$a = \pm \sqrt{8Y_1 + b^2 - 4c} \quad (2.23)$$

ხოლო  $Y_1$  აკმაყოფილებს განტოლებას:

$$8Y_1^3 - 4CY^2 + (2bd - 8e)Y_1 + e(4C - b^2) - d^2 = 0 \quad (2.24)$$

და ეს განტოლება კუბური განტოლების რომელიმე ნამდვილი ფესვია.

(2.22) ასე გადავწეროთ:

$$a_0 X^3 + b_0 X^2 + C_0 X + d_0 = 0 \quad (2.25)$$

სადაც  $X = Y_1$ ;  $a_0 = 8$ ;  $b_0 = -4C = -205,86$ ;  $C_0 = 2bd - 8e = 351,015$ ;

$$d_0 = e(4C - b^2) - d^2 = -146,9052.$$

თუ (2.25)-ს გავეყოფთ  $a_0$ -ზე და შემოვიტანოთ ახალ ცვლადებს შემდეგი სახით:

$$Y = X + \frac{b_0}{3a_0} = Y_1 - 8,5775, \quad (2.26)$$

მივიღებთ შემდეგი სახის კუბურ განტოლებას:

$$Y^3 + 3PY + 2q = 0 \quad (2.27)$$

სადაც

$$P = \frac{C_0}{3a_0} - \frac{b_0^2}{9d_0^2} = -58 = 9485$$

$$q = \frac{b_0^3}{27a_0^3} - \frac{b_0C_0}{6a_0^3} + \frac{d_0}{2a_0} = 451,9653$$

(2.27) განტოლების დისკრიმინანტი  $D = q + p = -1075 < 0$ . რადგან  $D < 0$ , ამიტომ მოცემულ განტოლებას სამი ნამდვილი ფესვი აქვს. ერთ-ერთი მათგანი შემდეგი სახისაა:

$$Y = 2r \cos \frac{\varphi}{3}, \quad (2.28)$$

$$\text{სადაც } r = -\sqrt[3]{p} = -\sqrt[3]{58,9485} = -7,6778;$$

$$\cos \varphi = \frac{q}{r^3} = \frac{-451,9653}{-452,9902} = 0,9977; \quad \varphi = \arccos 0,9977 = 4^\circ,$$

$$\cos \frac{\varphi}{3} = \cos 1^\circ 20' = 0,9977; \quad Y = 2 \cdot 7,6778 \cdot 0,9977 = 15,351$$

(2.26)-ის თანახმად

$$Y_1 = Y + 8,5775 = 15,351 + 8,5775 = 23,9285$$

(2.25)-ის მიხედვით

$$a = \pm \sqrt{191,428 + 225 - 205,86} = 14,511;$$

$$\frac{b+a_1}{2} = 14,7555, \quad \frac{b+a_2}{2} = 14,7555 \quad (2.29)$$

$$Y_1 + \frac{b_r - d}{a_1} = 47,8498, \quad Y_1 + \frac{b_r - d}{a_2} = 0,037$$

(2.20)-სა და (2.25)-ის თანახმად გვაქვს ორი განტოლება:

$$\lambda^2 + 14,7555\lambda + 47,8498 = 0 \quad (2.30)$$

$$\lambda^2 + 0,2445\lambda + 0,0370 = 0 \quad (2.31)$$

(2.30)-თვის მივიღებთ:

$$\lambda_{1,2} = -7,3778 \pm 2,5655$$

ხოლო (2.31)-თვის

$$\lambda_{3,4} = -0,1223 \pm i \times 0,1483$$

ამგვარად მივიღებთ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\lambda_1 = -4,8123; \quad \lambda_2 = -9,9433; \quad \lambda_3 = -0,1223 + 0,1483i; \quad \lambda_4 = -0,1223 - 0,1483i;$$

ზოგადი ამონახსნი რომელიმე ცვლადი სიდიდისათვის ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned}
\xi &= \xi_1 e^{\lambda_1 t} + \xi_1 e^{\lambda_2 t} + \xi_1 e^{\lambda_3 t} + \xi_1 e^{\lambda_4 t} = \\
&= \xi_1 e^{0,0012t} \cdot \xi_1 e^{-50,0044t} \cdot \xi_1 e^{-0,0034t} \cdot \xi_1 e^{-0,0034t} \cdot \xi_1 e^{-1,064it} = \\
&= \xi_1 e^{-0,0012t} + \xi_1 e^{-50,0044t} + \xi_1 e^{-0,003425t} \cdot (\cos 1,064t + i \sin 1,064t) + \\
&+ \xi_1 e^{-0,0034t} (\cos 1,064t - i \sin 1,064t)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$t = 0$  მომენტში მივიღებთ შემდეგ განტოლებებს:

$$\xi = X_1; \quad \frac{d\xi}{dt} = X_2; \quad \frac{d^2\xi}{dt^2} = X_3; \quad \frac{d^3\xi}{dt^3} = X_4. \tag{2.33}$$

ამრიგად, როცა სისტემის მახასიათებელ განტოლებას ნამდვილ ფესვებთან ერთად აქვს კომპლექსურიც, მაშინ მასში მოსალოდნელია ჰარმონიული რხევების არსებობაც, რომლებსაც ფაზურ სივრცეში ზღვრული ზედაპირი ანუ ციკლები შეესაბამება.

ანალიტიკური გამოკვლევებიდან ჩანს, რომ ამ დროს ორგენერატო-რიან სისტემაში მიიღება ჰოპფის ბიფურკაცია.

## 2.5 ჰოპფის ბიფურკაცია სამგენერატორიანი სისტემისათვის

იმისათვის, რომ ვაჩვენოთ სიხშირული არეების ჰოპფის ბიფურკაციის თეორემა მძლავრი ელექტროსისტემებისათვის, გამოვიყენოთ იგი სამგენერატორიანი სისტემისათვის. განტოლებები გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\ddot{Q}_1 + 2D_{12} \sin(\theta_1) + D_{23} \sin(\theta_1 - \theta_2) + D_{13} \sin(\theta_2) + C_{23} \cos(\theta_1 - \theta_2) - C_{13} \cos(\theta_2) = \Delta P_1 \tag{2.34}$$

$$\ddot{Q}_1 + 2D_{13} \sin(\theta_2) + D_{23} \sin(\theta_2 - \theta_1) + D_{12} \sin(\theta_1) + C_{23} \cos(\theta_2 - \theta_1) - C_{12} \cos(\theta_1) = \Delta P_2 \tag{2.35}$$

სადაც  $\theta_1 = \delta_2 - \delta_1$ ;  $\theta_2 = \delta_3 - \delta_1$ ;  $\Delta P_1 = P_2 - P_1$ ;  $\Delta P_2 = P_3 - P_1$ ;  $\delta_1$  და  $P_1$  შესაბამისად აღნიშნავს მანქანურ კუთხეს და სიმძლავრეს.

შეიძლება განისაზღვროს პარამეტრების მნიშვნელობების ჯგუფი, რომლებიც შეესაბამება ბიფურკაციის წერტილებს კონსერვატიულ სისტემაში და მიიღება ჰოპფის ბიფურკაციის ინდიკატორი. ბიფურკაციის ამ წერტილისათვის პარამეტრების მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილში:

| $C_{12}$ | $C_{13}$ | $C$ | $D_{12}$ | $D_{23}$ | $D_{13}$ | $\Delta P_1$ | $\Delta P_2$ | $P_1$  | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|----------|----------|-----|----------|----------|----------|--------------|--------------|--------|------------|------------|
| 0        | 0        | 2   | 1        | 0,577    | 0,577    | 4,042        | 2,887        | -1,155 | 1,047      | 0,523      |

დემპფირების დამატების შემდეგ (2.34), (2.35) განტოლებები დაიყვანება I რიგის განტოლებაზე, სადაც

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -\lambda I \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; \quad C = [I \quad 0],$$

$$g(x, \eta) = \begin{bmatrix} P_2 - \eta - 2D_{12} \sin(\theta_1) - D_{23} \sin(\theta_1 - \theta_2) - D_{13} \sin(\theta_2) - C_{23} \cos(\theta_1 - \theta_2) + C_{13} \sin(\theta_2) \\ P_3 - \eta - 2D_{13} \sin(\theta_2) - D_{23} \sin(\theta_2 - \theta_1) - D_{23} \sin(\theta_1) - C_{23} \cos(\theta_2 - \theta_1) + C_{13} \sin(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\eta = P_1$$

(2.34), (2.35) უნდა გარდაექმნათ უკუგადაცემის ეკვივალენტურ სისტემად:

$$X = AX + BRY + B[(g, \eta) - RY]; \quad Y = CX \quad (2.37)$$

სადაც

$$L(e) = G(S, \eta) \cdot L(U)$$

$$G(S, \eta) = C[SI - (A + BRC)]^{-1} \beta \quad (2.38)$$

$$u = f(e, \eta) = g(-e, \eta) - RY$$

თუ  $R=1$ , რათა არ იყოს ნაიკვისტის კონტურზე ერთგვაროვნება, მაშინ მივიღებთ:

$$G(S) = \begin{bmatrix} \frac{1}{S^2 + YS - 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S^2 + YS - 1} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$f(e, \eta) = g(-e, \eta) + e$$

იაკობიანი  $J = \text{Det} f$  იქნება:

$$\text{Det} f = \begin{bmatrix} \gamma + z & \beta + Y \\ \beta - Y & \gamma - z \end{bmatrix}$$

$$\gamma = D_{12} \cos(e_1) + D_{13} \cos(e_2) + D_{23} \cos(e_1 - e_2) + 1;$$

$$Z = D_{12} \cos(e_1) + D_{13} \cos(e_2) + D_{23} \sin(e_1 - e_2), \quad (2.40)$$

$$\beta = -D_{23} \cos(e_1 - e_2) + [D_{12} \cos(e_1) + D_{12} \cos(e_2)]/2 + [C_{12} \sin(e_1) + C_{13} \sin(e_2)]/2;$$

$$Y = [D_{13} \cos(e_2) - D_{12} \cos(e_1)]/2 + C_{13} \sin(e_1 - e_2) + [-C_{12} \sin(e_1) + C_{13}(e_2)]/2. \quad (2.41)$$

ამგვარად,

$$G(S) \cdot J = \frac{1}{S^2 + YS - 1} \begin{bmatrix} \alpha + z & \beta + Y \\ \beta - Y & \alpha - z \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

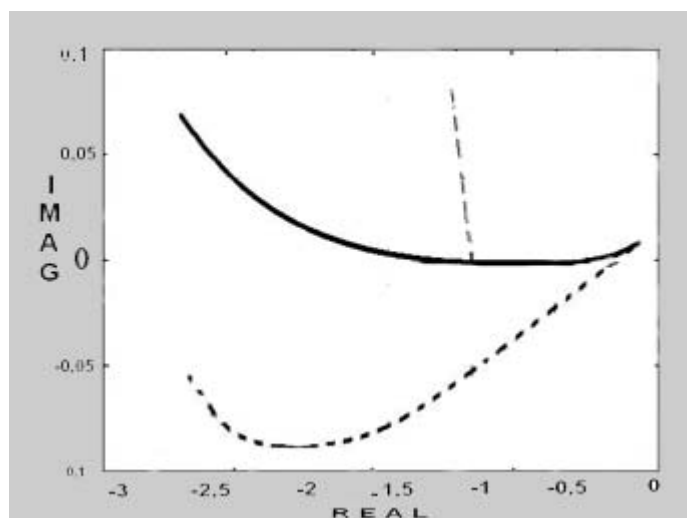
$G(j\omega) \cdot J$  ფუნქციის მახასიათებელი განტოლება იქნება:

$$\lambda(j\omega) = - \left[ \alpha \pm \sqrt{z + \beta - y} \right] \frac{(\omega^2 + 1) + j\omega Y}{\omega^4 (2 + Y)\omega^2 + 1} \quad (2.43)$$

ნათელია, რომ ნახევარწრის პოლუსი განსაზღვრული სმიტ-მაკმილანის [S] ფორმით, არის გახსნილ მარყუჟზე გადაადგილების ფუნქცია.  $G(S) \cdot J$  მატრიცა იქნება [34]:

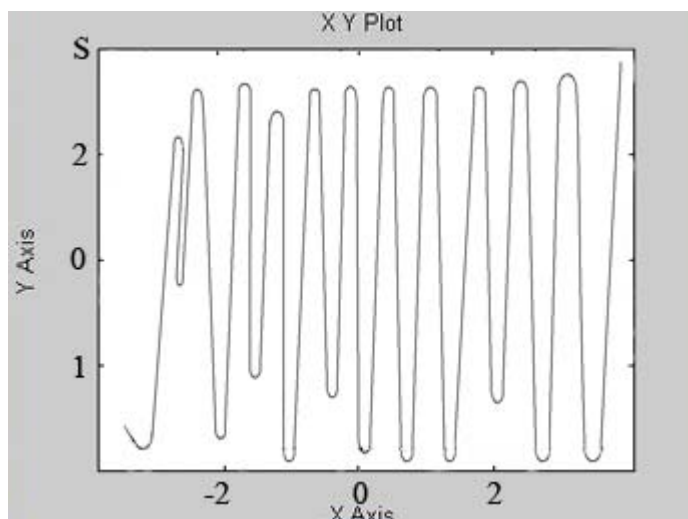
$$P(S) = (S^2 + TS - 1) \quad (2.44)$$

თუ ჩავსვავთ პარამეტრების მნიშვნელობებს ცხრილიდან, როცა  $Y=0,05$ , ეს საკმარისი იქნება საანგარიშოდ და ეგმ-ზე მოდელირებისათვის, რადგან ბიფურკაციის პარამეტრი  $P_1$  იცვლება მისი კრიტიკული მნიშვნელობისას. როცა დემპფირების მნიშვნელობა  $Y=0,05$  და  $P_1$ -ის კრიტიკული მნიშვნელობა დაძრულია – 1,1551-დან დაახლოებით – 1,146-მდე.  $P_1 < -1,146$  – თვის მახასიათებელი შემოწერს (-1,50) წერტილს ორჯერ და აღწევს მდგრად მდგომარეობას. თავიდან კი გრაფიკი მიისწრაფის ამ წერტილისაკენ, ე.ი. სისტემა კონვერგირებს წონასწორობისაკენ, რხევების სიხშირით 1,2 რად/წმ. (ნახ.9)

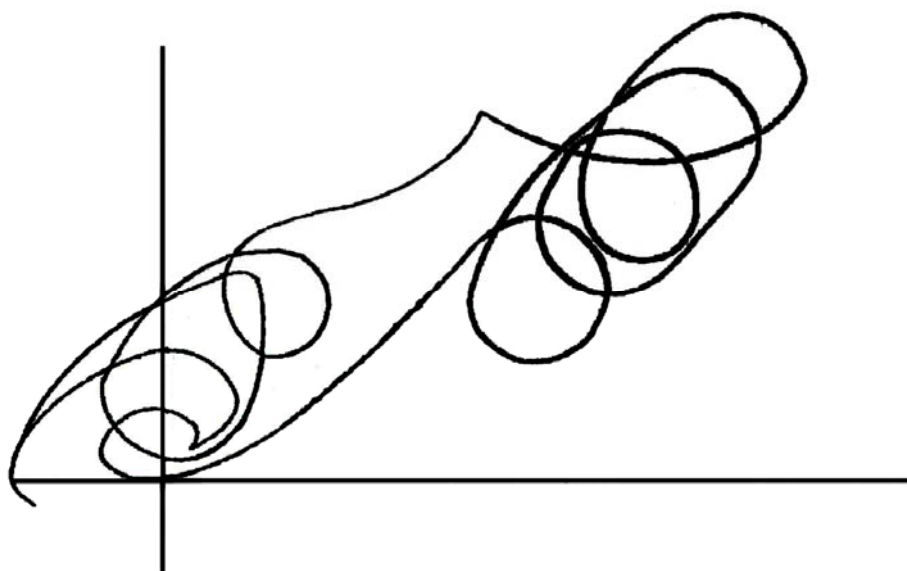


ნახ.9 სამგენერატორიანი სისტემის მოძრაობა წონასწორობისკენ

თუ  $P_1$  გადის კრიტიკულ მნიშვნელობას, ტრაექტორია გაივლის  $(-1,50)$  წერტილზე, მაგრამ არ ემთხვევა მას, ე.ი. აღწერს არამდგრად სისტემას. ეს არის ის შემთხვევა, როცა ფესვები კვეთენ წარმოსახვით ღერძებს. სისტემაში აღვილი აქვს ჰოპფის ბიფურკაციას.

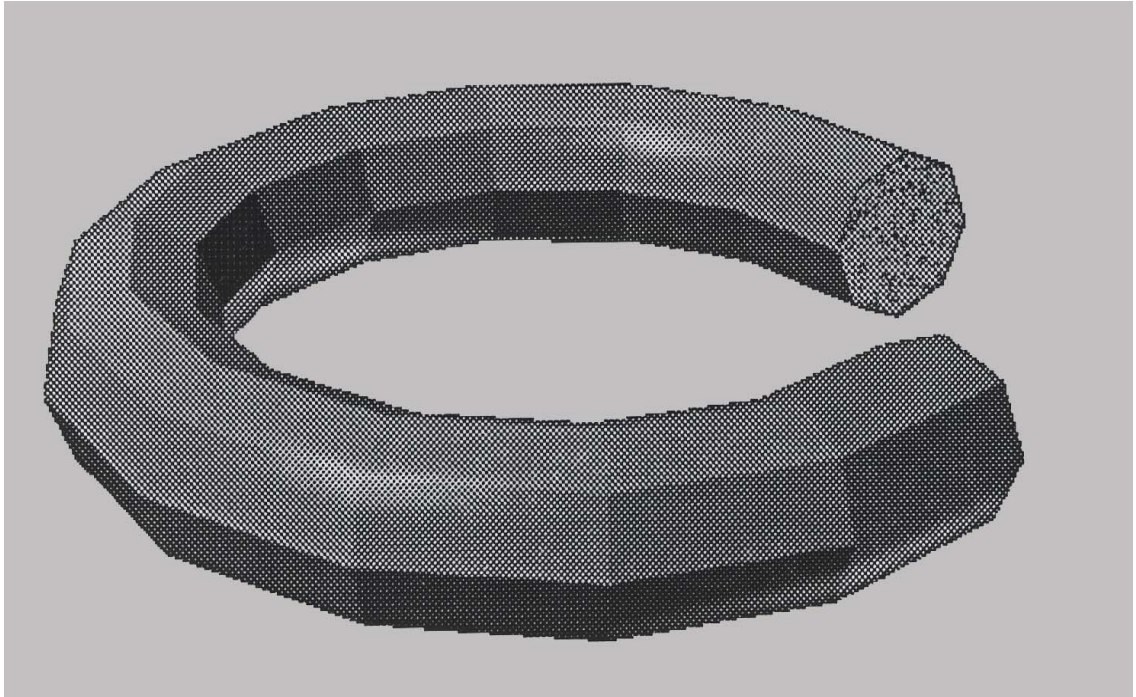


ნახ.10 გარდამავალი პროცესის გრაფიკი სამგენერატორიანი სისტემისთვის



ნახ.11 სამგენერატორიანი სისტემის სახე ფაზურ სიბრტყეზე





ნახ.12 n – განზომილებიანი ტორი

როცა  $P_1=-1,144$ , მაშინ სისტემა მიიწრაფის წონასწორობისაკენ. თუ  $P_1=-1,145$ , მაშინ სისტემა აღწევს წონასწორობას და საბოლოოდ, როცა  $P_1=-1,146$ , სისტემაში აქაც ადგილი აქვს პოპულის ბიფურკაციას.

ამ ექსპერიმენტის გარდამავალი პროცესის გრაფიკი და ფაზურ სიბრტყეზე მისი სახე მოცემულია (ნახ.10) და (ნახ.11), ხოლო (ნახ.12)-ზე კი - ექსპერიმენტის საბოლოო შედეგები: n-განზომილებიანი ტორი.

### 3. ქაოსი ენერგოსისტემებში

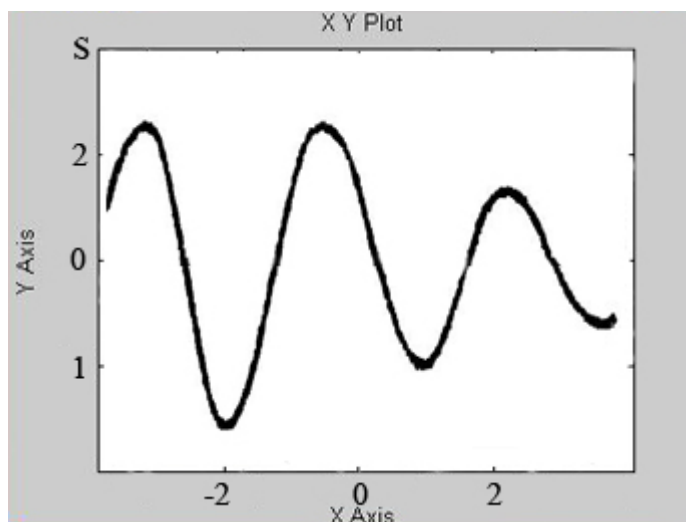
#### 3.1 საერთო ცნობები ქაოსის შესახებ

ქაოსი დინამიკურ სისტემებში – ეს არის ერთ-ერთი ძირითადი პრობლემა რხევების არაწრფივი თეორიისა. კვლევები ამ მიმართულებით მიმდინარეობს როგორც რიცხვითი, ასევე ნატურალური ექსპერიმენტებით.

რხევით სისტემაში მოძრაობის ხასიათის შესასწავლად და ატრაქტორის არსებობის დასადგენად გამოიყენება შემდეგი მეთოდები;

1) გამოსაკვლევი დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრირება გარდამავალი პროცესის უარყოფით.

შედეგად ვღებულობთ ერთ ან რამდენიმე  $X(t)$  ფაზური ცვლადის დროში ცვლილების სურათს. (ნახ. 13.)-ზე მოცემულია ატრაქტორის რეჟიმში მომუშავე არაწრფივი ინერციული გენერატორისათვის ზემოთ აღნიშნული დროითი რეალიზაცია [34]:



ნახ. 13. ატრაქტორის რეჟიმში მომუშავე არაწრფივი ინერციული გენერატორის გარდამავალი პროცესი

2) ფურიეს გამოკვლევა.

ხორციელდება მიღებული რხევების სპექტრებით, ან ნატურალურ ექსპერიმენტებში სპექტრ-ანალიზატორის გამოყენებით, ან კიდევ

განტოლების ინტეგრირებით ეგმ-ზე სპეციალური პროგრამით და ფურიეს სწრაფი გარდაქმნით.

სისტემაში რხევების ევოლუციისას პერიოდულიდან ქაოსურისაკენ, ერთი ან რამოდენიმე მმართველი პარამეტრის ცვლილებისას, სპექტრში შეიძლება დავაკვირდეთ ჰარმონიკების დონეების ზრდას, შემდეგ კი სუბჰარმონიკების წარმოშობას (რხევების პერიოდის ბიფურკაცია) და ქაოსის დროს ჩნდება სრული სპექტრი, რომელშიც ჩანს სისტემის მახასიათებლები.

3) ქაოსური რხევების კორელაციური ფუნქციის კვლევა.

ვინერ-ხინჩინის თეორემის ძალით სრული სპექტრის არსებობისას, ნებისმიერი ცვლადისათვის მიიღება კორელაციის ფუნქციის დადმავალი ხასიათი [34].

4) დადებითი ენტროპია დინამიკურ სესტემებში.

იგი ითვლება ქაოსის ერთ-ერთ კრიტერიუმად, რომელიც ახასიათებს ფაზური ტრაექტორიების საშუალო სიჩქარეს ატრაქტორში:

$$K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{M(\varepsilon, t)}{t}, \quad (3.1)$$

სადაც,  $\varepsilon$  - გაზომვის ცდომილებაა,  $t$  - დაკვირვების დრო,  $M$  - ტრაექტორიების მაქსიმალური რიცხვი, რომელთა შორის მანძილიც მეტია  $K$ -ზე. ე.ი. თუ ტრაექტორიები მდგრადია ლიაპუნოვის მიხედვით, ანუ ახლო მდებარე საწყისი გამომსახველები არ შორდებიან ერთმანეთს, მაშინ  $K=0$ .

5) დისპერსიის  $D^2 = (X - \bar{X})^2$  განსაზღვრა და ჰისტოგრამების აგება.

ეს ხორციელდება, მაშინ, როცა ატრაქტორი იკვეთება სიბრტყესთან, რომელსაც პუანკარეს სიბრტყე ეწოდება. ამ დროს მმართველი პარამეტრის ცვლილებისას შეიძლება ფაზური სივრცის ზომების 1-ით შემცირება და მასზე რხევების ევოლუციის სურათის მიღება პერიოდულიდან ქაოსურამდე. ამ დროს შეიძლება სივრცული და დროითი დისკრეტიზაციის განხორციელება [1,5,26,34].

წინამდებარე სამუშაოში გამოყენებული მაქვს დროითი დისკრეტიზაცია, რადგან ის სივრცული დისკრეტიზაციისაგან განსხვავებით ამარტივებს დასმული პრობლემის გადაჭრას.

განვიხილოთ  $\varepsilon$  დროითი დისკრეტიზაცია, როდესაც ხდება გადასვლა უწყვეტი დროითი დინამიკური სისტემიდან:

$$\dot{X}=F(X), F: R^d \rightarrow R^d, F \in C^2(R^d) \quad (3.2)$$

გარდასახვაზე  $f \in R^d$ . საინტერესოა, თუ რამდენად ინარჩუნებს მოცემული (3.2) სისტემა თავის ძირითად მახასიათებლებს საკმაოდ მცირე დისკრეტიზაციის დროს. კარგადაა ცნობილი დიფერენციალური განტოლებებიდან ასახვაზე გადასვლის ზუსტი მეთოდები: ესაა  $\varepsilon$  დროით ტრაექტორიაზე ძვრის ოპერატორი და პუნკარეს ასახვა რაღაც ზედაპირის მიმართ, რომელიც ტრანსვერსალურია სისტემის ტრაექტორიებთან.

პრაქტიკაში გამოყენებულია დროითი დისკრეტიზაციის შემდეგი მიახლოებითი მეთოდები: ეილერის მეთოდი, ცენტრალური სხვაობების მეთოდი, შტერმერის მეთოდი და ა. შ.

სივრცული დისკრეტიზაციისაგან განსხვავებით, სადაც ტიპიურ ეფექტს წარმოადგენს არამდგრადი ციკლების სტაბილიზაცია – სტოქასტიკურობის დაშლა, დროითი დისკრეტიზაციისას შესაძლებელია ქაოსურობის გაჩენა.

დავუშვათ, (3.2) სისტემას აქვს ორი გადაუგვარებელი უძრავი წერტილი, რომელთა შორისაც ერთ-ერთი არამდგრადია. მაშინ ეილერის მეთოდით დისკრეტიზაციისას ანუ  $f_\varepsilon(X) = X + \varepsilon F(X)$  ასახვაზე გადასვლისას, მოიძებნება ისეთი  $\varepsilon_0 > 0$ , რომ ყველა  $\varepsilon > \varepsilon_0$  დისკრეტიზირებული სისტემა ქაოსურია ლი-იორკეს მიხედვით.

ერთ-ერთ ძირითად ნაკლოვანებად ამ შემთხვევაში წარმოგვიდგება ის, რომ ქაოსურობა ჩნდება დისკრეტიზაციის  $\varepsilon$  პარამეტრის მხოლოდ საკმაოდ დიდი მნიშვნელობისას, რომლის დროსაც განსაკუთრებული წერტილების ტიპი შეიძლება განსხვავდებოდეს საწყისი სისტემისაგან. ამ ნაკლოვანების ნაწილობრივი აცილება შეიძლება შემდეგნაირად:

ვთქვათ  $d=1$ ,  $F(X)=X(1-X)$ , მაშინ ცენტრალური სხვაობებით დისკრეტიზაციის დროს, ე.ი. ორგანზომილებიან ასახვაზე  $f(\varepsilon(U,V)) = (V + 2\varepsilon F(U), U)$  გადასვლისას, ნებისმიერი  $\varepsilon > 0$ -თვის, დისკრეტიზირებული სისტემა ქაოსურია ლი-იორკეს მიხედვით.

გეომეტრიული თვალსაზრისით, ამ დროს ნებისმიერი  $\varepsilon > 0$ -თვის (1,1) წერტილის მდგრადი და არამდგრადი მრავალსახეობები ტრანსვერსალურად იკვეთებიან შესაბამისად არამდგრად და მდგრად (0,0) წერტილის მრავალსახეობებთან, რაც იწვევს ქაოსს. მაგრამ ამ დროს დისკრეტულ დროითი სისტემა მნიშვნელოვნად განსხვავდება საწყისი სისტემისაგან ძირითადი მახასიათებლებით (ფაზური სეგრცის განზომილება, განსაკუთრებული წერტილების ტიპი ა.შ.)

ეგმ-ზე მოდელირებით შეიძლება გამოვიკვლიოთ ქაოსის ჩასახვა ენერგოსისტემებში. რიცხვით ანალიზს საფუძვლად უდევს სხვადასხვა სქემები, ამიტომ ეს გვაიძულებს დიფერენციალური განტოლებებიდან გადავიდეთ სხვაობითი სახის განტოლებებზე. სისტემის მოძრაობის დისკრეტული განტოლება იძენს სტოქასტიკურობას ნებისმიერი დისკრეტიზაციისას, როცა კი საწყისი განტოლება ზუსტად ინტეგრირდება. ეს ნიშნავს, რომ დისკრეტულ განტოლებებზე გადასვლა ექვივალენტურია გარეშე პერიოდული ძალის დამატებისა.

განვიხილოთ ენერგოსისტემებში ქაოსის ჩასახვა და განვითარების პროცესი. ქაოსური მოძრაობა განვიხილოთ, როგორც ფაზური ტრაექტორიები სიბრტყეზე, რომლის ღერძებად არჩეულია: დადგენილი რეჟიმებიდან გადახრის კუთხე და შესაბამისი სრიალი. ეს ტრაექტორიები მიღებულია სამგანზომილებიანი სივრცის კვეთით, რომლის მესამე ღერძად მიღებულია ინტეგრირების ბიჯის სიდიდე. ეს უკანასკნელი ასრულებს გარეშე პერიოდული ძალის და მმართველი პარამეტრის როლს.

n-გენერატორებისათვის კვლევის ობიექტი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$I_i \frac{dS_i}{dt} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \cos(\delta_{*i} - \delta_{*j}) \cdot \sin(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j) + \\ + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \sin(\delta_{*i} - \delta_{*j}) \times [1 - \cos(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j)],$$

$$\frac{d\Delta\delta_i}{dt} = S_i \quad (3.3)$$

სადაც  $I$  – ელექტრული მანქანის ინერციის მუდგოვაა;  $\delta_*$  - მოცემულ რეჟიმში კვანძის სიდიდეა;  $\Delta\delta$  - მოცემული მნიშვნელობებიდან

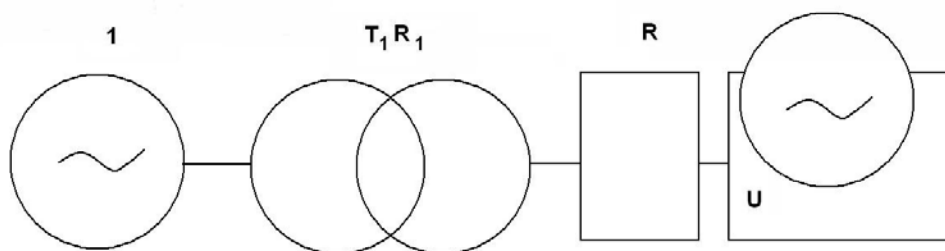
გადახრის კუთხის სიდიდეა;  $E$  – გენერატორების ემძ;  $Y$  – განშტოებების ურთიერთგამტარობა;  $S$  – სრიალი.

განვიხილოთ ერთგენერატორიანი – “გენერატორი-უსასრულო სიმძლავრის სალტე”, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი სისტემები.

### 3.2 ქაოსი ერთგენერატორიან ენერგოსისტემაში

ერთგენერატორიანი სისტემებისათვის მოძრაობის განტოლებას სისტემაში „გენერატორი-უსასრულო სიმძლავრის სალტე“ კონსერვატიული იდეალიზაციისათვის ექნება სახე (ნახ. 14):

$$I \frac{dS}{dt} = -EUY \cos \delta_* \sin \Delta\delta + EUY \sin \delta_* (1 - \cos \Delta\delta). \quad (3.4)$$



ნახ. 14 „გენერატორი-უსასრულო სიმძლავრის სალტე“ -ს ბლოკ-სქემა

მოცემული მოდელისათვის ლიაპუნოვის ფუნქციას ექნება სახე [34]:

$$V = \frac{1}{2} IS^2 + EUY \cos \delta_* (1 - \cos \Delta\delta) - EUY \sin \delta_* (1 - \cos \Delta\delta) \quad (3.5)$$

სისტემაში „გენერატორი-უსასრულო სიმძლავრის სალტე“ შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$EUY = A \quad (3.6)$$

შეშფოთებაზე მიღებული შეზღუდვის გათვალისწინებით მივიღოთ, რომ  $S=0$ , საიდანაც,  $V = A \cos \delta_* (1 - \cos \Delta\delta) - A \sin \delta_* (\Delta\delta - \cos \Delta\delta)$

ქაოსის შესასწავლად ერთგენერატორიან სისტემაში, გარდავყმნათ (3.4), მივიღებთ:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{EUY}{I} (\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta)). \quad (3.7)$$

(3.7)-ის ამონახსნი განვიხილოთ გრაფიკული მეთოდებით, დროისა და ფაზური პარამეტრების დამოკიდებულებაში. ამ დროს უნდა

დადგინდეს მდგრადობის საზღვრები კუთხის მაჩვენებლით, რომელიც დგინდება ზღვრული ციკლებისა და ატრაქტორების ბიფურკაციის იერარქიით. (3.7) წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{EUY}{I}(-\cos \delta_* \sin \Delta\delta + \sin \delta_* - \sin \delta_* \sin \Delta\delta) = \frac{EUY}{I}(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta));$$

$$\delta_* = DD; \quad \Delta\delta = D; \quad \frac{EUY}{I} = K; \quad \Delta t = T;$$

$$\frac{S_{n+1} - S_n}{\Delta t} = \frac{EUY}{I}(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_n)); \quad (3.8)$$

$$S_{n+1} = S_n + \Delta t \frac{EUY}{I}(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_n));$$

$$S_{n+1} = S_n + TK \frac{EUY}{I}(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_n));$$

$$\frac{\Delta\delta_{n+1} + \Delta\delta_n}{\Delta t} = S_{n+1}.$$

$$\Delta\delta_{n+1} = \Delta\delta_n + TS_{n+1};$$

$$S_{n+1} = S_n + TK(\sin \delta_* - \sin(\delta_* + \Delta\delta_n)); \quad (3.9)$$

$$\Delta\delta_{n+1} = \Delta\delta_n + TS_{n+1}.$$

(3.9) განტოლება წარმოადგენს ალგორითმს, რომლის მიხედვითაც ავაგე ფაზური პორტრეტი ამოცანის დისკრეტიზაციით. პროგრამა უზრუნველყოფს ფაზური პორტრეტების აგებას საწყისი პირობების ცვლილებისას. საწყისი პირობები პროგრამის ტანში იცვლებიან ციკლში (ნახ. 15). ფაზური პორტრეტებიდან ჩანს, რომ სისტემის მოძრაობის დისკრეტული ანალოგი იძენს სტოხასტურობის უბანს  $T(s)$  დისკრეტიზაციის ნებისმიერ ბიჯზე. ამ დროს საწყისი განტოლება ზუსტად ინტეგრირდება. ეს ნიშნავს, რომ გადასვლა მოძრაობის დისკრეტულ განტოლებებზე (3.9), ექვივალენტურია გარე პერიოდული ძალის დამატებისა, რომელიც განპირობებულია დისკრეტიზაციით.

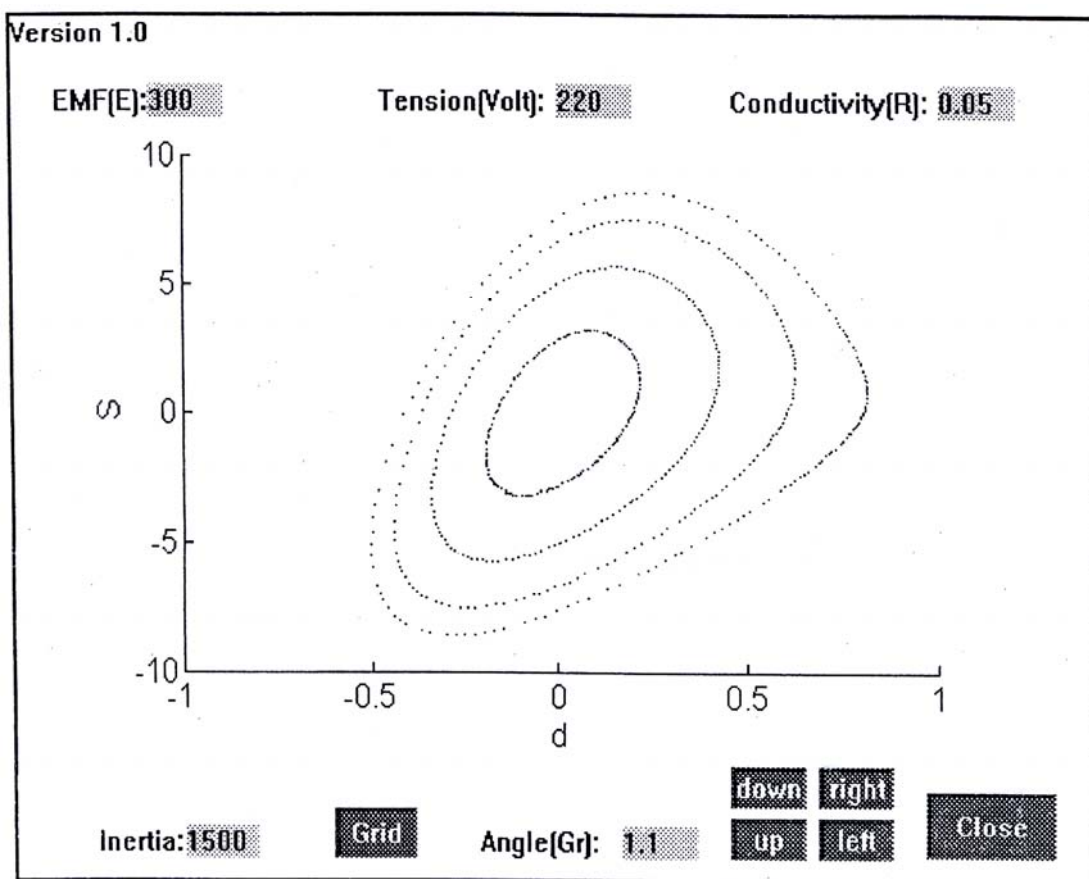
(ნახ. 15-18) ნაჩვენებია, თუ სად ჩნდება ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის საღტე“ სხვადასხვა პარამეტრების დროს.

აღწერილი დინამიკური სისტემის კონსერვატულობა აღნიშნავს, რომ წინასწარი იტერაციული ციკლი შუალედური მნიშვნელობების გამოსარიცხად, გარდამავალ რეჟიმში შეიძლება გამოიტოვოს.

ყოველი გამოთვლილი სისტემა წარმოადგენს თავის საკუთარ ატრაქტორს.

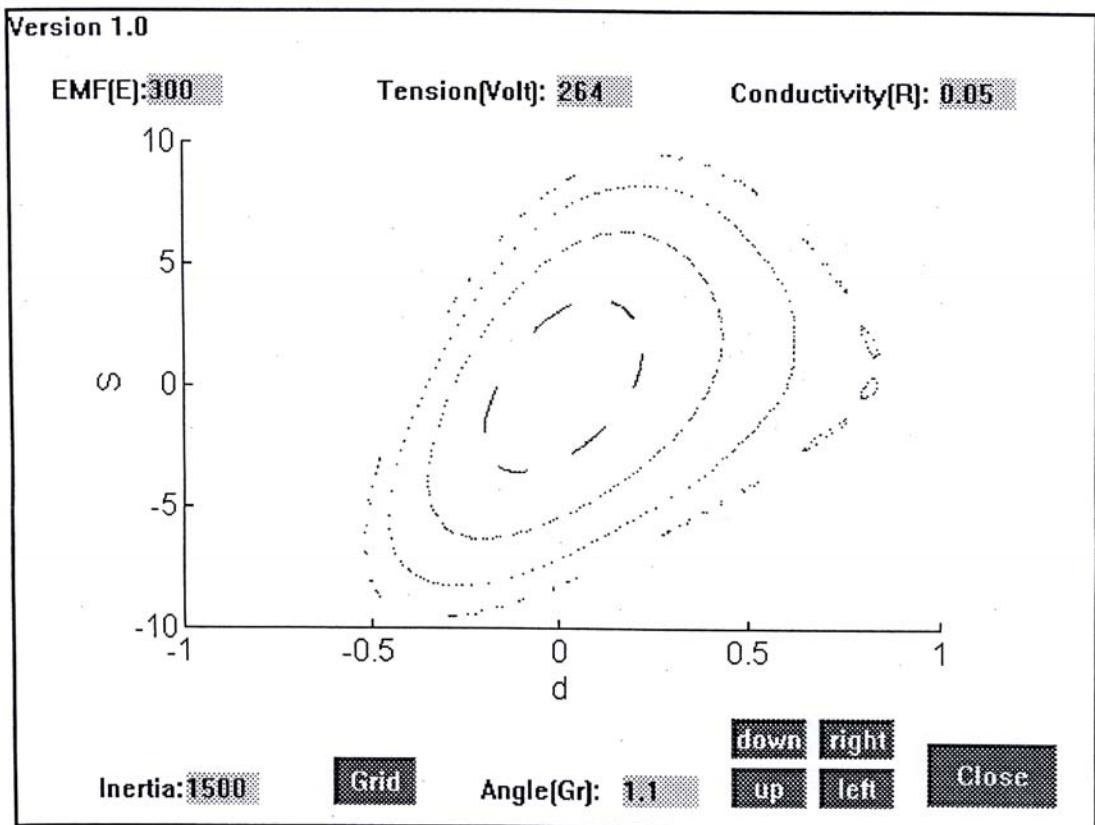
$\frac{EUY}{I}$  პარამეტრის ნებისმიერი მნიშვნელობის ცვლილებების

შედეგად სისტემას აქვს ბევრი ორბიტა და კონსერვატულობის თვისების თანახმად ნებისმიერი საწყისი მნიშვნელობების წყვილი  $S$  და  $\Delta\delta$  იქნება წერტილის წარმომდგენი, რომელიც მდებარეობს ერთ-ერთ ორბიტაზე.

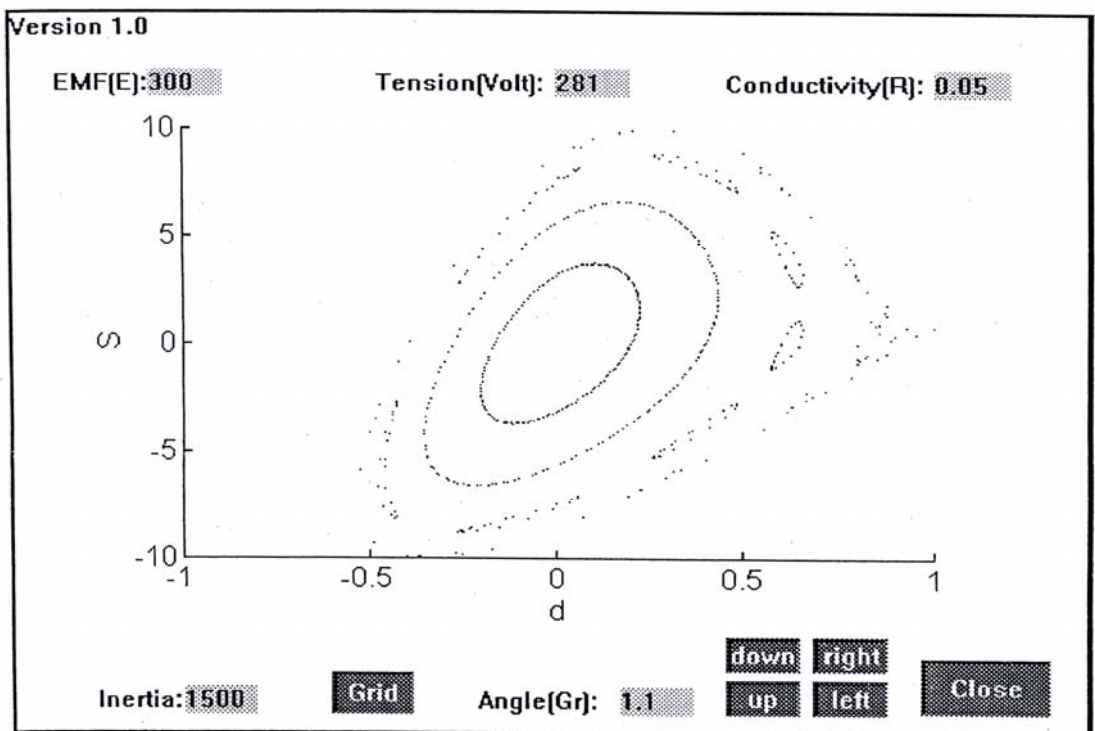


ნახ.15 ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის საღტე“ (პირველი ციკლი)

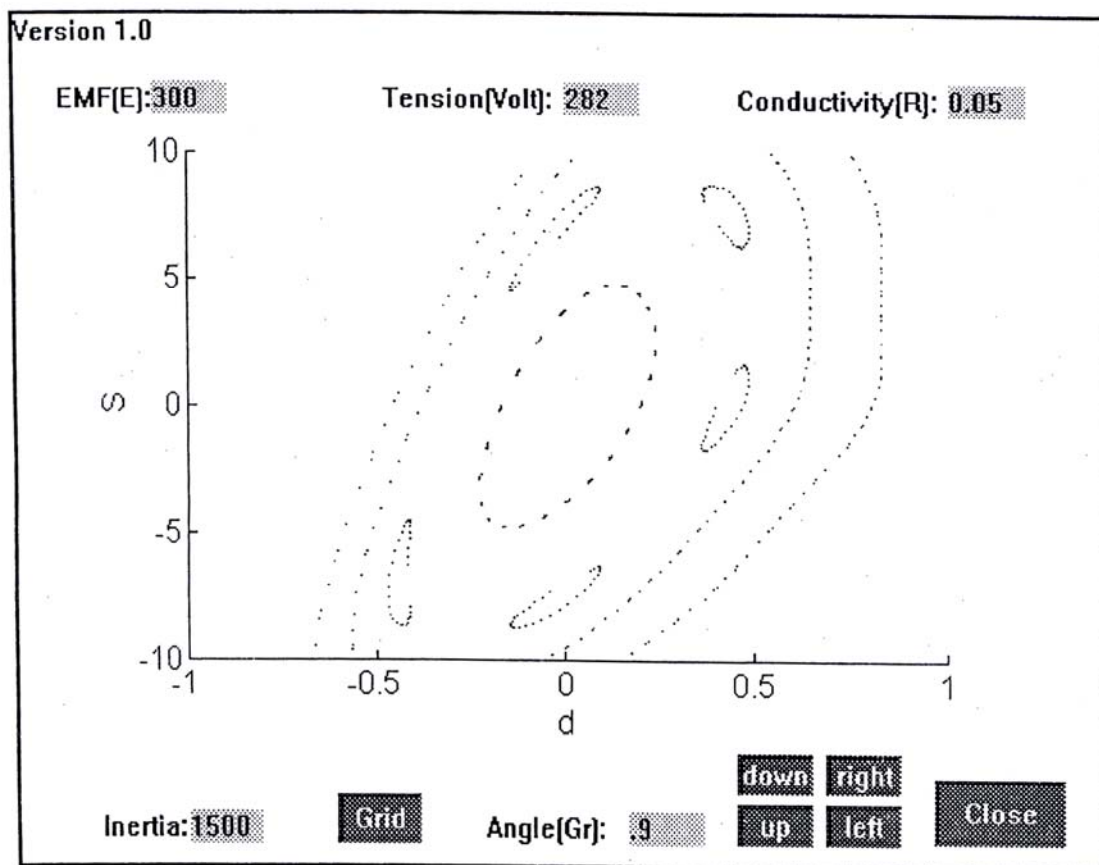




ნახ.16 ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის საღტე“ (მეორე ციკლი)



ნახ.17 ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის საღტე“ (მესამე ციკლი)



ნახ.18 ქაოსი სისტემაში - „ერთი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის საღტე“ (მეოთხე ციკლი)

აქედან გამომდინარე, მიზიდულობა იცვლება მყისიერად. პარამეტრების ყოველი ახალი მნიშვნელობა იძლევა ახალ სისტემას.

ნახაზებზე ნაჩვენებია ორბიტების მიმდევრობა, რომელიც აგებულია (3.7) ასახვის განტოლებით, რომლებსაც აქვთ შემდეგი მნიშვნელობები:

$$d=0,5; \frac{EUY}{I}=1; d^*=0,5; T=0,8.$$

ცენტრიდან თანდათან დაშორებისას ჩანს, თუ როგორ ქმნიან ორბიტები ბუდეებს ჩაკიტილი ტრაექტორიებით. შემდეგ უეცრად ჩნდებიან პატარა „კუნძულები“ – ცალკე ორბიტები, რომლებიც არიან დიდ ორბიტებს შორის. ცენტრიდან კიდევ უფრო დაშორებისას ვნახავთ თუ როგორ მონაცვლეობენ ასეთი ორბიტები უბნები.

### 3.3. ქაოსი ორგენერატორიან ენერგოსისტემაში

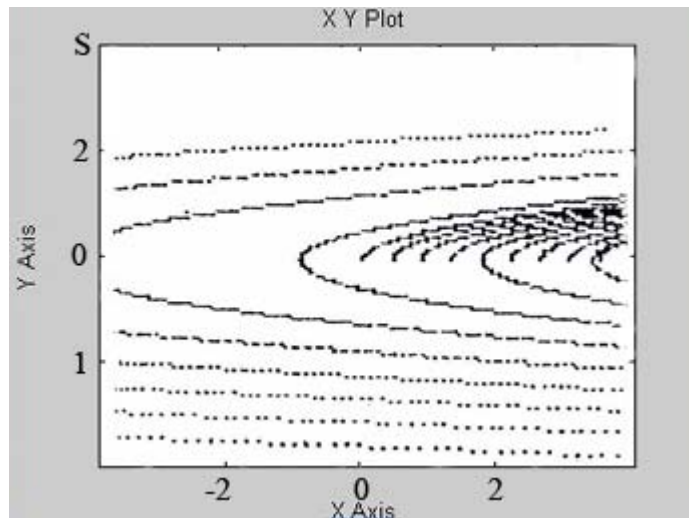
განვიხილოთ ორგენერატორიანი სისტემა ჟდანოვის მოდელის მაგალითზე. დიფერენციალურ განტოლებას ასეთი სისტემისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} &= T_{T1} - \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q1}^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{12}} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) \right]; \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} &= T_{T2} - \frac{1}{\omega_2} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q2}^2}{Z_{22}} \sin \alpha_{22} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{12}} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) \right]; \\ \frac{d\delta_{12}}{dt} &= \omega_1 - \omega_2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

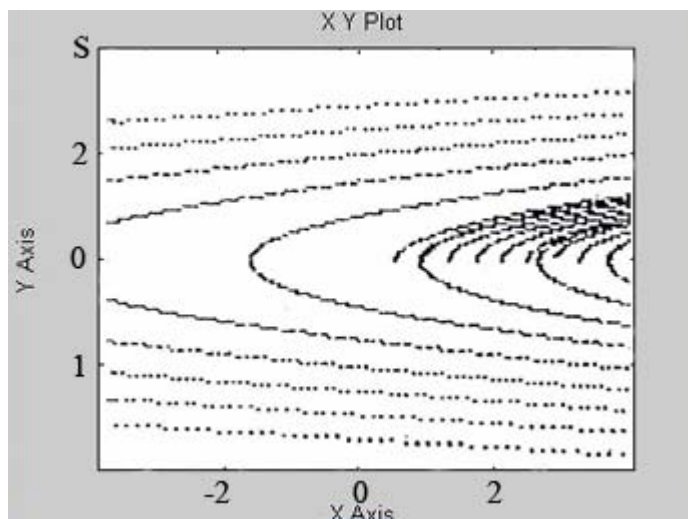
ამ მოდელის ალგორითმს ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} \omega_{1i+1} &= \omega_{1i} + \frac{T}{J_1} \left[ T_{T1} - \frac{1}{\omega_{1i}} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q1}^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{12}} \sin(\delta_{12i} - \alpha_{12}) \right] \right]; \\ \omega_{2i+1} &= \omega_{2i} + \frac{T}{J_2} \left[ T_{T2} - \frac{1}{\omega_{2i}} \frac{3}{2} \left[ \frac{E_{q2}^2}{Z_{22}} \sin \alpha_{22} + \frac{E_{q1} E_{q2}}{Z_{21}} \sin(\delta_{21i} - \alpha_{21}) \right] \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

ეგმ-ის გამოყენებით მოვახდინოთ (3.11)-ის მოდელირება. ამ მოდელში ცვლადებად ავიღებთ  $\omega$ ,  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{21}$ . მოდელირების რეზულტატებიდან ჩანს, რომ ფაზური პორტრეტი (ნახ. 19) განსხვავდება ლიაპუნოვის მოდელისაგან.

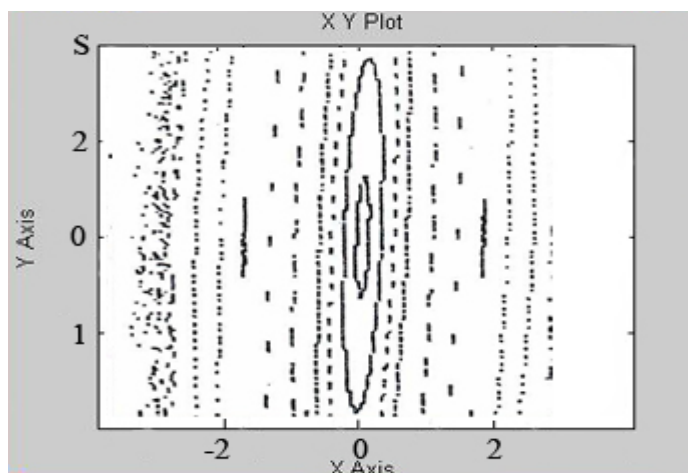


ა)

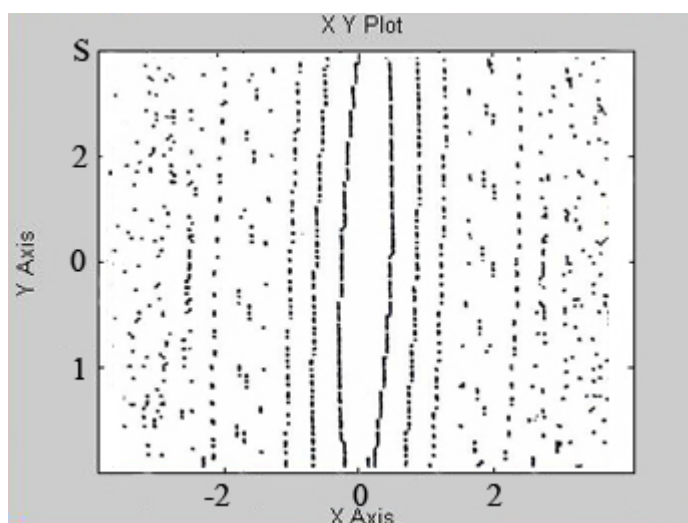


ბ)

ნახ. 19 ორგენერატორიანი ენერგოსისტემის ქაოსის ფაზური პორტრეტი



ა)



ბ)

ნახ. 20 ორგენერატორიანი ენერგოსისტემის ქაოსური მოძრაობის მოდულირების შედეგი კვანძებისა და ქსელისთვის

ორგენერატორიან სისტემას მიეკუთვნება აგრეთვე მოდელი, რომელიც იყენებს ერთხისშირიან დენებს და ძაბვას მანქანის კვანძებსა და ქსელში.

დისკრეტულ - დიფერენციალურ განტოლებას ამ მოდელისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$T_{ji} \frac{d^2 \delta_{in}}{dt^2} = P_{T_i} - E_i^2 Y_{ij\vartheta_K} \sin \alpha_{ij\vartheta_K} - \sum_{j=1}^n E_i E_j Y_{ij\vartheta_K} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij\vartheta_K}). \quad (3.12)$$

ამ განტოლებას ორი გენერატორისათვის ექნება სახე:

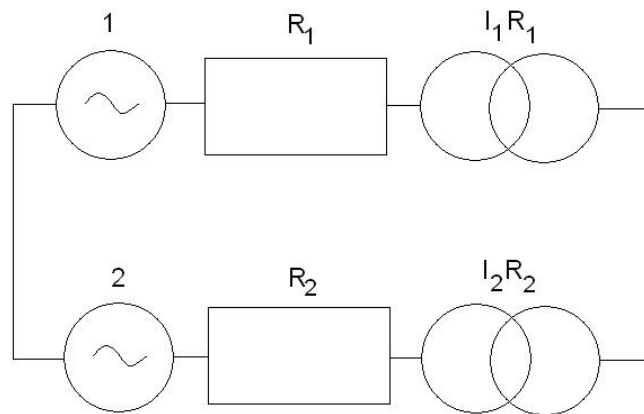
$$\begin{aligned} T_{j1} \frac{d^2 \delta_{1n}}{dt^2} &= P_{T_1} - E_1^2 Y_{11\vartheta_K} \sin \alpha_{11\vartheta_K} - E_1 E_2 Y_{12\vartheta_K} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12\vartheta_K}); \\ T_{j2} \frac{d^2 \delta_{2n}}{dt^2} &= P_{T_2} - E_2^2 Y_{22\vartheta_K} \sin \alpha_{22\vartheta_K} - E_1 E_2 Y_{21\vartheta_K} \sin(\delta_{21} - \alpha_{21\vartheta_K}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

ამ მოდელის მოდელირების შედეგი მოცემულია (ნახ. 20) –ზე

### 3.4. ქაოსი სამგენერატორიან ენერგოსისტემაში

სამგენერატორიან სისტემას აგრეთვე უწოდებენ „ორი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის სალტები“ (ნახ. 21).

გარდამავალი პროცესები რთულ ელექტრომექანიკურ სისტემებში მნიშვნელოვნად განსხვავდებიან მოძრაობისაგან ერთგენერატორიან სისტემაში. ამიტომ ზემოთ მიღებული შედეგები შევამოწმოთ გართულებულ სამგენერატორიან სისტემაზე.



ნახ. 21 „ორი გენერატორი-უსასრულო ენერგიის სალტ“ –ის ბლოკ-სქემა

ეს სისტემა შემთხვევით არ აგვირჩევია. ენერგოსისტემების ანალიზის პრაქტიკაში ეს სისტემა იკავებს განსაკუთრებულ ადგილს. ბევრი მკვლევარი თავის იდეებს ცდის სწორედ ამ მოდელზე. ეს გამოწვეულია იმით, რომ სამმანქანიანი სისტემა შეიცავს ბევრ ისეთ თვისებას, რომელიც ახასიათებს რეალურ რთულ სისტემებს. ამიტომ კვლევები გენერატორების ნებისმიერი რაოდენობიანი სისტემებისთვის შეიძლება ჩატარდეს ამ სისტემაზე [34].

სამგენერატორიან სისტემაში მოძრაობის აღწერის დიფერენციალურ განტოლებას აქვს სახე [26]:

$$\begin{aligned}
I_1 \frac{dS_1}{dt} &= -E_1 E_2 Y_{12} \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \sin(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2) - \\
&- E_1 U Y_{1U} \cos \delta_{*1} \sin \Delta\delta_1 + E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \times \\
&\times [1 - \cos(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2)] + E_1 U Y_{1U} \sin \delta_{*1} (1 - \cos \Delta\delta_1) - T_1 \frac{d\Delta\delta_1}{dt}; \\
I_2 \frac{dS_2}{dt} &= E_1 E_2 Y_{12} \cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \sin(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2) - \\
&- E_2 U Y_{2U} \cos \delta_{*2} \sin \Delta\delta_2 - E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \times \\
&\times [1 - \cos(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2)] + E_1 U Y_{2U} \sin \delta_{*2} (1 - \cos \Delta\delta_2) - T_2 \frac{d\Delta\delta_2}{dt}; \\
\frac{d\Delta\delta_1}{dt} &= S_1 \quad \frac{d\Delta\delta_2}{dt} = S_2;
\end{aligned} \tag{3.14}$$

(3.14)-ის შესაბამის ლიაპუნოვის ფუნქციას აქვს სახე [26]:

$$\begin{aligned}
V &= E_1 U Y_{1U} [\cos \delta_{*1} (1 - \cos \Delta\delta_1) - \sin \delta_{*1} (\Delta\delta_1 - \sin \Delta\delta_1)] + \\
&+ E_2 U Y_{2U} [\cos \delta_{*2} (1 - \cos \Delta\delta_2) - \sin \delta_{*2} (\Delta\delta_2 - \sin \Delta\delta_2)] + \\
&+ E_1 E_2 Y_{12} [\cos(\delta_{*1} - \delta_{*2}) [1 - \cos(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2)] - \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) \times \\
&\times [\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2 - \sin(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2)]]
\end{aligned} \tag{3.15}$$

სამგენერატორიან სისტემაში ქაოსის შესასწავლად ვისარგებლოთ (3.15) მოძრაობის განტოლებით. გარდავქმნათ ის შემდეგ სახეში:

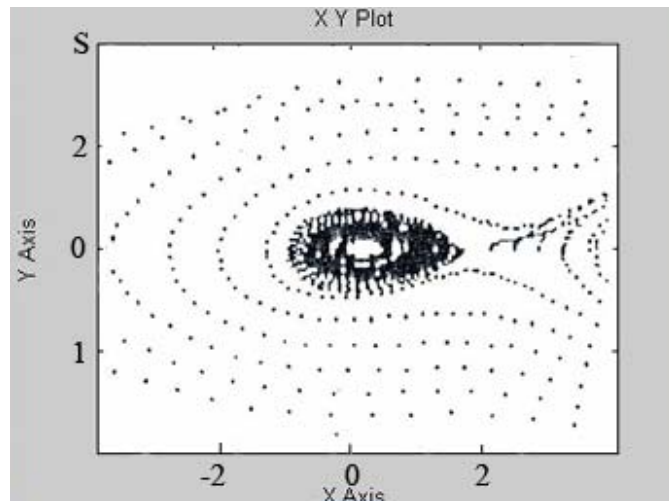
$$\begin{aligned}
I_1 \frac{dS_1}{dt} &= E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_1 - \delta_{*2} - \Delta\delta_2) + \\
&+ E_1 U Y_{1U} (\sin \delta_{*1} - \sin(\delta_{*1} - \Delta\delta_1)) - T_1 S_1; \\
I_2 \frac{dS_2}{dt} &= E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} + \Delta\delta_1 - \delta_{*2} - \Delta\delta_2) - (\sin(\delta_{*1} - \delta_{*2})) + \\
&+ E_2 U Y_{2U} (\sin \delta_{*2} - \sin(\delta_{*2} + \Delta\delta_2)) - T_2 S_2; \\
\frac{d\Delta\delta_1}{dt} &= S_1, \quad \frac{d\Delta\delta_2}{dt} = S_2.
\end{aligned}$$

შედეგი (3.16) განტოლებიდან გადავიდეთ დისკრეტულზე:

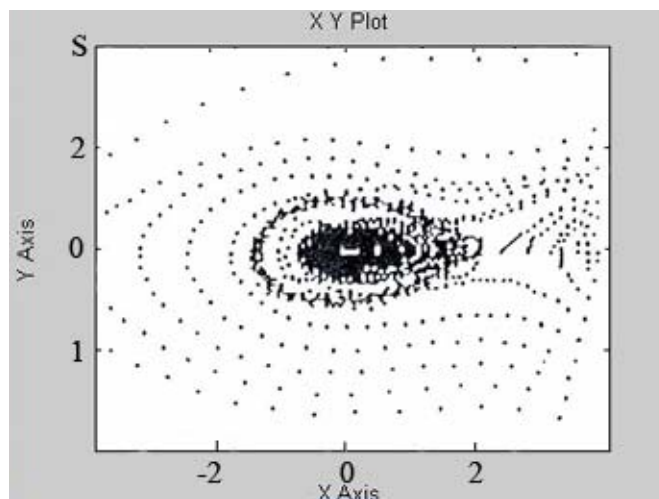
$$\begin{aligned}
 S_{1i+1} &= S_{11} + \frac{\Delta t}{I_1} [E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2}) - \sin(\delta_{*1} + \Delta \delta_{12} - \delta_{*2} - \Delta \delta_{21})] + \\
 &+ E_1 U Y_{1U} (\sin \delta_{*1} - \sin(\delta_{*1} - \Delta \delta_{1i})) - T_1 S_{21}; \\
 S_{2i+1} &= S_{21} + \frac{\Delta t}{I_2} [E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{*1} + \Delta \delta_{12} - \delta_{*2} - \Delta \delta_{21}) - \sin(\delta_{*1} - \delta_{*2})] + \\
 &+ E_2 U Y_{2U} (\sin \delta_{*2} - \sin(\delta_{*2} + \Delta \delta_{21})) - T_2 S_{21}; \\
 \Delta \delta_{1i+1} &= \Delta \delta_{1i} + \Delta t S_{11}, \quad \Delta \delta_{2i+1} = \Delta \delta_{21} + \Delta t S_{21}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

(3.17) განტოლებები წარმოადგენს ქაოსის შესწავლის ალგორითმს. ფაზური პორტრეტის აგების პროგრამა იძლევა საშუალებას აიგოს ფაზური ტრაექტორიები საწყისი პირობების ცვლილებისას.

(ნახ. 22,23,24)-ზე მოცემულია ფაზური პორტრეტები, საიდანაც ჩანს, რომ სისტემის მოძრაობის (3.17) დისკრეტული ანალოგი იძენს სტოქასტურობის უბნებს დისკრეტიზაციის ნებისმიერ  $T$  ბიჯზე, ამ დროს (3.15) საწყისი განტოლება ზუსტად ინტეგრირდება. მოცემულ ნახაზზე ნაჩვენებია თუ სად ჩნდება ქაოსი.

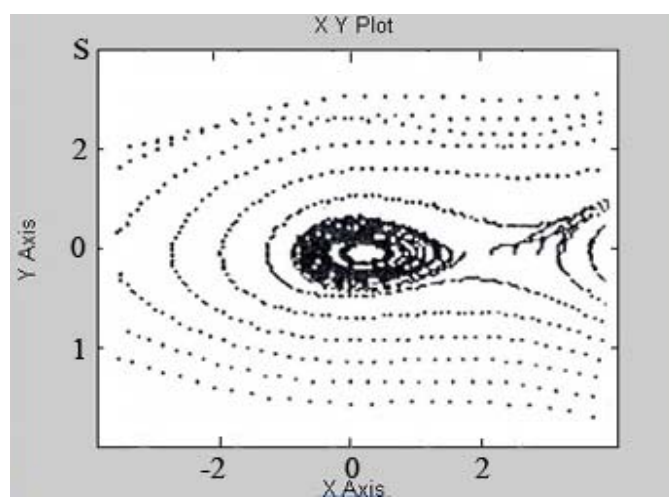


ა)

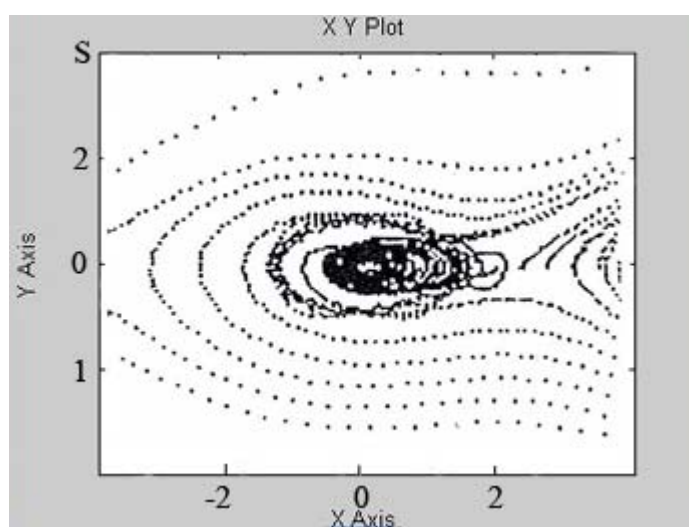


ბ)

ნახ. 22 ფაზური პორტრეტი (პირველი ბიჯი)



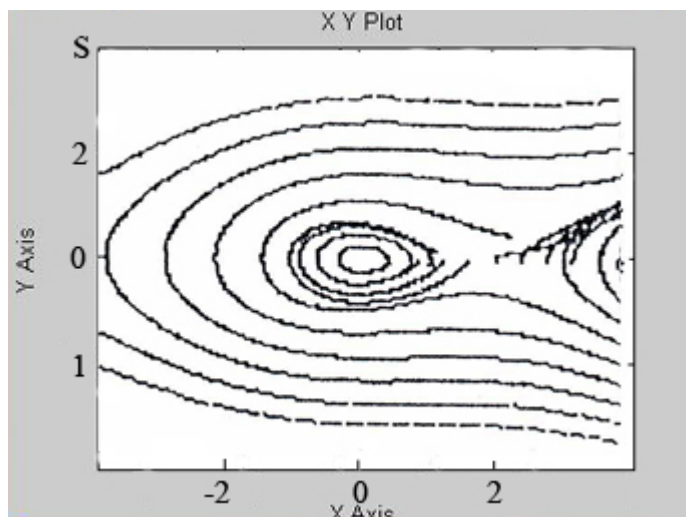
ა)



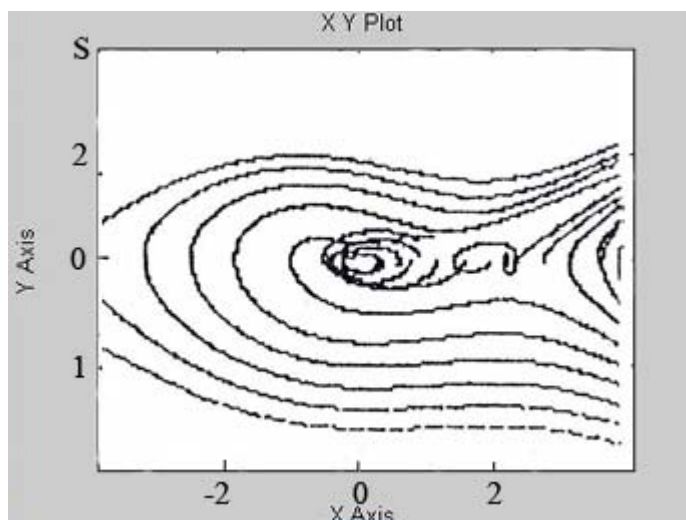
ბ)

ნახ. 23 ფაზური პორტრეტი (მეორე ბიჯი)





ა)



ბ)

ნახ. 24 ფაზური პორტრეტი (მესამე ბიჯი)

ამ ქვეთავში, რხევების თეორიის საფუძველზე, გამოვიკვლიო ქაოსის აღძვრა არაწრფივ სისტემებში.

განვიხილო ერთგენერატორიანი, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი სისტემები. გადაიჭრა ენერგოსისტემებში ქაოსის წარმოშობის ამოცანა, მმართველი პარამეტრის ცვლილებაზე დამოკიდებულებებით.

ენერგოსისტემების მოდელებად წარმოვადგინეთ უდანოვის მოდელი, ლიაპუნოვის მოდელი და მოდელი, რომელიც იყენებს ერთტაქტა დენებს და დაძაბულობას გენერატორების კვანძებსა და ქსელში.

ენერგოსისტემების მოდელების დაყვანა ალგორითმზე მოვახდინე ლიაპუნოვის ფუნქციის საშუალებით. ერთგენერატორიან, ორგენერატორიან და სამგენერატორიან სისტემებში ქაოსის წარმოშობა და განვითარება მოდელირებული მაქვს პერსონალურ კომპიუტერზე.

კვლევის შედეგებმა აჩვენა, რომ ქაოსი წარმოიშობა ინტეგრირების ბიჯის ცვლილებისას, როცა უწყვეტი სისტემები გადადიან დისკრეტულ სისტემებში და ამოცანის გადასაჭრელად გამოყენებული მაქვს დროითი დისკრეტიზაცია.

### **3.5. დინამიკური ქაოსის კრიტერიუმები ენერგოსისტემაში და ლიაპუნოვის მახასიათებელი**

დინამიკური ქაოსის კრიტერიუმებად მიღებულია:

- 1) ლიაპუნოვის მაჩვენებლები ანუ მახასიათებლები;
- 2) კორელაციური ფუნქციის თვისებები;
- 3) სპექტრალური სიმკვრივის თვისებები;
- 4) პუანკარეს გარდასახვები;
- 5) ფრაქტალური განზომილებანი.

მათ შორის ყველაზე ხშირად ქაოსის კრიტერიუმებად გამოიყენებიან ლიაპუნოვის მაჩვენებლები და ფრაქტალური განზომილებანი. ზოგადად ლიაპუნოვის დადებითი მაჩვენებელი მიგვითითებს ქაოსურ დინამიკაზე, ასევე ფაზურ სივრცეში ორბიტის ფრაქტალური სტრუქტურა მიგვანიშნებს უცნაური ატრაქტორების არსებობაზე. უცნაური ატრაქტორების თითქმის ყველა ფიზიკური მაგალითი აღმოჩნდა ქაოსური, ე.ი. უცნაური ატრაქტორი ქაოსის კრიტერიუმი.

ჩემი ამოცანაა, განვიხილო ლიაპუნოვის მაჩვენებლები, როგორც ენერგოსისტემებში დინამიკური ქაოსის ჩასახვისა და განვითარების კრიტერიუმი.

მგრძნობიარობა მცირე ფლუქტუაციებისადმი, ანუ საწყის პირობებში არსებული რაღაც განუზღვრელობა, არის გადამწყვეტი დინამიკური სისტემის დასახასიათებლად. ამ დროს საწყისი განუზღვრელობა არის ექსპონენციალურად მზარდი დროის მიხედვით

მანამ, სანამ სისტემის შემდეგი მდგომარეობა არ გახდება განუზღვრელი. ინფორმაცია საწყისი მდგომარეობის შესახებ იკარგება სასრული დროის შემდეგ. სწორედ ამ დროის გავლის შემდეგ სისტემის მდგომარეობის წინასწარმეტყველება შეუძლებელი ხდება. საწყისი პირობებისადმი მგრძნობიარობა წარმოადგენს ქაოსის ერთ-ერთ ძირითად მახასიათებელს.

პარამეტრი, რითაც შეიძლება ვიმსჯელოთ საშუალო ლოკალურ მდგრადობაზე ან სიჩქარეზე, რომლითაც ჩნდება ახალი ინფორმაცია ნაკადის საშუალებით ან პირიქით, გვაძლევს ინფორმაციას საწყის პირობებზე და წარმოადგენს ლიაპუნოვის მახასიათებელს -  $\lambda$ -ს. იგი არ არის ხარისხობრივი ხასიათის, რომელსაც დამკვირვებლის დიდი გამოცდილება სჭირდება, არამედ ის არის რაოდენობრივი მახასიათებელი და მისი გამოყენება დიდი წარმატებით შეიძლება.

ლიაპუნოვის მახასიათებლის გამოყენება შეიძლება როგორც დისიპატიურ, ასევე არადისიპატიურ (კონსერვატიულ) სისტემებში, ფრაქტალური განზომილებანი კი მხოლოდ დისიპატიურში გამოიყენება.

ლიაპუნოვის მახასიათებლის საშუალებით მოწმდება სისტემის მგრძნობიარობა საწყისი მონაცემების ვარიაციის დროს. იდეა მდგომარეობს შემდეგში: წარმოსახვით ფაზურ სივრცეში გამოიყოს მცირე სფერო, რომელშიც თავმოყრილი იქნება ტრაექტორიის საწყისი წერტილები და ყურადღება მივაქციოთ, თუ როგორ მოხდება მისი დეფორმაცია ელიფსოიდში სისტემის დინამიკური ევოლუციის პროცესში. თუ  $d$  არის ელიფსოიდის მაქსიმალური ზომა,  $d_0$ -საწყისი პირობების სფეროს საწყისი ზომაა, მაშინ ლიაპუნოვის მახასიათებელი  $\lambda$  გამოითვლება ფორმულიდან:

$$d = d_0 2^{\lambda(t-t_0)}. \quad (3.18)$$

ამასთან, ერთჯერადი გაზომვები არასაკმარისია, ამიტომ გაზომვების შედეგი უნდა ავირჩიოთ ფაზური სივრცის სხვადასხვა მონაკვეთზე და შემდეგ გავასაშუალოთ:

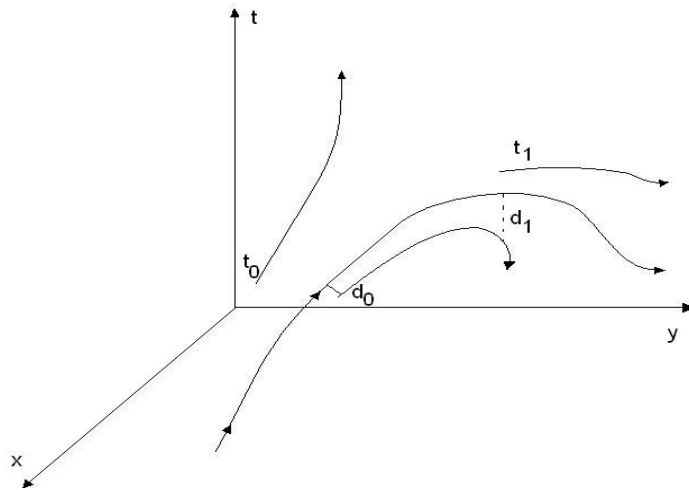
$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(t_i - t_{0i})} \log_2 \frac{d_i}{d_{0i}}. \quad (3.19)$$

(3.19)-დან ერთჯერადი გაზომვებით მივიღებთ:

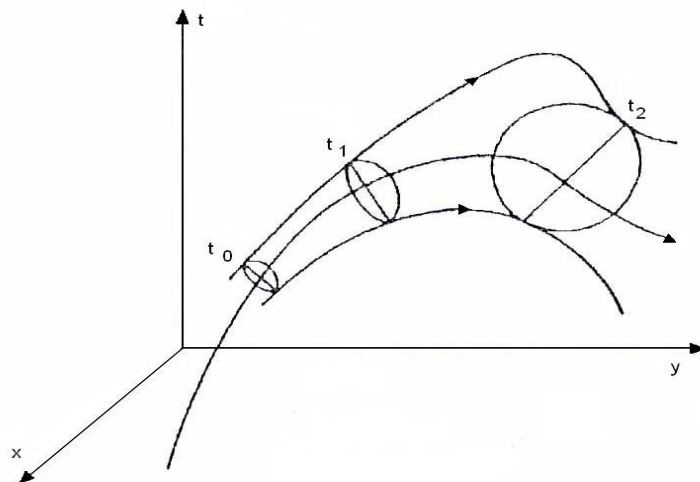
$$\lambda = \log_2 \frac{d}{d_0} \frac{1}{(t-t_0)}. \quad (3.20)$$

თუ სისტემა აღიწერება სხვაობითი განტოლებებით და ასახვით –  $d_n = d_0 2^{\Delta t}$ , მაშინ უნდა აღინიშნოს, რომ ალგორითმის მაჩვენებელი შეიძლება ავირჩიოთ ნებისმიერად.

ქაოსური ტრაექტორიების ექსპონენციალური განშლადობა ანდა იყოს ლოკალური. თუ სისტემა შეზღუდულია, (უმეტესად კი ასეა), მაშინ  $d(T)$  უსასრულოდ ვერ გაიზრდება. ამიტომ, იმისათვის, რომ ავირჩიოთ ტრაექტორიების განშლადობის ზომა, უნდა მოვახდინოთ ექსპონენციალური ზრდის გასაშუალება ტრაექტორიის გასწვრივ ყველა წერტილზე (ნახ. 25 და 26) [34].



ა)



ბ)

ნახ. 25 ქაოსური ტრაექტორიის ექსპონენციალური განშლადობა

ლიაპუნოვის მახასიათებლის გამოთვლა იწვება საყრდენი ტრაექტორიის არჩევით (ნახ. 25), მეზობელ ტრაექტორიაზე წერტილის არჩევით და  $d(t)/d_0$  სიდიდის გამოთვლით. როცა  $d(t)$  მანძილი იზრდება ძალიან, უნდა მოვძებნოთ სხვა ტრაექტორია და ვიანგარიშოთ ახალი საწყისი  $d_0(t)$  მანძილი.

ლიაპუნოვის მახასიათებელი შეიძლება ასეც ჩაიწეროს:

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{K=1}^N \log_2 \frac{d(t_K)}{d_0 - (t_{K-1})}. \quad (3.21)$$

საბოლოოდ დავადგინეთ, რომ ლიაპუნოვის მახასიათებელი არის სისტემის ახლო ტრაექტორიების გაშლის სიჩქარის ზომა.

$F(x)$  – ფუნქციით მოცემული ასახვისას, ერთი იტერაციის დროს სისტემის შესახებ ინფორმაციის ცვლილება  $dF/dx$  წარმოებულით წარმოგვიდგება ფორმულით:

$$I = \log_2 \left| \frac{dF}{dx} \right|. \quad (3.22)$$

თუ  $|dF/dx| < 1$ , მაშინ მოცემულ წერტილში გარდასახვა მოქმედებს, როგორც ინფორმაციის მიმღები. თუ  $|dF/dx| > 1$  – როგორც ინფორმაციის წყარო.

თუ  $P(x)$  მოცემული საწყისი პარამეტრის დროს ტრაექტორიების აღბათობების ასიმპტოტური განაწილებაა, მაშინ  $\langle I \rangle$  ინფორმაციის რაოდენობის საშუალო ცვლილებაა ლიაპუნოვის მახასიათებლის მაჩვენებელი მმართველი პარამეტრის მოცემული მნიშვნელობისას:

$$\langle I \rangle = \lambda(a) = \int_0^1 P(x) \log_2 \left| \frac{dF}{dx} \right| dx; \quad (3.23)$$

თუ ატრაქტორის შიგნით ტრაექტორიის ქცევა ერგოდიკულია, მაშინ არსებობს ლიაპუნოვის მახასიათებლის ალტერნატიული ფორმა:

$$\lambda(a) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log_2 \left| \frac{dF(x, a)}{dx} \right| (dx) X_i, \quad (3.24)$$

სადაც  $N$  იტერაციების რიცხვია, რომელსაც ტრაექტორია განიცდის გარდასახვისას.

მაშასადამე, ლიაპუნოვის მახასიათებლის ზემოთ მოყვანილი განსაზღვრების თანახმად ჩანს, რომ როდესაც  $\lambda(a) < 0$ , ტრაექტორია

მდგრადი და არაპერიოდულია. გვაქვს რეგულარული მოძრაობა და ქაოსს ადგილი არა აქვს. (იტერაციული პროცესი მოქმედებს როგორც სისტემის შესახებ ინფორმაციის შემკრები).

$\lambda(a) = 0$  ტრაექტორია ნეიტრალურად მდგრადია, ე.ი. ინფორმაცია არც იკრებება და არც იხარჯება (ამ დროს ხდება პერიოდის გაორმაგების „შეხებითი“ ბიფურკაციები ანუ ტრაექტორიამ უნდა გაიაროს ნეიტრალურ მდგრად ატრაქტორზე).

როცა  $\lambda(a) > 0$  ტრაექტორია ლოკალურად არამდგრადია და სისტემა ქაოსურია (იტერაციული პროცესი მოქმედებს, როგორც ინფორმაციის წყარო).

ერთგანზომილებიან სისტემაში, რომელშიც ატრაქტორები შეიძლება იყოს მდგრადი განსაკუთრებული წერტილები, არსებობს მხოლოდ ერთი ლიაპუნოვის მახასიათებელი (-).

ორგანზომილებიანი შეიძლება იყოს ორი სახის ატრაქტორი: ესაა მდგრადი სახის სტაციონალური წერტილები და ზღვრული ციკლები. თუ ორივე მახასიათებელი უარყოფითია ( $\lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_2 < 0$ ), ე.ი. (-,-), მაშინ ცხდია, რომ ასეთი სისტემა მდგრადია. თუ  $(\lambda_1, \lambda_2) = (-, 0)$ , მაშინ ატრაქტორი არის ზღვრულ ციკლი.

სამგანზომილებიან სივრვეში სტაციონარულ მდგომარეობას აქვს ლიაპუნოვის სამი მახასიათებელი და სამივე უარყოფითი (-,-,-).

ზღვრულ ციკლსაც სამი მახასიათებელი, მათგან ორი – უარყოფითი და ერთი (ნაკადის გასწვრივ) ნულია ანუ (-,-,0).

„უცნაური“ ატრაქტორიც სამმაჩვენებელიანია  $(+, 0, -)$ , ანუ ერთი დადებითი  $\lambda_+$  მაჩვენებელი, ერთი ნულოვანი  $\lambda_0$  ლიაპუნოვის მაჩვენებლით და ერთი უარყოფითი  $\lambda_-$ , ე.ი. „უცნაური“ ატრაქტორი ერთი მიმართულებით ქმნის სისტემის შესახებ ინფორმაციას, მეორე მიმართულებით – კუმშავს. ნაკადის მიმართულებით – კი ლ.მ. ნულის ტოლია.

$(+, 0, -)$  წარმოადგენს სიგნატურას, რაც ნიშნავს თუ როგორი ნამდვილი ნაწილი აქვს ლიაპუნოვის მახასიათებელს: დადებითი, ნულოვანი თუ უარყოფითი.

სამგანზომილებიანი სეგრცისათვის (ინვარიანტული ტორი) საბოლოოდ 4 შემთხვევა ასე ჩამოყალიბდება.

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (-, -, -)$  – სტაციონალური მდგომარეობა (მდგრადი ფოკუსი ან კვანძი);

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (-, -, 0)$  – მდგრადობის ზღვრული ციკლი;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (-, 0, 0)$  – მდგრადი ტორი;

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (-, 0, +)$  – „უცნაური“ ატრაქტორი.

უნდა აღინიშნოს, რომ როცა  $\lambda > 0$ , ე.ი. არის ქაოსი, მეზობელი ტრაექტორიები განიშლებიან, როცა  $\lambda < 0$ , ე.ი. არ არის ქაოსი – ისინი იკვრებიან.

## 4. სინქრონიზაცია ენერგოსისტემებში

### 4.1 სინქრონიზაციის პრობლემები

მართვადი სინქრონიზაციის პრობლემები იმაში მდგომარეობს, რომ ორ ან მეტ (ხშირად პერიოდულ)  $y_j(t)$  დინამიკურ პროცესს უნდა ჰქონდეს ერთნაირი განვითარების სტრუქტურა. კონტროლირებადი სისტემის სხვადასხვა ნაწილების ქცევის მსგავსების საჭირო დამოხვევა ანალიტიკურად გამოხატულია სინქრონიზაციის პირობებით, რომლებიც შეიძლება მოცემული იყოს ცხადი ან დიფერენციალური საჭირო –  $y_{qj}(t)$  პერიოდული ამონახსნების აღწერით,  $y_1 = y_2 = \dots = y_m$  პროცესის განვითარების იდენტურობით ან უფრო ზოგადი წრფივი და არაწრფივი ჰოლონომიური  $\varphi(y_1, y_2, \dots, y_m) = 0$  კავშირებით, ასევე პერიოდული ორბიტების ანალიტიკური აღწერით, რომლებიც მიჩნეულია არატრევიადური სისტემის ატრაქტორებად [34,35,36,37,38,39,40].

მართვადი სისტემის მოდელზე დაყრდნობით იყო შემოთავაზებული სხვადასხვა მიდგომები. სინქრონული რხევების ანალიზისათვის. ისინი შეიცავენ ლიაპუნოვის სტაბილიზაციის კლასიკურ მეთოდებს, გადამკვეთი უკუკავშირების სინქრონიზირების კონცეფციას, წრფივი და არაწრფივი მეთოდების შეთანხმებულ კონტროლს, ორბიტების და ატრაქტორების სტაბილიზაციას [41,42,43,44].

სინქრონიზაციას, ორბიტალური მოძრაობის მომზადების საშუალებით, გააჩნია გამოკვეთილად გეომეტრიული ხასიათი. ეს დაკავშირებულია მექანიკის ძირითად პრობლემებთან. მატერიალური წერტილის მოძრაობა გლუვ მრუდებზე (ნიუტონის, ბერტრანდის და სუსლოვის კლასიკური პრობლემები) ასევე თანამედროვე მიმართულებაა არაწრფივ მართვაში [45,46,47].

აქ ჩვენ ვიხილავთ ლაგრანჟის სისტემის ოსცილატორი ქცევის ანალიზს, სინქრონიზაციის მთავარი პრობლემა წარმოდგენილია სისტემის გამოსავალის ცვლადების ჰოლონომიური დამოკიდებულებით.



შესაფერისი დიაგრამების კოორდინატების გამოყენება ყველაზე მეტად შეთავსებადია სინქრონიზაციის სისტემის მტკიცებასთან. მოძრავი ჩარჩოს თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია ატრაქტორთან, ისევე, როგორც ნაწილობრივი წრფივი სისტემის მოდელის აპროქსიმაცია ორბიტასთან ახლოს, საშუალებას გვაძლევს გამოვაგლინოთ პრობლემის მთავარი გეომეტრიული და დინამიკური სპეციფიკური თვისებები და შემოვთავაზოთ არაწრფივი მართვის შესაფერისი კანონები.

ჩვენ შევისწავლეთ განსაკუთრებული შემთხვევები, დაკავშირებული ორკავშირიანი ლაგრანჟის სისტემის ორგანზომილებიან რხევებთან და შეგვჩვენა წარმოდგენილია მიდგომის თვისებების გამოსავლენად.

ჩვენ ვიხილავთ სისტემას, დაკავშირებულს ღია სივრცეში, რომელიც აღწერილია ლაგრანჟის განტოლებით [40,48,49,50]:

$$A(y)\ddot{y} + b(y, \dot{y}) = u \quad (4.1)$$

სადაც  $u = \{u_j\}$ ,  $y = \{y_j\}$  – მართვის (შესავალი) და გამოსავლის ცვლადების  $m$ -განზომილებიანი ვექტორებია,  $A = \{a_{jk}\}$  ინვერტირებადი მატრიცაა და  $a_{jk}, b_j$  ფუნქციები გლუვია. (4.1) მოდელი შეიძლება წარმოდგენილი იქნას, როგორც  $m$  – არაწრფივი ინტერაქტიული SISO ქვესისტემების ერთობლიობა.

სინქრონიზაციის მარტივი პრობლემაა, განვსაზღვროთ (4.1) სისტემის გაშუალებული მოძრაობის ცვლადები:

$$\bar{y} = \frac{1}{m} \sum y_j \quad (4.2)$$

და მოვიყვანოთ  $m-1$  სინქრონიზაციის პირობები:

$$y_1 = y_2 = \dots = y_m \quad (4.3)$$

სისტემური რხევების მოდელი მოცემულია გაშუალებული მოძრაობის მოდელის საშუალებით:

$$\ddot{\bar{y}} + 2\xi\omega\dot{\bar{y}} + \omega^2\bar{y} = 0 \quad (4.4)$$

სადაც  $\omega$  – რხევების სიხშირეა და  $\xi$  დემფირების დამოკიდებულებაა -  $1 < \xi < 1$ . მაშინ, (4.3)-ის გათვალისწინებით  $y_j = \bar{y}(t)$  და სისტემის ყველა ცვლადი ვითარდება (4.4) განტოლების პერიოდული ამოხსნის შესაბამისად.

რომ განსაზღვროთ სინქრონული რეჟიმისაგან გადახრა, ჩვენ ვიხილავთ შეცდომებს:

$$\varepsilon_j = y_j - y_{j-1} \quad (4.5)$$

რომლებიც უნდა შევამციროთ სისტემური სინქრონიზაციის პროცესში. მაშინ სინქრონიზაციის მარტივი პრობლემა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

უნდა მოიძებნოს ისეთი მართვა  $u = U(y)$ , რომ ყოველი  $y \in Y$ -თვის უზრუნველყოფილ იქნას სინქრონიზაციის პირობების მხარდაჭერა (ან შეცდომების ასიმპტოტური განულება) და მოცემული გაშუალებული რხევები  $\bar{y}(t)$  (4.4) განტოლებიდან.

მივაქციოთ ყურადღება იმას, რომ  $m-1$  (4.3) განტოლებები განისაზღვრება  $R^m$  ერთგანზომილებიან ქვესივრცეში  $S$  (წრფე) აღჭურვილი  $\bar{y}$  შიდა კოორდინატით. პრობლემა იღებს აშკარა გეომეტრიულ ფორმას, დაკავშირებულს ინვარიანტულობის და ატრაქტივობის არატრივიალური სივრცული ობიექტების კონცეფციასთან.

სინქრონიზაციის განზოგადებულ პრობლემებში შეიძლება ვიგულისხმოთ ის, რომ შეგვიძლია განსაზღვროთ სინქრონული რხევების (1-სიხშირით) საერთო რეჟიმის უფრო მეტი რაოდენობა  $y_j$  ცვლადების წრფივი დამოკიდებულების ამორჩევით, რომლებიც იქნებიან ექვივალენტური ცალკეული რხევების ამპლიტუდების რანჟირებისა.

$\bar{y}$  გაშუალებული მოძრაობის არაწრფივი დამოკიდებულება და უფრო რთული განსაზღვრა საშუალებას მოგვცემს, განსაზღვროთ მოთხოვნები არაწრფივი რხევების თავისუფალი ფორმებისადმი.

$Y$ -ია სიმრავლეში (4.1) სისტემის მოძრაობის განხილვისას ჩვენ განსაზღვრავთ გაშუალებული მოძრაობის ცვლადს [51,52]:

$$\bar{y} = \bar{\varphi}(y) \quad (4.6)$$

და ჩავწეროთ  $m-1$  სინქრონიზაციის პირობები ვექტორულ ფორმაში:

$$\varphi_{\varepsilon}(y) = 0 \quad (4.7)$$

სადაც  $\bar{\varphi}$  და  $\varphi_{\varepsilon_j}$ ,  $j \in [1, m-1]$  – მუდმივი გლუვი ფუნქციებია. ბოლო განტოლება შემოხაზავს გლუვ რკალს  $S \subset R^m$ , პარამეტრული

$\bar{y} \in \bar{Y} \subset R^1$  ცვლადებით, სადაც  $\bar{Y}$  უნდა იყოს დაკავშირებული ღია სიმრავლესთან. შეცდომების ვექტორი  $\varepsilon = \{\varepsilon_j\} (j \in [1, m-1])$  მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\varepsilon = \varphi_\varepsilon(y) \quad (4.8)$$

(4.8) დაკავშირებულია სისიტემის განივ მოძრაობასთან.

ახლა ჩვენ შეგვიძლია განვიხილოთ  $col(\bar{y}, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{m-1})$  ვექტორი, როგორც (4.1) სისტემის ახალი გამოსავალი ვექტორი. შესაფერის კოორდინატულ გარდაქმნას, წარმოდგენილს (4.6), (4.8) განტოლებებით, გააჩნია იაკობის მატრიცა:

$$\Phi = \begin{vmatrix} \overline{\Phi} \\ \Phi_\varepsilon \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \partial \overline{\varphi} / \partial y \\ \partial \varphi_\varepsilon / \partial y \end{vmatrix}$$

დაშვება 1. ნებისმიერი  $y \in S$ -სათვის, როცა  $\bar{y} \in \bar{Y}$ ,  $\Phi$  მატრიცა ინვერტირებადია და მეტიც  $|\det \Phi| > \delta > 0$ . აქედან გამომდინარეობს, რომ გახსნილი მრუდი  $S$  ერთგანზომილებიანი გლუვი კოლექტორია,  $\bar{y} \in Y$  ლოკალური კოორდინატით მრუდის გარშემო, ე.ი მისი მეზობლობით:

$$Y_\varepsilon = \{y : dist(y, S) < \varepsilon_0, \bar{y} \in \bar{Y}\}$$

სადაც  $\varepsilon_0 > 0$  მცირე რიცხვია. იქ არსებობს  $y = y(\bar{y}, \varepsilon)$  ინვერსიის გლუვი ასახვა და სათანადო იაკობის მატრიცა:

$$J = \Phi^{-1} = \begin{vmatrix} \overline{J} \\ J_\varepsilon \end{vmatrix}.$$

მაშინ მართვადი სინქრონიზაციის საერთო პრობლემა შემდეგნაირად უდერს:

პრობლემა 1. ვიპოვოთ ისეთი მართვა  $u = U(y)$ , რომ ნებისმიერი  $y = Y_\varepsilon$ -სათვის უზრუნველყოფილ იქნას (4.7) პირობის სინქრონიზაცია (ან  $\varepsilon = 0$  ამონახსნის ასიმპტოტური სტაბილურობა) და მოცემული გაშუალებული რხევები  $\bar{y}(t) \in \bar{Y}$ , გათვალისწინებული (4.4)-ში.

ორბიტალური სინქრონიზაციის პრობლემები მდგომარეობს შემდეგში: სინქრონული პროცესების ფართო კლასი შეესაბამება მოძრაობას პერიოდულ ორბიტებზე. განვიხილოთ გლუვი რკალი  $Y \in R^m$  ღია დაკავშირებულ სივრცეში, როგორც ერთცვლადიანი კოლექტორი:

$$S : \phi_\varepsilon(y) = 0 \quad (4.9)$$

რომელიც აღჭურვილია  $\{S^i, \phi_\varepsilon^i\}, i=1,2,\dots$ , საერთო დიაგრამებით, სადაც  $\phi_\varepsilon, \phi_{\varepsilon j}$ , - გლუვი რეგულარული ფუნქციებია და  $\cup S^i = S$ . რომ წარმოადგინოთ  $S$ , როგორც შეკრული ორბიტა, ჩვენ ვირჩევთ  $\phi_\varepsilon^j = \phi_\varepsilon^0 + (j-1)s^0$ , სადაც  $\phi_\varepsilon^0$  - გლუვია,  $s^0$  - ორბიტის პერიოდია, მაშინ შეგვიძლია განვსაზღვროთ კოლექტორის დიაგრამის ადგილობრივი კოორდინატები  $s^i \in S^{*i} \subset R^1$ , სადაც  $\cup S^{*i} = S^*$  - ღია სივრცეა, დაკავშირებული შემდეგი განტოლებით:

$$s^i = \phi_\varepsilon^i = \phi_\varepsilon^0 + (i-1)s^0 \quad (4.10)$$

$S$  რკალის მიმართ სისტემის ქცევის გაანალიზებით, ჩვენ გავარჩევთ გასწვრივ მოძრაობას, რომელზეც აღწერილია  $s(t) = s^i(t)$  ცვლადებით და მკვეთი მოძრაობით, რომელიც დაკავშირებულია (4.8) განტოლებით განსაზღვრულ  $\varepsilon(t)$  შეცდომის ვექტორთან. (4.9) პირობა და  $\varepsilon(t) = 0$  იდენტურობა აყენებენ პირობებს  $y_j(t)$  ცალკეული პერიოდული ამონახსნების კოორდინირებისათვის და შეესაბამებიან  $y(t)$  სისტემურ ტრაექტორიებს, რომლებიც მთლიანად განლაგებულია  $S$  რკალზე. ასეთი სისტემური განვითარების სტაბილიზაცია წარმოადგენს გათვალისწინებულ მართვის მთავარ ამოცანას პროპორციული ან ცვლადი კურსით მოძრაობა რკალზე, რომელიც ხასიათდება  $s$  ცვლადით, ადგენს პროცესების დროის მასშტაბს. ეს შეიძლება გათვალისწინებული იყოს შესაბამისად  $\dot{s} = const$ , ან  $\dot{s} = v_d(t)$  პირობებით.

(4.8) და (4.10) განტოლებები წარმოადგენენ არაწრფივ კოორდინა-

ტულ გარდაქმნას  $\Phi(y) = \begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_\varepsilon \end{bmatrix}$  იაკობის მატრიცით, რომელიც, როგორც

იგულისხმება, აკმაყოფილებს (4.1) დაშვებას. მაშინ ადგილობრივ მასშტაბებში რკალის ირგვლივ რომელიც, განისაზღვრება, როგორც  $Y_\varepsilon = \{y : dist(y, S) < \varepsilon, s \in S^*\}$ , არსებობს  $y = y(s, \varepsilon)$  გლუვი უკუასახვა, ამის გარდა, გლუვი რკალებისთვის შეიძლება მოიძებნოს  $S$ -ის

ადგილობრივი ორთოგონალური წარმოდგენა, ისეთი, რომ შემდეგ დაშვებას ექნება ადგილი.

დაშვება 2. ყველა  $y \in S$ -სათვის,  $\Phi$  მატრიცა ორთოგონალურია, ე.ი:  $\Phi\Phi^T = I$ . წარმოვიდგინოთ ნომინალური იაკობის მატრიცა  $\Phi^*(s) = \{\Phi_j^{*T}(s)\} = \Phi(y(s,0))$ . (4.2) დაშვების გათვალისწინებით,  $\Phi_j^{*T}$  სვეტები განსაზღვრავენ ფრენეტის მოძრავ ჩარჩოს, დაკავშირებულს  $y = y(s,0) \in S$  წერტილებთან.  $\Phi^*$  მატრიცის დინამიკა ექვემდებარება ფრენეტის მაგვარ განტოლებას:

$$\dot{\Phi}^* = \dot{s}H(s) \cdot \Phi^* \quad (4.11)$$

სადაც  $H$  – რკალის გეომეტრიული ინვარიანტების დამახინჯებული სიმეტრიული მატრიცაა. ამის გარდა, ასეთი გარდაქმნა (4.8), (4.10) ინარჩუნებს მეტრიკულ სივრცეს და  $\varepsilon_j$  კოორდინატები განსაზღვრავენ  $S$ -საგან გადახრას, როცა  $s$  ადგილობრივი კოორდინატა დაკავშირებულია  $S$  რკალის სიგრძესთან.  $Y_\varepsilon$ -ში  $\Phi(y)$  მატრიცა გამოვთვალეთ წრფივი აპროქსიმაციის გამოყენებით:

$$\Phi = \Phi^*(s) + \sum \Phi_{\varepsilon_j}(s)\varepsilon \quad (4.12)$$

სადაც  $\Phi_{\varepsilon_j} = \partial\Phi/\partial\varepsilon$ , როცა  $\varepsilon = 0$ .

ორბიტალური სინქრონიზაციის ადგილობრივი პრობლემა შემდეგნაირად უდერს:

პრობლემა 2. უნდა მოიძებნოს ისეთი მართვა  $u = U(y)$ , რომ მებისმიერი  $y \in Y_\varepsilon$ -სათვის უზრუნველყოფილი იქნას  $S$ -ის ატრაქტულობა  $Y_\varepsilon$ -ის ახლოს (ან  $\varepsilon = 0$  ამონახსნის ასიმტოტური სტაბილურობა)

ჩამოვაყალიბოთ „საკონტროლო“ ვერსია. განვიხილოთ  $K$ -დინამიკური სისტემა:

$$\sum_i = \{T, U_i, X_i, Y_i, \Phi_i, h_i\}, \quad i = 1, \dots, K \quad (4.13)$$

სადაც  $T$  არის დროის მუდმივების საერთო ჯგუფი;  $U_i, X_i, Y_i$  – შესასვლელის, მდგომარეობის და გამოსასვლელის ჯგუფი;  $\Phi_i: TxX_i \times U_i \rightarrow X_i$  – გარდამავალი რეჟიმები,  $h_i: TxX_i \times U_i \rightarrow y_i$  – გამოსასვლელების რეჟიმები. (აქ ჩვენ ვიყენებთ დინამიკური სისტემების ერთ-ერთ სტანდარტულ განსაზღვრებას). თავდაპირველად განვიხილოთ

შემთხვევა, როცა ყველა  $U_i$  არის უბრალოდ ერთეულოვანი, ე.ი არ გვაქვს შესასვლელები და ფორმირებისას შეიძლება გამოტოვებულ იქნან. დავუშვათ, რომ მოცემულია  $i$  – ფუნქციონალები:  $g_j : Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_k \times T \rightarrow IR^1, j = 1, \dots, i$ . აქ  $Y_i$  – არის ყველა ფუნქციის ჯგუფი  $T$  – დან  $Y_i$  – ში, ე.ი  $Y_i = \{y : T \rightarrow Y_i\}$ . შემდეგ ვიღებთ  $T$ -ს, როგორც დროთა ჯგუფს ასევე  $T = IR \geq 0$  (გახანგრძლივებული დრო) ან  $T = Z \geq 0$  (დისკრეტული დრო). ნებისმიერი რომელიმე  $J \in T$  – სთვის ჩვენ განვსაზღვრავთ  $\sigma_\tau - 1$ , როგორც წანაცვლების ოპერატორს, ე.ი  $\sigma_\tau : Y_i \rightarrow Y_i$  მოცემულია, როგორც  $(\sigma_\tau y)(t) = y(t + \Gamma)$  ყველა  $y \in Y_i$  – სთვის და ყოველი  $t \in T$  – სთვის.

თუ ჩვენ თავს ვუყრით ყველა ამონახსნს  $x_1(\cdot), \dots, x_k(\cdot)$  სისტემისა  $\sum_1, \dots, \sum_k$  საწყისი მნიშვნელობით  $x_1(0), \dots, x_k(0)$ , რომელებიც სინქრონიზირებულნი არიან  $g_1, \dots, g_i$  ფუნქციონალებთან თანაფარდობით, მაშინ

$$g_j(\sigma_{\Gamma_1} Y_1(\cdot), \dots, \sigma_{\Gamma_k} Y_k(\cdot), t) \equiv 0, j = 1, \dots, i \quad (4.14)$$

განტოლებას აქვს მნიშვნელობები ყველა  $t \in T$  – სთვის და ზოგიერთი  $J_1, \dots, J_k \in T$  – სთვის, სადაც  $Y_i(\cdot)$  აღნიშნავს სისტემის გამოსასვლელ ფუნქციას  $\sum_i : y_i(t) = h(x_i(t), t), t \in T, i = 1, \dots, K$ . ჩვენ ვამბობთ, რომ ამონახსნი  $x_1(\cdot), \dots, x_k(\cdot) - \sum_1, \dots, \sum_k$  სისტემისა საწყისი მნიშვნელობებით  $x_1(0), \dots, x_k(0)$  დაახლოების სინქრონიზებულია  $g_1, \dots, g_k$  ფუნქციონალებთან მიმართულებაში, თუ გვაქვს  $\varepsilon > 0$  და  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k \in T$ , ასე რომ

$$|g_j(\sigma_{\Gamma_1} y_1(\cdot), \dots, \sigma_{\Gamma_k} y_k(\cdot), t)| \leq \varepsilon, j = 1, \dots, i \quad (4.15)$$

ყველა  $t \in T$  – სთვის. ამონახსნები  $x_1(\cdot), \dots, x_k(\cdot)$  სისტემისა  $\sum_1, \dots, \sum_k$  საწყისი მნიშვნელობებით ასიმპტოტურად სინქრონიზებულ  $g_1, \dots, g_j$  ფუნქციონალების მიმართ, ზოგიერთი  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k \in T$  – სთვის გვაქვს:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (g_j(\sigma_{\Gamma_1} y_1(\cdot), \dots, \sigma_{\Gamma_k} y_k(\cdot), t)) = 0, j = 1, \dots, i \quad (4.16)$$

თუ სინქრონიზაციის მოვლენა მიღწეულია ყველა საწყისი მნიშვნელობებისათვის  $x_1(0), \dots, x_k(0)$ , მაშინ შესაძლებელია ვთქვათ, რომ სისტემები  $\sum_1, \dots, \sum_k$  სინქრონიზებადია (მოცემულ ფუნქციონალებთან მიმართებაში შესაბამისი გაგებით).

ასიმპტოტური სინქრონიზაციის შემთხვევაში შესაძლებელია განისაზღვროს ისეთი საწყისი მნიშვნელობები, რომელსაც მიეყვართ სინქრონიზაციამდე. შემდგომში ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ შემთხვევას, სადაც სინქრონიზაცია მიღწეულია მხოლოდ ყველა საწყისი მნიშვნელობისათვის. მიუხედავად იმისა, რომ ეს განსაზღვრება ზოგადია, ის შეიძლება განზოგადებულ იქნას შემდგომში. მაგალითად, ბევრ პრაქტიკულ პრობლემებში დროითი ძვრები  $\Gamma_i, i=1, \dots, k$  არ არის მუდმივი, მაგრამ მიისწრაფიან მუდმივი მნიშვნელობებისკენ, ე.წ. „ასიმპტოტური ფაზებისაკენ“. ამ შემთხვევაში ძვრის ოპერატორის მაგიერ ყველა გამოსასვლელი ფუნქციისთვის  $y_2(\cdot)$ , უფრო ხელსაყრელია განვიხილოთ დროში დაშლადი ძვრის ოპერატორი, რომელიც განსაზღვრულია შემდეგი სახით:

$$(\sigma_{\Gamma_i})y(t) = y(t'_i(t)) \quad (4.17)$$

სადაც  $t'_i : T \rightarrow T, i=1, \dots, k$  – არის ჰომომორფიზმები (ხანგრძლივი ფუნქციები, რომელთაც აქვთ ხანგრძლივი ინვერსიები), ასე, რომ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (t'_i(t) - t) = \varepsilon_i \quad (4.18)$$

შევნიშნოთ, რომ ფუნქციონალების ჯგუფის ნაცვლად ყოველთვის შესაძლებელია ავიღოთ ერთი ფუნქციონალი, რომელიც ასახავს სინქრონიზაციის ასეთივე გამოვლინებას. მაგალითად, შეიძლება ავირჩიოთ ფუნქციონალი  $G$ , საიდანაც:

$$G(y_1(\cdot), \dots, y_k(\cdot), t) = \sum_{j=1}^l g_j^2(y_1(\cdot), \dots, y_k(\cdot), t) \quad (4.19)$$

სინქრონიზაციის გამოყენებისას აუცილებელია ის მოთხოვნა, რომ (4.14) – (4.16) პირობები არ იქნას დარღვეული (ან დარღვეული იქნას უმნიშვნელოდ), როცა სისტემის ზოგიერთი პარამეტრი განსხვავდება ზოგიერთ სფეროში. სხვა სიტყვებით (4.14) – (4.16) თვისება უნდა იყოს მყარი, მაგრამ ამ შემთხვევაში ფაზური ძვრები შეიძლება

იყოს მუდმივი და არც კი მიისწრაფოდეს მუდმივი მნიშვნელობისაკენ, თუმცა, შემდეგი პირობა:

$$\overline{\lim_{t \rightarrow \infty}} |t'_i(t) - t| \leq r_j \quad (4.20)$$

შეიძლება წარმოდგენილი იყოს (4.18)-ის ნაცვლად.

ბევრ შემთხვევაში  $U_i, X_i, Y_i$  – ჯგუფები – სივრცის ვექტორებია და  $\sum_i$  სისტემები შეიძლება აღწერილი იქნას უბრალო დიფერენციალური განტოლებებით.

## 4.2 სინქრონული გენერატორების პარალელურ მუშაობაში ავტომატური ჩართვა

გენერატორის ქსელში წარმატებით ჩართვისათვის აუცილებელია, რომ მაწონასწორებელი დენის ბიძგი ჩართვის მომენტში არ აღემატებოდეს დასაშვებ მნიშვნელობას, ხოლო ჩასართავი გენერატორის როტორი ჩაერთოს სინქრონულად ხანგრძლივი რხევის გარეშე. ამ პირობების შესასრულებლად აუცილებელია წინასწარ დავარეგულიროთ გენერატორის ბრუნვის სიხშირე ისე, რომ იგი ახლოს იყოს სინქრონულთან, ხოლო ძაბვა მის გამოსასვლელებზე (თუ გენერატორი აღგზნებულია) მიუუახლოვოთ ან გაეუტოლოთ ენერგოსისტემის ძაბვას და შევარჩიოთ ჩართვა-გამორთვის ბრძანების მიცემის მომენტი. ბრუნვის სიხშირისა და ძაბვის გათანაბრების ამ პროცესის და გენერატორის ქსელში ჩართვის მომენტის შერჩევას ეწოდება სინქრონიზაცია. ექსპლუატაციაში გამოიყენება ენერგოსისტემასთან გენერატორის პარალელური მუშაობაში ჩართვის ორი ძირითადი მეთოდი: ზუსტი სინქრონიზაცია და თვითსინქრონიზაცია.

ზუსტი სინქრონიზაციით ჩართვის მეთოდისას გენერატორი ბრუნდება სინქრონულთან მიახლოებულ სიხშირემდე და აღგზნდება. შემდეგ ხელით ან ავტომატიკის საშუალებით თანაბრდება სინქრონიზებული გენერატორისა და ქსელის სიხშირეები და ძაბვა. ამის შემდეგ მიეცემა გენერატორის ქსელში ჩართვის ბრძანება. იმისათვის, რომ ჩართვის მომენტის გაწონასწორებული დენის ბიძგი არ აღემატებოდეს დასაშვებ სიდიდეს, ხოლო გენერატორის როტორის რხევები სწრაფად



ჩაქრეს, აუცილებელია ძალიან ზუსტად იქნას გაწონასწორებული გენერატორისა და ქსელის სიხშირეები და ძაბვა. აუცილებელია შეირჩეს გენერატორის ჩართვისა და გამორთვის შესაბამისი მომენტი.

თვითსინქრონიზაციისას გენერატორი ბრუნდება სინქრონულთან მიახლოებულ სიხშირემდე და ქსელში ირთება აღუგზნებლად. აღგზნების დენი მიეწოდება როტორის ხვიებს ჩამრთველის ჩართვისთანავე. შემდეგ ხდება როტორის ე.მ.ძ.-ისა და დენის ზრდა, გენერატორი კი ირთება სინქრონიზმში.

სინქრონიზაციის ძირითად ღირსებად ითვლება სინქრონიზაციის პრიცესის დაჩქარება და მისი შედარებით უბრალოება, რის გამოც იგი შეიძლება ადვილად იქნეს ავტომატიზირებული. თვითსინქრონიზაციის უპირატესობა განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ავარიულ პირობებში, ენერგოსისტემებში სიხშირისა და ძაბვის მნიშვნელოვანი მერყეობის დროს. თვითსინქრონიზაციის მეთოდის უარყოფით თვისებად შეიძლება ჩაითვალოს ჩართვის მომენტში დენის შედარებით დიდი ბიძგები, რის გამოც იწვება ჩამრთველის კონტაქტები და საჭირო ხდება გენერატორის და ტრანსფორმატორების მწყობრში მოყვანისთვის გარკვეული დამატებითი ძალისხმევა.

ზუსტი სინქრონიზაციის უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ გენერატორის ჩართვას, როგორც წესი თან არ ახლავს დენის დიდი ბიძგები და ხანგრძლივი რხევები. ამასთანავე ზუსტი სინქრონიზაციისადმი წაყენებული მკაცრი მოთხოვნები მას ხდიან შედარებით რთულ და ხანგრძლივ ოპერაციად. განსაკუთრებით ეს ეხება ავარიულ პირობას, როცა სიხშირისა და ძაბვის სხვადასხვა მერყეობისას პრაქტიკულად შეუძლებელი ხდება სინქრონიზებული გენერატორისა და ქსელის სიხშირეებისა და ძაბვის გაწონასწორება.

გენერატორების სინქრონიზაცია ძალიან მნიშვნელოვანი ოპერაციაა, რომელიც მორიგე პერსონალისაგან მოითხოვს მუშაობის დიდ გამოცდილებას. ამ ოპერაციის ავტომატიზაცია ამსუბუქებს ოპერატიული პერსონალის შრომით პირობებს და საშუალებას იძლევა, რათა სწრაფად იქნეს ჩართული გენერატორი ქსელში, რაც ავარიულ პირობებში ძალზე მნიშვნელოვანია. ანსხვავებენ ხელის, ავტომატიკურ და ნახევრად ავტომატურ სინქრონიზაციას. შესაბამისად ამისა ავტომატი-

კის მოწყობილობები იყოფიან ავტომატიკურ და ნახევრად ავტომატიკურებად.

ავტომატური სინქრონიზაციას გენერატორის ქსელში ჩართვის მთელი პროცესი სრულდება ავტომატურად, მორიგე პერსონალის ჩარევის გარეშე. ასე მაგალითად: ავტომატური ზუსტი სინქრონიზატორი ახორციელებს სინქრონიზებული გენერატორის ბრუნვის სიხშირისა და ძაბვის რეგულირებას, აკონტროლებს ჩართვისათვის სიხშირისა და ძაბვის დასაშვებ სხვაობას, იძლევა იმპულსს ჩართვაზე, იმ მომენტში როცა სრულდება ზუსტი სინქრონიზაციის პირობა.

ნახევრადავტომატურ სინქრონიზაციისას ავტომატური მოწყობილობები ასრულებენ დამხმარე როლს, ისინი ეხმარებიან მორიგე პერსონალს გენერატორის სინქრონიზაციაში. ასე მაგალითად: თვით-სინქრონიზაციის ნახევრადავტომატური მოწყობილობა აკონტროლებს სიხშირეთა სხვაობას და იძლევა ჩართვის იმპულსს, როცა იგი გახდება დასაშვები ჩართვისათვის. სინქრონიზებული გენერატორის ბრუნვის სიხშირის რეგულირება ამ დროს ეკისრება მორიგე პერსონალს. რიგ შემთხვევაში ზუსტი სინქრონიზაციის ნახევრადავტომატური მოწყობილობები გამოიყენება ბლოკირების სახით, სინქრონიზაციისათვის საჭირო პირობებში გენერატორის ჩართვის ნებართვით.

ექსპლუატაციაში გამოიყენება ორი ტიპის სინქრონიზატორები: წასწრების მუდმივი კუთხით და წასწრების მუდმივი დროით.

თუ მივიღებთ, რომ ჩამრთველის ჩართვისას მუდმივი რჩება არა არაკუთხური სიხშირის ცურვა, არამედ კუთხური აჩქარება, მაშინ წინსწრების კუთხის შერჩევა და სინქრონიზატორის ამოქმედება ხდება იმ მომენტში, როცა სრულდება შემდეგი ტოლობა:

$$\delta + \delta_{on} = \delta + \frac{d\delta}{dt} t_b + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{t^2}{2} = 2\pi \quad (4.21)$$

სადაც  $t_B$  - წინსწრების დროა და ტოლია ჩამრთველის ჩართვის დროისა.

$U_\delta$  და  $\delta$  - შორის წრფივი დამოკიდებულებიდან გამომდინარე სინქრონიზატორის ამოქმედება ღებულობს შემდეგ სახეს:

$$U_\delta + \frac{dU_\delta}{dt} t_B + \frac{d^2U_\delta}{dt^2} \frac{t_B^2}{2} = U_{2\pi}, \quad (4.22)$$

სადაც  $U_{2\pi}$  არის  $U_\delta$  -ის მნიშვნელობა  $2\pi$  კუთხისას.

დაჩქარების გათვალისწინებით  $a_s = \frac{dw_s}{dt}$  ცურვის კუთხური სიხშირე ჩამოთველის კონტაქტების მოკლე ჩართვის მომენტში  $\omega_{s,b} = \omega_{s,c} + a_s t_B$ , სადაც  $\omega_{s,b}$  – ცურვის კუთხური სიხშირეა სინქრონიზატორის ამოქმედების მომენტში. შესაბამისად წინსწრების კუთხე გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\delta_{on} = \omega_{s,c} t_B + a_s \frac{t_B^2}{2} \quad (4.23)$$

სინქრონიზატორში კონტროლდება მაქსიმალურად დასაშვები ცურვა  $\omega_{s,max,D}$  ჩამოთველის კონტრაქტების მოკლე ჩართვის მომენტში.

როცა  $\omega_{s,b} > \omega_{s,max,D}$ , მაშინ მოქმედების აკრძალვისთვის, ცურვის მნიშვნელობის მაკონტროლებელი ელემენტისათვის დაისმის პირობა:

$$\delta_{o\pi,max,D} = \omega_{s,max,D} t_B, \quad (4.24)$$

რომელშიც სინქრონიზატორს ავტომატურად შეაქვს შესწორება და ამ შემთხვევაში წინსწრების დასაშვები კუთხე გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\delta_{o\pi,max,D} = (\omega_{s,c} + a_s t_B)_{max,D} t_B - a_s \frac{t_b^2}{2} = \omega_{s,max,d} t_B - a_s \frac{t_b^2}{2}$$

შერჩევა  $\delta_{on} > 120^\circ$  ავტომატურად იკრძალება.

### 4.3 ავარიული სიტუაციების ანალიზი

#### 4.3.1 ასინქრონული რეჟიმების ლიკვიდაცია. რესინქრონიზაცია

ენერგოსისტემაში ავარიული სიტუაციების ანალიზი და ავარიისაწინააღმდეგო ღონისძიებების შერჩევა (ზემოქმედების მეთოდი) მუშაობის ნორმალური რეჟიმის აღსადგენად, წინ უსწრებს ტექნიკურ საშუალებათა დამუშავებას. ასეთი ანალიზის საფუძველს შეადგენს ენერგოსისტემის პარალელური მუშაობის მდგომარეობის გაანგარიშება, რომელიც სრულდება გარდამავალ პროცესებზე ზემოქმედების გათვალისწინებით.

ენერგოსისტემის მოძრაობის განტოლება, თუ უგულებელვყოფთ ხაზებში დანაკარგებს და თვითრეგულირების თავისებურებებს (გენერატორის ასინქრონული მომენტებით და დატვირთვის რეგულირების ეფექტით), შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\frac{T_{j,\Delta k}}{W_{\text{hom}}} \frac{d^2 \delta_{1,2}}{dt^2} + P_{1,2} S_{in} \delta_{1,2} = \Delta P \quad (4.25)$$

სადაც  $\delta_{1,2}$  – ე.მ.ძ-ების,  $E_1$  -ის და  $E_2$  -ის, გენერატორების ფაზებს შორის ძვრის კუთხეა,  $\Delta P$  – წარმოქმნილი დეფიციტი ან სიმძლავრის დანაკარგია,  $T_{j,\Delta k}$  – ენერგოსისტემაში მბრუნავი მასების ინერციის დროის ექვივალენტური მუდმივაა.

$$T_{j,\Delta k} = T_{j,1} T_{j,2} / T_{j,1} + T_{j,2} \quad (4.26)$$

აქ  $T_{j,1}, T_{j,2}$  – ექვივალენტური ოპერატორების ინერციის დროითი მუდმივებია.

$\Delta P$  -ს მნიშვნელობა შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

$$\Delta P = \frac{P_{T,1} - P_{H,1}}{T_{j,1} + T_{j,2}} T_{j,2} - \frac{P_{T,2} - P_{H,2}}{T_{j,1} + T_{j,2}} T_{j,1} \quad (4.27)$$

სადაც  $P_{T,1}, P_{T,2}$  – პირველი და მეორე ელექტროსადგურის ტურბინების სიმძლავრეებია;  $P_{H,1}, P_{H,2}$  – ელექტროსადგურების ელექტრული სიმძლავრის დატვირთვებია. (4.25) და (4.27) განტოლებების დახმარებით შეიძლება გაგანალიზოთ უფრო მეტად დამახასიათებელი ავარიული სიტუაციები: გადამცემ ნაწილებში სიმძლავრის დანაკარგი, მიმდებ ნაწილში სიმძლავრის დეფიციტი და გადაცემის შესუსტება.

ენერგოსისტემების განვითარებასა და გაერთიანების პირველ ეტაპზე ასინქრონული რეჟიმების ლიკვიდაცია ხორციელდებოდა ოპერატიული პერსონალის მოქმედებებით. შეინიშნებოდა სინქრონიზმის თვითნებური აღდგენის შემთხვევები დინამიური მდგრადობის დარღვევის დროს, მაგრამ არ არსებობდა ასინქრონული რეჟიმების დაშვების კრიტერიუმები და ეს რეჟიმები განიხილებოდა, როგორც მავნენი, რის გამოც ექვემდებარებოდნენ სწრაფ ლიკვიდაციას. შემდგომ დაიწყო ავარიის ლიკვიდაციასთან დაკავშირებული სარეჟიმო მოთხოვნების გა-

დასინჯვა, რაც გამოწვეული იყო მდგრადების დარღვევით. ფორმულირებული იქნა ასინქრონული ჩართვის და მოკლე დროის სინქრონული რეჟიმების დასაშვები კრიტერიუმები. განსაზღვრეთ რესინქრონიზაციის პირობა – ასინქრონული რეჟიმის პროცესის დროს სინქრონიზმის აღდგენას ეწოდება რესინქრონიზაცია. რესინქრონიზაციის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$|S_{cp}| \leq S_{cp, kp}$$

სადაც –  $S_{cp}$  – დამყარებული საშუალო ცურვაა

$S_{cp, kp}$  – დამყარებული საშუალო ცურვის კრიტიკული მნიშვნელობაა, რომლის დროსაც რესინქრონიზაცია მიმდინარეობს სინქრონული მომენტის გავლენის ქვეშ, რაც იწვევს მრვალჯერად ცურვის რყევას საშუალო მნიშვნელობასთან ახლოს.

$S_{cp, kp}$  რიცხობრივი შეფასებისათვის ძლიერ და სუსტი კავშირებისას შესაბამისად მივიღოთ:

$$P_{12}=1 \text{ და } P_{12}=0,05$$

$$S_{cp, kp} = 0,0565 \sqrt{\frac{P_{12}}{\tau_{j\>k}}} \quad (4.28)$$

$$\tau_{j\>k} = \frac{\tau_{j1}\tau_{j2}}{\tau_{j1} + \tau_{j2}}$$

$\tau_{j1}, \tau_{j2}$  – მექანიკური ინერციის მუდმივებია;  $\tau_{j\>k}$  – ორმანქანური სისტემის მექანიკური ინერციის ექვივალენტური მუდმივაა;  $P_{12}$  – ასინქრონულად მომუშავე ნაწილების ურთიერთ სიმძლავრე ფარდობით ერთეულებში, რომელიც განსაზღვრავს სიმძლავრის რყევის მაქსიმალურ ამპლიტუდას ასინქრონული რეჟიმის ხაზზე.

#### 4.3.2 ასინქრონული რეჟიმის ნიშნები

პარალელურ მუშაობაზე ჩართული გენერატორები ნორმალურ რეჟიმში მუშაობენ სინქრონულად. სინქრონული რეჟიმისათვის დამახასიათებელია ის, რომ ყველა გენერატორს გააჩნია ერთნაირი სიხშირე და აქედან გამომდინარე, მათი ვექტორები ბრუნავენ ერთნაირი კუთ-

ხური სიჩქარით. ასინქრონული რეჟიმი თავს იჩენს თუ დაირღვევა გენერატორების ან ენერგოსისტემის პარალელური მუშაობის მდგრადობა. ამის გარდა, ასინქრონული რეჟიმი შეიძლება წარმოიქმნას იმ ხაზების არასინქრონული ჩართვის დროს, რომლებიც აერთებენ ელექტროსადგურს ენერგოსისტემასთან – ასინქრონული რეჟიმს თან სდევს ქვემოთ წარმოდგენილი მოვლენების და ნიშნების განხილვა:

1. ასინქრონულ ე.მ.ძ.-ებს შორის კუთხის პერიოდული ცვალებადობა ნულიდან  $360^{\circ}$ -მდე სიხშირის ცურვით (ცურვა ეწოდება ბრუნვის სიხშირეთა სხვაობას ან ელექტრული სიხშირეთა სხვაობას)

$$\begin{aligned}\omega_s &= \omega_r - \omega_c, \\ f_s &= f_r - f_c,\end{aligned}\tag{4.29}$$

სადაც  $\omega_s$  და  $f_s$  – ცურვის კუთხური სიჩქარე და სიხშირე;  $\omega_r$  და  $f_r$  – გენერატორის ან ელექტროსადგურის კუთხური სიჩქარე და სიხშირე;  $\omega_c$  და  $f_c$  – ენერგოსისტემის კუთხური სიჩქარე და სიხშირე.

2. ელექტროგადაცემის ყველა წერტილში პერიოდული სიხშირული ცურვა ძაბვის ცვლილებით.

3. სიხშირული ცურვის დენის პერიოდული ცვლილება (რხევა) ყველა ელემენტში, რომელიც აკავშირებს ასინქრონულ მანქანებს.

ზემოთ განხილულიდან ჩანს, რომ ასინქრონული რეჟიმებს თან ახლავს ძაბვის დიდი შემცირება, რხევის დიდი დენების გაღივება და აქტიური სიმძლავრის რყევები. ყველაფერი ეს წარმოადგენს ნორმალურ რეჟიმში მუშაობას სერიოზული დარღვევას, სახიფათოა მოწყობილობებისათვის და ელექტროენერგიის მომხმარებელთათვის. ამიტომ ასინქრონული რეჟიმი უნდა იყოს შეზღუდული 2-3 ციკლამდე. ასინქრონული რეჟიმის ხანგრძლივობის დასაშვები ზღვარი წარმოადგენს 15-30 წმ-ს. ამ დროს განმავლობაში უნდა იქნეს მიღებული ზომები სინქრონიზმის აღსადგენად.

არსებობს ასინქრონული რეჟიმის ლიკვიდაციის ორი მეთოდი: რესინქრონიზაცია და ენერგოსისტემის დაყოფა.

ეს ოპერაციები როგორც წესი ხორციელდება, ავტომატურად, ასინქრონული რეჟიმის ლიკვიდაციის ავარიასაწინააღმდეგო მოწყობი-

ლობების დახმარებით, ხოლო იშვიათად (მოწყობილობის მწყობრიდან გამოსვლისას) – ოპერაციული პერსონალის საშუალებით.

#### 4.4 სინქრონიზირებადი მართვა

(4.1) პრობლემის გადაწყვეტისათვის, შეკრული მარყუჟის მართვა უნდა ამოვიჩიოთ ისე, რომ მივადწიოთ სასურველი სისტემური სივრცის განვითარებას, რომელიც აღწერილია (4.4), (4.7) განტოლებებით. პროცედურა იწყება (4.1) მოდელის ჩვეულებრივი გარადქმნით. (4.6) და (4.8) განტოლებების დიფერენცირებით ჩვენ ვიღებთ შემდეგ ასახვებს:

$$\begin{vmatrix} \dot{\bar{y}} \\ \dot{\varepsilon} \end{vmatrix} = \Phi \dot{y} \quad (4.30)$$

$$\dot{y} = \Phi^{-1} \begin{vmatrix} \dot{\bar{y}} \\ \dot{\varepsilon} \end{vmatrix} = \bar{\Gamma} \dot{\bar{y}} + \Gamma_{\varepsilon} \dot{\varepsilon} \quad (4.31)$$

ახალ კოორდინატულ დიაგრამაში მათემატიკური მოდელი აღვიღად შედგება (4.13)-ის დიფერენცირებით დროის მიმართ და შეცვლის შედეგად (4.1), (4.31) შემდეგ ფორმას მიიღებს:

$$\begin{vmatrix} \ddot{\bar{y}} \\ \ddot{\varepsilon} \end{vmatrix} = \dot{\Phi} \Gamma \begin{vmatrix} \dot{\bar{y}} \\ \dot{\varepsilon} \end{vmatrix} + \Phi A^{-1} (u - b) \quad (4.32)$$

სამუშაო პროედურა შეიცავს „სივრცის გაწრფივებას“:

$$u = b + A \tilde{u} \quad (4.33)$$

სადაც  $\tilde{u} = \{u_j\}$ ,  $j \in [1, m]$  – ახალი შესასვლელი ვექტორია, რომელიც მოიძებნება შემდეგ ფორმაში:

$$\tilde{u} = \tilde{u}(\bar{y}, \varepsilon) \quad (4.34)$$

მაშინ (4.32) შემდეგნაირად გადაიწერება:

$$\begin{vmatrix} \ddot{\bar{y}} \\ \ddot{\varepsilon} \end{vmatrix} - \dot{\Phi} \Gamma \begin{vmatrix} \dot{\bar{y}} \\ \dot{\varepsilon} \end{vmatrix} = \Phi \tilde{u} \quad (4.35)$$

განვიხილოთ მდგრადი სინქრონიზაციის მოძრაობა, რომელიც იღებს  $\varepsilon \equiv 0$  და  $\tilde{u}_0(y) = \tilde{u}(\bar{y}, 0)$  მნიშვნელობებს. (4.35) შემდეგნაირად გადაიწერება:

$$\tilde{u}_0 = \left( \dot{\bar{\Gamma}} - 2\xi\omega\bar{\Gamma} \right) \dot{\bar{y}} - \omega^2 \bar{\Gamma} \bar{y} \quad (4.36)$$

რომ გავანალიზოთ სინქრონიზაციის პროცესები  $Y_\varepsilon$ -ში, ჩვენ ვიხილავთ მკვეთი მოძრაობის მოდელს, მიღებულს (4.35) განტოლებიდან:

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\Phi}_\varepsilon^T \Gamma_\varepsilon \dot{\varepsilon} = \dot{\Phi}_\varepsilon^T \bar{\Gamma} \bar{y} + \Phi_\varepsilon^T \hat{u} \quad (4.37)$$

ამოვირჩიოთ

$$\tilde{u} = \tilde{u}_0(\bar{y}) - \Gamma_\varepsilon (K_1 \dot{\varepsilon} + K_2 \varepsilon) \quad (4.38)$$

სადაც  $K_1, K_2$  – უკუკავშირის გადიდების მატრიცებია.

პრობლემის გადაწყვეტისათვის, შემოვიტანოთ (4.1) სისტემაში ახალი მდგომარეობის ცვლადები, გასწვრივი მოძრაობის  $(s, \dot{s})$  და მკვეთი  $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  ცვლადები, რომლებიც შემდეგნაირად გამოითვლებიან:

$$\begin{bmatrix} s \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_s^i(y) \\ \varphi_\varepsilon(y) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \Phi \dot{y} \quad (4.39)$$

დაშვება (4.2)-ის გათვალისწინებით,  $y = y(s, \varepsilon)$  – უკუასახვის დიფერენციალი იქნება:

$$\dot{y} = \Phi^T \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

სისტემური მოდელი ახალ კოორდინატულ დიაგრამაში შექმნილია (4.39)-ის დიფერენცირებით, შესაბამისი ცვლილებებით და (4.11), (4.12) განტოლებების გამოყენებით.  $Y_\varepsilon$  მცირე მიდამოში, ის მიიღებს შემდეგ ფორმას:

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{\varepsilon} \end{bmatrix} - sH \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} - a_1 \dot{\varepsilon} - a_2 \varepsilon = \Phi A^{-1}(u - b) \quad (4.41)$$

შექმნის პროცედურა შეიცავს მდგომარეობის სივრცის გაწვრივებას (4.33) და ამოცანით ორიენტირებული განცალკევებისათვის სისტემურ მოდელს,  $\tilde{u}_j$  შესასვლელების გათვალისწინებით, წრფივი მართვის ცვლადის გარდაქმნა მიიღება შემდეგნაირად:

$$\tilde{u} = \Phi^T \begin{bmatrix} u_s \\ u_\varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

სადაც  $u_s$  – გასწვრივი მართვაა და  $u_\varepsilon$  – m-1 განზომილების მკვეთი მართვის ვექტორია. მაშინ (4.41) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{\varepsilon} \end{bmatrix} - sH \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} - a_1 \dot{\varepsilon} - a_2 \varepsilon = (I + \Delta \varepsilon) \begin{bmatrix} u_s \\ u_\varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.43)$$



რომელიც განსაზღვრავს სუსტად ურთიერთმოქმედი გასწვრივი და მკვეთი დინამიკის მოდელებს. ისინი შეიძლება შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$\begin{aligned}\ddot{s} - (\dot{s}H^T - a_{11})\dot{\varepsilon} - a_{12}\varepsilon &= u_s + (\Delta_1\varepsilon)u_\varepsilon \\ \ddot{s} - (\dot{s}\bar{H} + a_{21})\dot{\varepsilon} - a_{22}\varepsilon &= u_\varepsilon - \dot{s}^2h(s) + (\Delta_2\varepsilon)u_s\end{aligned}\quad (4.44)$$

სადაც  $\begin{vmatrix} 0 & h^T \\ -h & \bar{H} \end{vmatrix} = H$  – მკვეთი მართვია.

$$u_\varepsilon = \dot{s}^2h(s) - K_1\dot{\varepsilon} - K_2\varepsilon \quad (4.45)$$

სადაც  $K_1, K_2$  – უკუკავშირის მატრიცები საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ თითქმის ავტონომიური შეცდომის მოდელი:

$$\ddot{\varepsilon} + (K_1 - \dot{s}H - a_{21})\dot{\varepsilon} + (K_2 - a_{22})\varepsilon = 0 \quad (4.46)$$

ამ მოდელის მატრიცების უკუკავშირის აუცილებელი შეზღუდვების ამორჩევა გვაძლევს ასიმპტოტური სტაბილურობის გარანტიას და ამის შედეგად (4.1) სისტემის ორბიტალური სტაბილურობა, (4.9) ატრაქტორის მიმართ გამოისახება შემდეგნაირად:

$$u_s = \dot{v}_d + k_s(v_d - \dot{s}) \quad (4.47)$$

სადაც  $k_s$  – უკუკავშირის სათანადო ამორჩევა უზრუნველყოფს  $v_d - \dot{s}$  ნორმის შეცდომის ასიმპტოტურ განულებას და სასურველი რხევების გადიდებას.

შედეგად მართვის სისტემა შეიცავს (4.33) გაწრფივების ალგორითმს, (4.42) მართვის ცვლადის გარდაქმნას და ნაწილობრივად (4.45) და (4.47) მართვის კანონებს.

შემოთავაზებული მიდგომის წარმოსადგენად განვიხილოთ ორკავშირიანი რხევითი სისტემის სინქრონიზაცია:

$$\ddot{y} + Wy = u \quad (4.48)$$

სადაც  $\dim y = 2$ ,  $W$  – დიაგონალური მატრიცაა და (4.33) განტოლება მიიღებს შემდეგი სახის ფორმას:

$$u = Wy + \tilde{u} \quad (4.49)$$

განვიხილოთ ზემოთ განხილული მოდელების კერძო შემთხვევები:

1. წრფივი სინქრონიზაცია. სინქრონიზაციის პირობა მდგომარეობს შემდეგში:

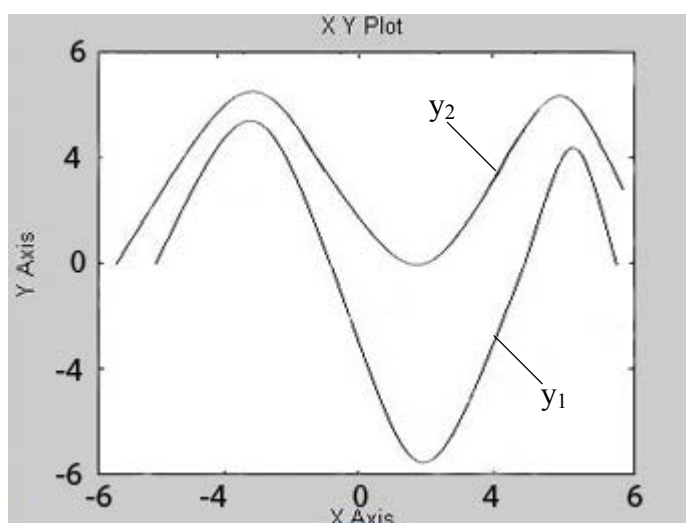
$$y_1 - 2 \cdot y_2 = 0 \quad (4.50)$$

(4.50) ემთხვევა წრფის განტოლებას და გაშუალებული ცვლადი ამორჩეულია შემდეგი ფორმით:

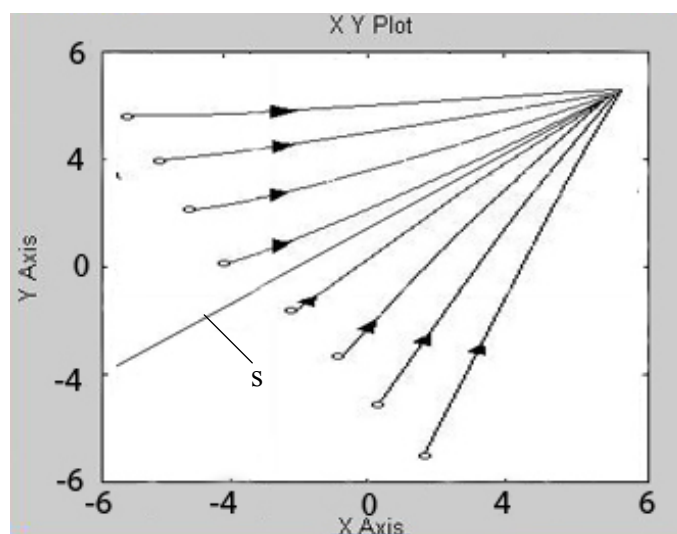
$$\bar{y} = y_1 + y_2 \quad (4.51)$$

გაშუალებული მოძრაობის დინამიკა მოცემულია (4.4) განტოლებით, სადაც  $\xi = 0$ ,  $\omega = 2$ .

მარყუქის წრფივი სინქრონიზაციის გამოყენებისას იყო გამომუშავებული მნიშვნელოვანი მართვის მოწყობილობა. წრფის გასწვრივ სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები, დაწყებული სხვადასხვა შიდა წერტილებიდან ნაჩვენებია ნახ.26-ზე.



ა)

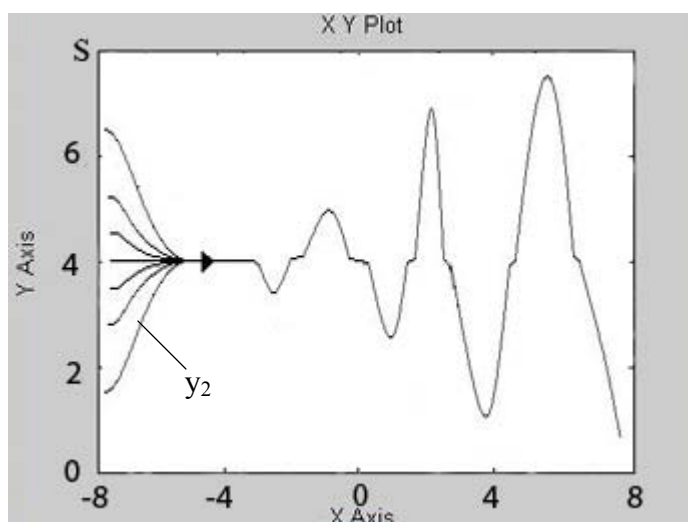


ბ)

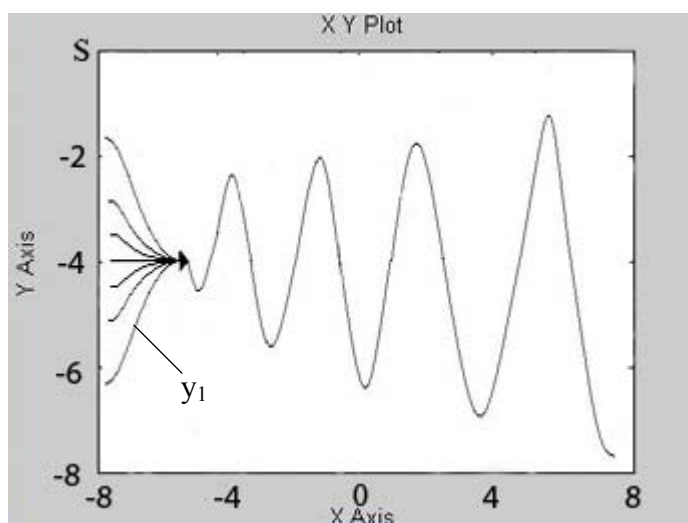
ნახ. 26 წრფივი სინქრონიზაცია

2. არაწრფივი სინქრონიზაცია. სინქრონიზაციის პირობა მოცემულია კუბური პარაბოლის განტოლებით  $y_2 - 0.1 \cdot y_1^3 = 0$  და გაშუალებული ცვლადი წარმოდგენილია, როგორც  $\bar{y} = y_1$ . სასურველი რხევები მიღებულია, როცა  $\xi = -0.39$ . როგორც პირველ შემთხვევაში, (4.36), (4.38) არაწრფივი სინქრონიზირებადი მარყუქების გამოყენება, საშუალებას გვაძლევს ჩამოვაყალიბოთ მნიშვნელოვანი მართვის კანონები.

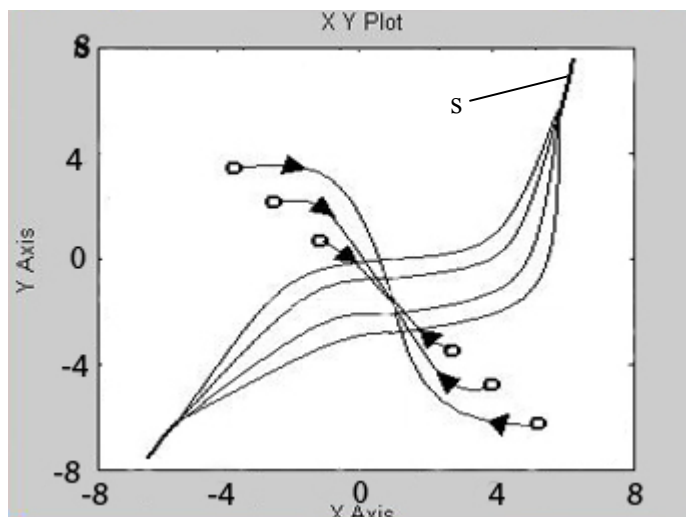
სხვადასხვა საწყისი წერტილებიდან დაწყებული, პარაბოლის გასწვრივ სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები და სისტემის გამოსახულებების დროში ამოქმედება მოცემულია ნახ. 27-ზე.



ა)



ბ)



ბ)

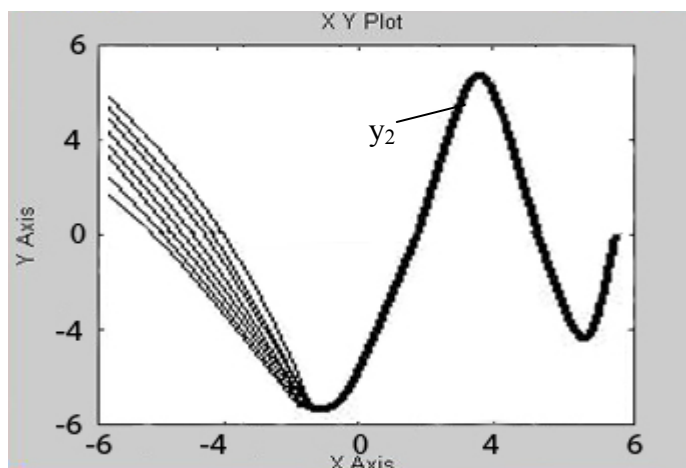
ნახ. 27 არაწრფივი სინქრონიზაცია

3. სინქრონიზაცი აელიფსური ორბიტის მიმართ. სინქრონიზაციის პირობა მოცემულია ელიფსის განტოლებით.

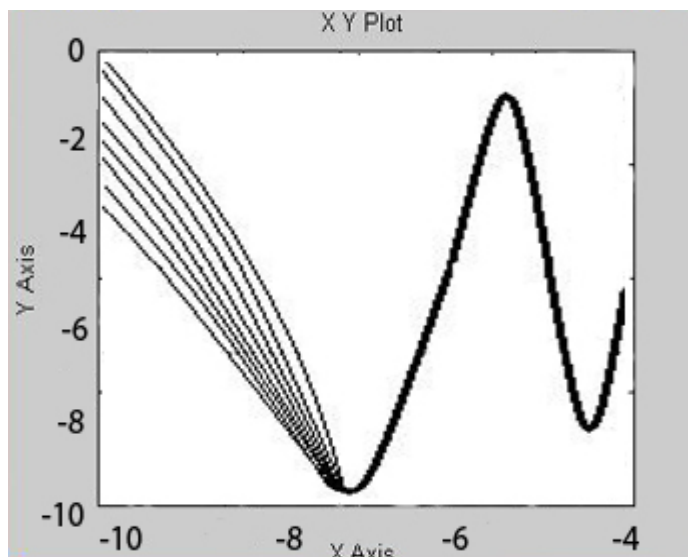
$$\frac{(0.87y_1 + 0.5y_2)^2}{16} + \frac{(0.5y_1 - 0.87y_2)^2}{4} - 1 = 0 \quad (4.52)$$

გასწორივი ცვლადი  $s$  წარმოდგენილია (4.10) განტოლებით, სადაც  $s^0 = 17.89$  და  $\varphi^0$  – გამოთვლილია  $y_1/y_2$  და  $y_2/y_1$  ინვერტული ტრიგონომეტრიული ფუნქციების საშუალებით. პროპორციული გასწორივი მოძრაობა მიღებულია  $v_d = 1$  ნორმირებული სიხშირის ამორჩევით.

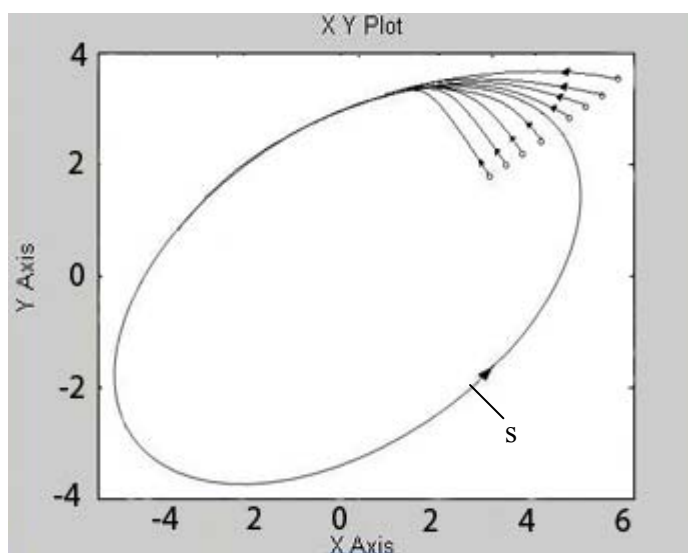
მართვის კანონი იყო გამომუშავებული (4.33), (4.42), (4.45), (4.47) განტოლებების საშუალებით. ელიფსურ ორბიტაზე სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები და სისტემის გამოსასვლელების დროზე დამოკიდებულება ნაჩვენებია ნახ. 28-ზე.



ა)



ბ)



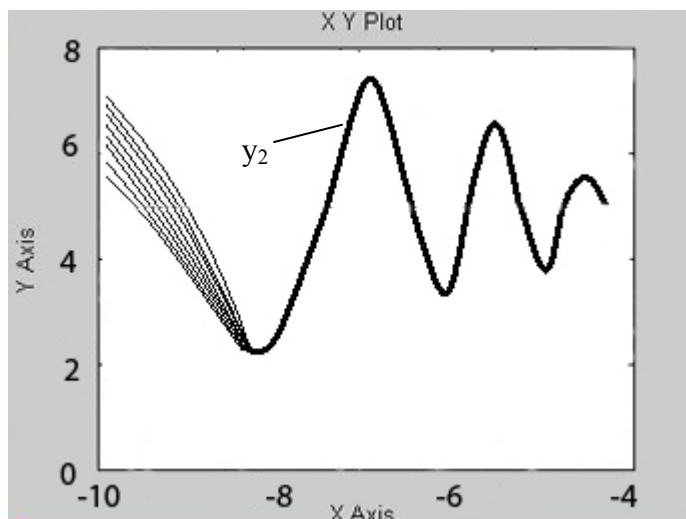
ბ)

ნახ. 28 სიქრონიზაცია ელიფსური ორბიტის მიმართ

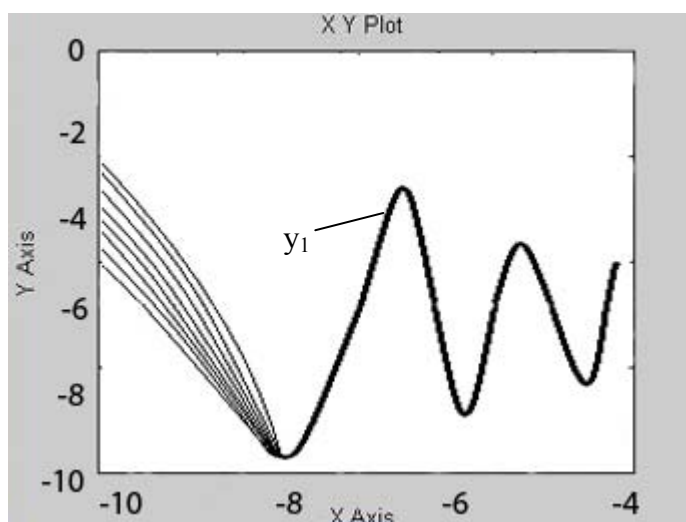
4. სინქრონიზაცია სპირალის მიმართ. სინქრონიზაციის პირობა მოცემულია განტოლებით:

$$\exp s - y_1^2 - y_2^2 = 0 \quad (4.53)$$

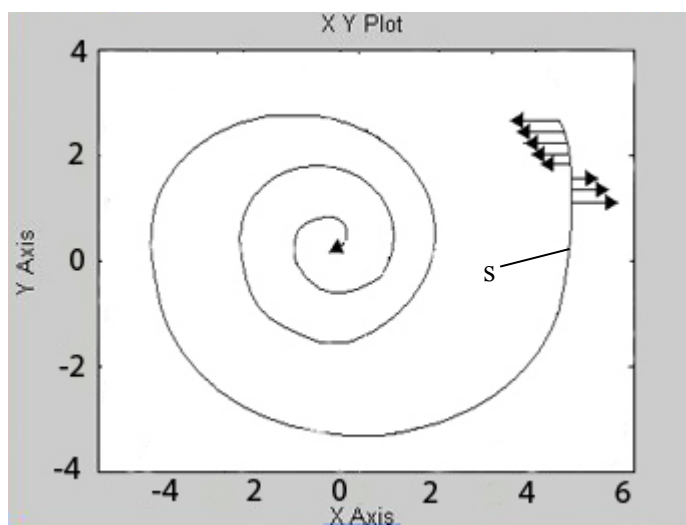
გასწვრივი ცვლადი  $s$  წარმოდგენილია (4.10) განტოლებით. სასურველი ფაზა და პროცესის დროის სკალა მოცემულია  $v_d = -1$  ნორმირებული სიხშირით. სისტემის სპირალზე მოძრაობის ტრაექტორიები ნაჩვენებია ნახ. 29-ზე.



ა)



ბ)



გ)

ნახ. 29 სინქრონიზაცია სპირალის მიმართ

მოდელირება აჩვენებს სისტემის ტრაექტორიების კრებადობას სასურველ ატრაქტორებში, გასწვრივი მოძრაობის მოცემული რეჟიმებისათვის, ამიტომ სხვადასხვა სინქრონიზაციის ამოცანებს სავსებით ასრულებს.

## დ ა ს კ ვ ნ ა

ჩატარებული თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევების საფუძველზე შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნა:

1. შესწავლილია ენერგოსისტემაში მიმდინარე გარდამავალი პროცესები. გაანალიზებულია ენერგოსისტემის ძირითადი ელემენტების მათემატიკური მოდელები. შედგენილია განტოლებები სინქრონული და ასინქრონული მანქანების რეჟიმებისთვის და მათ საფუძველზე მიღებულია მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელი;
2. გამოკვლეულია მთლიანი ენერგოსისტემის მათემატიკური მოდელი და მისი თავისებურებანი. შესწავლილია ელექტრომაგნიტური პროცესების გამოკვლევის სხვადასხვა მეთოდთა, კერძოდ, უდანოვის და პოზიციური მოდელები. დადგენილია, რომ მრავალსიხშირული დენებისა და ძაბვების შევცვლით ერთსიხშირულით, მიიღება გამარტივებული მათემატიკური მოდელი და შესაბამისად - ენერგეტიკული ბალანსის განტოლება;
3. ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდის გამოყენებით შესწავლილია ერთგენერატორიანი, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი, ანუ მრავალგენერატორიანი სისტემების სტატიკური და დინამიკური მდგრადობა;
4. ჰოპფის ბიფურკაციის თეორიის გამოყენებით გაანალიზებულია ერთგენერატორიანი, ორგენერატორიანი და სამგენერატორიანი ენერგოსისტემების მდგრადობა. დადგენილია ენერგოსისტემის მდგრადობის არეები დისკრეტული დინამიკური სისტემის მართვის პარამეტრის მიხედვით;
5. ნაშრომში გამოკვლეულია ენერგოსისტემის ქაოსური მოძრაობა სხვადასხვა რაოდენობის გენერატორებისთვის. შერჩეული კოეფიციენტებისა და პარამეტრების საფუძველზე მიღებულია შედეგები, რის მიხედვითაც განისაზღვრება ენერგოსისტემის ქცევა პარამეტრების ცვლილებისას;



6. შესწავლილია ენერგოსისტემის ორი ან რამოდენიმე პროცესის ქცევის თავსებადობა დროში, ანუ სინქრონიზაცია, რომლის პარამეტრების დადგენა დაეხმარება ენერგოსისტემაში მომუშავე მომსახურე პერსონალს ავარიასაწინააღმდეგო პარამეტრების შერჩევაში;
7. მიღებულია გენერატორების სინქრონული მუშაობის სასურველი არეები და რესინქრონიზაციის პარამეტრები.

## ღანართი

### ზღვრული ციკლი

```
Private Sub Command1_Click()  
Y = InputBox("ENTER R=")  
Scale (0, 0)-(310, 200)  
Line (0, 0)-(309, 189), , B  
Print "1";  
Print "0";  
Print USING; "#. ##"; Y;  
Print "4";  
For J = 0 To 307  
X = 0.3: K = Y + (4 - Y) * J / 307  
For I = 1 To 200  
X = K * X * (1 - X)  
Next  
For I = 1 To 300  
X = K * X * (1 - X)  
PSet (J, 187 * X), vbBlue  
Next  
Next  
End Sub
```

მდგრადი კვანძი

```
Private Sub Command1_Click()  
Dim S1(1 To 20), DD1(1 To 20), S2(1 To 20), DD2(1 To 20)  
Scale (0, 0)-(600, 400)  
Line (0, 0)-(640, 350), vbBlack, BF  
Line (120, 175)-(520, 175), vbRed  
Line (320, 50)-(320, 300), vbRed  
E1 = 200: E2 = 300  
F = 0.01: G = 2000: DZ = 0.009  
C1 = 1: C2 = 1  
T1 = 0: T2 = 2: DT = 1  
k = (E1 * E2 * F) / G  
L = Abs(Sqr(k * Cos(DZ)))  
L1 = -L: L2 = -L  
For i = 1 To 20  
For C1 = -5 To 5  
For C2 = -5 To 5  
S1(i) = C2 * (1 / Exp(L1 * T1))  
DD1(i) = C1 * (1 / Exp(L2 * T1)) + C2 * T1 * (1 / Exp(L2 * T1))  
x = DD1(i) * 10  
y = S1(i) * 10  
PSet (320 + x, 175 - y), vbYellow  
For t = T1 + DT To T2 Step DT  
S1(i) = C2 * (1 / Exp(L1 * t))  
DD1(i) = C1 * (1 / Exp(L2 * t)) + C2 * t * (1 / Exp(L2 * t))  
x = DD1(i) * 10  
y = S1(i) * 10  
Line -(320 + x, 175 - y), vbYellow  
Next t  
Next C2  
Next C1  
Next i  
End Sub
```

სრამდობრივი მდგომარეობა

```
Private Sub Command1_Click( )
Dim S1(1 To 20), DD1(1 To 20), S2(1 To 20), DD2(1 To 20)
Scale (0, 0)-(800, 500)
Line (0, 0)-(640, 350), vbWhite, BF
Line (120, 175)-(520, 175), vbBlack
Line (320, 50)-(320, 300), vbBlack
T1 = 0: T2 = 2: DT = 1
L = Abs(Sqr(k * Cos(DZ)))
For i = 1 To 20
For C1 = -5 To 5
For C2 = -5 To 5
S1(i) = C2
DD1(i) = C1 + C2 * T1
x = DD1(i) * 10
y = S1(i) * 10
PSet (320 + x, 175 - y), vbBlue
For t = T1 + DT To T2 Step DT
S1(t) = C2
DD1(t) = C1 + C2 * t
x = DD1(t) * 10
y = S1(t) * 10
Line -(320 + x, 175 - y), vbRed
Next t
Next C2
Next C1
Next i
End Sub
```

ნეიტრალურად მდგრადი მდგომარეობა

```
Private Sub Command1_Click()
Dim S1(1 To 20), DD1(1 To 20), S2(1 To 20), DD2(1 To 20)
Scale (0, 0)-(600, 400)
Line (0, 0)-(640, 350), vbBlack, BF
Line (120, 175)-(520, 175), vbRed
Line (320, 50)-(320, 300), vbRed
E1 = 200: E2 = 300
F = 0.01: G = 2000: DZ = 0.009
C1 = 1: C2 = 1
T1 = 0: T2 = 20: DT = 1
k = (E1 * E2 * F) / G
L = Abs(Sqr(k * Cos(DZ)))
PI = 3.14
T1 = -2 * PI: T2 = 2 * PI: DT = 1
Line (0, 0)-(640, 350), vbBlack, BF
Line (80, 175)-(560, 175), vbWhite
Line (320, 50)-(320, 300), vbWhite
L1 = L: L2 = -L
For i = 1 To 20
For C1 = -5 To 5
For C2 = -5 To 5
S1(i) = C2 * Cos(L1 * T1)
DD1(i) = -C2 * Sin(L1 * T1)
x = DD1(i) * 10
y = S1(i) * 10
PSet (320 + x, 175 - y), vbRed
For t = T1 + DT To T2 Step DT
S1(i) = C2 * Cos(L1 * t)
DD1(i) = -C2 * Sin(L1 * t)
x = DD1(i) * 10
y = S1(i) * 10
Line -(320 + x, 175 - y), vbRed
Next t
Next C2
Next C1
Next i
End Sub
```

ბადაბვაპრეპროცესორი კვანძი ანუ არამდგრადი წონასწორობა

```
Private Sub Command1_Click()  
Dim S1(1 To 20), DD1(1 To 20), S2(1 To 20), DD2(1 To 20)  
Scale (0, 0)-(600, 400)  
Line (0, 0)-(640, 350), vbBlack, BF  
Line (120, 175)-(520, 175), vbYellow  
Line (320, 50)-(320, 300), vbYellow  
E1 = 200: E2 = 300  
F = 0.01: G = 2000: DZ = 0.009  
C1 = 1: C2 = 1  
T1 = 0: T2 = 20: DT = 1  
k = (E1 * E2 * F) / G  
L = Abs(Sqr(k * Cos(DZ)))  
L1 = L: L2 = L  
For i = 1 To 20  
For C1 = -20 To 55 Step 10  
For C2 = -40 To 40 Step 10  
S1(i) = C2 * (1 / Exp(L1 * T1))  
DD1(i) = C1 * (1 / Exp(L2 * T1)) + C2 * T1 * (1 / Exp(L2 * T1))  
x = DD1(i)  
y = S1(i)  
PSet (320 + x, 175 - y), vbRed  
For t = T1 + DT To T2 Step DT  
S1(i) = C2 * (1 / Exp(L1 * t))  
DD1(i) = C1 * (1 / Exp(L2 * t)) + C2 * t * (1 / Exp(L2 * t))  
x = DD1(i)  
y = S1(i)  
Line -(320 + x, 175 - y), vbRed  
Next t  
Next C2  
Next C1  
Next i  
End Sub
```

## ქანონური ატრაქტორები

```
function qazl(action)
if nargin<1,
    action='start';
end;

global inertia_field
global freq_field
global eds_field
global volt_field
global conductivity_field
global eds
global volt
global conductivity
global freq
global inertia
if strcmp(action,'start'),
    elf reset;
set(gcf,'Units','normalized','backingstore','off');
%popup=uicontrol('Style','PopupVString','cosine|square|sawtooth|l 111|2222|3333|4444|',...
% 'Position',[.03 .02 .2 .08],'Units','normalized',...
% 'Callback','qazl("redraw")');
inertia_text=uicontrol('Style','text7Position',[.03 .02 .13 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
'ForegroundColor','white','String','Inertia:',...
'HorizontalAlignment','right');
    inertia_field=uicontrol('StyleVedit','Position',[.16 .02 .07 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','blue','ForegroundColor','white','String','1500',...
'Callback','qazl("setinertia")');
version_text=uicontrol('StyleVtext','Position',[ 0 .96 .16 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
'ForegroundColor','white','String','Version 1.0',...
'HorizontalAlignment','left');
freq_text=uicontrol('Style7text7Position',[.27 .02 .28 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
'ForegroundColor','white','String','Angle(Gr):',...
'HorizontalAlignment','right');
    freq_field=uicontrol('StyleVedit','Position',[.57 .02 .07 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','blue','ForegroundColor','white','String','1.1',...
'Callback','qazl("setfreq")');
eds_text=uicontrol('Style','text','Position',[.03 .88 .10 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
'ForegroundColor','white','String','EMF(E):',...
'HorizontalAlignment','right');
    eds_field=uicontrol('Style','edit','Position',[.13 .88 .07 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','blue','ForegroundColor','white','String','300',...
'Callback','qazl("seteds")');
volt_text=uicontrol('Style','text','Position',[.22 .88 .28 .04],...
'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
```

```

'ForegroundColor', 'white', 'String', 'Tension(Volt):',...
'HorizontalAlignmentVright');
    volt_field=icontrol('Style','edit','Position',[.51 .88 .07 .04],...
    'Units','normalized','BackgroundColor','blue','ForegroundColor','white','String','220',...
    'Callback','qazl("setvolt")');
conductivity_text=icontrol('Style','text','Position',[.65 .88 .20 .04],...
    'Units','normalized','BackgroundColor','black',...
    'ForegroundColor','white','String','Conductivity(R):',...
'HorizontalAlignmentVright');
    conductivity_field=icontrol('Style','edit','Position',[.86 .88 .07 .04],...
    'Units','normalized','BackgroundColor','blue','ForegroundColor','white','String','0.05',...
    'Callback','qazl("setconductivity")');
donejDutton=icontrol('Style','Pushbutton','Position',[.85 .02...
.12 .08], 'Units','normalized','Callback',... 'qazl("done")','StringVClose');
grid_button=icontrol('StyleVPushbutton','Position',[.3 .02...
.08 .06], 'Units','normalized','Callback',... 'grid','String','Grid');
orbitjMton=icontrol('Style','Pushbutton','Position',[.75 .02...
.07 .05], 'Units','normalized','Callback',...
'qazl("rorbit")','String','left');
rorbit_button=icontrol('Style','Pushbutton','Position',[.75 .08 ...
.07.05]/Units,'normalized','Callback',...
'qazl("rorbit")','String','right');
zorbit_button=icontrol('Style','Pushbutton','Position',[.67 .02 ...
.07.05], 'Units','normalized','Callback',...
'qazl("zorbit")','String','up');
rzorbit_button=icontrol('Style','Pushbutton','Position',[.67 .08 ...
.07.05], 'Units','normalized','Callback',...
'qazl("rzorbit")','String','down');
eds=300;
volt=220;
conductivity=0.05;
freq=1.1;
inertia=1500;
az=0;
el=90;
axes("Position"),[.16 .24 .7 .6]);
elseif strcmp(action,'orbit'),
[az el] = view;
view([az+5 el])
drawnow
elseif strcmp(action,'rorbit'),
[az el] = view;
view([az-5 el])
drawnow
elseif strcmp(action,'zorbit'),
[az el] = view;
view([az el+5])
drawnow
elseif strcmp(action,'rzorbit'),
[az el] = view;
view([az el-5])

```



```

drawnow
elseif strcmp(action,'setfreq'),
freq=str2num(get(freq_field,'string'))
qazl ('redraw');
elseif strcmp(action,'seteds'),
eds=str2num(get(eds_field,'string'))
qazl ('redraw');
elseif strcmp(action,'setvolt'),
volt=str2num(get(volt_field,'string'))
qazl ('redraw');
elseif strcmp(action,'setconductivity'),
conductivity=str2num(get(conductivity_field,'string'))
qazl ('redraw');
elseif strcmp(action,'setinertia'),
inertia=str2num(get(inertia_field,'string'))
qazl ('redraw');
elseif strcmp(action,'done'),
clf reset;
clear global inertia_field
clear global freq_field
clear global eds_field
clear global volt_field
clear global conductivity_field
clear global eds
clear global volt
clear global conductivity
clear global freq
clear global inertia
close;
elseif strcmp(action,'redraw'),
%t0 = 0;
%tfinal = 10;
%x0 = [0 0.1]';
%hold off,
%for i=0 : 0.1 : 0.79
% [t,x] = ode23('vdpol',t0,tfinal,x0+i);
% plot(x(:,1),x(:,2));
% hold on,
% end
[az el] = view;
d = freq;
k =(eds*volt*conductivity*240)/inertia;
t =.06;
hold off
for j=.2:.2:.8
xl=j;
s=0;
for i=1:150
plot3(xl,s,j);
hold on

```

```

s=s+t*k*(sin(d)-sin(d+xl));
xl=xl+t*s;
    end
end

%grid on
axis([-1 1 -10 10 ]);
view([az el])
%view([0 90]);
xlabel ('d');
ylabel('S');
end

function x = str2num(s)
if ~isstr(s) | ndims(s)>2
    error('Requires string or character array input.')
end

if isempty(s), x = []; return, end
[m,n] = size(s);
if m==1,
    x = protected_conversion(s); % Test flight
    if isempty(x),
        x = protected_conversion(['[' s ']']); % Try adding brackets
    end

    else
        semi = ',';
        space = " ";
        if ~any(any(s == '[' | s == ']')), % String does not contain brackets
            o = ones(m-1,1);
            s = [['[';space(o)] s [semi(o) space(o);' ]]];
        elseif ~any(any(s(1:m-1,:) == semi)), % No ;'s in non-last rows
            s = [s,[semi(ones(m-1,1));space]]';
        else,
            % Put ;'s where appropriate
            spost = space(ones(m,1));
            for i= 1:m-1,
                last = find(fliplr(s(i,:)) ~= space);
                if s(i,n-last(1)+1) ~= semi,
                    spost(i) = semi;
                end
            end
        end

        s = [s,spost]';
    end

    x = protected_conversion(s);
end

ifisstr(x)

```

```

x=[];
end

function STR2NUM_VaR = protected_conversion(STR2NUM_StR)

STR2NUM_LaSTeRR = lasterr;
STR2NUM_VaR = eval(STR2NUM_StR,[]);
lasterr(STR2NUM_LaSTeRR)
function [ret1, ret2] = view(arg1, arg2)
fig = gcf;
ax = gca;
err = 0;
if(nargin==0)
if(nargout < 2)
ret1 = get(ax,'xform');
else
v = get(ax,'View');
ret1 = v(1); ret2 = v(2);
end

elseif (nargin == 1)
[r,c] = size(arg1);
if(r==1)&(c == 2)
set(ax,'View',arg1);
elseif((r==1)&(c==1))
ifarg1==2
view(0,90);
elseif arg1 == 3
view(-37.5,30);
else
error('Single scalar argument must be 2 or 3');
end

elseif((r==4)&(c == 4))
set(ax,'xform',arg1);
elseif r*c == 3 % it's a direction vector
unit = arg1/norm(arg1);
az = atan2(unit(2),unit(1))* 180/pi;
el = atan2(unit(3),sqrt(unit(1)^2+unit(2)^2))*180/pi;
set(ax,'View',[az el]);
else
error('Argument must be scalar, two-vector, or 4-by-4 matrix');
end

else
[r,c] = size(arg1);
[r2,c2] = size(arg2);
if ((r == 1) & (c == 1) & (r2 == 1) & (c2 == 1))
set(ax,'View',[arg1 arg2]);
else

```

```
error('Arguments must be scalars');  
end
```

```
function c = strcmp(sl,s2)  
c = 0;  
if all(size(sl) == size(s2))  
    ifall(all(sl==s2))  
        c = 1;  
    end  
end
```

```
function udvoenie()  
y=3.5;  
forj=0:.5:70,  
x=.3 ;  
k = y+(4-y)*j/70;  
for i=1 : 30  
x=k*x*(1-x);  
end
```

```
for i=1 :30,  
x=k*x*(1-x);  
plot(j,187*x);  
hold on  
end  
end
```

### ოპერაციული ოპერაციები სისტემებისთვის

```
>
j1=800;j2=700;eq1=1;eq2=5;z11=2.6;z22=7;a11=1.2;a12=0.9;a
22=0.6;tt1=100;tt2=120;
```

$$j1 = 800$$

$$j2 = 700$$

$$eq1 = 1$$

$$eq2 = 5$$

$$z11 = 2.6$$

$$z22 = 7$$

$$a11 = 1.2$$

$$a12 = 0.9$$

$$a22 = 0.6$$

$$tt1 = 100$$

$$tt2 = 120$$

```
> with(DEtools):
```

```
> dif1:=diff(w1(t),t)=1/j1*(tt1-
3/(2*w1(t))*(eq1^2/z11*sin(a11)+eq1*eq2/z12*sin(dt1(t)-
a12)));
```

$$dif1 := \frac{d}{dt} w1(t) = \frac{tt1 - \frac{3}{2} \frac{\frac{eq1^2 \sin(a11)}{z11} - \frac{eq1 eq2 \sin(-dt1(t) + a12)}{z12}}{w1(t)}}{j1}$$

```
> dif2:=diff(w2(t),t)=1/j2*(tt2-
3/(2*w2(t))*(eq2^2/z22*sin(a22)+eq1*eq2/z12*sin(dt1(t)-
a12)));
```

$$dif2 := \frac{d}{dt} w2(t) = \frac{tt2 - \frac{3}{2} \frac{\frac{eq2^2 \sin(a22)}{z22} - \frac{eq1 eq2 \sin(-dt1(t) + a12)}{z12}}{w2(t)}}{j2}$$

```
> dif3:=diff(dt1(t),t)=w1(t)-w2(t);
```

$$dif3 := \frac{d}{dt} dt1(t) = w1(t) - w2(t)$$

```
> autonomous({dif1,dif2,dif3},[w1(t),w2(t),dt1(t)],t);
```

```
>
```

*true*

```
> phaseportrait({dif1,dif2,dif3},[w1(t),w2(t),dt1(t)],t=-
4..4,[ [w1(1)=1,w2(1)=1,dt1(1)=1], [w1(1)=2,w2(1)=2,dt1(1)=
2], [w1(1)=3,w2(1)=3,dt1(1)=3] ],w1(t)=-20..20,w2(t)=-
20..20,dt1(t)=-
```

```
20..20, linecolor=black, scene=[w1(t), w2(t), dt1(t)], color=black, stepsize=0.1);
```

```
>
```

### სამგეგნერატორიანი სისტემა

```
>
```

```
11=2000; i2=1500; e1=200; e2=300; u=220; y12=0.01; y1u=0.02; y2u=0.15; d1=0.9; d2=0.7; t1=10; t2=5;
```

```
11 = 2000
```

```
i2 = 1500
```

```
e1 = 200
```

```
e2 = 300
```

```
u = 220
```

```
y12 = 0.01
```

```
y1u = 0.02
```

```
y2u = 0.15
```

```
d1 = 0.9
```

```
d2 = 0.7
```

```
t1=10
```

```
t2=5
```

```
> with(DEtools):
```

```
> dif1:=diff(s1(t), t)=1/i1*(-e1*e2*y12*cos(d1-d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-e1*u*y1u*cos(d1)*sin(dd1(t))+e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-cos(dd1(t)-dd2(t)))+e1*u*y12*sin(d1)*(1-cos(dd1(t)))));
```

```
dif1 :=  $\frac{d}{dt} s1(t) = (-e1 \ e2 \ y12 \ \cos(d1 - d2) \ \sin(dd1(t) - dd2(t))$ 
```

```
 $\quad - e1 \ u \ y1u \ \cos(d1) \ \sin(dd1(t))$ 
```

```
 $\quad + e1 \ e2 \ y12 \ \sin(d1 - d2) \ (1 - \cos(dd1(t) - dd2(t)))$ 
```

```
 $\quad + e1 \ u \ y12 \ \sin(d1) \ (1 - \cos(dd1(t)))/i1$ 
```

```
> dif2:=diff(s2(t), t)=1/i2*(e1*e2*y12*cos(d1-d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-e1*u*y2u*cos(d2)*sin(dd2(t))-e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-cos(dd1(t)-dd2(t)))+e1*u*y2*sin(d2)*(1-cos(dd2(t)))));
```

```
dif2 :=  $\frac{d}{dt} s2(t) = (e1 \ e2 \ y12 \ \cos(d1 - d2) \ \sin(dd1(t) - dd2(t))$ 
```

```
 $\quad - e1 \ u \ y2u \ \cos(d2) \ \sin(dd2(t))$ 
```

```
 $\quad - e1 \ e2 \ y12 \ \sin(d1 - d2) \ (1 - \cos(dd1(t) - dd2(t)))$ 
```

```
 $\quad + e1 \ u \ y2 \ \sin(d2) \ (1 - \cos(dd2(t)))/i2$ 
```

```
> dif3:=diff(dd1(t), t)=s1(t);
```

$$\text{dif3} := \frac{d}{dt} \text{dd1}(t) = s1(t)$$

```

> dif4:=diff(dd2(t),t)=s2(t);
>
autonomous({dif1,dif2,dif3,dif4},[dd1(t),dd2(t),s11(t),s2
(t)],t);
11=2000;i2=1500;e1=200;e2=300;u=220;y12=0.01;y1u=0.02;y2u
=0.15;d1=0.9;d2=0.7;t1=20;t2=15;
11 = 2000
i2 = 1500
e1 = 200
e2 = 300
u = 220
y12 = 0.01
y1u = 0.02
y2u = 0.15
d1 = 0.9
d2 = 0.7
t1=20
t2=15

> with(DEtools):
> dif1:=diff(s1(t),t)=1/i1*(-e1*e2*y12*cos(d1-
d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-
e1*u*y1u*cos(d1)*sin(dd1(t))+e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-
cos(dd1(t)-dd2(t)))+e1*u*y12*sin(d1)*(1-cos(dd1(t)))));
dif1 :=  $\frac{d}{dt} s1(t) = (-e1 \ e2 \ y12 \ \cos(d1 - d2) \ \sin(\text{dd1}(t) - \text{dd2}(t))$ 
- e1 u y1u cos(d1) sin(dd1(t))
+ e1 e2 y12 sin(d1 - d2) (1 - cos(dd1(t) - dd2(t)))
+ e1 u y12 sin(d1) (1 - cos(dd1(t))))/i1

> dif2:=diff(s2(t),t)=1/i2*(e1*e2*y12*cos(d1-
d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-e1*u*y2u*cos(d2)*sin(dd2(t))-
e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-cos(dd1(t)-
dd2(t)))+e1*u*y2*sin(d2)*(1-cos(dd2(t)))));
dif2 :=  $\frac{d}{dt} s2(t) = (e1 \ e2 \ y12 \ \cos(d1 - d2) \ \sin(\text{dd1}(t) - \text{dd2}(t))$ 
- e1 u y2u cos(d2) sin(dd2(t))
- e1 e2 y12 sin(d1 - d2) (1 - cos(dd1(t) - dd2(t)))
+ e1 u y2 sin(d2) (1 - cos(dd2(t))))/i2

> dif3:=diff(dd1(t),t)=s1(t);

```

$$\text{dif3} := \frac{d}{dt} \text{dd1}(t) = s1(t)$$

```
> dif4:=diff(dd2(t),t)=s2(t);
>
autonomous({dif1,dif2,dif3,dif4},[dd1(t),dd2(t),s11(t),s2
(t)],t);
```

```
11=2000;i2=1500;e1=200;e2=300;u=220;y12=0.01;y1u=0.02;y2u
=0.15;d1=0.9;d2=0.7;t1=50;t2=40;
```

```
11 = 2000
```

```
i2 = 1500
```

```
e1 = 200
```

```
e2 = 300
```

```
u = 220
```

```
y12 = 0.01
```

```
y1u = 0.02
```

```
y2u = 0.15
```

```
d1 = 0.9
```

```
d2 = 0.7
```

```
t1=50
```

```
t2=40
```

```
> with(DEtools):
```

```
> dif1:=diff(s1(t),t)=1/i1*(-e1*e2*y12*cos(d1-
d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-
e1*u*y1u*cos(d1)*sin(dd1(t))+e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-
cos(dd1(t)-dd2(t)))+e1*u*y12*sin(d1)*(1-cos(dd1(t)))));
```

```
dif1 :=  $\frac{d}{dt} s1(t) = (-e1 \, e2 \, y12 \cos(d1 - d2) \sin(dd1(t) - dd2(t))$ 
```

```
 $- e1 \, u \, y1u \cos(d1) \sin(dd1(t))$ 
```

```
 $+ e1 \, e2 \, y12 \sin(d1 - d2) (1 - \cos(dd1(t) - dd2(t)))$ 
```

```
 $+ e1 \, u \, y12 \sin(d1) (1 - \cos(dd1(t))) / i1$ 
```

```
> dif2:=diff(s2(t),t)=1/i2*(e1*e2*y12*cos(d1-
d2)*sin(dd1(t)-dd2(t))-e1*u*y2u*cos(d2)*sin(dd2(t))-
e1*e2*y12*sin(d1-d2)*(1-cos(dd1(t)-
dd2(t)))+e1*u*y2*sin(d2)*(1-cos(dd2(t)))));
```



$$\begin{aligned} \text{dif2} := \frac{d}{dt} s2(t) = & (e1 \ e2 \ y12 \ \cos(d1 - d2) \ \sin(\text{dd1}(t) - \text{dd2}(t)) \\ & - e1 \ u \ y2u \ \cos(d2) \ \sin(\text{dd2}(t)) \\ & - e1 \ e2 \ y12 \ \sin(d1 - d2) \ (1 - \cos(\text{dd1}(t) - \text{dd2}(t))) \\ & + e1 \ u \ y2 \ \sin(d2) \ (1 - \cos(\text{dd2}(t))))/i2 \end{aligned}$$

```
> dif3:=diff(dd1(t),t)=s1(t);
```

$$\text{dif3} := \frac{d}{dt} \text{dd1}(t) = s1(t)$$

```
> dif4:=diff(dd2(t),t)=s2(t);
```

```
>
```

```
autonomous({dif1,dif2,dif3,dif4},[dd1(t),dd2(t),s11(t),s2(t)],t);
```

წრფივი სინქრონიზაცია

```
> with(DEtools):
```

```
> phaseportrait(y1(t)-2*y2(t)=0,[y1(t),y2(t)],t=1..7,  
linecolor=blue,method=classical[foreuler],stepsize=.2);
```

არაწრფივი სინქრონიზაცია

```
> with(DEtools):
```

```
> phaseportrait(y2(t)-0.1*y1(t)^3=0,[y1(t),y2(t)],t=1..7,  
linecolor=blue,method=classical[foreuler],stepsize=.2);
```

სინქრონიზაცია ელიფსური ორბიტის მიმართ

```
> with(DEtools):
```

```
> phaseportrait((0.87*y1(t)+0.5*y2(t))^2/16+(0.5*y1(t)-  
0.87*y2(t))^2/4-1=0,[y1(t),y2(t)],t=1..7,  
linecolor=blue,method=classical[foreuler],stepsize=.2);
```

სინქრონიზაცია სპირალის მიმართ

```
> with(DEtools):
```

```
> phaseportrait((exp(s)-y1(t)^2-  
y2(t)^2=0,[y1(t),y2(t)],t=1..7,  
linecolor=blue,method=classical[foreuler],stepsize=.2);
```

## ბამოყენებული ლიტერატურა

1. Баринов В. А., Совалов С. А. Режимы энергосистем. Методы анализа и управления. -М.: Энергоатомиздат. 1990.
2. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. - М.: Высшая школа, 1998. - 574с.
3. Арнольд В. И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. - Ижевск.: Ижевская республиканская типография. -1999.-281с.
4. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. - М.: Наука. 1989.-472с.
5. Бернас С, Цёк З. Математические модели элементов электроэнергетических систем. - М : Энергоатомиздат, 1982,
6. Арнольд В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. -Ижевск.: Удмуртский государственный университет. 2000.-399с.
7. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. - М.: Высшая школа. 1985, - с.
8. Веников В. А., Журавлев В. Г., Филипова Т. А. Оптимизация режимов электростанции и энергосистем. - М.: Энергоатомиздат, 1990.-352с.
9. Визгин В. П. Развитие взаимосвязи принципов инвариантности с законами сохранения в классической физике. - М.: Наука, 1972.-240с.
10. Гугушвили А., Сесадзе В., Далакишвили Г. Оптимальное управление в гамильтоновых системах. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, შრომები, №4(437), 85-87 გვ.
11. Ибрагимов Н. Х. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений и принцип инвариантности в математической физике. -Успехи математических наук. 1992, т.47, вып. 4(286). 83-144с.
12. Ибрагимов Н. Х. Группы Ли в некоторых вопросах математической физики. -Новосибирск.: НГУ, 1972.-159с.
13. Костенко Е. С. О групповых свойствах обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка. - Дифференциальные уравнения, Т.VIII, №4, 1972.-727-730с.
14. Кухтенко А. И. Основные задачи теории управления сложными системами. - В кн.: Сложные системы управления. Вып. I, -Киев.: Изд-во института кибернетики АН УССР, 1968. -3-37с.
15. Можаяев Г. В. Об использовании симметрии в линейных задачах оптимального управления с квадратичным критерием качества. -А и Т. №6. 1975.-2-29с.
16. Мозер Ю. Интегрируемые гамильтоновы системы и спектральная теория. Ижевск.: Ижевская республиканская типография. 1999. -239с.
17. Гугушвили А., Далакишвили Г., Мамукелашвили И. Теорема Нетер и принцип максимума Понтрягина. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, შრომები, №4(437), 81-84 გვ.
18. Овсянников Л. В. Лекции по теории групповых свойств дифференциальных уравнений. -Новосибирск.: изд-во НГУ, 1966. -131с.
19. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. - М.:Наука. 1978. -399с.
20. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям.- М.:Мир. 1989. -639с.
21. Полак В. Вариационные принципы механики. -М.:Физматгиз, 1960 -599с.

22. Понтрягин Л. С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. - М.:Наука, 1961. -392с.
23. დალაქიშვილი გ. ჰოპფის ბიფურკაცია სამგენერატორიანი სისტემისათვის. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მართვის ავტომატიზებული სისტემები, №1(4), 2008. 200-205 გვ. .
- Борецкий И. Ф., Павлов В. Г. Теоретико-групповая интерпретация некоторых свойств линейной динамической системы. - А и Т. №2, 1963.-12-15с.
24. Вариационные принципы механики. Под. ред. Полака В. -М.: Физматгиз. 1959.-932с.
25. Зубов В. И. Аналитическая построение функции Ляпунова. //Доклада РАН. 1994, т.335,№6, 688-690с.
26. Экспериментальные исследования режимов энергосистем. Под редакцией С. А. Совалова. - М.: Энергоатомиздат, 1985.-448с.
- 27.Электрические системы: Управление переходными режимами электроэнергетических систем. Под ред. В. А. Веникова. -М: Высшая школа. 1982.-247с.
28. Arnold L Schmalfuss B. Lyapunovs Second Method for Random Dynamical Systems. Preprint. 2000.-1-28p.
29. Askenazy P. Conservation laws and optimal control. Preprint, Preimary, September 1999. 1-12p.
30. Cadenillas A.. Karatzas I. The stochastic maximum principle linear, convex optimal control with random coefficients. "SLAM J. Control and Optimization", 1995, 33, № 2, 590-624p.
31. Djukic D. S. Noethers theorem'for optimum Control systems. Int. Control. 1973, 18. №3, 667-672p.
- 32.Sussmann H. J. A strong version of the Lojasiewicz Maximum Principle. In: OptimalControl of differential equation, Ed. N. H. Pavel, M. Dekker Inc. 1994.-1-17p.
33. Lax P.D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves. Comm. Pure Appl. Math. 1968. 21, 467-490p. (Имеется русский перевод: Лаке П. Интегралы нелинейных эволюционных уравнений и уединенные волны. Математика, №13, т.5. -М.: Мир, 1969г., -125-150с.
34. მართვის თეორია. სინერგეტიკა. წიგნი 3. – თბილისი, სტუ-ს გამომცემლობა. 2000. – 869 გვ.
35. А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. ” Теория Бифуркаций динамических систем на плоскости”. Издательство Наука. М.Москва 1967.-488 стр.
36. Вигнер Е. Этюды о симметрии. - М.: Мир, 1971, -31 8с.
37. Гугушвили А. Ш. Принцип симметрии в идентификации нелинейных объектов управления. - В кн.: Труды IX Всесоюзной школы семинара по адаптивным система. - Алма-ата. 1979, -65-69с.
38. Попов Е. П., Крутько П. Д. Симметрия в системах автоматического управления. -ДАН СССР. т.244, №4, 1979.-842-845с.
39. Принцип симметрии. Под. ред. Б. А. Кедрова, Н. Ф. Овчинникова. -М.:Наука. 1978.-398с.
40. Принцип симметрии в идентификации нелинейных объектов управления. Под ред Гугушвили А. Ш. -Тбилиси.:Грузинский технический университет. Изд-во "Цисарткела", 1998.-272с.
41. Симметрии и законы сохранения управлении математической физики. Под ред. А. Ш. Виноградова и И. С. Красильщика. -М.:Факториал. 1997.-461с.

42. ვალიდა სესაძე, ვლადიმერ კეკენაძე, გოჩა დალაქიშვილი. განზოგადებული სიმეტრიული კონფიგურაციები, მესრები და კოორდინატიზაცია. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი, პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი "ინტელექტი" №2(22), 2005, 58-61გ.
43. აღმასხან გუგუშვილი, ვალიდა სესაძე, გოჩა დალაქიშვილი. სინქრონიზაციის პრობლემა და სიმეტრიების პრინციპი. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი, პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი "ინტელექტი" №2(16), 2003, 63-66გ.
44. კეკენაძე ვ., სესაძე ვ., დალაქიშვილი გ. გამოსახულების მოდელირება ფრაქტალების საშუალებით. "საქართველოს ნავთობი და გაზი" №10, 2004, 117-120 გ.
45. Гугушвили А., Сесадзе В., Хуцишвили О. Гугутишвили Е. Принцип симметрии в оптимальном управлении. Научный Журнал "Нефть и Газ Грузии" №3.2001.-100-105с. '
46. Шайкин М. Е. Теоретико-групповые методы декомпозиции симметрических многосвязных динамических систем. - А и Т, № 9, 1973.-22-23с.
47. Шубников А. В., Копчик В. А. Симметрия в науке и искусстве.- М.:Наука. 1972.-339с.
48. Sussmann H. J. Symmetries and Integrals of Motion in Optimal Control. In: Geometry in Nonlinear Control and Differential Inclusions. Banach Center Publications, vol 32. Mathematics Institute of the Polish Academy of Sciences. Warsava, Poland, 1995. Pp. 379-393p.
49. Sussmann H. J. The Brachistochrone problem and modern control theory. (coauthored with Jan C. Willems). To appear in Contemporary trends in nonlinear geometric control theory and its applications (proceedings of the conference on "Geometric Control Theory and Applications" held in Mexico City on September 4-6, 2000, to celebrate the 60th anniversary of Velimir Jurdjevic); A. Anzaldo-Meneses, B. Bonnard, J.-P. Gauthier, and F. Monroy-Perez Eds: World Scientific Publishers, Singapore. The paper is 40 pages long.
50. გუგუშვილი ა., სალუქვაძე მ., ჭიჭინაძე ვ. ოპტიმალური და ადაპტური სისტემები. თბილისი: სტუ-ს გამოცემლობა 1997. წიგნი 2.-437 გვ.
51. Узоры симметрии. Под редакцией Сенешель и Дж. Флека, - М.:Мир, 1980-271с.
52. Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии. - М.:Мысль, 1974.-229с.

## მადლიერება

მადლობა მინდა გადაუხადო ყველა იმ ადამიანს, ვინც მახმარებოდა და უშუალო მხარდაჭერას მიცხადებდა სადისერტაციო ნაშრომის შესრულების პროცესში.

უპირველეს ყოვლისა, მინდა დიდი მადლიერების გრძნობით აღნიშნო ჩემი აწ გარდაცვლილი სამეცნიერო ხელმძღვანელის, ბატონი აღმასხან გუგუშვილის უდიდესი მხარდაჭერა და წვლილი, ვისი თანადგომაც ჩემთვის ფასდაუდებელია სტუდენტობის წლებიდან დაწყებული, მისი გარდაცვალების შემდეგაც კი – დღემდე.

მადლობის გრძნობით ვისხენიებ ჩემს ტრაგიკულად დაღუპულ კოლეგას და უპირველეს ყოვლისა, მეგობარს – ნიკა გომარელს, რომლის ძალისხმევითა და მონდომებით დავიწყე სადისერტაციო თემაზე მუშაობა.

უნდა აღვნიშნო ჩემი ამჟამინდელი ხელმძღვანელების, ქალბატონი ვალიდა სესაძის და ქალბატონი ლელა გაჩეჩილაძის განსაკუთრებული მხარდაჭერა და დახმარება, რისთვისაც მადლიერების გრძნობით მინდა გამოვხატო მათდამი უდიდესი პატივისცემა.

დიდ მხარდაჭერას ვგრძნობდი და ვგრძნობ ყოფილი 71-ე კათედრის, ამჟამად კი – მართვის სისტემების და რობოტოტექნიკის მიმართულების ხელმძღვანელისგან, ბატონი ნოდარ ჯიბლაძისგან. ასევე მადლიერება და პატივისცემა მინდა გამოვხატო ბატონი თამაზ ობგაძის მიმართ, რომელიც დიდი გულისყურით ადევნებდა თვალს სადისერტაციო თემაზე მუშაობას.

ჩემი კათედრის უკლებრივ ყველა წევრს თანადგომისა და ცხოვრებისეული მეგობრისათვის – უდრმესი მადლობა!

დაბოლოს კი, მადლობა ჩემი ოჯახის ყველა წევრს დახმარებისა და თანადგომისთვის.