

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ეკატერინე გვარამია

მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევა
ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად
წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი
2012 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის საინჟინრო კიბერნეტიკისა და ხელსაწყოთმშენებლობის დეპარტამენტის ხარისხის მართვის და საზომი ტექნიკის მიმართულებაზე

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: ტ.მ.დ., სრული პროფესორი ნინო ბერაია

რეცენზენტები: ტ.მ.კ., ასოც. პროფესორი რევაზ ჟვანია

ტ.მ.კ., უფროსი მეცნიერ მუშაკი სოსო როგავა

დაცვა შედგება 2012 წლის 10 მაისს

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე, კორპუსი VI, აუდიტორია 311

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა - სტუ-ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი სრული პროფ. თინათინ კაიშაური

ნაშრომის ზოგადი მახასიათება

კვლევის აქტუალობა. ტექნიკური სისტემების მართვის ამოცანები ქვეამოცანების სახით შეიცავენ ადეკვატური მათემატიკური მოდელების მიღებას, აგრეთვე, სისტემის ფუნქციონირების ოპტიმალური პირობების ძიებას. ამ საკითხების გადაწყვეტისათვის ფართოდ გამოიყენება ექსპერიმენტის მათემატიკური დაგეგმვის მეთოდები, რომლებიც მნიშვნელოვნად ამცირებენ სისტემის შესასწავლად საჭირო დროსა და დანახარჯებს, ამადლებენ კვლევის უტყუარობას, ახდენენ მკვლევარის შრომის გაინტენსიურებას, გვაძლევენ საშუალებას მივიღოთ შესასწავლი ფაქტორების ზემოქმედების რაოდენობრივი შეფასებები, მათემატიკური მოდელები, აგრეთვე, სისტემები ხარისხის მაღალი მახასიათებლებით.

ექსპერიმენტის დაგეგმვაში საკუთრივ ექსპერიმენტი განიხილება როგორც კვლევისა და ოპტიმიზაციის ობიექტი, შესასწავლი სისტემის შესახებ ინფორმაციის შესაბამისად ხორციელდება ექსპერიმენტის ოპტიმალური მართვა, კვლევის სტრატეგიის შეცვლა ყოველი ობიექტისათვის ოპტიმალური სტრატეგიის არჩევით.

თუმცა, რეალობაში გეგმების ოპტიმალურობის მახასიათებლები მახინჯდება. ეს განპირობებულია იმითაც, რომ ოპტიმალური გეგმების რეალიზაცია საჭიროებს გამოსაკვლევ ფაქტორების ზუსტი დონეების დაყენებას, დაყენება კი ხორციელდება საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომლებიც ხასიათდებიან გარკვეული ცდომილებებით.

რაც უფრო მეტია გაზომვის საშუალებების ცდომილებები გამოსაკვლევ ფაქტორების დონეების დაყენებისას, მით უფრო მეტად ირღვევა ოპტიმალურობის მახასიათებლები. ამიტომ გარკვეულ ინტერესს ბადებს გეგმის ამა თუ იმ თვისებებზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანი. წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია მესამე რივის კომპოზიციური სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმების კვლევა ორი და სამი ფაქტორის შემთხვევაში გაზომვის საშუალებათა ცდომილებების გათვალისწინებით; ამ გეგმების შედარებითი ანალიზი ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში.

ძირითადი ამოცანები. ზემოჩამოყალიბებული მიზნების შესასრულებლად სამუშაო ითვალისწინებს შემდეგი ძირითადი ამოცანების გადაწყვეტას: ალგორითმის და შესაბამისი პროგრამების დამუშავება Matlab-ში იმისათვის, რომ მოხდეს საკვლევი გეგმების კოორდინატებზე ცდომილებების ზედღების იმიტაცია; საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების გავლენისას მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების თვისებების ცვლილების გამოკვლევა; ექსპერიმენტის შეცდომების შემთხვევაში ყველა საკვლევი გეგმისათვის თითოეული თვისების გაუარესების ხარისხის განსაზღვრა; ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის დეფორმირებული როტატაბელური გეგმების შედარებითი ანალიზი.

კვლევის ობიექტი და მეთოდები. კვლევის ობიექტს წარმოადგენენ როტატაბელურთან მიახლოებული სიმეტრიული და ეკონომიური მესამე რიგის გეგმები ორი ცვლადისათვის, აგრეთვე მესამე რიგის როტატაბელური გეგმები სამი ცვლადისათვის.

სადისერტაციო ნაშრომში გამოყენებულია ექსპერიმენტის დაგეგმვის თეორიის, ოპტიმიზაციის ექსპერიმენტულ-სტატისტიკური მეთოდებისა და მათემატიკური სტატისტიკის ძირითადი დებულებები, აგრეთვე ეგმ-ზე სტატისტიკური მოდელირების მეთოდები, რომელთა საშუალებითაც დადასტურებულია კვლევის ძირითადი შედეგები.

ნაშრომის ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე. დეტალურად არის შესწავლილი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმების D -, A -, E -, G -, Q - ოპტიმალურობის და ორთოგონალურობის თვისებები საზომი საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებების გათვალისწინებით.

ექსპერიმენტის სხვადასხვა შეცდომის შემთხვევაში გამოკვლეულია სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია როგორც რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან, ასევე მიღებული მოდელის დახმარებით გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

მეორე ჯგუფის კრიტერიუმებზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის შესწავლისას მიღებულია შედეგები განსხვავებული სიდიდის კვადრატის და კუბის მქონე სხვადასხვა საკვლევი არისათვის.

მოყვანილია შედარებითი ანალიზი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული თექვსმეტწერტილიანი და ეკონომიური თორმეტწერტილიანი როტატაბელური გეგმებისათვის.

წარმოდგენილია მონაცემები სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის რვა როტატაბელური გეგმის შედარებითი ანალიზის შესახებ.

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემები ექსპერიმენტატორს აძლევს საშუალებას შეაფასოს როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხი, რომელიც დაკავშირებულია როგორც შესაბამისი რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან, ასევე აგებული მოდელის მეშვეობით გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

შედეგების გამოყენების სფერო. შესრულებული სამუშაოს შედეგები საშუალებას იძლევა დაინერგოს ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდები პრაქტიკაში ნებისმიერი საწარმოო პროცესის მართვაში (ოპტიმიზაციაში) მაგ: ქიმიურ, მეტალურგიულ, მანქანათმშენებლობის, საამშენებლო ფარმაცევტულ მრეწველობაში და ა.შ. რადგანაც სამუშაო მოიცავს ექსპერიმენტატორისათვის განკუთვნილ საჭირო მონაცემებს, მეთოდიკას და რეკომენდაციებს - იგი უნდა დაეხმაროს მას ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მუშაობაში სხვადასხვა საზომი საშუალებების გამოყენებისას, რომელთაც ახასიათებთ სხვადასხვა ცდომილებები, ასევე ოპტიმალური გეგმების ფაქტორების დონეების დაყენებაში.

ნაშრომის აპრობაცია. საღისერტაციო თემის ირგვლივ ნაშრომის ძირითადი შედეგები სხვადასხვა წლებში მოხსენებულ და განხილულ იქნა სამეცნიერო-ტექნიკურ კონფერენციებზე და სემინარებზე. მათ შორის:

1. Берая Н.О., Гварамия Е.Г. Влияние характерных для измерительных средств погрешностей на некоторые свойства одного из ротативных планов третьего порядка для трех переменных. Международная научно-практическая конференция «Наука в современном мире», Россия, Таганрог, 22 марта 2011.

2. გვარამია Е.Г. Берая Н.О. Исследование изменения свойства D-оптимальности некоторых из ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных при наличии ошибок эксперимента. საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია “მართვის ავტომატიზებული სისტემები და თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები”, თბილისი, 2011 წ. 20-22 მაისი.

3. Берая Н.О., Гварамиа Е.Г. Исследование свойств, связанных с точностью предсказания значений отклика с помощью построенной модели двухфакторных ротатабельных планов третьего порядка в условиях ошибок эксперимента. II Международная научно-практическая конференция «В мире научных открытий», Россия, Таганрог, 9 января 2012.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები ასახულია 6 სამეცნიერო ნაშრომში (სია დისერტაციის ბოლოში).

სადისერტაციო ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება შესავალის, სამი თავის, ძირითადი დასკვნების და გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხისაგან. ნაშრომის ძირითადი ნაწილის მოცულობა შეადგენს ნაბეჭდი ტექსტის 169 გვერდს, ლიტერატურის ნუსხა შეიცავს 82 დასახელების ბიბლიოგრაფიულ წყაროს.

Abstract

Tasks of management of engineering systems include creation of appropriate mathematical models and research of optimal conditions for system operation. Methods of mathematical planning of experiment are widely used for carrying out these tasks.

In practice, specifications of optimal plans are distorted. Realization of optimal plans requires assignment of precise levels of researched parameters. Assignment is made by means of measuring devices which are characterized by certain inaccuracy.

When levels of researched parameters are assigned, higher inaccuracy of measuring devices conditions higher distortion of specifications of optimality. Therefore, research of impact of inaccuracies of measuring devices upon certain characteristics of plan is interesting.

Experiment is considered as the object of research and optimization in the process of planning. Optimal management of experiment is based on the information about the studied system. Strategy of research changes by means of choosing optimal strategy for each object.

The objective of presented dissertation is to research third-rank, compositional, symmetrical, economical and rotatability plans with two and three factors taking into consideration inaccuracies of measuring devices.

The practical value of the work is that it includes necessary data, techniques and recommendations.

The main objectives include development of algorithm and corresponding program in Matlab for imitation of overlap of inaccuracies on coordinates of researched plans; for studying the changes of different characteristics of third-rank compositional rotatability plans under the influence of specifications of inaccuracies of measuring devices; for determination of level of degradation of characteristics of researched plans in consideration of the errors of experiment; for comparative analysis of third-rank, deformed, rotatability plans with two and three variables.

Algorithms and corresponding programs of Matlab are developed for studying the changes of characteristics of third-rank rotatability plans.

Specifications of D-, A-, E-, G-, Q-optimality and orthogonality, of third-rank compositional, symmetrical and economical rotatability plans with two variables are studied in consideration of different inaccuracies of measuring devices. Characteristics of third-rank compositional rotatability plans are studied for three

variables. Study is linked to precise determination of regression coefficients and precise prediction of values of response by means of derived model with different errors of experiment.

The influence of inaccuracies of measuring devices on criteria of second group is studied and the results are derived in different fields as cubes and squares of different size. On the basis of studies of influence of inaccuracies on each specification of third-rank rotatability plan, limits of corresponding values of criteria are determined and therefore, corridors of dissipation of characteristics are derived.

Comparative analysis is made for symmetrical 16-point and economical 12-point rotatability plans with two variables. Data of comparative analysis of eight third-rank rotatability plans with three variables is given.

The results of study enable experimenter to estimate levels of degradation of specifications of rotatability plans, which are linked to precision of estimation of coefficients of corresponding equation of regression and to precision of predictions of values of response with constructed model.

The practical value of the work is that it includes necessary data, techniques and recommendations for experimenters. They must help experimenters in the work with third-rank rotatability plans with two and three variables, when they assign levels of parameters of optimal plans by means of measuring devices with different inaccuracies.

თ ა ვ ი 1. ექსპერიმენტის კომპოზიციური დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა

პირველ თავში დაწვრილებით არის განხილული ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდებთან დაკავშირებული საკითხების თანამედროვე მდგომარეობა.

მოცემულია ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების აგების პრინციპები.

ასე მაგალითად, მესამე რიგის კომპოზიციურ როტატაბელურ გეგმებში ორი ცვლადისათვის თავდაპირველად რეალიზდება D_1 გეგმის ის ნაწილი, რომლის ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზეც ხდება საკვლევი პროცესის აღწერა მეორე რიგის პოლინომის მეშვეობით. მაგალითად, ავიღოთ მეორე რიგის როტატაბელური გეგმა:

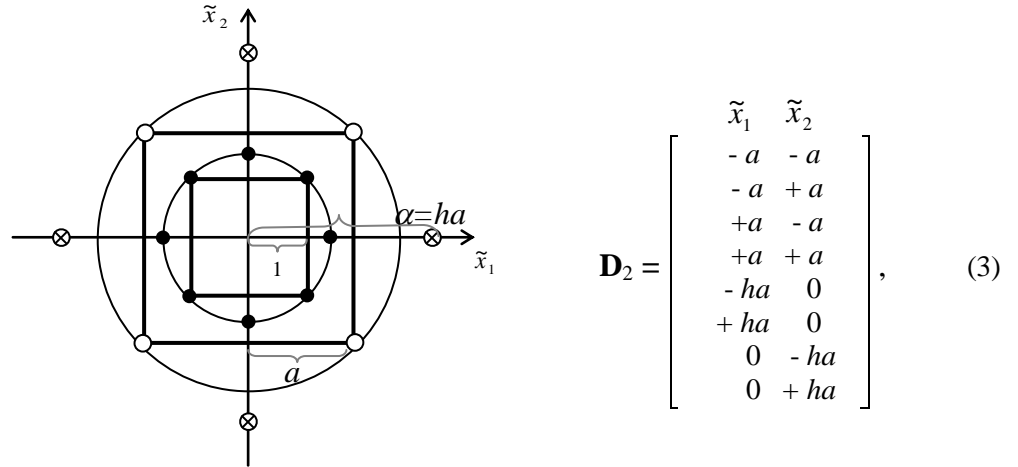
$$D_1 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

მხოლოდ მისი არაადეკვატურობის შემთხვევაში იმისთვის, რომ შეფასდეს მესამე რიგის პოლინომის ყველა (ათი) კოეფიციენტი, მას ემატება გეგმის მეორე ნაწილი, რომელიც ავსებს პირველს სიმეტრიულად განლაგებული წერტილებით. პოლინომს აქვს შემდეგი სახე:

$$\hat{y} = b_0 + b_1\tilde{x}_1 + b_2\tilde{x}_2 + b_{11}\tilde{x}_1^2 + b_{22}\tilde{x}_2^2 + b_{12}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + b_{111}\tilde{x}_1^3 + b_{222}\tilde{x}_2^3 + b_{122}\tilde{x}_1\tilde{x}_2^2 + b_{112}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_2. \quad (2)$$

მეორე ნაწილი აგრეთვე წარმოდგენილია მეორე რიგის გეგმის სახით, რომლის ცენტრიც ემთხვევა პირველი ნაწილის ცენტრს (ნახ.1), სადაც ოთხი წერტილი (O) კოორდინატებით $(\pm a, \pm a)$ განლაგებულია კვადრატის წვეროებში $2a$ -ს მხრიდან, ოთხი აქსიალური - ე.წ. ვარსკვლავური წერტილი (\otimes), განლაგებულია წყვილ-წყვილად საკოორდინატო ღერძების გასწვრივ და დაშორებულია ცენტრიდან შესაბამისად $\alpha_1 = \pm ha$ და $\alpha_2 = \pm ha$ მანძილებით. h წარმოადგენს მასშტაბურ მამრავლს, რომელიც განსაზღვრავს აქსიალური წერტილის დაშორებას ახალი კვად-

რატის მხრიდან. განსახილველი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმებისათვის $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.



ნახ. 1. მესამე რიგის კომპოზიციური გეგმის გეომეტრიული ილუსტრაცია

რადგანაც როტაბელურ გეგმებში დისპერსიას $\sigma^2\{\hat{y}\}$ გააჩნია ერთი და იგივე მნიშვნელობა ფაქტორული არის ყველა ეკვიდისტანტური წერტილისათვის, ინფორმაციული კონტურები უნდა წარმოადგენდნენ კონცენტრულ წრეწირებს. მისი მიღწევა შესაძლებელი იქნება, თუ მასშტაბური მამრავლი ტოლი იქნება $\sqrt{2}$ -ის.

ამრიგად, საკვლევ მესამე რიგის კომპოზიციურ გეგმას ორი ცვლადისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \\ -a & -a \\ -a & +a \\ +a & -a \\ +a & +a \\ -\sqrt{2}a & 0 \\ +\sqrt{2}a & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}a \\ 0 & +\sqrt{2}a \end{bmatrix}, \quad (4)$$

გეგმის ისეთი თვისებები, როგორცაა D -, A -, E -ოპტიმალურობა და ორთოგონალურობა, ერთმანეთთან დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტით, რომლებიც განი-საზღვრება მატრიცულ ფორმაში ჩაწერილი შემდეგი გამოსახულებით

$$\mathbf{B} = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{Y}, \quad (5)$$

სადაც $\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}}$ წარმოადგენს ფიშერის ინფორმაციულ მატრიცას, $(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1}$ – კოვარიაციულ მატრიცას, ხოლო $\tilde{\mathbf{X}}$ – დაგეგმვის მატრიცას, რომელიც მიიღება საკვლევი სიმეტრიული გეგმის გაფართოებით შესაბამისი სვეტებით, რაც განსაზღვრავს მესამე რიგის პოლინომის (2) ყველა კოეფიციენტს.

ვინაიდან, ორი ცვლადისათვის მესამე რიგის (2) მოდელში შესაფასებელი კოეფიციენტების რაოდენობა (10) გაცილებით ნაკლებია ცდების რაოდენობაზე ($N=16$), გეგმა არაა გაჯერებული და ტყუილუბრალოდ იხარჯება ცდების დიდი რაოდენობა. ამიტომ ამ ქვეთავში განხილულია უფრო ეკონომიური მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული გეგმა ორი ცვლადისათვის.

ამ გეგმაში ბოქსის მეორე რიგის როტატაბელური გეგმის ერთ წრეწირზე განლაგებულ რვა წერტილს ემატება ოთხი წერტილი კვადრატის წვეროებში.

ამრიგად, საკვლევ მესამე რიგის ეკონომიკურ კომპოზიციურ გეგმას ორი ცვლადისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \\ -a & -a \\ -a & +a \\ +a & -a \\ +a & +a \end{bmatrix}, \quad (6)$$

მესამე რიგის სამცვლადიან კომპოზიციურ როტატაბელურ გეგმებში თავდაპირველად რეალიზდება გეგმის ის ნაწილი, რომლის ექსპერიმენტული მონაცემებით საკვლევი სისტემა შეიძლება აღიწეროს მეორე რიგის პოლინომით და მხოლოდ მისი არაადეკვატურობის შემთხვევაში ემატება გეგმის მეორე ნაწილი და ორივე ნაწილის მონაცემებით სისტემა აღიწერება მესამე რიგის პოლინომით. დამტკიცებულია, რომ მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების ყველა წერტილი, ცენტრალურის

გამოკლებით, ქმნის სულ მცირე ორ სფეროსებრ დაშორებას სხვადასხვა არანულოვანი რადიუსებით. ასეთი სფეროსებრი დაშორებების სახით შეიძლება მივიღოთ მეორე რიგის როტატაბელური გეგმები. ქვემოთ მოცემულია მეორე რიგის როტატაბელური გეგმები სამი ცვლადისათვის, რომლებიც გამოიყენება მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების აგების დროს.

D₁	D₂	D₃
(±a, ±a, ±a)	(±a ₁ , ±a ₁ , ±a ₁)	(±f, ±f, 0)
(±c ₁ , 0, 0)	(±a ₂ , ±a ₂ , ±a ₂)	(±f, 0, ±f)
(0, ±c ₁ , 0)	(±c, 0, 0)	(0, ±f, ±f)
(0, 0, ±c ₁)	(0, ±c, 0)	(±c ₁ , 0, 0)
(±c ₂ , 0, 0)	(0, 0, ±c)	(0, ±c ₁ , 0)
(0, ±c ₂ , 0)		(0, 0, ±c ₁)
(0, 0, ±c ₂)		(±c ₂ , 0, 0)
		(0, ±c ₂ , 0)
		(0, 0, ±c ₂)
D₄	D₅	D₆
(±f, ±f, 0)	(±p, ±q, ±q)	(±p, ±q, ±q)
(±f, 0, ±f)	(±q, ±p, ±q)	(±q, ±p, ±q)
(0, ±f, ±f)	(±q, ±q, ±p)	(±q, ±q, ±p)
(±a, ±a, ±a)	(±a, ±a, ±a)	(±c, 0, 0)
(±c, 0, 0)		(0, ±c, 0)
(0, ±c, 0)		(0, 0, ±c)
(0, 0, ±c)		

სამგანზომილებიან ვარიანტში ცნობილია მესამე რიგის რამდენიმე როტატაბელური გეგმა, რომლებიც მიიღება მეორე რიგის როტატაბელური განლაგებების კომბინირებით:

I	D₁ D₄	a=1, c ₁ =c ₂ =2 ^{1/2} f=2 ^{1/2} , a=1, c=2	II	D₂ D₃	a ₁ =a ₂ =1, c=2 c ₁ =c ₂ =f=2 ^{1/2}
III	D₂ D₄	a ₁ =0.5578, a ₂ =0.4097, c=1 f=0.7201, a=0, c=0.8564	IV	D₃ D₄	f=c ₁ =c ₂ =1 f=0.9357, a=0.8646, c=1.5653
V	D₃ D₅	f=c ₁ =c ₂ =1 p=1.4078, q=0.5112, a=0.7832	VI	D₃ D₅	f=c ₁ =c ₂ =1 p=1.5205, q=a=0.5980
VII	D₃ D₅	f=1, c ₁ =2 ^{1/2} , c ₂ =0 p=1.5167, q=0.6037, a=0.5042	VIII	D₃ D₆	f=c ₁ =c ₂ =1 p=0.9848, q=0.5748, c=1.4453

ასეთი გეგმების მონაცემებით შეგვიძლია შევაფასოთ შესაბამისი მესამე რიგის პოლინომის ოცი კოეფიციენტი

$$\begin{aligned}
 \hat{y} = & b_0 + b_1\tilde{x}_1 + b_2\tilde{x}_2 + b_3\tilde{x}_3 + b_{12}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + b_{13}\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + b_{23}\tilde{x}_2\tilde{x}_3 + b_{11}\tilde{x}_1^2 + b_{22}\tilde{x}_2^2 + b_{33}\tilde{x}_3^2 + \\
 & + b_{111}\tilde{x}_1^3 + b_{222}\tilde{x}_2^3 + b_{333}\tilde{x}_3^3 + b_{112}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_2 + b_{122}\tilde{x}_1\tilde{x}_2^2 + b_{133}\tilde{x}_1\tilde{x}_3^2 + b_{113}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_3 + b_{223}\tilde{x}_2^2\tilde{x}_3 + b_{233}\tilde{x}_2\tilde{x}_3^2 + \\
 & + b_{123}\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

ნაშრომში განხილული მეორე და მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების ოპტიმალურობის კრიტერიუმები შეიძლება დაგვით შემდეგ ჯგუფებად:

პირველ ჯგუფს განეკუთვნება კრიტერიუმები, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების შეფასებების სიზუსტესთან. მათ მიეკუთვნება გეგმების ისეთი თვისებები, როგორცაა მათი ორთოგონალურობა, *D*-, *A*-, *E*-ოპტიმალურობა და სხვა.

მეორე ჯგუფის ოპტიმალურობის კრიტერიუმები მოდელის აგების (2 ან 7) მეშვეობით განსაზღვრავენ გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტეს. მეორე ჯგუფს მიეკუთვნება გეგმის ისეთი მახასიათებლები, როგორცაა: როტატაბელურობა, უნიფორმალურობა, *G*- და *Q*-ოპტიმალურობა, ექსტრემუმის კოორდინატების შეფასების მაქსიმალური სიზუსტე და ა.შ.

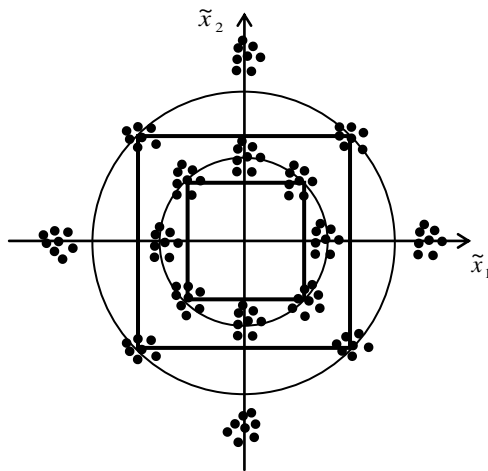
კომპოზიციური გეგმების რეალიზაცია მოითხოვს გამოსაკვლევი ფაქტორების ზუსტი დონეების დაყენებას. დაყენება ხორციელდება საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომელთაც გააჩნიათ გარკვეული ცდომილებები. ცდომილებების ზედდების შედეგად თეორიული გეგმები პრაქტიკულად დეფორმირდებიან.

აქედან გამომდინარე იცვლება როგორც ექსპერმენტის გეგმა, ასევე დაგეგმვის მატრიცა, ინფორმაციული და კოვარიაციული მატრიცები, შესაბამისად გეგმის მახასიათებლები, როგორცაა *D*-, *A*-, *E*-, *G*-, *Q*-ოპტიმალურობები, ორთოგონალობა და სხვ. რაც უფრო მეტია გაზომვის საშუალებების ცდომილებები გამოსაკვლევი ფაქტორების დონეების დაყენებისას, მით უფრო მეტად ირღვევა ოპტიმალურობის მახასიათებლები. ამიტომ გარკვეულ ინტერესს ბადებს გეგმის ამა თუ იმ თვისებებზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

თ ა გ ი 2. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში მესამე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების გამოკვლევა

ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გამოკვლევას ექსპერიმენტის შეცდომების გათვალისწინებით ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გაფლენის იმიტაცია. ეს მიიღწეოდა გეგმის წერტილების კოორდინატებზე შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით, რომლებიც განაწილებული იყვნენ ნორმალური კანონით. ასეთი რიცხვების ფორმირება ხდებოდა შემთხვევითი რიცხვების სტანდარტული პროგრამის მეშვეობით, რომელსაც გაანხნდა ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და $\sigma=0.33$ საშუალო კვადრატული გადახრა, მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი ცდომილებების ეკვივალენტი, ხოლო სხვადასხვა ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ეკვივალენტი მრავლდებოდა ψ -ზე: $\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}$.

მრავალჯერადი გენერირების შედეგად, არადეფორმირებული გეგმის თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი (ნახ.2), საიდანაც შეიძლება წარმოქმნილიყო დეფორმირებული გეგმის ნებისმიერი კონფიგურაცია.



ნახ. 2. ორცვლადიანი მესამე რიგის მრავალდეფორმირებული სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გრაფიკული ილუსტრაცია

საზომი საშუალებების ცდომილებების გამო მესამე რიგის სიმეტრიული გეგმის კოორდინატები იცვლება შემდეგნაირად:

$$D = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1+\zeta & -1+\zeta \\ -1+\zeta & +1+\zeta \\ +1+\zeta & -1+\zeta \\ +1+\zeta & +1+\zeta \\ -\sqrt{2}+\zeta & 0+\zeta \\ +\sqrt{2}+\zeta & 0+\zeta \\ 0+\zeta & -\sqrt{2}+\zeta \\ 0+\zeta & +\sqrt{2}+\zeta \\ -a+\zeta & -a+\zeta \\ -a+\zeta & +a+\zeta \\ +a+\zeta & -a+\zeta \\ +a+\zeta & +a+\zeta \\ -\sqrt{2}a+\zeta & 0+\zeta \\ +\sqrt{2}a+\zeta & 0+\zeta \\ 0+\zeta & -\sqrt{2}a+\zeta \\ 0+\zeta & +\sqrt{2}a+\zeta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმვის და თვისებების მატრიცაც.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმებისათვის, კვადრატის სხვადასხვა ზომებით $a=0.5$ და 1.5 , განისაზღვრებოდა ყველა გამოსაკვლევი კრიტერიუმის მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლეები და ყოველი მათგანისათვის არსებული სხვადასხვა ცდომილებების არსებობისას გამოყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიდნენ დერეფანს. ყველა კვლევა ტარდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებებისათვის 0.01%-დან 10%-მდე.

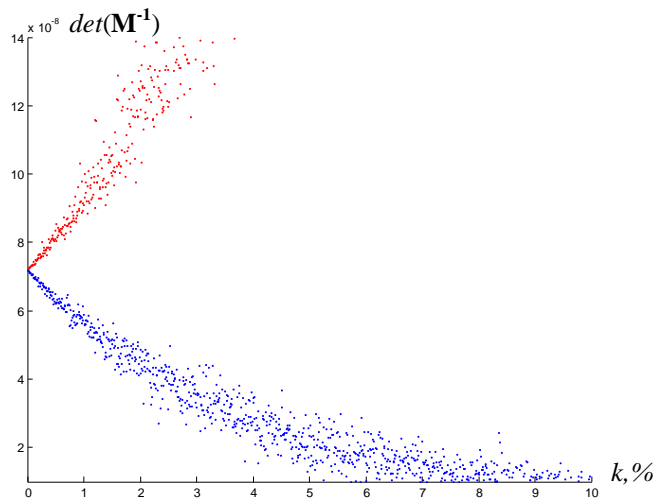
ასე მაგალითად, D -ოპტიმალურთან მიახლოებული მესამე რიგის ორცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმის კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიიღწეოდა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით. დამახინჯება შეესაბამებოდა 0.01-0.09%-ს (პირველ დიაპაზონში), 0.1-0.9%-ს (მეორე დიაპაზონში) და 1-10%-ს (მესამე დიაპაზონში).

მიმართვა ხორციელდებოდა შემთხვევით რიცხვებთან ასჯერ. ასი მიღებული მნიშვნელობიდან აირჩეოდა მინიმალური და მაქსიმალური, რის მიხედვითაც იგებოდა შეცდომების დერეფანი. იმის გამო, რომ რიცხვების გენერირება ყოველ ჯერზე ხდებოდა შემთხვევითი სახით, ზოგიერთ ქვემთმოყვანილ ცხრილში ცდომილების ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის შეინიშნება მცირედი "ამოვარდნები", თუმცა ეს გავლენა

ნას ვერ ახდენს ცდომილებების გაზრდით გეგმის თვისებების გაუმჯობესების საერთო ტენდენციაზე.

ნახ.3-ზე წარმოდგენილია $\mathbf{M}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$ შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებულ სიმეტრიულ გეგმებზე, კვადრატის ზომებით $a=0.5$.

ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე a კვადრატის სხვადასხვა ზომებისათვის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.



ნახ. 3. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის D -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი.

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად D -ოპტიმალურობა, როცა კვადრატის ზომაა $a=0.5$ ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.17%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 2.10%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 12.30%-მდე.

ამ პრინციპის თანახმად შესწავლილია და გაანალიზებულია ექსპერიმენტის შეცდომების შემთხვევაში D -ოპტიმალურობის თვისების ცვლილება განსახილველი (თექვსმეტწერტილიანი და თორმეტწერტილიანი) გეგმებისათვის, როცა $a=0.5$ და $a=1.5$.

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას ($a=0.5$)

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e-007 *			
0.01	0.71802694	0.72060557	0.71911891	0.00059675
0.02	0.71536169	0.72236580	0.71893891	0.00139745
0.03	0.71340667	0.72504802	0.71905013	0.00199676
0.04	0.71438374	0.72522383	0.71930441	0.00243920
0.05	0.71030007	0.72718675	0.71885692	0.00360990
0.06	0.70751769	0.72749343	0.71941315	0.00417481
0.07	0.70732366	0.73168621	0.71960600	0.00497661
0.08	0.70355729	0.73353301	0.71932484	0.00579081
0.09	0.70259532	0.73215104	0.71952919	0.00556949
	1.0e-007 *			
0.1	0.70934906	0.73524918	0.72023217	0.00597926
0.2	0.68347635	0.75343059	0.71854755	0.01395743
0.3	0.66506652	0.78190926	0.71980731	0.01998496
0.4	0.67424619	0.78381258	0.72250601	0.02465706
0.5	0.63693534	0.80537069	0.71849896	0.03596578
0.6	0.61246533	0.80900417	0.72440618	0.04159375
0.7	0.61095680	0.85693403	0.72691653	0.05039475
0.8	0.57978304	0.87905259	0.72466676	0.05817766
0.9	0.57169237	0.86293379	0.72665429	0.05561160
	1.0e-007 *			
1.0	0.62865349	0.90102357	0.73420701	0.06126639
2.0	0.43499122	1.15382747	0.72879931	0.14180630
3.0	0.33324339	1.67866223	0.75711476	0.21546444
	1.0e-007 *			
4.0	0.38281554	1.72901476	0.80508396	0.29566435
5.0	0.22549303	2.27487078	0.80755434	0.41290296
	1.0e-007 *			
10	0.20502346	8.19133048	1.28976532	1.23469330

ასევე გამოკვლეულია განსახილველ გეგმებში საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენა A -ოპტიმალურობის თვისებაზე.

საკვლევ გეგმებში მიღებულია შეცდომების დერეფანი კოვარიაციული მატრიცის უმცირესი მაქსიმალურად მახასიათებელი რიცხვის ცვლილებისათვის.

ასევე განსაზღვრული იყო სიდიდეები, რომლის დროსაც უარესდება ორი ცვლადის შემცველი მესამე რივის როტატაბელურთან მიახლოებული ორთოგონალური თექვსმეტწერტილიანი და თორმეტწერტილიანი ორცვლადიანი გეგმის თვისებები.

განხილულია \mathbf{D} ტიპის მეორე რიგის თექვსმეტწერტილიანი როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (2) მეშვეობით – ასეთია G - და Q - ოპტიმალურობები.

ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია

$$\sigma^2\{\hat{y}\} = \sigma^2\{y\}N^{-1}\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\alpha)\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sigma^2\{y\}N^{-1}d(\mathbf{x},\alpha), \quad (9)$$

$$d(\mathbf{x},\alpha) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\alpha)\mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (10)$$

სადაც
$$\mathbf{A} = N^{-1}(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}}),$$

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = [1, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_1^2, \tilde{x}_2^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1^3, \tilde{x}_2^3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2] \quad (11)$$

ჩვენს მიერ საკვლევი ორფაქტორიანი მესამე რიგის პოლინომიალური რეგრესიის შემთხვევაში.

ცვლადების \mathbf{z} არის რომელიმე უბნის სკანირებისას სათითაოდ მიიღებოდა წერტილების კოორდინატები $(\tilde{x}_1^{(i)}, \tilde{x}_2^{(i)})$.

9 და 10-ში ამ წერტილების დაყენებით განისაზღვრებოდა საკვლევი \mathbf{z} არის გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების დისპერსიები. სკანირების მცირე ბიჯიანი ბადის ცვლილებისას მიიღებოდა მონაცემების დიდი მასივი. \mathbf{z} კვლევის არე წარმოადგენდა კვადრატებს ზომებით 0.5x0.5 და 1.5x1.5.

კვადრატის ფორმის მქონე სხვადასხვა ზომის საკვლევი არეებისათვის გამოკვლეულია როტატაბელურ გეგმებში G - ოპტიმალურობის ცვლილება.

მაგალითად, 2 ცხრილებში მოყვანილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაფლენის კვლევისას თორმეტწერტილიანი გეგმის G -ოპტიმალურობაზე $a=0.5$ კვადრატის ზომით.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 0.5x0.5 ($a=0.5$), ორი ცვლადის შემცველი მეორე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმის G -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.001%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.04%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.60%-ით, ანალოგიური სურათი

მიიღებოდა როცა $a=1.5$. აღნიშნულ დიაპაზონებში G -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.007%-ით, 0.09%-ით და 2.06%-ით.

ცხრილი 2

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე z საკვლევ არეში ზომებით 0.5×0.5 ($a=0.5$)

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	9.17443245	9.17888122	9.17647049	0.00072509
0.02	9.17305425	9.18021035	9.17659672	0.00153849
0.03	9.17033293	9.18311190	9.17694289	0.00222555
0.04	9.16918395	9.18474404	9.17738775	0.00305048
0.05	9.16854215	9.18529176	9.17679847	0.00369180
0.06	9.16652447	9.18645260	9.17607662	0.00437357
0.07	9.16338554	9.18891014	9.17629177	0.00525619
0.08	9.16573031	9.19198448	9.17736432	0.00600234
0.09	9.15707337	9.19002590	9.17660115	0.00623465
0.1	9.15604036	9.20049925	9.17649424	0.00725225
0.2	9.14231838	9.21327719	9.17780286	0.01539062
0.3	9.11449399	9.24185273	9.18148523	0.02220579
0.4	9.10050911	9.25858299	9.18602961	0.03070335
0.5	9.09405178	9.26568952	9.18054689	0.03698854
0.6	9.08418212	9.27327402	9.17353193	0.04336484
0.7	9.04977228	9.30264322	9.17629732	0.05292321
0.8	9.06952330	9.33146786	9.18798411	0.06018660
0.9	8.98106285	9.32982767	9.18050081	0.06227853
1.0	8.99018969	9.350151397	9.16959541	0.07019516
2.0	8.75572209	9.665881834	9.20959454	0.16478627
3.0	8.59174373	9.769099260	9.23295743	0.24846020
4.0	8.28092101	10.18708406	9.21974462	0.33286907
5.0	8.19680768	10.74481428	9.31642346	0.44518145
10	7.64592851	13.91491425	9.86278544	1.20646234

დეტალურად არის გამოკვლეული ორფაქტორიანი მესამე რივის Q -ოპტიმალური როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების ცვლილება კოორდინატებზე საზომი საშუალებების ცდომილებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების ზედდებისას.

გატარებულია განსახილველ როტატაბელურ გეგმებში ყველა საკვლევი თვისების გაუარესების შედარებითი ანალიზი.

მე-3 ცხრილში მოყვანილია მონაცემები, რომლებიც გვიჩვენებენ თუ რამდენი პროცენტით უარესდება თითოეული თვისება შესაბამისად თორმეტწერტილიანი და თექვსმეტწერტილიანი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რივის როტატაბელური გეგმებისათვის.

მესამე რივის ორი ცვლადის შემცველი სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	კვადრატის ზომა	ცდომილებების დიაპაზონები	კრიტერიუმები							
			D	A	E	Ort	G		Q	
							0.5x0.5	1.5x1.5	0.5x0.5	1.5x1.5
თექვსმეტწერტილიანი	a=0.5	I	0.05	0.01	0.09	0.44	0.003	0.01	0.003	0.01
		II	0.89	0.15	0.94	4.41	0.06	0.002	0.96	0.19
		III	9.99	1.04	5.92	20.32	1.17	0.76	0.96	0.96
	a=1.5	I	0.02	0.01	0.02	0.34	0.01	0.004	0.014	0.001
		II	0.33	0.02	0.14	3.70	0.20	0.12	0.16	0.03
		III	3.29	0.72	3.52	17.34	3.16	2.11	0.50	0.66
თორმეტწერტილიანი	a=0.5	I	0.06	0.01	0.13	0.38	0.001	0.06	0.001	0.04
		II	1.01	0.15	1.34	3.85	0.04	0.002	0.01	0.52
		III	18.00	1.85	9.00	21.03	1.60	2.52	1.00	2.74
	a=1.5	I	0.02	0.001	0.11	0.38	0.007	0.14	0.008	0.002
		II	0.28	0.08	1.19	3.85	0.09	1.61	0.03	0.01
		III	11.57	1.84	9.45	21.03	2.06	10.36	2.01	1.87

როგორც ანალიზი გვიჩვენებს, ცდომილებების გაზრდისას ყველაზე მეტად მახინჯდება ორთოგონალური როტატაბელური გეგმები. ეს დამახინჯება მით უფრო თვალში საცემია საზომი საშუალებების მაღალი ცდომილებების შემთხვევაში.

ამ მხრივ საუკეთესო არის A-ოპტიმალური როტატაბელური გეგმა, რომლის თვისებების დამახინჯება უმნიშვნელოა ცდომილებების განსახილველი დიაპაზონების თვით მესამე ნაწილშიც კი.

მცირე ცდომილებების დროს ასევე უმნიშვნელოა D-ოპტიმალურობის თვისებების ცვლილებაც. მაგრამ 1%-ზე მაღალი ცდომილებების შემთხვევაში უკვე შეიმჩნევა ამ თვისების მკვეთრი გაუარესება, რომელიც უფრო მკაფიოდ გამოიხატება თორმეტწერტილიანი როტატაბელურთან მიახლოებულ გეგმებში.

უმნიშვნელო ცვლილებებს განიცდიან აგრეთვე თვისებები, რომლებიც აგებული მოდელის მეშვეობით დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების შეფასების სიზუსტესთან. სურათი პრაქტიკულად იგივეა, როგორც საკვლევი არისათვის, რომელსაც აქვს კვადრატის ფორმა ზომებით 0.5x0.5, ასევე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5.

ექსპერიმენტატორისათვის შემოთავაზებულია ინფორმაცია იმის შესახებ, თუ როგორ უარესდება თვისებები თითოეული განსახილველი

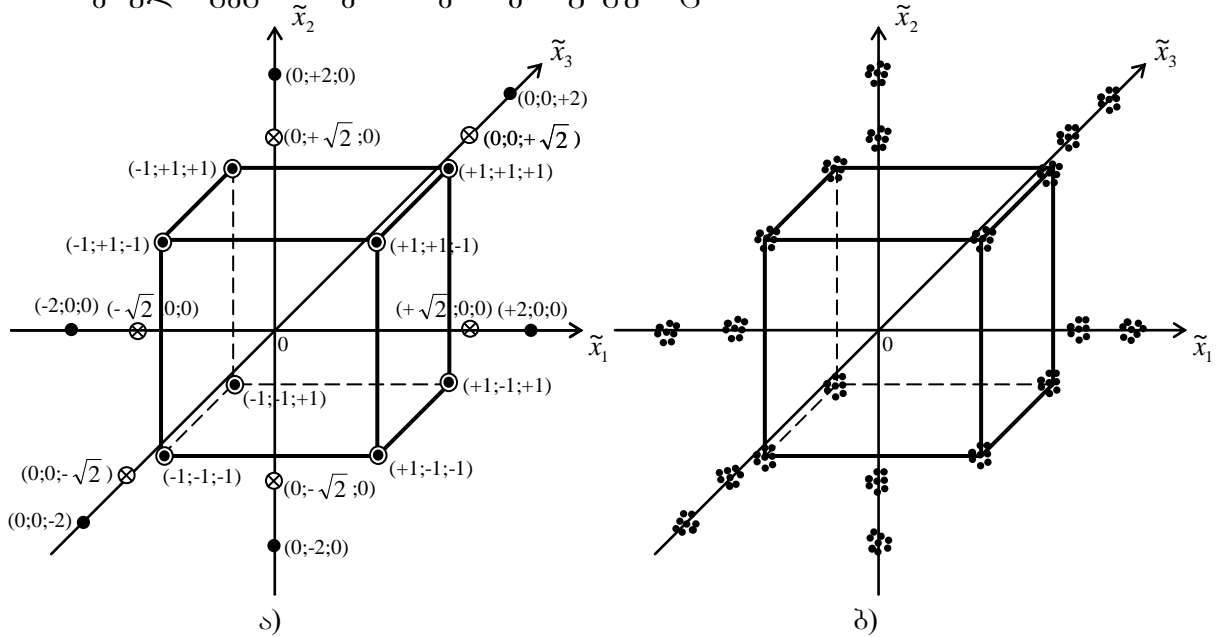
მესამე რიგის როტატაბელური გეგმისათვის, რის საფუძველზეც შეიძლება მიღებულ იქნას გადაწყვეტილება ცდომილებების გარკვეულ დიაპაზონში ეკონომიურ გეგმების გამოყენების ან არ გამოყენების მიზანშეწონილების შესახებ.

გამოკვლევების საფუძველზე შეგვიძლია მივიღოთ გადაწყვეტილება, მიზანშეწონილია თუ არა საზომი საშუალებების მცირე ცდომილებების შემთხვევაში ზოგიერთ შემთხვევაში უფრო ეკონომიური თორმეტწერტილიანი გეგმის გამოყენება, რადგანაც ამ დროს თვისებების ცვლილება თითქმის იგივეა რაც ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებში.

**თ ა ვ ი 3. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში
მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმების
თვისებების გამოკვლევა**

სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების გამოკვლევას ექსპერიმენტების შეცდომების გათვალისწინებით, ისევე, როგორც ადრე იყო აღწერილი, ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია, რაც მიიღწეოდა გეგმის წერტილების კოორდინატებზე ნორმალური კანონით განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით.

მრავალჯერადი გენერირების შედეგად არადეფორმირებული გეგმის (ნახ.4,ა) თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი (ნახ.4,ბ), საიდანაც შეიძლება წარმოქმნილიყო დეფორმირებული გეგმის ნებისმიერი კონფიგურაცია.



ნახ.4. გრაფიკული ილუსტრაცია ა) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის არადეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმისათვის; ბ) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის დეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების სიმრავლეებისთვის

გაზომვის საშუალებებში ცდომილებების არსებობის გამო სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის კოორდინატები იცვლება, შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმვის და კოვარიაციული მატრიცებიც.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმებისათვის განისაზღვრებოდა ყველა გამოსაკვლევ კრიტერიუმის შესაბამისი სიმრავლეები და ყოველი მათგანისათვის არსებული სხვადასხვა ცდომილებების არსებობისას

გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიდნენ დერეფანს. ყველა კვლევა ტარდებოდა გაზომვის საშუალებების ყველაზე დამახასიათებელი ცდომილებებისათვის.

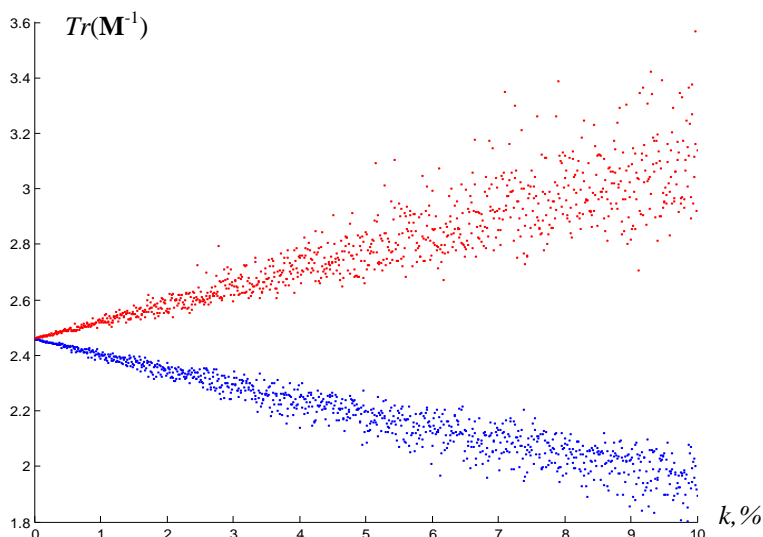
ყველა რვა საკვლევი სამფაქტორიანი მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმისათვის შესწავლილია სხვადასხვა სიდიდის მქონე ცდომილებების გავლენა შესაბამისი კოვარიაციული მატრიცის განსაზღვრის სიდიდეზე.

გამოკვლეულია განხილული გეგმების კოვარიაციული მატრიცის კვალის სიდიდეზე ცდომილებების გავლენა.

შესწავლილია ცდომილებების 0.01% – 10%-იან დიაპაზონში E -ოპტიმალურობის თვისების ცვლილება.

განსაზღვრულია სიდიდეები, რომელზეც ხდება მესამე რიგის ორ-თოგონალური როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესება.

ასე მაგალითად, მე-5 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური D_1D_4 (I) გეგმების A -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. მე-4 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ.5. სამცვლადიანი მესამე რიგის D_1D_4 (I) გეგმის A -ოპტიმალურობა

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, A -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.005%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს,

უარესდება 0.04%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 3.72%-ით.

ცხრილი 4

სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4(I)$ გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.45922967	2.46035421	2.45978810	0.00021373
0.02	2.45822620	2.46146157	2.45981474	0.00053486
0.03	2.45815853	2.46123461	2.45986186	0.00072721
0.04	2.45733479	2.46218901	2.45984601	0.00089023
0.05	2.45643768	2.46278788	2.45993005	0.00121122
0.06	2.45640197	2.46379263	2.45966416	0.00142936
0.07	2.45563995	2.46362669	2.45979605	0.00161450
0.08	2.45498458	2.46389674	2.45986215	0.00188239
0.09	2.45583951	2.46690746	2.45991080	0.00227035
0.1	2.45391594	2.46516240	2.45948535	0.00213628
0.2	2.44392713	2.47634437	2.45974823	0.00535307
0.3	2.44328548	2.47399877	2.46020313	0.00726765
0.4	2.43504578	2.48375232	2.46002129	0.00889044
0.5	2.42619335	2.48930801	2.46087453	0.01212718
0.6	2.42541566	2.49953827	2.45814171	0.01428945
0.7	2.41862703	2.49787917	2.45938427	0.01615430
0.8	2.41239993	2.50137437	2.46000131	0.01883662
0.9	2.42063243	2.53265735	2.46046428	0.02282276
1.0	2.40196455	2.51455932	2.45618218	0.02125409
2.0	2.30666922	2.63761329	2.45843227	0.05389962
3.0	2.30375285	2.60776958	2.46124175	0.07198419
4.0	2.22135042	2.72404861	2.45709887	0.08725384
5.0	2.15103783	2.72211212	2.46654791	0.12077930
10	2.10690869	2.88059646	2.51646758	0.20621535

ყველა რვა საკვლევი სამფაქტორიანი მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმისათვის შესწავლილია სხვადასხვა სიდიდის მქონე ცდომილებების გავლენა შესაბამისი კოვარიაციული მატრიცის განსაზღვრის სიდიდეზე.

გამოკვლეულია განხილული გეგმების კოვარიაციული მატრიცის კვალის სიდიდეზე ცდომილებების გავლენა.

შესწავლილია ცდომილებების 0,01% – 10%-იან დიაპაზონში E -ოპტიმალურობის თვისების ცვლილება.

განსაზღვრულია სიდიდეები, რომელზეც ხდება მესამე რიგის ორ-თოგონალური როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესება.

სხვადასხვა სიდიდის კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არეებისათვის გამოკვლეულია სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის როტატებულ გეგმებში Q -ოპტიმალურობის ცვლილება.

მესამე რიგის სამფაქტორიანი Q -ოპტიმალური როტატებულ გეგმებისათვის დეტალურად არის გამოკვლეული მახასიათებლების ცვლილება მის კოორდინატებზე საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების ზედდებისას.

მაგალითად, 5 და 6 ცხრილებში მოყვანილია რიცხვითი მნიშვნელობები, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას $D_3D_5(VII)$ გეგმის Q -ოპტიმალურობაზე, როცა z საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბებს ზომებით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ და $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ შესაბამისად.

ცხრილი 5

$D_3D_5(VII)$ გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	9.30283480	9.30629455	9.30443216	0.00073053
0.02	9.29920376	9.30793998	9.30427684	0.00171484
0.03	9.29838643	9.31025889	9.30471178	0.00226109
0.04	9.29766115	9.31090789	9.30457875	0.00316232
0.05	9.29503712	9.31517670	9.30396219	0.00416431
0.06	9.29071194	9.31893130	9.30412662	0.00518674
0.07	9.29212348	9.32101531	9.30467125	0.00556491
0.08	9.28667641	9.31860997	9.30306852	0.00618575
0.09	9.28792870	9.32599835	9.30455748	0.00681691
0.1	9.28583511	9.32335807	9.30493779	0.00738667
0.2	9.26646744	9.35207102	9.30429342	0.01759535
0.3	9.25993855	9.37957144	9.30375133	0.02335475
0.4	9.23298967	9.37477999	9.30194158	0.03021922
0.5	9.21849582	9.39179792	9.30347857	0.03394664
0.6	9.18919188	9.42343932	9.30276513	0.04547978
0.7	9.15492119	9.42676059	9.29486232	0.05353664
0.8	9.18658773	9.46887094	9.30929197	0.06419541
0.9	9.14165965	9.49970729	9.30702740	0.06927252
1.0	9.11417098	9.51106127	9.30200185	0.07641694
2.0	9.00417634	9.66047320	9.30415134	0.11810263
3.0	8.73707900	9.78194418	9.26717136	0.24646779
4.0	8.74446619	9.98760172	9.26171217	0.28745846
5.0	8.53698710	10.2475736	9.34549299	0.37011307
10	7.40892626	11.13537683	9.39474536	0.93783116

როგორც 5 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.001%-ით, 0.1%-

0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.02%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.47%-ს.

ცხრილი 6

D₃D₅(VII) გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	37.60101300	37.62672225	37.61341790	0.00546713
0.02	37.58459521	37.63776759	37.61486970	0.01120472
0.03	37.57655754	37.64754743	37.61414999	0.01660284
0.04	37.57562293	37.67110469	37.61613710	0.02200959
0.05	37.54531611	37.67867861	37.61527112	0.02637568
0.06	37.53987255	37.69576391	37.61701071	0.03593404
0.07	37.53415477	37.72213552	37.61870758	0.03913397
0.08	37.49203130	37.73610076	37.61013211	0.04615262
0.09	37.51372632	37.76318132	37.62087395	0.05753374
0.1	37.47941168	37.73668973	37.60326147	0.05468316
0.2	37.31701843	37.84766388	37.61764386	0.11194695
0.3	37.23648906	37.94488787	37.61045465	0.16600818
0.4	37.22647973	38.18422676	37.62987563	0.22075913
0.5	36.93308747	38.25904814	37.62043971	0.26314147
0.6	36.86800761	38.43046547	37.63764226	0.35897375
0.7	36.80857157	38.70586107	37.65334321	0.39194911
0.8	36.42240181	38.84234828	37.56904574	0.46044898
0.9	36.61776368	39.14114470	37.67558296	0.58293202
1.0	36.46273420	39.18377908	37.66800607	0.56017639
2.0	34.76937652	40.72670895	37.49510875	1.14514750
3.0	34.39860795	43.02352295	37.80082370	2.00137127
4.0	31.28870103	42.48046880	37.19999447	2.45572724
5.0	32.37308332	46.83733574	37.77978476	2.70720228
10	27.42877592	52.51278571	37.92919397	5.39411710

6 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.19%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის Q -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 0.30%-ს.

მიღებული მონაცემების საფუძველზე ჩატარებულია მესამე რიგის სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევის შედარებითი ანალიზი.

როგორც 7 ცხრილის მონაცემებიდან ჩანს, ყველაზე მეტად უარესდება საკვლევი გეგმების ორთოგონალურობის თვისება. გაუარესება თვალში საცემია მცირე ცდომილებებისას თვით პირველ დიაპაზონშიც

კი, სადაც ცლომილებების პროცენტი ყველაზე დაბალია და შეადგენს 0.01%-0.09%-ს. ცლომილებების გაზრდით გაუარესება კიდევ უფრო შესაძლებელია. იმ შემთხვევაში, როცა ფაქტორების დონეების დაყენებისას საჭიროა საზომი საშუალებები 1-5%-იანი ცლომილებით, სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ორთოგონალური როტატაბელური გეგმების გამოყენება არ არის უკვე მიზანშეწონილი.

ცხრილი 7

სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	ცლომილებების დიაპაზონები	კრიტერიუმები							
		D	A	E	Ort	G		Q	
						0.5x0.5	1.5x1.5	0.5x0.5	1.5x1.5
I	I	0.09	0.005	0.15	0.47	0.03	0.01	0.02	0.001
	II	0.77	0.04	1.59	4.63	0.59	0.08	0.17	0.06
	III	9.57	3.72	9.11	22.32	1.70	0.40	0.37	0.06
II	I	0.10	0.007	0.16	0.48	0.01	0.008	0.007	0.004
	II	0.98	0.06	1.68	4.79	0.12	0.06	0.05	0.03
	III	5.99	7.93	7.02	19.73	1.65	0.17	0.74	0.82
III	I	0.34	0.03	0.37	0.81	0.06	0.13	0.02	0.02
	II	2.62	0.17	3.45	7.66	0.41	0.16	0.05	0.15
	III	13.59	4.23	2.95	22.80	0.12	5.90	1.82	2.16
IV	I	0.13	0.01	0.18	0.53	0.05	0.03	0.03	0.03
	II	1.05	0.07	1.79	5.19	0.95	0.21	0.26	0.29
	III	6.73	0.10	6.76	20.92	1.04	3.33	0.36	1.08
V	I	0.18	0.005	0.14	0.49	0.02	0.03	0.002	0.02
	II	1.45	0.04	1.40	4.76	0.25	0.21	0.04	0.15
	III	26.59	0.94	4.61	19.25	0.35	3.31	0.47	2.41
VI	I	0.15	0.004	0.10	0.52	0.005	0.03	0.002	0.02
	II	1.53	0.04	0.98	5.16	0.05	0.29	0.03	0.17
	III	8.08	0.26	4.94	23.32	0.45	0.93	0.32	0.41
VII	I	0.14	0.004	0.07	0.49	0.008	0.04	0.001	0.02
	II	1.28	0.07	1.28	4.82	0.06	0.34	0.02	0.19
	III	2.59	0.11	5.07	20.23	0.14	0.74	0.47	0.30
VIII	I	0.16	0.02	0.14	0.54	0.04	0.02	0.004	0.03
	II	1.40	0.09	1.84	5.14	0.35	0.75	0.11	0.27
	III	30.42	0.09	5.91	19.32	0.79	3.00	2.02	3.80

დიდი ცლომილებების დროს ასევე მკვეთრად უარესდება სამფაქტორიანი D -ოპტიმალური როტატაბელური გეგმების თვისებებიც. ეს განსაკუთრებით ეხება D_3D_5 (V) და D_3D_5 (VIII) გეგმებს.

საუკეთესო თვისებები გააჩნიათ E - და განსაკუთრებით A -ოპტიმალურ გეგმებს. ცლომილებების მესამე დიაპაზონშიც კი გაუარესება

განსაკუთრებით A-ოპტიმალურობისათვის უმნიშვნელოა და ზოგიერთი საკვლევი გეგმისათვის არ შეადგენს 0.1%-ზე მეტს.

რაც შეეხება თვისებებს, რომლებიც დაკავშირებულია წინასწარმეტყველების გამოძახილის სიზუსტესთან, მათი გაუარესება ცდომილებების მცირე დიაპაზონში უმნიშვნელოა. მაგრამ საკვლევი არის გაზრდისას მესამე დიაპაზონში G- და Q-როტატაბელური გეგმების მახასიათებლები შედარებით უარესდება.

ჩატარებული კვლევები განკუთვნილია ექსპერიმენტატორებისათვის და ეხმარება მათ ამორჩეული როტატაბელური გეგმებისათვის ამა თუ იმ თვისებების გაუარესების ხარისხის შეფასებაში, რაც თავის მხრივ განისაზღვრება სხვადასხვა ცდომილებების მქონე საზომი საშუალებების გამოყენებისას გეგმის შესაბამისი ფაქტორების დონეების დაყენებით.

ძირითადი დასკვნები

1. გაანალიზებულია ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების აგების პრინციპები.

2. საზომი საშუალებების ცდომილებების არსებობის პირობებში, რომელთა მიხედვითაც ხდება გეგმის შესაბამისად ფაქტორების დონეების დაყენება, ნაჩვენებია რეალური ექსპერიმენტის დაგეგმვის დამახინჯების პრინციპი.

3. შემოთავაზებულია გეგმის კოორდინატებზე შემთხვევითი სიდიდეების ზედდების მეთოდით, რაც თავის მხრივ, წარმოადგენს საზომის საშუალებების ცდომილებების იმიტაციას.

4. მესამე რიგის ორფაქტორიანი კომპოზიციური სიმეტრიული როტატაბელური გეგმებისათვის გამოკვლეულია სხვადასხვა ცდომილებების გავლენა D-, A-, E- ოპტიმალურობასა და ორთოგონალურობაზე.

5. კვადრატის ფორმის მქონე სხვადასხვა სიდიდის საკვლევი არეებისათვის გამოკვლეულია ცდომილებების გავლენა ისეთ კრიტერიუმებზე, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობა.

6. ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმებისათვის დეტალურად არის შესწავლილი ცდომილებების გავლენა მსაზღვრელის მნიშვნელობაზე, კვალზე, მაქსიმალურ საკუთარ რიცხვსა და კოვარიაციული მატრიცის ელემენტების ჯამზე.

7. დადგენილია ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხი - დაკავშირებული სხვადასხვა ზომის კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არეში მინიმუმების, აგრეთვე, მაქსიმალური და საშუალო დისპერსიების განსაზღვრასთან.

8. მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევისას მათზე ცდომილებების გავლენის შესწავლისას განსაზღვრულია კრიტერიუმების შესაბამისი მნიშვნელობებისათვის ქვედა და ზედა საზღვრები, რის შედეგადაც მიიღება თვისებების გაბნევის დერეფანი.

9. ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმებისათვის მოყვანილია ყველა საკვლევი თვისების გაუარესების შედარებითი ანალიზი.

10. ჩატარებული კვლევების საფუძველზე გაკეთდა დასკვნა და გამოტანილ იქნა რეკომენდაციები ზოგიერთ შემთხვევაში საზომი საშუალებების მცირე ცდომილებების დროს შედარებით ეკონომიური თორმეტწერტილიანი გეგმების გამოყენების მიზანშეწონილობის შესახებ.

11. დეტალურად არის განხილული სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია შესაბამისი რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების განსაზღვრის სიზუსტესთან.

12. სხვადასხვა სიდიდის კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არეებში სამფაქტორიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმებისათვის გაანალიზებულია თვისებების გაუარესების ხარისხი, რომლებიც აგებული მოდელის მეშვეობით დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

13. სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების ყველა გამოკვლეული თვისებისათვის მოყვანილია შედარებითი ანალიზის მონაცემები.

14. ექსპერიმენტატორს მიეწოდება ინფორმაცია თითოეული სამფაქტორიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისების გაუარესების ხარისხის შესახებ, რაც დაეხმარება მას პრაქტიკაში საზომი საშუალებების ამორჩევაში, რომლებიც, თავის მხრივ, გამოიყენება გეგმის შესაბამისად ფაქტორების დონეების დასაყენებლად.

15. ექსპერიმენტატორს ეძლევა კონკრეტული რეკომენდაციები საზომი საშუალებების ცდომილებების სხვადასხვა დიაპაზონში ოპტიმალური გეგმების გამოყენების შესახებ.

დისერტაციის ირგვლივ გამოქვეყნებულ ძირითად ნაშრომთა სია

1. გვარამია ე.გ. ბერაია ნ.ო. Исследование изменения свойства D -оптимальности некоторых из ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных при наличии ошибок эксперимента. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, 2011, 1(10), с.86-88.

2. ბერაია ნ.ო., გვარამია ე.გ. Исследование влияния погрешностей средств измерения на свойство ортогональности ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. Georgian Engineering News, 2011, №2, с. 30-32.

3. ბერაია ნ.ო., გვარამია ე.გ. Исследование свойства D -оптимальности трехфакторного композиционного ротатабельного плана третьего порядка в условиях ошибок эксперимента. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი“, 2011, 1(39), გვ. 157-160.

4. ბერაია ნ.ო., გვარამია ე.გ. Влияние характерных для измерительных средств погрешностей на некоторые свойства одного из ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. (Материалы V Международной научно-практической конференции), М.:Спутник, 2011, с.325-330.

5. გვარამია ე.გ., ბერაია ნ.ო. Изучение влияния погрешностей средств измерения на свойство G -оптимальности некоторых ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. Georgian Engineering News, 2011, №3 с.76-78.

6. ბერაია ნ.ო., გვარამია ე.გ. Исследование свойств, связанных с точностью предсказаний значений отклика с помощью построенной модели двухфакторных ротатабельных ротатабельных планов третьего порядка в условиях ошибок эксперимента. (Материалы II Международной научно-практической конференции «В мире научных открытий»), М.: Спутник, 2012, с .