

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ეკატერინე ბოჭორიძე

სიმპლექსზე გეგმების მახასიათებლების კვლევა
კომპონენტების გაზომვათა განუსაზღვრელობის
პირობებში

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ავტორ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი

2012 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის
საინჟინრო კიბერნეტიკისა და ხელსაწყოთმშენებლობის დეპარტამენტის
ხარისხის მართვის და საზომი ტექნიკის მიმართულებაზე

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

ტ. მ. დ. პროფესორი **ი. ზედგინიძე**

ტ. მ. დ. პროფესორი ნ. ბერაია

რეცენზენტები: ტ.მ.კ., უფროსი მეცნიერ-მუშაკი სოსო როგავა

ტ.მ.კ., ასოცირებული პროფესორი ნოდარ აბელაშვილი

დაცვა შედგება 2012 წლის “ 10 „ მაისს

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის
სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე,
კორპუსი VI, აუდიტორია 311ა

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ–ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა – სტუ–ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი სრული პროფ. თინათინ კაიშაური

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

კვლევის აქტუალობა. ბუნებაში არსებული და ტექნიკაში გამოყენებული ნივთიერებების მეტი წილი წარმოადგენს სხვადასხვაგვარი კომპონენტების ნარევს. ასეთია, მაგალითად, სამთო ქანები, მინერალები, სამშენებლო მასალები, ტექნიკური შენადნობები, მინები და სხვა.

ასეთი ნარევების თვისებები დამოკიდებულია პირველ რიგში ძირითადი კომპონენტების ბუნებაზე და მათ ფარდობით შემცველობაზე, მაგრამ ასევე დამოკიდებულია ისეთ პირობებზე, როგორიცაა ტემპერატურა, წნევა, ნივთიერების ფიზიკური მდგომარეობა და გამხსნელებისა და მინარევების არსებობა.

ცალკეული კომპონენტების პროპორციების (ფარდობითი შემცველობის) ცვლილებით, ესე იგი სისტემის შემადგენლობის ცვლილებით ნარევს შეიძლება მივანიჭოთ ჩვენთვის სასურველი თვისებები. მაგრამ იდეალური გეგმებისათვის ცალკეული კომპონენტების პროპორციების განსაზღვრა ხდება საზომი საშუალებებით, რომლებიც როგორც ცნობილია, ხასიათდებიან განსაზღვრული ცდომილებებით. ყოველივე ეს კი იწვევს თეორიულად მიღებული გეგმების დამახინჯებას. ამასთან, რაც უფრო დიდია ცდომილებები, მით უფრო მეტად დეფორმირდება როგორც გეგმები, ასევე სასურველი თვისებებიც. აქედან გამომდინარე მნიშვნელოვანია გეგმის ამა თუ იმ თვისებაზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანი. წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებების კვლევა სამი, ოთხი და ხუთი ცვლადისათვის გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში.

ძირითადი ამოცანები. ზემოჩამოყალიბებული მიზნების შესასრულებლად სამუშაო ითვალისწინებს შემდეგი ძირითადი ამოცანების გადაწყვეტას: ალგორითმის და შესაბამისი პროგრამების დამუშავება Matlab

პროგრამულ გარემოში იმისათვის, რომ მოხდეს საკვლევი გეგმების კოორდინატებზე ცდომილებების ზედდების იმიტაცია; საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების პირობებში პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებების ცვლილების გამოკვლევა; გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში ყველა საკვლევი გეგმისათვის თითოეული თვისების გაუარესების ხარისხის განსაზღვრა.

კვლევის ობიექტი და მეთოდები. კვლევის ობიექტს წარმოადგენს პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები სამი, ოთხი და ხუთი ცვლადის შემთხვევაში.

სადისერტაციო ნაშრომში გამოყენებულია ექსპერიმენტის დაგეგმვის თეორიის, ოპტიმიზაციის ექსპერიმენტულ-სტატისტიკური მეთოდებისა და მათემატიკური სტატისტიკის ძირითადი დებულებები, აგრეთვე ეგმ-ზე სტატისტიკური მოდელირების მეთოდები, რომელთა საშუალებითაც დადასტურებულია კვლევის ძირითადი შედეგები.

ნაშრომის ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე. დეტალურად არის შესწავლილი პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთი კომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმების D-, A-, E-ოპტიმალურობისა და ორთოგონალურობის თვისებები საზომი საშუალებების ცდომილებების არსებობის პირობებში.

წარმოდგენილია სხვადასხვა საკვლევი არის სკანირების პრინციპი საკვლევი გეგმების თვისებებზე სხვადასხვა ცდომილებების გავლენის შესწავლის დროს, რომლებიც დამოკიდებული არიან ამოძახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარმეტყველებასთან, რაც შეიძლება მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

თითოეული განხილული გეგმისათვის საკვლევ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით შესწავლილია წინასწარმეტყველების

მაქსიმალური დისპერსიასა და საშუალო დისპერსიაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენა.

ნაშრომში წარმოდგენილი მონაცემების საფუძველზე ექსპერიმენტატორს შეუძლია შეაფასოს გამოყენებულ სიმპლექს-გეგმაში მისთვის საინტერესო თვისების გაუარესების ხარისხი საზომი საშუალებების კომპონენტების დონეების დასადგენად, რომლებიც ფლობენ განსაზღვრულ შეცდომებს.

პირველად არის გამოკვლეული სხვადასხვა რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებებზე სხვადასხვა სიდიდის ცდომილებების გავლენა. ექსპერიმენტატორს ეძლევა პრაქტიკული რეკომენდაციები გამოსაკვლევ გეგმის თითოეული ცნობილი თვისების გაუარესების ხარისხის დასადგენად.

შედეგების გამოყენების სფერო. სამუშაოს შედეგები შესაძლოა გამოყენებული იყოს ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდების დანერგვისას ნებისმიერ მოქმედ სამრეწველო წარმოებაში (ქიმიურ, მეტალურგიულ, მანქანათმშენებლობის, სამშენებლო და ფარმაცევტულ წარმოებაში), რადგანაც სამუშაო მოიცავს ექსპერიმენტატორისათვის საჭირო მონაცემებს, მეთოდიკას და რეკომენდაციებს. მისი დახმარებით ექსპერიმენტატორს გაუადვილდება მუშაობა პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმებთან სხვადასხვა საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომელთაც ახასიათებთ სხვადასხვა ცდომილებები, ასევე ოპტიმალური გეგმების ფაქტორების დონეების დაყენებაში.

ნაშრომის აპრობაცია. სადისერტაციო თემის ირგვლივ ნაშრომის ძირითადი შედეგები სხვადასხვა წლებში მოხსენებული და განხილული იქნა სამეცნიერო-ტექნიკურ კონფერენციებზე და სემინარებზე. მათ შორის:

1. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование свойства D-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. Международная научно-практическая конференция «Наука в современном мире», Россия, Таганрог, 22 марта 2011.

2. Бочоридзе Е.В., Берая Н.О. Изучение свойств А- и Е-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია “მართვის ავტომატიზებული სისტემები და თანამედროვე საინფორმაციო ტექნოლოგიები”, 2011 წ. 20-22 მაისი.

3. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование влияния погрешностей измерительных средств на свойство ортогональности трехкомпонентных симплекс-решетчатых планов. II Международная научно-практическая конференция «В мире научных открытий», Россия, Таганрог, 9 января 2012.

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი შედეგები ასახულია შვიდ სამეცნიერო შრომაში.

სადისერტაციო ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. სადისერტაციო ნაშრომის შემადგენლობაში შედის: ხუთი თავი, ძირითადი დასკვნა, გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა. ნაშრომის ძირითადი ნაწილის მოცულობა შეადგენს ნაბეჭდი ტექსტის 166 გვერდს, ლიტერატურის ნუსხა შეიცავს 30 დასახელების ბიბლიოგრაფიულ წყაროს.

Abstract

Relevance of the research. The greater shares of the various components of the mixture of the substances are used in nature and technology. For example these are mountain rocks, minerals, construction materials, technical alloys, glasses and others.

The properties of such mixtures depend primarily on the nature of the main components and also on their relative content. But it also depends on conditions such as temperature, pressure, substance or physical conditions and also on the impurity's existence.

A proportion of the individual components (relative content) changes and it changes the composition of the mixture of the system, so that we can assign the desired properties. Plans of the components for the ideal proportions are given by the measuring means, which as defined are characterized by the error. This will theoretically lead to distortion of the plans. In addition the greater error means the more deformation of the plans, as well as the desired properties. Therefore it is important for plans for the measurement errors of the means of influence research.

The aim of the thesis. The aim of the thesis is the first, second, incomplete cube, third and fourth row simplex- trellised plans to research the properties of three, four and five for under conditions of the uncertainly.

The main tasks. In order to set the above mentioned objectives this work includes some following and main tasks to be solved: Matlab - processing algorithms and corresponding programs in order to study the plans and coordinates imitation; the characteristics of errors in the first, second, incomplete cube, third and fourth row of three, four and five component simplex- trellised plans of measuring means for their properties to be studied; to study each plan and its properties under conditions of the uncertainty to determinate the degree of deterioration (error).

The practical value of basic and applied aspects:

The main results of the survey results can be built up in the following way:

1. The principle is proposed and described, which used to be considered simplex-trellised plans in the measuring errors of the means to imitate.
2. There "sky" of outlets is illustrated for each ideal plan, which is given as the result of the generation of multiple non deformed plans, which can be deformed in any configuration of the plan.
3. The plans are investigated in the measuring means errors on the influence on the properties of A-optimality.
4. The experimental errors of D-optimality plans for the property changes are studied and analyzed.
5. The corridors of errors are got in the studied plans, for the least possible number of covariance matrix for characteristic changes.
6. Defined values, which deteriorates the first, second, incomplete cubic, cubic and forth row of three, four and five component simplex-trellised orthogonality properties.
7. To study the influence of the errors on the scanning features of the plans must be researched, which depend on the exact meaning of the prophecy, which may be small errors in the construction of models.

8. The first, second, incomplete cubic, cubic and fourth row of three, four and five component G-optimality characteristics for areas of research are investigated.
9. The first, second, incomplete cubic, cubic and fourth row of three, four and five component Q-optimality characteristics of the change in plans are studied, coordinates for the typical error of measurement means.

The work's practical value lies in the fact that it includes the necessary data, methods and recommendations that are intended by experimenter, which can be considered to access the degree of deterioration simplex plan with interested features, which may contain measurement errors of the means to determine the levels of components.

For the first time the different simplex-trellised plans and their influences of the errors are researched. Practical recommendations are given to the experimenters examined the features of the plan to determine the degree of deterioration.

თავი 1. სიმპლექს დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა

პირველ თავში განხილულია ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდებთან დაკავშირებული საკითხები.

ნარევთა თვისებების შესწავლისა და სათანადო მათემატიკური მოდელების მისაღებად ექსპერიმენტის დაგეგმვა ხდება კოორდინატთა სპეციფიკურ სისტემაში – სიმპლექს სისტემაში. შემადგენლობა–მდგომარეობის და შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამების აგებისათვის დამახასიათებელია სისტემის სრული აღწერა, რომლის დროსაც ვითვალისწინებთ დამოუკიდებელი ცვლადების ჯამის ნორმირების პირობას (ყველა კომპონენტის ჯამი არის 100%).

$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (1)$$

(1) პირობის დამაკმაყოფილებელი წერტილების გეომეტრიულ ადგილს წარმოადგენს (q-1) განზომილებიანი წესიერი სიმპლექსი (q=3–ისთვის სამკუთხედი, q=4–ისთვის ტეტრაედრი (ნახ. 1) და ა. შ).

ასეთი სიმპლექსის თითოეულ წერტილს შეესაბამება სრულიად განსაზღვრული შემადგენლობის ნარევი და პირიქით, x_i კომპონენტების ნებისმიერი დონის ნაკრებს, რომელიც აკმაყოფილებს (1) პირობას, შეესაბამება სიმპლექსის განსაზღვრული წერტილი.

განხილულია პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმები, ასევე მოცემულია დაყვანილ პოლინომებში კოეფიციენტების შეფასება და გეგმების ოპტიმალურობის კრიტერიუმები.

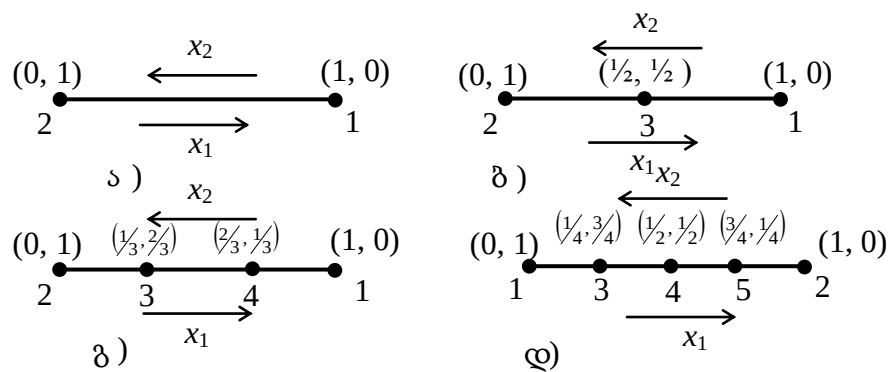
თავი 2. სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარევისათვის

2.1. პირველი, მეორე, არასრული, მესამე და მეოთხე რიგის

არადეფორმირებული სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარევისათვის

ჩვენ განვიხილეთ პირველი, მეორე, არასრული, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ-კომპონენტის ნარევისათვის.

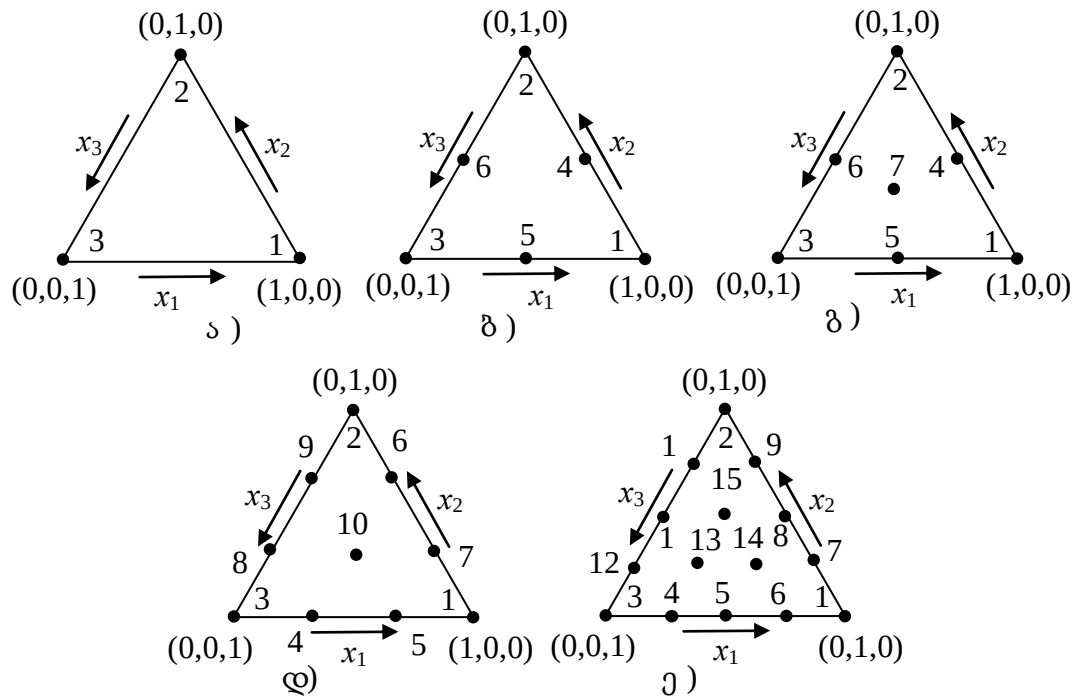
პირველი, მეორე, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი გამოსაკვლევ კომპონენტისათვის მოითხოვს დაკვირვებას გეგმის შემდეგ წერტილებში, რომლებიც გრაფიკულად გამოსახულია ნახ. 1 ა, ბ, გ, დ-ზე (არადეფორმირებული გეგმები)



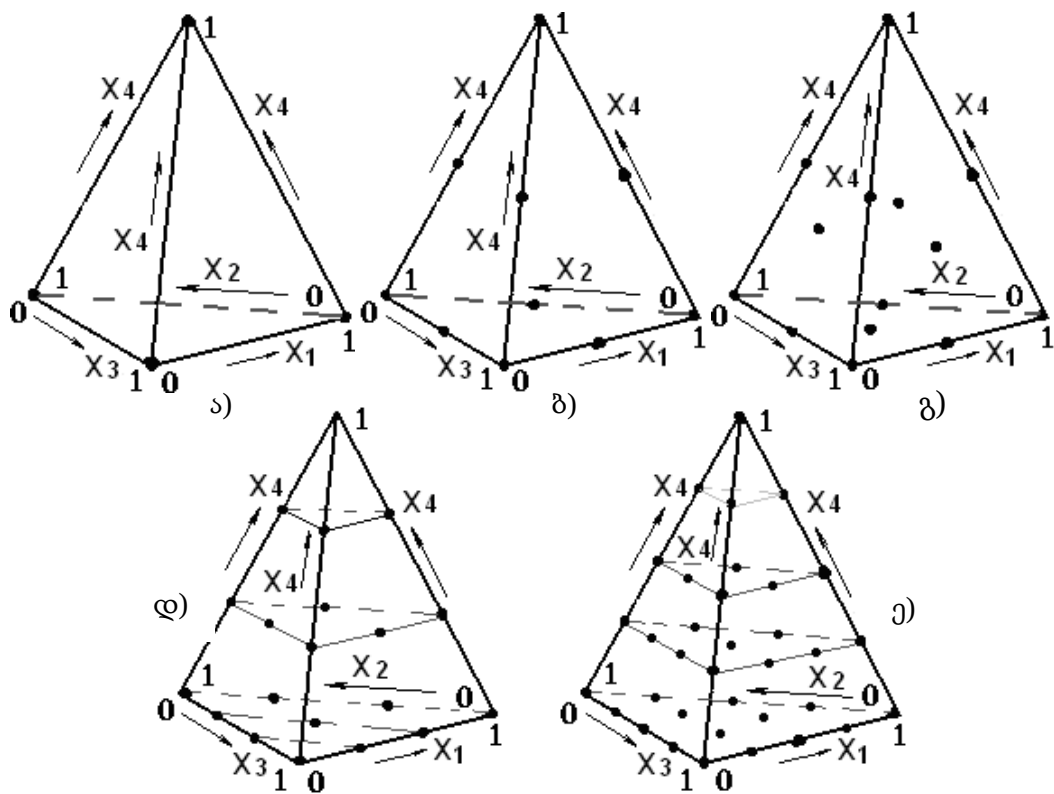
ნახ. 1. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე დ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორკომპონენტის ნარევისათვის

სამი გამოსაკვლევ კომპონენტისათვის საჭიროა დაკვირვება სამკუთხედის წერტილებში, რომელიც გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 2 ა), ბ), გ), დ) და ე).

ოთხი გამოსაკვლევ კომპონენტისათვის საჭიროა დაკვირვება პირამიდის წერტილებში, რომელიც გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 3 ა), ბ), გ), დ) და ე).

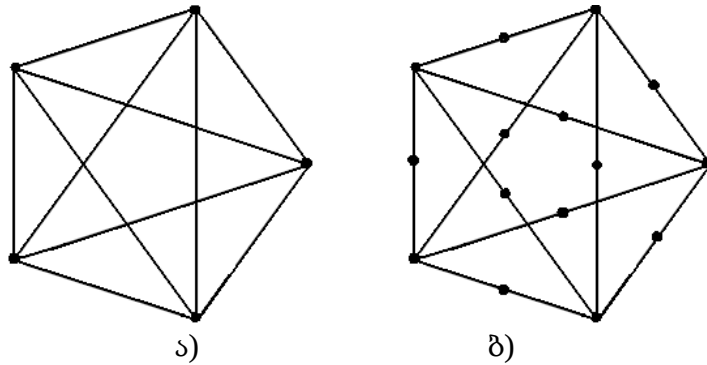


ნახ. 2. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე გ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები სამკომპონენტური ნარევისათვის



ნახ. 3. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე გ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ოთხკომპონენტური ნარევისათვის

ხუთი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის გეგმების გრაფიკული იმიტაცია გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 4-ზე.



ნახ. 4. პირველი ა) და მეორე ბ) რიგის გეგმების გრაფიკული იმიტაცია ხუთი საკვლევი კომპონენტის შემთხვევაში სიბრტყეზე

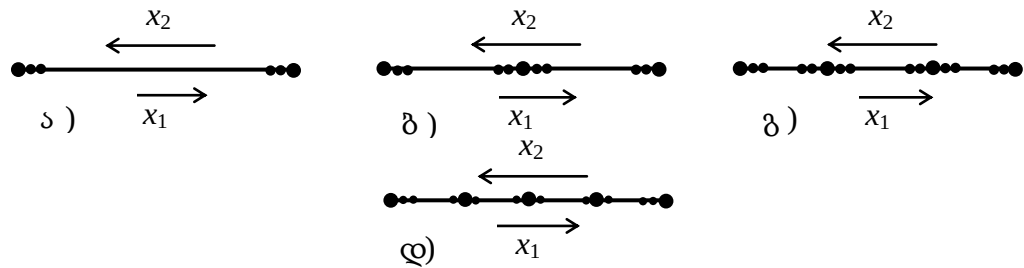
2.2. სიმპლექს-გისოსური გეგმების გამოკვლევა შეცდომების პირობებში

გეგმები კარგია თუ იდეალურად სრულდება კომპონენტების წილის განსაზღვრა, მაგრამ რეალურად ეს ასე ვერ ხერხდება. გეგმების რეალიზაციისას ნარევის ცალკეული კომპონენტების გაზომვა ხდება სხვადასხვა საზომი საშუალებებით (მაგალითად, სიზუსტის სხვადასხვა კლასის ანალიზური ან ტექნიკური სასწორი და. ა. შ), რომლებიც ჩვეულებრივ ხასიათდებიან განსაზღვრული ცდომილებებით, ამიტომ ზუსტი პროპორციების შენარჩუნება გეგმების შესაბამისად ვერ ხერხდება და გეგმები დეფორმირდება. ამასთან, რაც უფრო დიდია საზომი საშუალებების ცდომილებები, მით უფრო მეტად დეფორმირდება გეგმები და შესაბამისად ოპტიმალურობის მახასიათებლები მით უფრო მეტად ირღვევა.

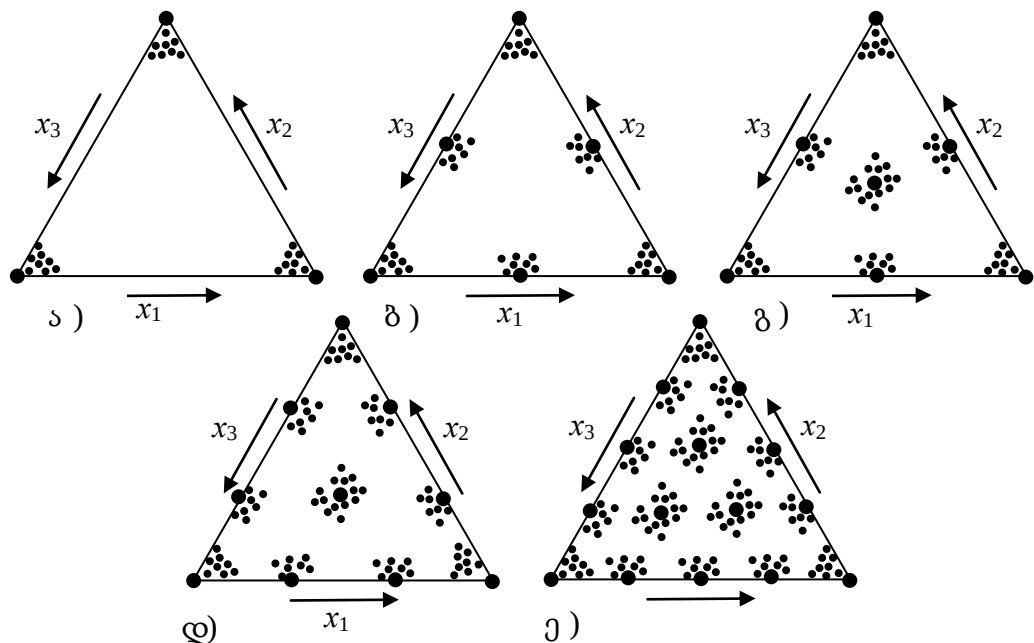
ზემოგანხილული სხვადასხვა რიგის სიმპლექს-გეგმების ოპტიმალურობის მნიშვნელოვანი კრიტერიუმების მნიშვნელობების ცვლილებაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოსაკვლევად მოვახდინეთ ცდომილებების იმიტაცია და არადეფორმირებული გეგმების ყოველი წერტილის გარშემო მივიღეთ წერტილების ღრუბლები. ამისათვის საჭიროა შეიქმნას სპეციალური იმიტაციური პროგრამა, რომელიც მოგვცემს ამის საშუალებას. პრობლემა მდგომარეობს იმაში, რომ სიმპლექსის ბუნებიდან გამომდინარე წერტილები არ შეიძლება გავიდეს სიმპლექსის

გარეთ. ასეთი რიცხვების ფორმირება ხდებოდა შემთხვევითი რიცხვების სტანდარტული პროგრამის მეშვეობით, რომელსაც გააჩნდა ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და $\sigma=0.33$ საშუალო კვადრატული გადახრა, მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი ცდომილებების ექვივალენტი, ხოლო სხვადასხვა ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ექვივალენტი მრავლდებოდა ψ -ზე: $\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}$.

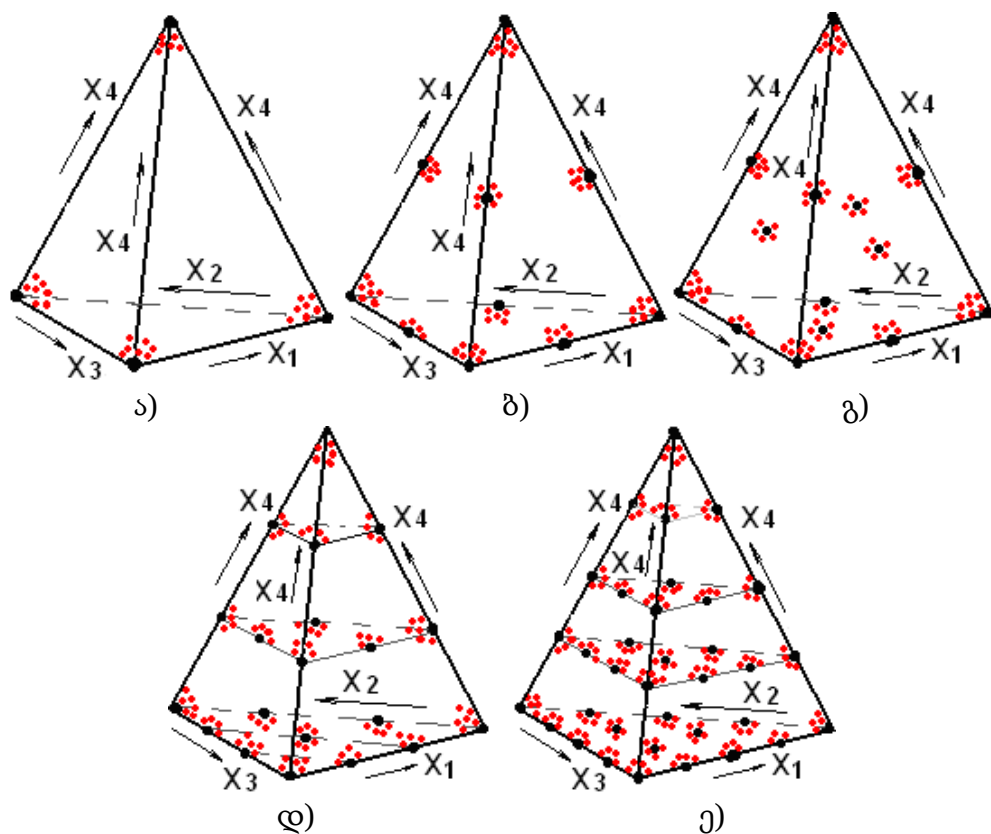
ცდომილებების იმიტაციის რეზულტატში დეფორმირებული გეგმების მიღებული წერტილები ორი, სამი, ოთხი და ხუთი ცვლადისათვის ნაჩვენებია ნახ.5, ნახ. 6, ნახ. 7 და ნახ. 8-ზე.



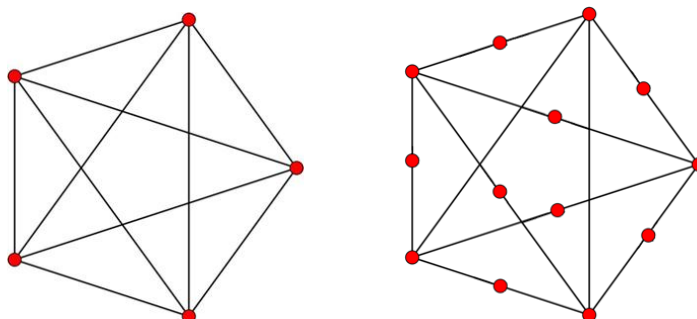
ნახ. 5. ორკომპონენტიანი ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე დ) რიგის დეფორმირებული გეგმები



ნახ. 6. სამკომპონენტიანი ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები



ნახ. 7. ოთხკომპონენტიანი ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები



ნახ. 8. ხუთი საკვლევი კომპონენტის შემთხვევაში პირველი და მეორე რიგის გეგმებისათვის დეფორმირებული გეგმის გრაფიკული იმიტაცია სიბრტყეზე

ჩვენი ამოცანაა შევისწავლოთ საზომი მოწყობილობების ცდომილებათა ზეგავლენა გეგმების ძირითად თვისებებზე, როგორიცაა A-, D-, E-, Q-, G- ოპტიმალურობა და ორთოგონალურობა, მოვძებნოთ გაუარესების ხარისხი თითოეული ამ კრიტერიუმის მიხედვით.

თავი 3. სამკომპონენტო გეგმების გამოკვლევა

სიმპლექს-გეგმების თვისებების უმრავლესობა, როგორცაა A-, D-, E-ოპტიმალურობა და ორთოგონალურობა დაკავშირებული არიან რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტით, რომლებიც განისაზღვრება მატრიცულ ფორმაში ჩაწერილი შემდეგი გამოსახულებით

$$B = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T Y \quad (2)$$

სადაც, $\tilde{X}^T \tilde{X}$ წარმოადგენს ფიშერის ინფორმაციულ მატრიცას, $(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ – კოვარიაციულ მატრიცას (ჩვეულებრივ აღინიშნება M^{-1}), ხოლო $\tilde{X}$ – დაგეგმარების მატრიცას, რომელიც მიიღება საკვლევი სიმეტრიული გეგმის გაფართოებით შესაბამისი სვეტებით, შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმარების და თვისებების მატრიცაც, Y – ცდების რეზულტატების ვექტორ-სვეტი. მიმართვა ხორციელდებოდა შემთხვევით რიცხვებთან ასჯერ. ასი მიღებული მნიშვნელობიდან აირჩეოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რის მიხედვითაც იგებოდა შეცდომების დერეფანი. იმის გამო, რომ რიცხვების გენერირება ყოველ ჯერზე ხდებოდა შემთხვევითი სახით, ცდომილების ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის შეინიშნება მცირე "ამოვარდნები", თუმცა ეს გავლენას ვერ ახდენს ცდომილებების გაზრდით გეგმის თვისებების გაუარესების საერთო ტენდენციაზე. ცხრილებში მოცემულია ოპტიმალურობის თვისებების საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაზნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.

ექსპერიმენტის დაგეგმვის აქტუალურ საკითხებს შორის განსაკუთრებულ ადგილს იკავებს გეგმების თვისებები, რომლებიც დამოკიდებულია გამოძახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარ-მეტყველებასთან, შემდგომისდაგვარად მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

ასეთი გეგმების რიცხვს მიეკუთვნება G-ოპტიმალურობა, რომელიც უზრუნველყოფს წინასწარმეტყველების მაქსიმალურად შესაძლო

დისპერსიის მინიმიზაციას კვლევის განსაზღვრულ არეში და Q-ოპტიმალურობა, რომლის საშუალებითაც ხდება წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაცია. რამდენადაც ასეთი გეგმების განსაზღვრას გააჩნია დიდი მნიშვნელობა პროგნოზირების ამოცანის გადაწყვეტისას, იმდენად განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ასეთი გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხის კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში.

ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია

$$\sigma^2\{\hat{y}\} = \sigma^2\{y\}N^{-1}f^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}f(\mathbf{x}) = \sigma^2\{y\}N^{-1}d(\mathbf{x}), \quad (3)$$

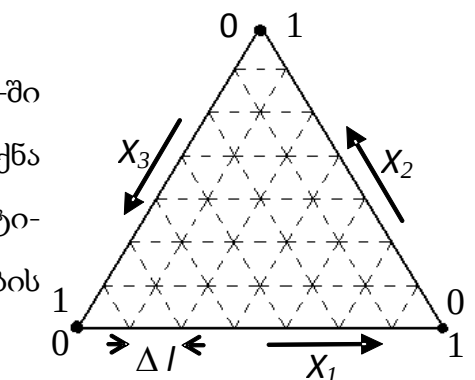
$$\text{სადაც} \quad d(\mathbf{x}) = f^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}f(\mathbf{x}), \quad (4)$$

$$\mathbf{A} = N^{-1}(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}}),$$

ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში განსახილველი გეგმისათვის ზემოხსენებული თვისების გამოსაკვლევად ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია გეგმის წერტილების კოორდინატებზე შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით, რომლებიც განაწილებული არიან ნორმალური კანონით. ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევ კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ზადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ. 9).

ამ წერტილების კოორდინატების (3)–ში და (4)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევ სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ზადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც

შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევ თვისებების შესახებ



ნახ. 9. სამკომპონენტური პირველი რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

მსჯელობა. საზომი საშუალებების ცდომილების არსებობის გამო იცვლებოდა განსახილველი გეგმის კოორდინატები, რამაც გამოიწვია თავის მხრივ კოვარიაციული მატრიცის ცვლილება $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$, სადაც $\tilde{X}$ – დაგეგმვის მატრიცაა. თითოეული კრიტერიუმისათვის ცდომილების სხვადასხვა მნიშვნელობის შემთხვევაში გამოყოფილი იქნა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიან დერეფანს.

ყველა გამოკვლევა ტარდებოდა საზომი საშუალებების 0.01%-დან 10%-მდე ცდომილებისათვის.

სამკომპონენტო ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{შესაბამისი რეგრესიის განტოლება: } \hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (6)$$

A-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია ცხრილში 1.

ცხრილი 1.

სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.00000187	3.00085379	3.00040238	0.00025079
0.03	3.00001970	3.00278739	3.00141154	0.00081331
0.05	3.00002871	3.00445636	3.00205884	0.00122638
0.07	3.00007332	3.00604739	3.00272061	0.00159788
0.09	3.00014015	3.00798704	3.00372313	0.00228430
0.1	3.00012254	3.00870184	3.00450813	0.00234957
0.3	3.00009063	3.02582410	3.01273535	0.00769968
0.5	3.00016859	3.04570910	3.02329838	0.01262972
0.7	3.00017406	3.06306733	3.02942878	0.01569615
0.9	3.00046380	3.08165297	3.03708521	0.02306838
1.0	3.00122596	3.08967487	3.04600640	0.02422471
2.0	3.00031747	3.19349749	3.09364289	0.05261292
3.0	3.00090656	3.28321708	3.13586033	0.08436213
4.0	3.00479484	3.42916312	3.17615787	0.10705440
5.0	3.00168694	3.54102792	3.26075742	0.14852157
10	3.01231512	4.26920098	3.57894114	0.34237058

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ A -ოპტიმალურობის თვისება ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე გაუარესდა 0.11%-ით, 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 1.08%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებისას გაუარესდა 7.05%-ით.

შესწავლილია და გაანალიზებულია ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში D-, E-, G-, Q-ოპტიმალურობის თვისებების ცვლილება სამ-კომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგისათვის.

სამკომპონენტური ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (7)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 \quad (8)$$

სამკომპონენტური ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (9)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (10)$$

სამკომპონენტური ნარევის კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \\ 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (11)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \\ & + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + b_{123}x_1x_2x_3 \end{aligned} \quad (12)$$

სამკომპონენტური ნარევის მეოთხე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1/4 & 3/4 & 0 \\ 3/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + \\ & + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \\ & + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \\ & + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + b_{1233}x_1x_2x_3^2 \end{aligned} \quad (14)$$

ჩატარებულია კვლევა მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-გისოსურ გეგმების A-, D-, E-, G- ოპტი-
მალურობის თვისებების გაუარესების ხარისხის დასადგენად შეცდომების
პირობებში. კვლევის შედეგად მიღებული ზოგიერთი მახასიათებლის
გაუარესება ნაჩვენებია ცხრილში 2.

ცხრილი 2.

არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-
გისოსური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	ცდომილების დიაპაზონები	კრიტერიუმები				
		A	E	Ort	G	Q
II	I	0.41	0.33	0.37	0.42	0.11
	II	4.26	3.46	3.89	4.49	1.19
არასრ. კუბ	I	0.86	0.88	1.44	0.73	0.19
	II	9.17	9.44	15.53	8.05	2.10
III	I	0.76	0.86	1.87	0.51	0.11
	II	8.18	9.18	19.99	5.56	1.36
IV	I	0.93	1.24	1.15	0.60	0.08
	II	10.12	13.54	13.11	7.29	1.58

თავი 4. ოთხკომპონენტიანი გეგმების გამოკვლევა

ოთხკომპონენტიანი ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 \quad (16)$$

A-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია მე-3 ცხრილში.

ცხრილი 3.

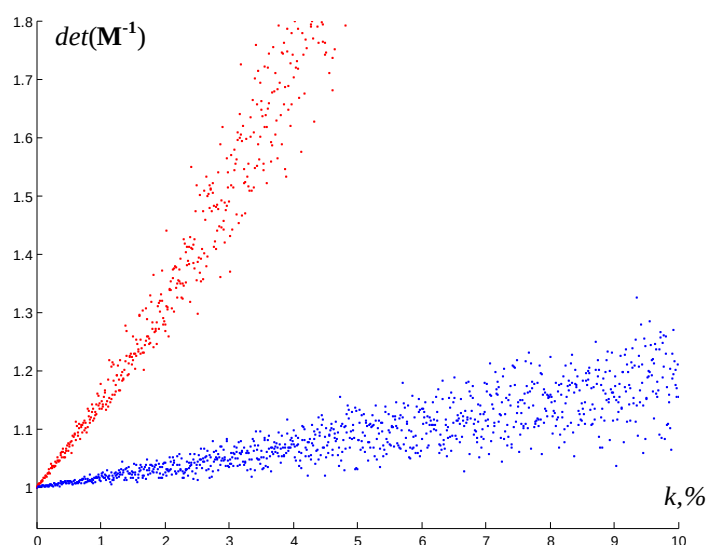
ოთხკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.00013163	4.00121123	4.00064324	0.00023644
0.03	4.00051617	4.00422417	4.00179578	0.00076947
0.05	4.00136244	4.00720145	4.00297796	0.00108431
0.07	4.00072245	4.00807514	4.00447630	0.00168485
0.09	4.00221921	4.01107258	4.00565980	0.00205025
0.1	4.00131730	4.01214907	4.00644636	0.00237281
0.3	4.00516816	4.04280459	4.01807416	0.00778640
0.5	4.01367698	4.07328210	4.03009689	0.01105813
0.7	4.00724487	4.08323621	4.04546757	0.01732440
0.9	4.02232678	4.11443232	4.05771895	0.02121270
1.0	4.01327549	4.12529149	4.06589613	0.02459781
2.0	4.04079695	4.23881253	4.12868171	0.04849783
3.0	4.05233900	4.49334629	4.19337244	0.08824252
4.0	4.09279924	4.67153998	4.27173105	0.11511876
5.0	4.14224878	4.88615046	4.33724070	0.13696594
10	4.14385370	5.80877553	4.85103395	0.37700665

A -ოპტიმალურობის თვისება ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე გაუარესდა 0.13%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 1.28%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებისას გაუარესდა 6.67%-ით.

ნახ. 10-ზე წარმოდგენილია შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა

სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით ოთხი ცვლადის მქონე პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე, ხოლო ცხრილში 4 წარმოდგენილია შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები.



ნახ. 10. ოთხკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

ცხრილი 4.

ოთხკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური განმსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.00013163	1.00121169	1.00064337	0.00023653
0.03	1.00051625	1.00422882	1.00179679	0.00077040
0.05	1.00136297	1.00721774	1.00298054	0.00108646
0.07	1.00072255	1.00808898	1.00448238	0.00168897
0.09	1.00222067	1.01110622	1.00566947	0.00205728
0.1	1.00131733	1.01219533	1.00645916	0.00238205
0.3	1.00517652	1.04328195	1.01817719	0.00788177
0.5	1.01373067	1.07497769	1.03036178	0.01128023
0.7	1.00725452	1.08468978	1.04609622	0.01775597
0.9	1.02247471	1.11802361	1.05872668	0.02195742
1.0	1.01327859	1.13025033	1.06723848	0.02558339
2.0	1.04117606	1.25506414	1.13369887	0.05206782
3.0	1.05319910	1.55610392	1.20537213	0.10018080
4.0	1.09507855	1.81159999	1.29481479	0.13602452
5.0	1.14807857	2.14752120	1.37109199	0.16920000
10	1.14415581	3.93740776	2.08414869	0.58495120

ასევე შესწავლილია და გაანალიზებულია ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში E-, G-, Q-ოპტიმალურობის თვისებების ცვლილება ოთხ-კომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგისათვის.

ოთხკომპონენტური ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (17)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 \quad (18)$$

ოთხკომპონენტური ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (19)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 \quad (20)$$

ოთხკომპონენტური ნარევის კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (21)$$

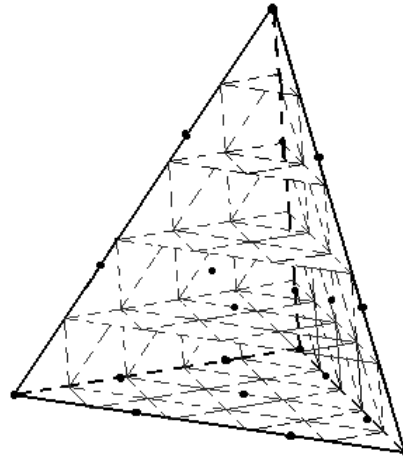
შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 \\ & + b_{34}x_3x_4 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \\ & + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) \\ & + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 \end{aligned} \quad (22)$$

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (21) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3) და (4) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4\|$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური კუბური რიგის რეგრესიას. არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.11).



ნახ. 11. ოთხკომპონენტიანი კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ოთხკომპონენტიანი ნარევის მეოთხე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_3\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3) \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 3/4 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_3\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3) \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4) \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (23)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned}
\hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + \\
& + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \\
& + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \\
& + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \\
& + \delta_{14}x_1x_4(x_1 - x_4)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \delta_{24}x_2x_4(x_2 - x_4)^2 + \\
& + \delta_{34}x_3x_4(x_3 - x_4)^2 + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1124}x_1^2x_2x_4 + b_{1134}x_1^2x_3x_4 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + \\
& + b_{1224}x_1x_2^2x_4 + b_{3224}x_3x_2^2x_4 + b_{1233}x_1x_2x_3^2 + b_{1433}x_1x_4x_3^2 + \\
& + b_{2433}x_2x_4x_3^2 + b_{1244}x_1x_2x_4^2 + b_{2344}x_2x_3x_4^2 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4
\end{aligned} \tag{24}$$

ჩატარებულია კვლევა მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსურ გეგმების A-, D-, E-, G- ოპტიმალურობის თვისებების გაუარესების ხარისხის დასადგენად შეცდომების პირობებში. კვლევის შედეგად მიღებული ზოგიერთი მახასიათებლის გაუარესება ნაჩვენებია ცხრილში 5.

ცხრილი 5.

მეორე, არასრული კუბური და მეოთხე რიგის ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	ცდომილების დიაპაზონები	კრიტერიუმები				
		A	E	Ort	G	Q
II	I	0.51	0.03	0.06	0.97	0.18
	II	5.65	0.36	0.99	11.12	2.29
არასრ. კუბ	I	1.51	1.47	1.71	2.33	0.43
	II	17.32	17.82	19.89	29.51	5.45
III	I	1.37	1.26	1.47	2.40	0.46
	II	15.93	15.27	18.26	31.32	6.11
IV	I	1.61	1.66	2.18	1.41	0.05
	II	20.20	21.27	39.54	20.71	4.20

თავი 5. ხუთკომპონენტური გეგმების გამოკვლევა

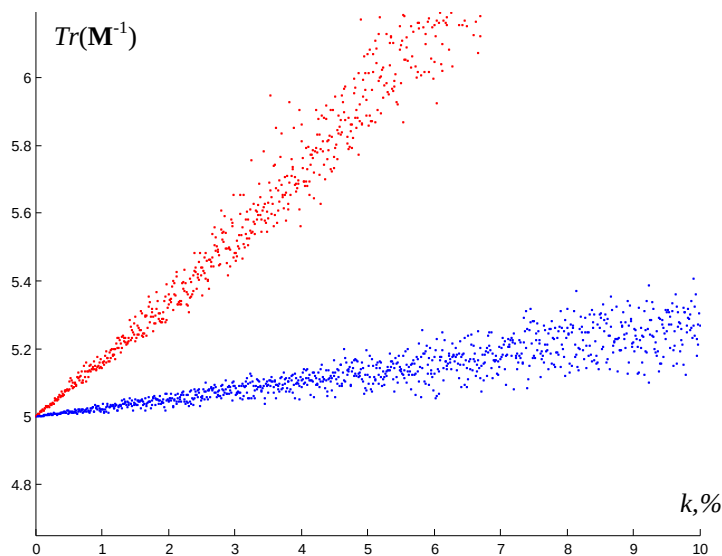
ხუთკომპონენტური ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ \begin{matrix} \mathbf{X} = \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (25)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 \quad (26)$$

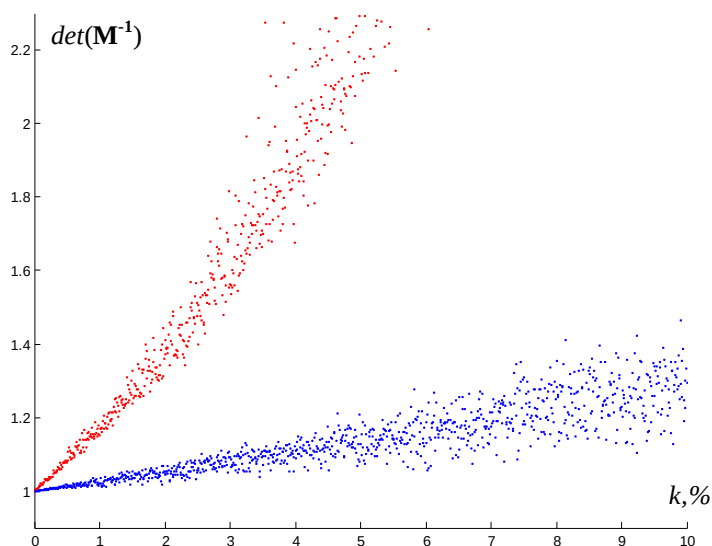
ნახ. 12-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფანის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $\mathbf{M}^{-1} = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1}$ კვალის კვლევისას.



ნახ. 12. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

ნახ. 13-ზე ნაჩვენებია შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით ხუთი ცვლადის მქონე პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე.

D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.66%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1-0.9%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 6.86%-მდე.



ნახ. 13. ხუთკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

ხუთკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია მე-6 ცხრილში.

ცხრილი 6.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტიანი შეფუთვს გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.99350003	1.99381566	1.99362997	0.00007028
0.03	1.99356651	1.99467236	1.99400975	0.00019370
0.05	1.99375582	1.99524391	1.99443418	0.00030833
0.07	1.99360657	1.99632701	1.99483051	0.00049938
0.09	1.99388730	1.99782670	1.99526729	0.00068962
0.1	1.99407781	1.99724656	1.99538116	0.00070559
0.3	1.99474413	2.00599822	1.99921618	0.00196348
0.5	1.99664870	2.01177019	2.00354057	0.00314525
0.7	1.99514698	2.02324513	2.00762414	0.00514428
0.9	1.99797131	2.03891888	2.01215685	0.00716233
1.0	1.99991005	2.03288595	2.01335492	0.00734592
2.0	2.00559809	2.10016608	2.03598725	0.01621073
3.0	2.00673186	2.14275026	2.05579253	0.02270486
4.0	2.01853141	2.16914758	2.07832939	0.02944961
5.0	2.02697908	2.20841865	2.10850165	0.03913594
10	2.06420447	2.58094247	2.25571494	0.11844379

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდე-

ბოდა 0.08%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.84%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 4.73%-ს.

ასევე შესწავლილია და გაანალიზებულია ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში D-, E-, G- ოპტიმალურობის თვისებების ცვლილება ხუთ-კომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგისათვის.

ხუთკომპონენტური ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$X = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (27)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{45}x_4x_5 \quad (28)$$

ხუთკომპონენტური ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია

შემდეგი სახე:

$$X = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (29)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\ & + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{45}x_4x_5 \\ & + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{125}x_1x_2x_5 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{135}x_1x_3x_5 + b_{145}x_1x_4x_5 \\ & + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{235}x_2x_3x_5 + b_{245}x_2x_4x_5 + b_{345}x_3x_4x_5 \end{aligned} \quad (29)$$

ხუთკომპონენტური ნარევის მეოთხე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 3/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 0 & 3/4 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 3/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \quad (30)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned}
\hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\
& + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + \\
& + b_{45}x_4x_5 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \\
& + \gamma_{15}x_1x_5(x_1 - x_5) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \\
& + \gamma_{25}x_2x_5(x_2 - x_5) + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) + \gamma_{35}x_3x_5(x_3 - x_5) + \\
& + \gamma_{45}x_4x_5(x_4 - x_5) + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \\
& + \delta_{15}x_1x_5(x_1 - x_5)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \delta_{24}x_2x_4(x_2 - x_4)^2 + \\
& + \delta_{14}x_1x_4(x_1 - x_4)^2 + \delta_{25}x_2x_5(x_2 - x_5)^2 + \delta_{34}x_3x_4(x_3 - x_4)^2 + \\
& + \delta_{35}x_3x_5(x_3 - x_5)^2 + \delta_{45}x_4x_5(x_4 - x_5)^2 + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1124}x_1^2x_2x_4 + \\
& + b_{1125}x_1^2x_2x_5 + b_{1134}x_1^2x_3x_4 + b_{1135}x_1^2x_3x_5 + b_{1145}x_1^2x_4x_5 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + \\
& + b_{1224}x_1x_2^2x_4 + b_{1225}x_1x_2^2x_5 + b_{3224}x_3x_2^2x_4 + b_{3225}x_3x_2^2x_5 + b_{4225}x_4x_2^2x_5 + \\
& + b_{1233}x_1x_2x_3^2 + b_{1433}x_1x_4x_3^2 + b_{1533}x_1x_5x_3^2 + b_{2433}x_2x_4x_3^2 + b_{2533}x_2x_5x_3^2 + \\
& + b_{4533}x_4x_5x_3^2 + b_{1244}x_1x_2x_4^2 + b_{1344}x_1x_3x_4^2 + b_{1544}x_1x_5x_4^2 + b_{2344}x_2x_3x_4^2 +
\end{aligned}$$

$$+ b_{2544}x_2x_5x_4^2 + b_{3544}x_3x_5x_4^2 + b_{1255}x_1x_2x_5^2 + b_{1355}x_1x_3x_5^2 + b_{1455}x_1x_4x_5^2 + \\ + b_{1234}x_1x_2x_3x_4 + b_{1235}x_1x_2x_3x_5 + b_{1345}x_1x_3x_4x_5 + b_{2345}x_2x_3x_4x_5 + \quad (31)$$

ჩატარებულია კვლევა მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსურ გეგმების A-, D-, E-, G-ოპტიმალურობის თვისებების გაუარესების ხარისხის დასადგენად შეცდომების პირობებში. კვლევის შედეგად მიღებული ზოგიერთი მახასიათებლის გაუარესება ნაჩვენებია მე-7 ცხრილში.

ცხრილი 7.

მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	ცდომილების დიაპაზონები	კრიტერიუმები			
		A	E	Ort	Q
II	I	0.62	0.03	0.04	0.23
	II	7.06	0.19	0.43	3.18
არასრ. კუბ	I	1.82	1.56	1.53	0.58
	II	20.08	17.35	15.80	7.69
III	I	1.68	1.30	0.97	0.11
	II	18.43	9.95	13.20	9.03
IV	I	2.38	1.50	2.18	1.05
	II	22.26	19.13	36.18	15.25

ამრიგად, შეცდომების თითოეულ დიაპაზონში ყველა კრიტერიუმისათვის გამოთვლილია სიდიდეები, რომლებზეც იცვლება ყველა განსახილველი გეგმის თვისებები, რის საფუძველზეც შესაძლებელია სიმპლექს-გეგმაში საინტერესო თვისებების გაუარესების ხარისხის შეფასება.

დასკვნა

1. გაანალიზებულია ორი, სამი, ოთხი და ხუთი კომპონენტის შემცველი პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის იდეალურ სიმპლექს-გისოსური გეგმების აგების პრინციპები.
2. საზომი საშუალებების ცდომილებების არსებობის პირობებში, რომელთა მეშვეობითაც ხდება გეგმის შესაბამისად კომპონენტების დონეების დაყენება, ნაჩვენებია რეალურ პირობებში ექსპერიმენტის გეგმის დამახინჯების პრინციპი.
3. შემოთავაზებულია გეგმის კოორდინატებზე შემთხვევითი სიდიდეების ზედდების მეთოდით, რაც თავის მხრივ წარმოადგენს გაზომვის საშუალებების ცდომილებების იმიტაციას.
4. წარმოდგენილია ალგორითმების ფრაგმენტები დეფორმირებული გეგმების კოორდინატების მისაღებად, რომელთა საფუძველზეც Matlab-ის გარემოში დაწერილია და რეალიზებულია პროგრამები იდეალურ სიმპლექს-გისოსურ გეგმებში მახასიათებლების ცვლილებების შესასწავლად განუსაზღვრელობის პირობებში.
5. გამოსაკვლევი გეგმების თვისებებზე ცდომილებების გავლენის შესასწავლისას შერჩეული იქნა ზედა და ქვედა საზღვრები, რომელთა საფუძველზეც თითოეული განსახილველი კრიტერიუმისათვის მიღებული იქნა თვისებების გაფანტვის დერეფანი.
6. დეტალურადაა შესწავლილი საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენა კოვარიაციული მატრიცის მსაზღვრელის მნიშვნელობაზე პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.
7. ყველა საკვლევი გეგმისათვის ცდომილებების სხვადასხვა დიაპაზონში შერჩეულია სიდიდეები, რომლებითაც უარესდება A-ოპტიმალურობის თვისება.

8. დეტალურადაა შესწავლილი E-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენა პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.

9. განუსაზღვრელობის პირობებში გამოკვლეულია ორთოგონალურობის თვისება საკვლევი სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.

10. წარმოდგენილია სხვადასხვა საკვლევი არის სკანირების პრინციპი საკვლევი გეგმების თვისებებზე სხვადასხვა ცდომილებების გავლენის შესწავლის დროს, რომლებიც დამოკიდებულია გამომახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარმეტყველებაზე, შეძლებისდაგვარად მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

11. დეტალურადაა გამოკვლეული წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მნიშვნელობა საკვლევ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით, საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების პირობებში.

12. თითოეული განხილული გეგმისათვის საკვლევ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით, შესწავლილია წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენა.

13. შეცდომების თითოეულ დიაპაზონში ყველა კრიტერიუმისათვის გამოთვლილია სიდიდეები, რომლებზეც იცვლება ყველა გეგმისათვის განსახილველი თვისებები.

14. ნაშრომში წარმოდგენილია მონაცემების საფუძველზე ექსპერიმენტატორს შეუძლია შეაფასოს გამოყენებულ სიმპლექს-გეგმაში მისთვის საინტერესო თვისების გაუარესების ხარისხი განსაზღვრული ცდომილებების მქონე საზომი საშუალებებისათვის კომპონენტების დონეების დასადგენად.

დისერტაციის ირგვლივ გამოქვეყნებულ ძირითად ნაშრომთა სია

1. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование D-оптимального свойства четырехкомпонентного симплекс-решетчатого плана первого порядка при учете погрешностей средств измерения. Georgian Engineering News, 2010, N4, с. 33-34.
2. Бочоридзе Е.В., Берая Н.О. Изучение свойств А- и Е-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, 2011, 1(10), с.82-85.
3. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Изучение влияния ошибок эксперимента на свойства G- и Q-оптимальности симплексных планов второго порядка, Georgian Engineering News, 2011, №2 с.33-35.
4. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование свойства А- и Е-оптимальности четырехкомпонентного симплекс-решетчатого плана первого и второго порядков в условиях ошибок эксперимента. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი“, 2011, 1(39), გვ. 160-163.
5. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование свойства D-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. (Материалы V Международной научно-практической конференции), М.:Спутник, 2011, с.330-338.
6. Бочоридзе Е.В., Берая Н.О. Исследование влияние погрешностей на свойство А-оптимальности пятикомпонентных симплексных планов. Georgian Engineering News, 2011, №3 с.79-81.
7. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование влияния погрешностей измерительных средств на свойство ортогональности трехкомпонентных симплекс-решетчатых планов. Материалы II Международной научно-практической конференции «В мире научных открытий», М.:Спутник, 2012, с..