სილაბუსი

☐ ინდივიდუალური სასწავლო კურსი	☒ მოდულში შემავალი სასწავლო კურსი

მოდულის დასახელება	ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა
სასწავლო კურსის დასახელება	ზომის თეორიის აქტუალური საკითხები უსასრულო-განზომილებიან ვექტორულ სივრცეებში
სასწავლო კურსის კოდი	
სასწავლო კურსის სტატუსი	კურსი გათვალისწინებულია მათემატიკის, გამოყენებითი მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა მიმართულებების ბაკალავრიატის სტუდენტებისათვის
ფაკულტეტი	
სწავლის საფეხური	☐ უმაღლესი პროფესიული, ☒ ბაკალვრიატი, ☐ მაგისტრატურა
კურსი	III სემესტრი II ☐ სავალდებულო ☒ არჩევითი
სასწავლო კურსის ხანგრძლივობა	ერთი სემესტრი
ECTS	5 კრედიტი

ლექტორი	გოგი ფანცულაია
სამუშაო ადგილი	საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
სამსახურის ტელეფონი	(995 32) 364790
შიდა ტელეფონი	4790
მობილური ტელეფონი	893634205
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	gogi_pantsulaia@hotmail.com
კონსულტაციის დრო	გოგი ფანცულაია

პრაქტიკული მეცადინეობის მასწავლებელი	
სამუშაო ადგილი	
სამსახურის ტელეფონი	(995 32)
შიდა ტელეფონი	
მობილური ტელეფონი	
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	
კონსულტაციის დრო	

ლაბორატორიული მეცადინეობის მასწავლებელი	
სამუშაო ადგილი	
სამსახურის ტელეფონი	(995 32)
შიდა ტელეფონი	
მობილური ტელეფონი	
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	
კონსულტაციის დრო	

სასწავლო კურსის ფორმატი	
ლექცია	30 სთ
სემინარი	სთ
პრაქტიკუმი	30 სთ
ლაბორატორიული სამუშაო	სთ
სხვა	სთ

სასწავლო კურსის მიზანი	ზომის თეორიის აქტუალური საკითხები უსასრულო-განზომილებიან ვექტორულ სივრცეებში კურსი მიზნად ისახავს ბაკალავრიატის სტუდენტს გააცნოს ზომის თეორიის თანამედროვე მეთოდების ზოგიერთი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიან ანალიზში. ის მიზნად ისახავს სტუდენტს შეასწავლოს შემდეგი საკითხები: 1. პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება. 2. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის R^N სივრცეში. 3. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში 5.ლებეგის ზომის ანალოგების შესახებ. ძვრების მიმართ ინვარიანტული კვაზი-ფინიტური ბორელის μ_N ზომის აგება R^N სივრცეში. 6. μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთა. 7. μ_N ზომის საშუალებით ძვრების მიმართ ინვარიანტული ზომის აგება უსასრულო-განზომილებიან სეპარაბელურ ბანახის სივრცეებში 8. ნულ სიმრავლეები (მანკიევიჩის აზრით, კუბური აზრით, გაუსის აზრით, ქრისტენსენის აზრით და სხვა). დამოკიდებულება ნულ სიმრავლეთა სხვადსხვა კლასებს შორის. 9. ლებეგის ზომის ანალოგების გამოყენებები უსასრულო ანალიზში. 10. სოლოვეის მოდელში როჯერსისა და ფრემლინის მიერ დასმული ამოცანის ამოხსნა უსასრულო-განზომილებიანი არასეპარაბელური ბანახის l^∞ სივრცისათვის. 11. არსებითი ერთადერთობა. არსებითი ერთადერთობის თვისების მქონე მაქსიმალური ელემენტის არსებობა. 12.მეტრიკული ტრანზიტივობის თვისება და გასრულებული ინვარიანტული ზომების ზომების ერთადერთობა. 13. წრფივი გარდაქმნის იაკობიანის გამოთვლა ინვარიანტულ ზომათა ერთადერთობის თვისების გამოყენებით 14.ერდოშ-სერპინსკის განზოგადოებული ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის პოლონურ სივრცეებში 15 ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის R^α სივრცეებში

სასწავლო კურსის შესწავლის წინაპირობები	სასწავლო კურსის შესწავლის წინაპირობებს წარმოადგენს ცოდნა მათემატიკის დეპარტამენტზე სწავლების ბაკალავრიატის საფეხურზე გათვალისწინებულ შემდეგ საგნებში: სიმრავლეთა თეორია, ალგებრა, გეომეტრია, მათემატიკური ანალიზი, ფუნქციონალური ანალიზი, ალბათობის თეორია და მატემატიკური სტატისტიკა

სასწავლო კურსის შინაარსი

ლექციების განრიგი						
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება	

N	თარიღი	თემა
ლექცია 1		პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება
ლექცია 2		ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის R^N სივრცეში.
ლექცია 3		ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში
ლექცია 4		ლებეგის ზომის ანალოგების შესახებ. ძვრების მიმართ ინვარიანტული კვაზი-ფინიტური ბორელის μ_N ზომის აგება R^N სივრცეში. [1], გვ. 118- 119
ლექცია 5		μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთა.
I ტესტირება , სთ, აუდიტორია		
ლექცია 6		μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთა. [1], გვ. 120-121
ლექცია 7		μ_N ზომის საშუალებით ძვრების მიმართ ინვარიანტული ზომის აგება უსასრულო-განზომილებიან სეპარაბელურ ბანახის სივრცეებში [1], გვ. 121-122
ლექცია 8		ნულ სიმრავლეები (მანკიევიჩის აზრით, კუბური აზრით, გაუსის აზრით, ქრისტენსენის აზრით და სხვა). დამოკიდებულება ნულ სიმრავლეთა სხვადსხვა კლასებს შორის. [1], გვ. 122-126
ლექცია 9		ლებეგის ზომის ანალოგების გამოყენებები უსასრულო ანალიზში. [1], გვ. 127-128
ლექცია 10		სოლოვეის მოდელში როჯერსისა და ფრემლინის მიერ დასმული ამოცანის ამოხსნა უსასრულო-განზომილებიანი არასეპარაბელური ბანახის l^∞ სივრცისათვის. [1], გვ. 128-129

II ტესტირება , სთ, აუდიტორია		
ლექცია 11		არსებითი ერთადერთობა. არსებითი ერთადერთობის თვისების მქონე მაქსიმალური ელემენტის არსებობა
ლექცია 12		მეტრიკული ტრანზიტივობის თვისება და გასრულებული ინვარიანტული ზომების ზომების ერთადერთობა. [1], გვ. 138- 140
ლექცია 13		წრფივი გარდაქმნის იაკობიანის გამოთვლა ინვარიანტულ ზომათა ერთადერთობის თვისების გამოყენებით [1], გვ. 140-141
ლექცია 14		ერდოშ-სერპინსკის განზოგადოებული ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის პოლონურ სივრცეებში [1], გვ. 143-145
ლექცია 15		ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის R^{α} სივრცეებში [1], გვ. 145 -149
III ტესტირება , სთ, აუდიტორია		

სემინარული/ პრაქტიკული მეცადინეობების განრიგი						
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება	

N	თარიღი	თემა
პრაქტიკული 1		პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება
პრაქტიკული 2		ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის R^N სივრცეში.
პრაქტიკული 3		ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში
პრაქტიკული 4		ლებეგის ზომის ანალოგების შესახებ. ძვრების მიმართ ინვარიანტული კვაზი-ფინიტური ბორელის μ_N ზომის აგება R^N სივრცეში. [1], გვ. 118- 119
პრაქტიკული 5		μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთა.
პრაქტიკული 6		μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთა. [1], გვ. 120-121
პრაქტიკული 7		μ_N ზომის საშუალებით ძვრების მიმართ

		ინვარიანტული ზომის აგება უსასრულო-განზომილებიან სეპარაბელურ ბანახის სივრცეებში [1], გვ. 121-122
პრაქტიკული 8		ნულ სიმრავლეები (მანკიევიჩის აზრით, კუბური აზრით, გაუსის აზრით, ქრისტენსენის აზრით და სხვა). დამოკიდებულება ნულ სიმრავლეთა სხვადსხვა კლასებს შორის. [1], გვ. 122-126
პრაქტიკული 9		ლებეგის ზომის ანალოგების გამოყენებები უსასრულო ანალიზში. [1], გვ. 127-128
პრაქტიკული 10		არსებითი ერთადერთობა. არსებითი ერთადერთობის თვისების მქონე მაქსიმალური ელემენტის არსებობა
პრაქტიკული 11		მეტრიკული ტრანზიტივობის თვისება და გასრულებული ინვარიანტული ზომების ზომების ერთადერთობა. [1], გვ. 138- 140
პრაქტიკული 12		წრფივი გარდაქმნის იაკობიანის გამოთვლა ინვარიანტულ ზომათა ერთადერთობის თვისების გამოყენებით [1], გვ. 140-141
პრაქტიკული 13		ერდოშ-სერპინსკის განზოგადოებული ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის პოლონურ სივრცეებში [1], გვ. 143-145
პრაქტიკული 14		ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის R^{α} სივრცეებში [1], გვ. 145 -149
პრაქტიკული 15		არსებითი ერთადერთობა. არსებითი ერთადერთობის თვისების მქონე მაქსიმალური ელემენტის არსებობა

ლაბორატორიული მეცადინეობების განრიგი						
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება	

N	თარიღი	თემა
ლაბორატორია 1		
ლაბორატორია 2		
ლაბორატორია 3		
ლაბორატორია 4		
ლაბორატორია 5		
ლაბორატორია 6		
ლაბორატორია 7		
ლაბორატორია 8		

ლაბორატორია 9		
ლაბორატორია 10		
ლაბორატორია 11		
ლაბორატორია 12		
ლაბორატორია 13		
ლაბორატორია 14		
ლაბორატორია 15		

შუა სემესტრული შეფასება

☐ წერითი კოლოქვიუმი ☐ ზეპირი გამოკითხვა ☐ პრეზენტაცია ☐ ლაბორატორია

შეფასების ფორმა	I ტესტი	II ტესტი	III ტესტი	სულ
წერითი კოლოქვიუმი / ზეპირი გამოკითხვა	× =25	× =25	× =	50
ლაბორატორია	× =			
პრეზენტაცია	× =			
დასწრება				
საბოლოო გამოცდა				50
			ჯამი	100

შეფასების სისტემა

სტუდენტთა ცოდნის შეფასება მოხდება „სტუ სასწავლო პროცესის მართვის ინსტრუქციით“ განსაზღვრული ნორმით (სტუ ხარისხის უზრუნველყოფის სამსახური. 17 სექტემბერი, 2007).
სემესტრის განმავლობაში ჩატარდება ორი შუასემესტრული ტესტირება:
I ტესტი—მაქსიმალური ქულა 25, გამსვლელი (მინიმალური) ქულა 12.
II ტესტი—მაქსიმალური ქულა 25, გამსვლელი (მინიმალური) ქულა 13.
(შუასემესტრულ შეფასებაში გათვალისწინებულია მასწავლებლის ბონუსი—არაუმეტეს 10 ქულა).
სტუდენტთა ცოდნისა და მიღწევების შეფასება (ECTS სისტემაში) შინაარსობრივად და სტრუქტურულად განხორციელდება ზემოთხსენებული ინსტრუქციის 1, 2 და 3 პუნქტებში ჩამოყალიბებული წესების შესაბამისად.

სავალდებულო ლიტერატურა	[1] Pantsulaia G.R.,*Invariant and Quasiinvariant Measures in Infinite-Dimensional Topological Vector Spaces*, Nova Science Publishers, Copyright 2004-2007,xiv+231 pages,(2007)

დამატებითი ლიტერატურა და სხვა სასწავლო მასალა	[1] N.Aronszajn, Differentiability of Lipschitzian mappings between Fr´echet spaces, Studia Math.,57(1976),147–190. [2] R.Baker, ”Lebesgue measure” on R*1*. Proc. Amer. Math. Soc. 113 (1991), no. 4, 1023-1029. [3] R.Baker, ”Lebesgue measure” on R*1*. II. Proc. Amer. Math. Soc. 132 (2004), no. 9, 2577-2591.

[4] Borwein J.M., Minimal cuscos and subgradients of Lipschitz functions, in: Fixed Point
Theory and its Applications, (J.B.Baillion and M Thera eds.), Pitman Lecture Notes in
Math., Longman, Essex,(1991)57–82.
[5] Cameron R.H., Martin W.T., On Transformations of Wiener integrals under translations.
Ann.of Math.vol.45 (1944) pp.386–396.
[6] Christensen, J.R. Topology and Borel Structure, Amsterdam : North-Holland Publishing
Company.(1974),MR 50:1221
[7] Cichon,J. Kharazishvili,A and Weglorz,B. *Subsets of the real line*, Wydawnictwo Uniwersytetu
Lodzkiego, Lodz (1995).
[8] M. Cs¨*o*rnyei, Aronszajn null and Gaussian null sets coincide, Israel J. Math. 111 (1999),
191-201. MR1710738 (2000f:46057)
[9] Feldman Jacob, Equivalence and orthogonality of Gaussian processes. Pacific J. Math. 8
(1958) pp. 699-708.
[10] Gikhman I.I.; Skorokhod A.V. *Teoriya sluchainykh protsessov.* Tom I, Izdat. Nauka,
Moscow, (1971) (in Russian).
[11] Girsanov I.V., Mityasin B.S., Quasi-invariant measures and linear topological spaces,
Nauchn.Dokl.Vys.Skol.2(1959),5–10 (in Russian).
[12] Grenander Ulf. Stochastic processes and statistical inference.Ark.Mat.1,(1950),pp. 195-
277.
[13] B.R.Hunt, T. Sauer and J.A. Yorke, Prevalence: a translation-invariant ”almost every”
on infinite-dimensional spaces. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)27 (1992), no. 2, 217-238.
MR 93k:28018
[14] Kakutani S., Proc.Imp.Akad.Tokyo XIX (1943), 184–188.
[15] Kakutani S., On equivalence of infinite product measures.-Ann.Math.,1948, v.4, 9,p.214–
224.
[16] Kharazishvili A.B., On invariant measures in the Hilbert space. Bull. Acad. Sc. Georgian
SSR, 114(1) (1984),41-48 (in Russian).
[17] P.Mankiewicz, On the differentiability of Lipschitz mappings in Fr´echet spaces. Studia
Math.,45(1973),15–29.
[18] Molure Mark, The prevalent dimension of graphs, Department of Mathematics, St.Olaf
College, Northfield, MN 55057,USA, p.1–5.
[21] Pantsulaia, G.R., Relations between shy sets and sets of $^o p$-measure zero in Solovay’s
model. Bull. Pol. Acad. Sci. Math. 52 (2004), no. 1, 63–69. MR2070029 (2005e:28003)
[22] Pantsulaia, G.R., On an invariant Borel measure in the Hilbert space. Bull. Pol. Acad.
Sci. Math. 52 (2004), no. 1, 47–51. MR2070027 (2005f:28035)
[23] D.Preiss and J.Ti˘*s*er, Two unexpected examples concerning the differentiability of
Lipschitz functions on Banach spaces, Operator Theory, Advances and Applications,
Vol.77(1995),219–238.
[24] R.R. Phelps: Gaussian null sets and differentiability of Lippschitz maps on Banach spaces.
Pac.J.Math.,77(1978),523–531.
[25] Solovay R.M., A model of set theory in which every set of reals is Lebesgue measurable,

	Ann. Math.,92, 1970, 1-56. [26] M.B. Stinchcombe, The gap between probability and prevalence loneliness in vector spaces, Proceedings of the American Mathematical Society 129, 451–457,2001. [27] Sudakov V.N., Dokl. Akad. Nauk SSSR; 127(1959), 524–525 (in Russian). [28] Hongjian Shi, *Measure-Theoretic Notions of Prevalence*, Ph.D. Dissertation (under Brian S. Thomson), Simon Fraser University, October 1997, ix + 165 pages. [29] Vershik A. M., Duality in the theory of measure in linear spaces (in Russian), Dokl. Akad. Nauk SSSR 170 (1966), 497-500. [30] ა. კირთაძე, დინამიკური და კვაზიდინამიკური სისტემების თეორიის ზოგიერთი ასპექტი, გამ. „ტექნიკური უნივერსიტეტი", 2006.

სწავლის შედეგი	აღნიშნული სასწავლო კურსის გავლის შემდეგ მაგისტრატურის სტუდენტს შეთვისებული ექნება ზომის თეორიის ისეთი თანამედროვე მეთოდები, როგორიცაა: 1. პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება. 2. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის R^N სივრცეში. 3. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში 5.ლებეგის ზომის ანალოგების შესახებ. ძვრების მიმართ ინვარიანტული კვაზი-ფინიტური ბორელის μ_N ზომის აგება R^N სივრცეში. 6. μ_N ზომის აზრით ნულზომადი სიმრავლეების შედარება კუბური აზრით ნულზომად სიმრავლეებთან. 7. μ_N ზომის საშუალებით ძვრების მიმართ ინვარიანტული ზომის აგება უსასრულო-განზომილებიან სეპარაბელურ ბანახის სივრცეებში 8. ნულ სიმრავლეები (მანკიევიჩის აზრით, კუბური აზრით, გაუსის აზრით, ქრისტენსენის აზრით და სხვა). დამოკიდებულება ნულ სიმრავლეთა სხვადსხვა კლასებს შორის. 9. ლებეგის ზომის ანალოგების გამოყენებები უსასრულო ანალიზში. 10. სოლოვეის მოდელში როჯერსისა და ფრემლინის მიერ დასმული ამოცანის ამოხსნა უსასრულო-განზომილებიანი არასეპარაბელური ბანახის l^∞ სივრცისათვის. 11. არსებითი ერთადერთობა. არსებითი ერთადერთობის თვისების მქონე მაქსიმალური ელემენტის არსებობა. 12.მეტრიკული ტრანზიტივობის თვისება და გასრულებული ინვარიანტული ზომების

	ერთადერთობა. 13.რფივი გარდაქმნის იაკობიანის გამოთვლა ინვარიანტულ ზომათა ერთადერთობის თვისების გამოყენებით 14.ერდოშ-სერპინსკის განზოგადოებული ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის პოლონურ სივრცეებში 15 ორადულობის პრინციპი ზომასა და კატეგორიას შორის R^{α} სივრცეებში კვლევის ესოდენ ფართე თემატიკის გაცნობის შემდეგ ბაკალავრიატის სტუდენტს ექნება დიდი არჩევანი დარგის ისეთი მიმართულების შერჩევისა რომელშიც მუშაობა მას ესახება უფრო პერსპექტი-ულად.