სილაბუსი

☐ ინდივიდუალური სასწავლო კურსი	☒ მოდულში შემავალი სასწავლო კურსი

მოდულის დასახელება	ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა
სასწავლო კურსის დასახელება	ზომის თეორიის მეთოდების ზოგიერთი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიან ანალიზში

სასწავლო კურსის კოდი	

სასწავლო კურსის სტატუსი	კურსი გათვალისწინებულია მათემატიკის, გამოყენებითი მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა მიმართულებების ბაკალავრიატის სტუდენტებისათვის
ფაკულტეტი	
სწავლის საფეხური	☐ უმაღლესი პროფესიული, ☒ ბაკალვრიატი, ☐ მაგისტრატურა
კურსი	III სემესტრი I ☐ სავალდებულო ☒ არჩევითი

სასწავლო კურსის ხანგრძლივობა	ერთი სემესტრი

ECTS	5 კრედიტი

ლექტორი	გოგი ფანცულაია
სამუშაო ადგილი	საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
სამსახურის ტელეფონი	(995 32) 364790
შიდა ტელეფონი	4790
მობილური ტელეფონი	893634205
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	gogi_pantsulaia@hotmail.com
კონსულტაციის დრო	გოგი ფანცულაია

პრაქტიკული მეცადინეობის მასწავლებელი	
სამუშაო ადგილი	
სამსახურის ტელეფონი	(995 32)
შიდა ტელეფონი	
მობილური ტელეფონი	
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	
კონსულტაციის დრო	

ლაბორატორიული მეცადინეობის მასწავლებელი	
სამუშაო ადგილი	
სამსახურის ტელეფონი	(995 32)
შიდა ტელეფონი	
მობილური ტელეფონი	
ფაქსი	(995 32)
ელ–ფოსტა	
კონსულტაციის დრო	

სასწავლო კურსის ფორმატი	
ლექცია	30 სთ
სემინარი	სთ
პრაქტიკუმი	30 სთ
ლაბორატორიული სამუშაო	სთ
სხვა	სთ

სასწავლო კურსის მიზანი	ზომის თეორიის მეთოდების ზოგიერთი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიან ანალიზში -1 კურსი მიზნად ისახავს ბაკალავრიატის სტუდენტს გააცნოს ზომის თეორიის თანამედროვე მეთოდების ზოგიერთი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიან ანალიზში. ის მიზნად ისახავს სტუდენტს შეასწავლოს შემდეგი საკითხები: 1. სხვადასხვა სიმრავლურ-თეორიული მოდელები 2. დინამიური სისტემები. კრილოვ-ბოგოლიუბოვის თეორემა. პუანკარეს თეორემა დაბრუნების შესახებ. 3. ხარაზიშვილის დინამიური სისტემის აგება უსასრულო-განზომილებიან R^N სივრცეში 3. ხარაზიშვილის დინამიური სისტემისათვის დასაშვები ძვრების დადგენა. 4. ლიუვილის ტიპის თეორემა R^N სივრცეში და მისი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიანი მალთუსის ზრდის პროცესის დასახასიათებლად. 5. shy-სიმრავლეების ცნება პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში. სასრულ-განზომილებიან შემთხვევაში shy-სიმრავლეთა კლასის ლებეგის აზრით ნულ-ზომად სიმრავლეთა კლასთან თანახვედრის დამტკიცება. 6. shy-სიმრავლეთა კლასის σ-იდეალობის დამტკიცება. დამტკიცება იმ ფაქტისა რომ უსასრულო-განზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში ყოველი კომპაქტი წარმოადგენს shy-სიმრავლეს. 7. ძლიერი ტრანზიტულობის თვისება. 8. ნულ-სიმრავლეთა კლასები(ნულზომადი სიმრავლეები გაუსის, მანკიევიჩის, პრეის-ტიზერისა და სხვათა აზრით) 8. shy-სიმრავლეთა გენერატორის ცნება. არსებობა, ერთადერთობა. 9. shy-სიმრავლეთა გენერატორის მაგალითები 10. ბეიკერის shy-სიმრავლეთა გენერატორი 11. გაუსის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და კვაზი-ფინიტურობის პრობლემა 11. ხარაზიშვილის shy-სიმრავლეთა გენერატორი 12. მანკიევიჩის shy-სიმრავლეთა გენერატორი 13. პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება. 14. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის R^N სივრცეში. 15. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში

სასწავლო კურსის შესწავლის წინაპირობები	სასწავლო კურსის შესწავლის წინაპირობებს წარმოადგენს ცოდნა მათემატიკის დეპარტამენტზე სწავლების ბაკალავრიატის საფეხურზე გათვალისწინებულ შემდეგ საგნებში: სიმრავლეთა თეორია, ალგებრა, გეომეტრია, მათემატიკური ანალიზი, ფუნქციონალური ანალიზი, ალბათობის თეორია და მატემატიკური სტატისტიკა

სასწავლო კურსის შინაარსი

ლექციების განრიგი						
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება	

N	თარიღი	თემა
ლექცია 1		სხვადასხვა სიმრავლურ-თეორიული მოდელები (ცერმელოს მოდელი, მარტინ-სოლოვეის მოდელი, კონტინუუმ-ჰიპოთეზა, სოლოვეის მოდელი)
ლექცია 2		დინამიური სისტემები. კრილოვ-ბოგოლიუბოვის თეორემა. პუანკარეს თეორემა დაბრუნების შესახებ.
ლექცია 3		ხარაზიშვილის დინამიური სისტემის აგება უსასრულო-განზომილებიან R^N სივრცეში
ლექცია 4		ხარაზიშვილის დინამიური სისტემისათვის დასაშვები ძვრების დადგენა.
ლექცია 5		ლიუვილის ტიპის თეორემა R^N სივრცეში და მისი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიანი მალთუსის ზრდის პროცესის დასახასიათებლად
I ტესტირება , სთ, აუდიტორია		
ლექცია 6		shy-სიმრავლეების ცნება პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში. სასრულ-განზომილებიან შემთხვევაში shy-სიმრავლეთა კლასის ლებეგის აზრით ნულ-ზომად სიმრავლეთა კლასთან თანახვედრის დამტკიცება
ლექცია 7		shy-სიმრავლეთა კლასის σ-იდეალობის დამტკიცება. ამტკიცება ფაქტისა რომ უსასრულო-განზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში ყოველი კომპაქტი წარმოადგენს shy-სიმრავლეს.
ლექცია 8		ძლიერი ტრანზიტულობის თვისება
ლექცია 9		ნულ-სიმრავლეთა კლასები(ნულზომადი სიმრავლეები გაუსის, მანკიევიჩის, პრეის-ტიზერისა და სხვათა აზრით)
ლექცია 10		shy-სიმრავლეთა გენერატორის ცნება. არსებობა, ერთადერთობა.
II ტესტირება , სთ, აუდიტორია		
ლექცია 11		shy-სიმრავლეთა გენერატორის არა-σ-სასრულობა
ლექცია 12		ბეიკერის shy-სიმრავლეთა გენერატორი

ლექცია 13		გაუსის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და კვაზი-ფინიტურობის პრობლემა
ლექცია 14		ხარაზიშვილის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
ლექცია 15		მანკიევიჩის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
III ტესტირება , სთ, აუდიტორია		

სემინარული/ პრაქტიკული მეცადინეობების განრიგი						
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება	

N	თარიღი	თემა
პრაქტიკული 1		სხვადასხვა სიმრავლურ-თეორიული მოდელები (ცერმელოს მოდელი, მარტინ-სოლოვეის მოდელი, კონტინუუმ-ჰიპოთეზა, სოლოვეის მოდელი)
პრაქტიკული 2		დინამიური სისტემები. კრილოვ-ბოგოლიუბოვის თეორემა. პუანკარეს თეორემა დაბრუნების შესახებ.
პრაქტიკული 3		ხარაზიშვილის დინამიური სისტემის აგება უსასრულო-განზომილებიან R^N სივრცეში
პრაქტიკული 4		ხარაზიშვილის დინამიური სისტემისათვის დასაშვები ძვრების დადგენა.
პრაქტიკული 5		ლიუვილის ტიპის თეორემა R^N სივრცეში და მისი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიანი მალთუსის ზრდის პროცესის დასახასიათებლად
პრაქტიკული 6		shy-სიმრავლეების ცნება პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში. სასრულ-განზომილებიან შემთხვევაში shy-სიმრავლეთა კლასის ლებეგის აზრით ნულ-ზომად სიმრავლეთა კლასთან თანახვედრის დამტკიცება
პრაქტიკული 7		shy-სიმრავლეთა კლასის σ-იდეალობის დამტკიცება. ამტკიცება ფაქტისა რომ უსასრულო-განზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში ყოველი კომპაქტი წარმოადგენს shy-სიმრავლეს.
პრაქტიკული 8		ძლიერი ტრანზიტულობის თვისება
პრაქტიკული 9		ნულ-სიმრავლეთა კლასები(ნულზომადი სიმრავლეები გაუსის, მანკიევიჩის, პრეის-ტიზერისა და სხვათა აზრით)
პრაქტიკული		shy-სიმრავლეთა გენერატორის ცნება. არსებობა,

10		ერთადერთობა.
პრაქტიკული 11		shy-სიმრავლეთა გენერატორის არა-σ-სასრულობა
პრაქტიკული 12		ბეიკერის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
პრაქტიკული 13		გაუსის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და კვაზი-ფინიტურობის პრობლემა
პრაქტიკული 14		ხარაზიშვილის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
პრაქტიკული 15		მანკიევიჩის shy-სიმრავლეთა გენერატორი

ლაბორატორიული მეცადინეობების განრიგი							
აუდიტორია		---	დაწყება		დამთავრება		

N	თარიღი	თემა
ლაბორატორია 1		
ლაბორატორია 2		
ლაბორატორია 3		
ლაბორატორია 4		
ლაბორატორია 5		
ლაბორატორია 6		
ლაბორატორია 7		
ლაბორატორია 8		
ლაბორატორია 9		
ლაბორატორია 10		
ლაბორატორია 11		
ლაბორატორია 12		
ლაბორატორია 13		
ლაბორატორია 14		
ლაბორატორია 15		

შუა სემესტრული შეფასება			
☐ წერითი კოლოქვიუმი	☐ ზეპირი გამოკითხვა	☐ პრეზენტაცია	☐ ლაბორატორია

შეფასების ფორმა	I ტესტი	II ტესტი	III ტესტი	სულ
წერითი კოლოქვიუმი / ზეპირი გამოკითხვა	× =25	× =25	× =	50
ლაბორატორია	× =			
პრეზენტაცია	× =			
დასწრება				
საბოლოო გამოცდა				50
			ჯამი	100

შეფასების სისტემა

სტუდენტთა ცოდნის შეფასება მოხდება „სტუ სასწავლო პროცესის მართვის ინსტრუქციით“ განსაზღვრული ნორმით (სტუ ხარისხის უზრუნველყოფის სამსახური. 17 სექტემბერი, 2007).
სემესტრის განმავლობაში ჩატარდება ორი შუასემესტრული ტესტირება:
I ტესტი—მაქსიმალური ქულა 25, გამსვლელი (მინიმალური) ქულა 12.
II ტესტი—მაქსიმალური ქულა 25, გამსვლელი (მინიმალური) ქულა 13.
(შუასემესტრულ შეფასებაში გათვალისწინებულია მასწავლებლის ბონუსი—არაუმეტეს 10 ქულა).
სტუდენტთა ცოდნისა და მიღწევების შეფასება (ECTS სისტემაში) შინაარსობრივად და სტრუქტურულად განხორციელდება ზემოთხსენებული ინსტრუქციის 1, 2 და 3 პუნქტებში ჩამოყალიბებული წესების შესაბამისად.

სავალდებულო ლიტერატურა	[1] N.Aronszajn, Differentiability of Lipschitzian mappings between Fr´echet spaces, Studia Math.,57(1976),147–190. [2] R.Baker, ”Lebesgue measure” on R*1*. Proc. Amer. Math. Soc. 113 (1991), no. 4, 1023-1029. [3] R.Baker, ”Lebesgue measure” on R*1*. II. Proc. Amer. Math. Soc. 132 (2004), no. 9, 2577-2591. [4] Borwein J.M., Minimal cuscos and subgradients of Lipschitz functions, in: Fixed Point Theory and its Applications, (J.B.Baillion and M Thera eds.), Pitman Lecture Notes in Math., Longman, Essex,(1991)57–82. [5] Cameron R.H., Martin W.T., On Transformations of Wiener integrals under translations. Ann.of Math.vol.45 (1944) pp.386–396. [6] Christensen, J.R. Topology and Borel Structure, Amsterdam : North-Holland Publishing Company.(1974),MR 50:1221 [7] Cichon,J. Kharazishvili,A and Weglorz,B. *Subsets of the real line*, Wydawnictwo Uniwersytetu Lodzkiego, Lodz (1995). [8] M. Cs¨ornyei, Aronszajn null and Gaussian null sets coincide, Israel J. Math. 111 (1999), 191-201. MR1710738 (2000f:46057) [9] Feldman Jacob, Equivalence and orthogonality of Gaussian processes. Pacific J. Math. 8 (1958) pp. 699-708. [10] Gikhman I.I.; Skorokhod A.V. *Teoriya sluchainykh protsessov.* Tom I, Izdat. Nauka, Moscow, (1971) (in Russian). [11] Girsanov I.V., Mityasin B.S., Quasi-invariant measures and linear topological spaces, Nauchn.Dokl.Vys.Skol.2(1959),5–10 (in Russian).

[12] Grenander Ulf. Stochastic processes and statistical inference.Ark.Mat.1,(1950),pp. 195-
277.
[13] B.R.Hunt, T. Sauer and J.A. Yorke, Prevalence: a translation-invariant ”almost every”
on infinite-dimensional spaces. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)27 (1992), no. 2, 217-238.
MR 93k:28018
[14] Kakutani S., Proc.Imp.Akad.Tokyo XIX (1943), 184–188.
[15] Kakutani S., On equivalence of infinite product measures.- Ann.Math.,1948, v.4, 9,p.214–
224.
[16] Kharazishvili A.B., On invariant measures in the Hilbert space. Bull. Acad. Sc. Georgian
SSR, 114(1) (1984),41-48 (in Russian).
[17] P.Mankiewicz, On the differentiability of Lipschitz mappings in Fr´echet spaces. Studia
Math.,45(1973),15–29.
[18] Molure Mark, The prevalent dimension of graphs, Department of Mathematics, St.Olaf
College, Northfield, MN 55057,USA, p.1–5.
26 G.R.PANTSULAIA
[19] Pantsulaia G.R.,*Invariant and Quasiinvariant Measures in Infinite-Dimensional*
Topological Vector Spaces, Nova Science Publishers, Copyright 2004-2007,xiv+231
pages,(2007)
[20] Pantsulaia, G.R., Relations between shy sets and sets of º*p*-measure zero in Solovay’s
model. Bull. Pol. Acad. Sci. Math. 52 (2004), no. 1, 63–69. MR2070029 (2005e:28003)
[21] Pantsulaia, G.R., On an invariant Borel measure in the Hilbert space. Bull. Pol. Acad.
Sci. Math. 52 (2004), no. 1, 47–51. MR2070027 (2005f:28035)
[22] D.Preiss and J.Tiˇser, Two unexpected examples concerning the differentiability of
Lipschitz functions on Banach spaces, Operator Theory, Advances and Applications,
Vol.77(1995),219–238.
[23] R.R. Phelps: Gaussian null sets and differentiability of Lippschitz maps on Banach spaces.
Pac.J.Math.,77(1978),523–531.
[24] Solovay R.M., A model of set theory in which every set of reals is Lebesgue measurable,
Ann. Math.,92, 1970, 1-56.
[25] M.B. Stinchcombe, The gap between probability and prevalence loneliness in vector
spaces, Proceedings of the American Mathematical Society 129, 451–457,2001.
[26] Sudakov V.N., Dokl. Akad. Nauk SSSR; 127(1959), 524–525 (in Russian).
[27] Hongjian Shi, *Measure-Theoretic Notions of Prevalence*, Ph.D. Dissertation (under Brian
S. Thomson), Simon Fraser University, October 1997, ix + 165 pages.
[28] Vershik A. M., Duality in the theory of measure in linear spaces (in Russian), Dokl. Akad.
Nauk SSSR 170 (1966), 497-500.
[29] ა. კირთაძე, დინამიკური და კვაზიდინამიკური სისტემების თეორიის ზოგიერთი ასპექტი, გამ. „ტექნიკური უნივერსიტეტი”, 2006.

დამატებითი ლიტერატურა და

სხვა სასწავლო მასალა	

<table>
<tr>
<td>სწავლის შედეგი</td>
<td>აღნიშნული სასწავლო კურსის გავლის შემდეგ ბაკალავრიატის სტუდენტს შეთვისებული ექნება ზომის თეორიის ისეთი თანამედროვე მეთოდები, როგორიცაა:

1. ხარაზიშვილის დინამიური სისტემის აგება უსასრულო-განზომილებიან R^N სივრცეში
2. ლიუვილის ტიპის თეორემა R^N სივრცეში და მისი გამოყენება უსასრულო-განზომილებიანი მალთუსის ზრდის პროცესის დასახასიათებლად.
3. shy-სიმრავლეების ცნება პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში. სასრულ-განზომილებიან შემთხვევაში shy-სიმრავლეთა კლასის ლებეგის აზრით ნულ-ზომად სიმრავლეთა კლასთან თანახვედრის დამტკიცება.
4. shy-სიმრავლეთა კლასის σ-იდეალობის დამტკიცება. დამტკიცება იმ ფაქტისა რომ უსასრულო-განზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში ყოველი კომპაქტი წარმოადგენს shy-სიმრავლეს.
5. ძლიერი ტრანზიტულობის თვისება.
6. ნულ-სიმრავლეთა კლასები(ნულზომადი სიმრავლეები გაუსის, მანკიევიჩის, პრეის-ტიზერისა და სხვათა აზრით)
7. shy-სიმრავლეთა გენერატორის ცნება. არსებობა, ერთადერთობა.
8. shy-სიმრავლეთა გენერატორის მაგალითები
9. ბეიკერის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
10. გაუსის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და კვაზი-ფინიტურობის
პრობლემა
11. ხარაზიშვილის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
12. მანკიევიჩის shy-სიმრავლეთა გენერატორი
13. პრეის-ტიზერის shy-სიმრავლეთა გენერატორები და მათი ზოგიერთი გეომეტრიული გამოყენება.
14. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის
R^N სივრცეში.
15. ლიუვილის ტიპის თეორემები shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის ჰილბერტის სივრცეში

კვლევის ესოდენ ფართე საკითხების გაცნობის შემდეგ ბაკალავრიატის სტუდენტს ექნება დიდი არჩევანი დარგის ისეთი მიმართულების შერჩევისა რომელშიც მუშაობა მას ესახება უფრო პერსპექტი-ულად.</td>
</tr>
</table>