მართვის თბოტექნიკური ობიექტების იდენტიფიკაცია ირაციონალური გადაცემის ფუნქციების გამოყენებით

ნოდარ ნარიმანაშვილი, დავით ნარიმანაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

დამუშავებულია სითბოგადაცემის გამარტივებული პროცესის ზოგიერთი პარამეტრის იდენტიფიკაციის მეთოდი ირაციონალური გადაცემის ფუნქციების გამოყენებით. მიღებული შედეგები ორიენტირებულია მოდელირების თანამედროვე კომპიუტერული მეთოდების გამოყენებაზე.

საკვანძო სიტყვები: იდენტიფიკაცია. ირაციონალური გადაცემის ფუნქციები. თბოტექნიკური პარამეტრები. სტრუქტურული სქემები.

1. შესავალი

მართვის თეორიასა და პრაქტიკაში ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს თბოტექნიკური ობიექტების მართვის ამოცანას. თბოტექნიკურ ობიექტებს მიეკუთვნება მეტალურგიულ, ქიმიურ, მანქანათმშენებელ, სამთოგამამდიდრებელ, კვების და მრეწველობის სხვა დარგებში გამოყენებული სხვადასხვა სტრუქტურისა და კონსტრუქციის გამხურებელი მოწყობილობები და აპარატები. ასეთი ობიექტების შემცველი სისტემების მართვისათვის აუცილებელია მათი ადეკვატური მათემატიკური მოდელის აგება, რისთვისაც საჭიროა სითბური პროცესის მახასიათებელი სხვადასხვა ფიზიკური პარამეტრების შეფასების მიღება. თბოტექნიკური პარამეტრების იდენტიფიკაციის პრობლემის გადაწყვეტას მიეძღვნა მრავალი ნაშრომი, მაგრამ სითბური პროცესების მრავალფეროვნების და მისი პარამეტრების სხვადასხვა ფაქტორებზე დამოკიდებულების გამო ეს საკითხი აქტუალურობას ინარჩუნებს და კვლავინდებურად იპყრობს კვლევართა და ექსპერიმენტატორთა ყურადღებას [1-3,5].

2. ძირითადი ნაწილი

მართვის თბოტექნიკური ობიექტების ადეკვატური მათემატიკური მოდელის მიღება რთული და შრომატევადი ამოცანაა. ამასთან ხშირ შემთხვევაში მიღებული მოდელი სირთულის გამო შეიძლება ანალიზისათვის გამოუსადეგარიც გახდეს. ამიტომ საჭირო ხდება მართვის მოცემული სიზუსტის მისაღებად საკმარისი არგუმენტირებული დაშვებები და გამარტივებები, რომლის შედეგად მოდელმა უნდა შეინარჩუნოს ყველა არსებითი კავშირი პროცესის ცვლადებს შორის და ადვილად დაექვემდებაროს კომპიუტერული მოდელირების თანამედროვე მეთოდებს [3,4].

განვიხილოთ სითბოს გადატანის პროცესი ლითონის ღეროში, რომლის გვერდითი ზედაპირი იდეალურად თბოიზოლირებულია და რომლის საწყის განივკვეთის (ტორსს) $t \geq 0$ მომენტიდან მიეწოდება $f(t)$ სითბური ნაკადი. ვიგულისხმოთ, რომ სითბოს გავრცელება ყოველ რადიალურ კვეთში ხდება თანაბრად x გრძივი კოორდინატის გასწვრივ. აღვნიშნოთ ღეროს ტემპერატურა $T(x,t)$, ხოლო მისი გარემომცველი ტემპერატურა θ-თი. მაშინ სითბური პროცესის აღმწერი განტოლებები შეიძლება შემდეგნაირად ჩავწეროთ [1, 2].

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$-\lambda\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\bigg|_{x=0} = f(t) \quad (2)$$

$$T(x,0)=0;\ T(\infty,t)=0;\ \theta(x,t)=T(x,t)-\theta;\ \theta=const, \quad (3)$$

სადაც: a —ტემპერატურული გამტარებლობის კოეფიციენტია, ხოლო λ— თბოგადაცემის კოეფიციენტი მოცემული ნივთიერებისთვის.

განვიხილოთ ორი ცვლადის $T(x,t)$ ფუნქციის ლაპლასის გარდასახვა t დროითი პარამეტრის მიმართ:

$$T(x,s)=\int_0^\infty T(x,t)e^{-st}dt. \tag{4}$$

ამ გარდაქმნის გამოყენებით (1) და (2) განტოლებები შემდგენაირად ჩაიწერება:

$$ST(x,s)=a\frac{d^2T(x,s)}{dx^2}, \tag{5}$$

$$-\lambda\frac{dT(x,s)}{dx}\bigg|_{x=0}=f(S). \tag{6}$$

(5) დიფერენციალური განტოლების ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$T(x,s)=C_1e^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}+C_2\bar{e}^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}, \tag{7}$$

შესაბამისად ტემპერატურული გრადიენტი x კოორდინატის გასწვრივ შეიძლება შემდეგნაირად გამოვსახოთ:

$$gradT(x,s)=\frac{\partial}{\partial x}T(x,s)=C_1\sqrt{\frac{s}{a}}e^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}-C_2\sqrt{\frac{s}{a}}\bar{e}^{\sqrt{\frac{S}{a}}x} \tag{8}$$

თუ სითბურ $f(t)$ ნაკადს განვიხილავთ სითბოს გავრცელების არეში, მივიღებთ:

$$f(x,s)=-\lambda T(x,s)=-C_1\lambda\cdot\sqrt{\frac{s}{a}}e^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}-C_2\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}\bar{e}^{\sqrt{\frac{S}{a}}x} \tag{9}$$

თბოგადაცემის პროცესის სტრუქტურული სქემის შესაბამისად საჭიროა (8)-ე განტოლებაში შემავალი ინტეგრების C_1 და C_2 კოეფიციენტის განსაზღვრა. $T(\ ;0)$ სასაზღვრო პირობა (7)-ე განტოლების თანახმად დაკმაყოფილდება მაშინ, როდესაც $C_1=0$ და ეს განტოლება მიიღებს სახეს:

$$T(x,s)=c_2\bar{e}^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}, \tag{10}$$

ხოლო (6)-ე სასაზღვრო პირობის საფუძველზე გვაქვს:

$$-\lambda\frac{d}{dx}\left(C_2e^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}\right)\bigg|_{x=0}=f(S), \tag{11}$$

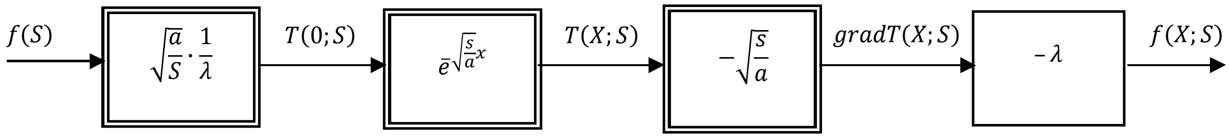
საიდანაც ადვილად ვღებულობთ C_2 კოეფიციენტის შემდეგ მნიშვნელობას:

$$C_2=\sqrt{\frac{a}{S\lambda^2}}\cdot f(S). \tag{12}$$

(7), (8) და (9) განტოლებებში C_1 და C_2 კოეფიციენტების ჩასმით მივიღებთ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

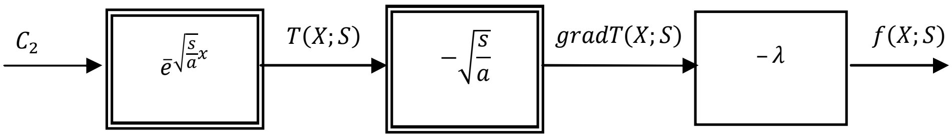
$$\left.\begin{aligned} T(x,s)&=f(S)\sqrt{\frac{a}{S\lambda^2}}\bar{e}^{\sqrt{\frac{S}{a}}x}\\ gradT(x,s)&=-\sqrt{\frac{s}{a}}T(x,s)\\ f(x,s)&=\lambda\sqrt{\frac{s}{a}}T(x,s)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

(13) განტოლებათა სისტემა საშუალებას იძლევა შევადგინოთ სტრუქტურული სქემა, რომელიც (1), (2), (3) განტოლებებით მოცემულ სითბურ პროცესს აღწერს და რომლის შემადგენელი რგოლების გადაცემის ფუნქციები ირაციონალურია:



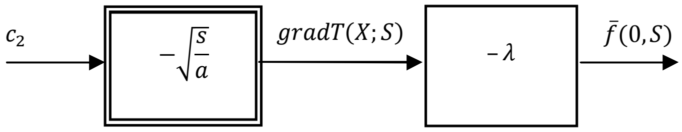
ნახ.1

(12) განტოლებას (13)-ს გათვალისწინებით შეიძლება შევუსაბამოთ სტრუქტურა:



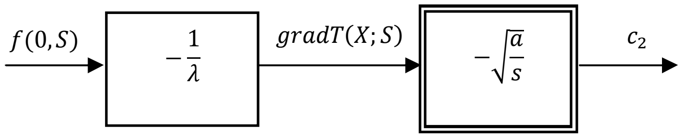
ნახ.2

ხოლო, თუ პროცესს განვიხილავთ $x = 0$ განივკვეთში, მივიღებთ:



ნახ.3

მე-3 ნახაზზე მოცემული სტრუქტურული სქემის ინვერსიის C_2-ს კოეფიციენტის განსაზღვრისათვის მივიღებთ სქემას:



ნახ.4

როგორც ვხედავთ, C_2 კოეფიციენტი შესაძლებელია სტრუქტურულად განვსაზღვროთ მხოლოდ მაშინ, თუ ცნობილია a და λ პარამეტრები. შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$K = \frac{\lambda}{\sqrt{a}} = \sqrt{\lambda\rho C},$$

სადაც ρ ნივთიერების სიმკვრივეა, ხოლო C კუთრი სითბოტევადობა. მაშინ C_2 კოეფიციენტის გამოთვლა შემდეგი ფორმულითაც შეიძლება:

$$C_2 = \frac{f(0;S)}{K\sqrt{S}}\ . \qquad (14)$$

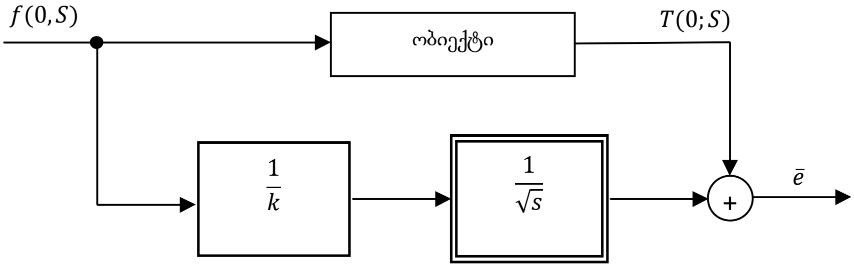
K-კოეფიციენტს უწოდებენ თბური აქტივობის კოეფიციენტს და იგი ახასიათებს ნივთიერების სითბოსამთვისებლობას [1,5]. როგორც ვხედავთ, C_2 კოეფიციენტის განსაზღვრისათვის საკმარისია აქტივობის K კოეფიციენტის შეფასების მიღება.

K-კოეფიციენტის შესაფასებლად ჩავთვალოთ, რომ თბოფიზიკური პარამეტრები არ არიან დროზე და ტემპერატურაზე დამოკიდებული, ე. ი. დროის სხვადასხვა $t_1, t_2 \dots \dots . t_n$ მომენტებში განსაზღვრული პარამეტრების მნიშვნელობები უნდა იყოს ერთნაირი. ეს დაშვება იძლევა იმის საფუძველს, რომ პარამეტრის განსაზღვრისათვის საკმარისი უნდა იყოს ძირითადი ფიზიკური სიდიდეების (ტემპერატურა) სითბური ნაკადის გაზომვა დროის რომელიმე ერთ მომენტში.

თბოტექნიკური სიდიდეების გაზომვა უმეტესად ხდება ობიექტის ნორმალური ფუნქციონირების პირობებში, როდესაც კავშირი გასაზომ სიდიდეებს შორის ყველაზე ხშირად ინტეგრალური ფორმით მოიცემა. შესაბამისად რიცხვითი ინტეგრებისათვის პარამეტრების შესაფასებლად ამოცანის კორექტულად დასმაა საჭირო. ეს სირთულე შეიძლება თავიდან ავიცილოთ სტრუქტურულ სქემებში ირაციონალური გადაცემის ფუნქციების გამოყენებით.

განვიხილოთ სითბური აქტივობის K კოეფიციენტის შეფასების მეთოდი $T(0,t)$ ტემპერატურის გაზომვის გზით ლითონის ღეროს $x = 0$ წერტილში, როდესაც ამავე წერტილში ღეროს $f(0,t)$ სითბური ნაკადი მიეწოდება.

K კოეფიციენტის იდენტიფიკაციის სქემაში ღეროს გადაცემის ფუნქცია წარმოდგენილია $\frac{1}{K\sqrt{S}}$ ოპერატორით, ხოლო $f(0,S)$ და $T(0,S)$ სითბური ნაკადისა და ტემპერატურის ლაპლასის გარდასახვებია t პარამეტრის მიმართ (ნახ. 5) $\bar{e}$ სიდიდე გვიჩვენებს იდენტიფიკაციის სიზუსტეს და იდეალურ შემთხვევაში ის ნულის ტოლია.



ნახ.5

თუ უგულებელვყოფთ ამის შემდეგ მე-5 ნახაზზე გაზომვის ცდომილებებს, K კოეფიციენტი შეიძლება მივიღოთ საშუალო კვადრატული გადახრის მინიმუმის პირობიდან:

$$\bar{e} = \left(T(0,S) - \frac{1}{K\sqrt{S}} f(0,S)\right)^2. \quad (15)$$

ამ გამოსახულების K-ს მიმართ წარმოებულის ნულთან გატოლებით მივიღებთ:

$$\frac{d\bar{e}(K)}{dK} = 2\left(T(0,S) - \frac{1}{K\sqrt{S}} f(0,S)\right)\frac{1}{K^2\sqrt{S}} f(0,S) = 0. \quad (16)$$

ფრჩხილში მოთავსებული გამოსახულების ნულთან ტოლობა გვაძლევს.

$$K = \frac{1}{K\sqrt{S}} \cdot \frac{f(0,S)}{T(0,S)}. \quad (17)$$

რადგანაც ლაპლასის გარდასახვა სამართლიანია S-ის ნამდვილი დადებითი მნიშვნელობისთვისაც, შეგვიძლია $f(0,S)$ სითბური ნაკადი განვიხილოთ სითბური $f(0,t)$ ნაკადის მოქმედების შედეგი დროის უსასრულოდ დიდ შუალედში e^{-st} წონითი ფუნქციით. ანალოგიურად შეიძლება $T(0,S)$ ჩავთვალოთ როგორც $T(0,t)$-ს მოქმედების შედეგი e^{-st} გადაცემის ფუნქციით დროის იმ შუალედში, რომელშიც გაზომვა ხორციელდება. აღნიშნული დაშვებები საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ K კოეფიციენტის შეფასება (17)-ს საფუძველზე და განვსაზღვროთ ინტეგრების უცნობი კოეფიციენტიც.

3. დასკვნები

თბოტექნიკური პროცესების მართვის ამოცანები მჭიდროდაა დაკავშირებული სითბური პარამეტრების იდენტიფიკაციასთან. ასეთი პროცესების სირთულე და მრავალფეროვნება აქტუალურს ხდის მოდელირების თანამედროვე მეთოდების გამოყენებას. ნაშრომში

შემოთავზებულია გამარტივებული სითბური პროცესის პარამეტრების იდენტიფიკაცია ირაციონალური გადაცემის ფუნქციების გამოყენებით. მათემატიკური მოდელის სქემური რეალიზაცია თავსებადია კომპიუტერული მოდელირების თანამედროვე მეთოდებთან.

ლიტერატურა:

1. Теория тепломассообмена. Под ред. д.т.н., проф. А.И. Леонтьева, М., Высшая школа, 1979
2. Шашков А.Т. Системно-структурный анализ процесса теплообмена и его применение. М., энергоиздат, 1983
3. იმედაძე თ., მჭედლიშვილი ნ.. მართვის სისტემების ინჟინერია. ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2009
4. მჭედლიშვილი ნ., სესაძე ვ., კეკენაძე ვ., ჭიკაძე გ. იმიტაციური მოდელირება Matlab-ში "Simulink". სტუ. თბილისი, 2006
5. Нариманашвили Н.И. – Идентификация нелинейных объектов с распределенными параметрами. Автореф.Дисс. к.т.н., ГТУ, Тбилиси, 1989

IDENTIFICATION OF HEAT ENGINEERING CONTROL OBJECTS USING IRRATIONAL TRANSFER FUNCTIONS

Narinamanshvili Nodar, Narimanashvili David

Georgian Technical University

Summary

Technique of identification of several parameters of simplified process of heat transfer is developed using irrational transfer functions. The derived results are oriented on utilization of modern techniques of computer simulation.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИИ

Нариманашвили Н., Нариманашвили Д.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Разработан метод идентификации некоторых параметров упрощенного процесса теплопередачи с применением иррациональных передаточных функциий. Полученные результаты ориентиорованы на применение современных методов компьютерного моделирования.