

**მყარი სხეულების დიამაგნეტიზმი**

ლერი კოკილაშვილი, ლალიტა დარჩიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

**რეზიუმე**

დიამაგნიტური ნივთიერებები ხასიათდება მცირე უარყოფითი ამთვისებლობით, რომელიც არაა ტემპერატურაზე დამოკიდებული. ამიტომ ინდუცირებული მაგნიტური მომენტი მიმართულია მაგნიტური ველის საწინააღმდეგოდ. დიამაგნეტიზმის მოვლენა ხელს უწყობს ელექტრონული მუხტების მისწრაფებას სხეულის მოცულობის შიგნით ნაწილის დაეკრანება მოხდეს გარე მაგნიტური ველის მოქმედებისას. ნაშრომში განიხილება მყარ სხეულებში დიამაგნეტიზმის ზოგადი საკითხები. ამასთან, არ შევხებით ელექტრონ-ელექტრონულ ურთიერთქმედებას დიელექტრიკების შემთხვევაში, ჩვენი განხილვა ემყარება ატომური ფიზიკის შედეგებს, ხოლო ლითონების შემთხვევაში მოვლენებს ეძლევა ზოგადი ახსნა, დამოუკიდებელი ელექტრონების მოდელის ფარგლებში.

**საკვანძო სიტყვები:** დიამაგნეტიზმი. ამთვისებლობა. სპინი. შემფოთებათა თეორია. ორბიტული მომენტი.

**1. დიამაგნეტიზმის დიამაგნეტიზმი**

**1.1 შესავალი**

დიამაგნეტიზმი ძალზე მნიშვნელოვანია იმ ნივთიერებების შესწავლისას, რომელთაც აქვთ სრულად შევსებული გარსები, ანუ იმ სისტემებისთვის, რომლებიც არ შეიცავს არამეწვეილებულ ელექტრონებს. დიამაგნეტიზმი ახასიათებს ნებისმიერ ნივთიერებას და წარმოიქმნება შეწყვილებული ელექტრონების ველთან ურთიერთქმედებისას. ამიტომ პარამაგნიტურ ნივთიერებებში, რომლებშიც არამეწვეილებული ელექტრონების გარდა არსებობს შევსებული გარსებიც, აგრეთვე არსებობს დიამაგნიტური მდგენელი (ჩვეულებრივ, იგი საგრძნობლად მცირეა პარამაგნიტურ წყვილთან შედარებით). ბუნებრივია, დიამაგნეტიზმი ახასიათებს იმ ნივთიერებებსაც, რომლებშიც შეინიშნება ატომების მაგნიტური მომენტების მოწესრიგებულობა (ფერომაგნეტიზმი, ანტიფერომაგნეტიზმი და ა.შ.), რაც გამოწვეულია ელექტრონებით სრულად შევსებული გარსებით.

**1.2. ძირითადი ნაწილი**

განვიხილოთ სისტემა, რომელიც შედგება არაურთიერთქმედი იგივეური იონებისგან (ან მოლეკულებისგან) სრულად შევსებული გარსებით. გარე ველის არარსებობის შემთხვევაში, ყოველი იონი ან მოლეკულა ხასიათდება ჰამილტონიანით  $\hat{H}_i^0$ . საინტერესოა ამ სისტემის რეაქცია მცირე სტატიკურ გარე მაგნიტურ  $\vec{H}$  ველზე. ამ ველის გასათვალისწინებლად ჰამილტონიანში უნდა დაემატოს ზეემანის წევრი  $\hat{H}_i^z$ , ასე რომ, სისტემის სრულ ჰამილტონიანს ექნება სახე

$$\hat{H} = \sum_i \hat{H}_i = \sum_i (\hat{H}_i^0 + \hat{H}_i^z). \tag{1}$$

სისტემის დიამაგნიტულობა გამოისახება ფორმულით

$$\vec{M}(\vec{r}) = \langle \vec{m}(\vec{r}) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \mu_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_i) \right\rangle \tag{2}$$

(5.2)-ში დაშვებულია, რომ იონურ მომენტებს  $\vec{\mu}_i$  არ აქვთ სივრცული ზომები (მიღებული ველის ტალღის სიგრძე მეტია ატომის ზომებზე). გარდა ამისა, ვუშვებთ, რომ ადგილი არა აქვს ელექტრონების ნახტომისებრ გადასვლებს ერთი იონიდან მეორეზე.

ზეემანის ჰამილტონიანისთვის ელექტრონების იონური სისტემის შემთხვევაში

$$\hat{H}_i^z = \sum_a \left[ \mu_B \vec{l}_a \vec{H}_i + \frac{l^2 H^2}{8mc^2} (x_a^2 + y_a^2) + \mu_B \vec{S}_a \vec{H}_i \right]. \tag{3}$$

ინდექსი  $a$  ეკუთვნის ელექტრონებს. ამ ურთიერთქმედებების გავლენა საკუთარ მდგომარეობებზე შეიძლება მივიღოთ შემფოთებათა თეორიის მეშვეობით  $\hat{H}_i^0$  საკუთარი ფუნქციებით, როგორც არა-

აგზნებული მდგომარეობები. რადგან განვიხილავთ მყარ სხეულებს, რომლებიც შედგება იონებისგან სრულად შევსებული ელექტრონული გარსებით, მაშინ ძირითად მდგომარეობაში სპინი და ორბიტული მომენტები ნულის ტოლია. აქედან გამომდინარე, ძირითადი მდგომარეობის ენერჯის შეცვლა მაგნიტური ველის გავლენით განპირობებულია ენერჯის  $\epsilon$  საკუთარი მნიშვნელობის ველის მიხედვით გაშლის მესამე რიგის წევრით

$$E_n = E_n^0 + E_n^{(1)} H_i + E_n^{(2)} H_i^2 + \dots \quad (4)$$

თუ ჰამილტონიანის საკუთარ ფუნქციებს ჩავწერთ, როგორც  $n > 0$ , მაშინ

$$E_n^{(2)} = \frac{l^2}{8mc^2} \langle n | \sum_a x_a^2 + y_a^2 | n \rangle. \quad (5)$$

სრულად შევსებული გარსით იონის, სფერული სიმეტრიის გათვალისწინებით, გვაქვს

$$\langle n | \sum_a x_a^2 | n \rangle = \langle n | \sum_a y_a^2 | n \rangle = \langle n | \sum_a z_a^2 | n \rangle = \frac{1}{3} \langle n | r_i^2 | n \rangle. \quad (6)$$

(6) ჩავსვათ (5)-ში, მივიღებთ

$$\Delta E = E_n^{(2)} H_i^2 = \frac{l^2}{12mc^2} \langle n | \sum_a r_a^2 | n \rangle H_i^2. \quad (7)$$

თუ თერმოდინამიკური წონასწორობისას ალბათობა იმისა, რომ იონი აღმოჩნდება ძირითადი მდგომარეობისგან განსხვავებულ რომელიმე მდგომარეობაში, ძალზე მცირეა (უგულებელსაყოფი-ა), მაშინ მყარი სხეულის ამთვისებლობა, რომელიც შედგება ასეთი იონისაგან, განისაზღვრება გამოსახულებით

$$\chi = -\frac{N}{V} \frac{\partial^2 \Delta E}{\partial H_i^2} = -\frac{l^2}{6mc^2} \frac{N}{V} \langle n | \sum_a r_a^2 | n \rangle. \quad (8)$$

ეს არის ლარმორის დიამაგნიტური ამთვისებლობა (ხშირად მას ლანჟევენის ამთვისებლობასაც უწოდებენ). ნიშანი "-" არის ლენცის კანონის გამოვლინება, რომელიც ადასტურებს, რომ მუხტების სისტემაში მაგნიტური ნაკადის ცვლილებისას წარმოიქმნება დენები იმ მიმართულებით, რომ დააკომპენსირონ ნაკადის ცვლილება. ეს დენები განაპირობებს სწორედ დიამაგნიტური მომენტის გაჩენას.

(5.8) გამოსახულება შეიძლება ჩაიწეროს განსხვავებული სახით, შემდეგი გამოსახულების გამოყენებით

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{Z_i} \langle n | Z_a^2 | n \rangle, \quad (9)$$

სადაც  $d_i$  მოცემული ატომის ელექტრონთა სრული რიცხვია, მაშინ გვაქვს

$$\chi = -\frac{Z_i l^2}{6mc^2} \langle r^2 \rangle. \quad (10)$$

### 1.3. დასკვნა

შეგნიშნოთ, რომ დიამაგნიტური ამთვისებლობა დამოკიდებულია კოორდინატთა სათავის არჩევანზე  $\langle r^2 \rangle$ -ის გამოთვლისას. ვან ფლექმა [1] უჩვენა, რომ კოორდინატთა სათავის მდებარეობის ცვლილება კომპენსირდება შესაბამისად ვან ფლექის პარამაგნიტური ამთვისებლობის ცვლილებით.

## 2. ლითონის დიამაგნიტიზმი

### 2.1. შესავალი

ლითონთა მაგნიტური თვისებების გადმოცემისას განიხილებოდა მხოლოდ გამტარობის ელექტრონების პარამაგნიტიზმი, გამოწვეული ელექტრონების საკუთარი სპინის ურთიერთქმედებით გარე მაგნიტურ  $\vec{H}$  ველთან. გარდა ამისა, არსებობს დიამაგნიტიზმი, რომელიც წარმოიქმნება ველისა და ელექტრონების ორბიტული მოძრაობის ურთიერთკავშირის შედეგად.

განვიხილოთ ორბიტული მაგნიტური მომენტი, რომელიც ინდუცირებულია ლითონში გარე სტატიკური ველის გავლენით თავისუფალ ელექტრონებზე. ჯერჯერობით უგულებელვყოთ ლითონის ელექტრონების სპინები. კლასიკური თეორიის თანახმად, თერმოდინამიკურ წონასწორობაში

საშუალო მაგნიტური მომენტი არ არსებობს. ეს შედეგი ცნობილია როგორც ვან ლევენიის თეორემა, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ აუცილებელია დისკრეტული საკუთარი მნიშვნელობების გათვალისწინება და აქედან გამომდინარე, სისტემის კვანტური ბუნებისაც. ლანდაუმ [2] პირველმა დაადგინა, რომ კვანტურ-მექანიკური მიდგომის თანახმად, თავისუფალი ელექტრონების სისტემა ნამდვილად რეაგირებს გარე ველზე და ეს რეაქცია დიამაგნიტურია. ლანდაუმ ამოხსნა შრედინგერის განტოლება ერთი ელექტრონისთვის მაგნიტურ ველში. ნაპოვნი საკუთარი მნიშვნელობების თანახმად, მან შეძლო გამოეთვალა თავისუფალი ენერგია და მიეღო დამაგნიტებულობა.

### 2.2. ძირითადი ნაწილი

მაგნიტურ ველში ლითონის მოთავსებით ელექტრონების მოძრაობა იცვლება. რომლებიც მოძრაობას იწყებს სპირალურ ტრაექტორიაზე. ამასთან, ელექტრონები დამატებით მაგნიტურ ველს ქმნის, რომელიც გარე ველის საწინააღმდეგოდაა მიმართული.

ადვილი საჩვენებელია, რომ ეს ეფექტი კვანტური ბუნებისაა და იგი არ არსებობს კლასიკურ მიახლოებაში. კლასიკური მექანიკის თანახმად, მაგნიტურ ველში ხდება ელექტრონის იმპულსის

$\vec{P}_e$  შეცვლა  $\vec{P}_e - \frac{e}{c} \vec{A}$  სხვაობით, სადაც  $\vec{A}$  ვექტორული პოტენციალია, მაშინ ელექტრონის კინეტიკური ენერგია დამოკიდებული იქნება მხოლოდ ამ სხვაობაზე. თავის მხრივ, რადგან ყველა თერმოდინამიკური სიდიდე დამოკიდებულია მხოლოდ ელექტრონის ენერგიაზე და ინტეგრირდება ყველა იმპულსის მიხედვით, მაშინ შეიძლება გადასვლა ინტეგრირებაზე  $\vec{P}_e - \frac{e}{c} \vec{A}$ -ს მიხედვით.

ამასთან, ინტეგრირება მიიღებს იმავე სახეს, რაც ჰქონდა მაგნიტური ველის გარეშე. სინამდვილეში ადვილი აქვს დიამაგნიტიზმს, რაც არის მაგნიტურ ველში ელექტრონის ენერგეტიკული დონეების დაკვანტვის შედეგი.

ამ ამოცანის ამოსახსნელად გამოვთვალოთ თერმოდინამიკური პოტენციალი

$$\Omega = -T \sum_i \ln(1 + e^{(\mu - \epsilon_i) / kT}) \quad (11)$$

სადაც ჯამი აიღება ყველა მდგომარეობის მიხედვით. შემოგვაქვს მდგომარეობათა სიმკვრივე

$$N(\epsilon) = \frac{2V}{(2\pi\hbar)^2} \cdot \frac{eH}{c} \frac{dP}{d\epsilon} Z. \quad (12)$$

(5.12)-ში გათვალისწინებულია, რომ ველი მიმართულია  $z$  ღერძის გასწვრივ, მაშინ

$$\Omega = \frac{2VT}{-(2\pi\hbar)^2} \cdot \frac{eH}{c} \int d\epsilon \sum_n \frac{dP_z}{d\epsilon} \ln(1 + e^{(\mu - \epsilon) / kT}).$$

$n$ -ით აჯამვა შემოსახლდურულია  $> (2n+1)$  პირობით, როცა  $kt \ll 1$ , შეიძლება დაგუშვათ  $t=0$  და მცირე  $t$ -ისას შეიძლება აჯამვიდან გადავიდეთ ინტეგრირებაზე. გამოთვლების შედეგად, მივიღებთ,

$$\Omega = -\frac{P_0^5 V}{15m\pi^2 \hbar^3} + \frac{V\beta^2 H^2}{6} \cdot \frac{P_0 m}{\pi^2 \hbar^2}. \quad (13)$$

(5.13)-ში გათვალისწინებულია, რომ  $\mu = \frac{P_0^2}{2m}$ . ერთეული მოცულობის მაგნიტური მომენტი

ტოლია

$$M = -\frac{1}{V} \frac{\partial \Omega}{\partial H} = -\frac{\mu_B^2}{3} \cdot \frac{P_0 m}{\pi^2 \hbar^3}, \quad (14)$$

სადაც  $\mu_B = -\frac{e\hbar}{2mc}$  ბორის მაგნეტონია. აქედან გამომდინარე, მაგნიტური ამთვისებლობა

$$\chi = -\frac{1}{3} \mu_B \cdot \frac{P_0 m}{\pi^2 \hbar^3} = -\frac{1}{3} \chi_P. \quad (15)$$

### 2.3. დასკვნა

(15)-დან ჩანს, რომ ენერგეტიკული დონეების დაკვანტვას მივყავართ დიამაგნიტურ ამთვისებლობამდე, რომელიც თავისუფალი ელექტრონების გაზისთვის აკომპენსირებს სპინებთან დაკავშირებული პარამაგნიტური ამთვისებლობის მხოლოდ 1/3-ს. მაშასადამე, თავისუფალი ელექტრონების გაზი (აშკარად) პარამაგნიტური იქნება.

სინამდვილეში ბუნებაში ბევრი დიამაგნიტური ლითონი არსებობს. თვისებრივად ეს აიხსნება იმით, რომ ლითონის ელექტრონული ენერგეტიკული სპექტრი (კრისტალური მესრის გათვალისწინებით) განსხვავდება იდეალური გაზის სპექტრისაგან.

კრისტალური სტრუქტურის გათვალისწინებით, ბაიერლსის [3] თანახმად, (15) ფორმულა იცვლება. ენერგეტიკული სპექტრის შემთხვევაში  $\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m^*}$ , სადაც  $m^*$  ელექტრონის ეფექტური მასაა, მივიღებთ

$$\chi_{\text{დია}} / \chi_{\text{პარა}} = \frac{1}{3} \left( \frac{m}{m^*} \right)^2. \quad (16)$$

ეს სიდიდე შეიძლება ერთზე მეტი იყოს. ანალოგიური მდგომარეობა შეინიშნება ლევირებულ ნახევარგამტარებში.

#### ლიტერატურა:

1. Van Vleck J.H. The theory of electric and magnetic susceptibilities, London, 1932.
2. Ландау Л.Д. Собрание трудов, М., т. 1, 1969.
3. Peiferls R., Zs. Phys. 1933, v.80, p.763.
4. ჩაჩხიანი ზ. მაგნეტოქიმია. I ნაწ., სტუ, თბილისი. 2009.

### THE DIAMAGNETISM OF SO SOLID MATTER

Darchiashvili Leri K., Kokilashvili Lalita G.

Georgian Technical University

#### Summary

The diamagnetic matter define of low negative independent – insensitive a way from temperature. Therefore induced magnetic moment pointed oppositely magnetic field The happening diamagnetism tie together desire for electrical charge partially shield inside part volume matter from movement outward magnetic field. When is use examine a question overall question diamagnetism in solid matter by this be touch question electron-electronic interaction. In incident dielectric ours consideration found on result atomic physicist but in incident metal phenomena explain in general line in frame model independent electron.

### ДИАМАГНЕТИЗМ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Дарчиашвили Л. К. Кокилашвили Л. Г.

Грузинский Технический Университет

#### Резюме

Диамagnetные вещества характеризуются малой отрицательной восприимчивостью, независимой от температуры. Поэтому индуцированный магнитный момент направлен противоположно магнитному полю. Явление диамагнетизма связано со стремлением электрических зарядов частично экранировать внутреннюю часть объема тела от действия внешнего магнитного поля. В данной работе рассмотрены общие вопросы диамагнетизма в твердых телах, но не рассматривается вопрос об электрон-электронном взаимодействии. В случае диэлектриков рассмотрение основывается на результатах атомной физики, а в случае металлов явления объясняются в общих чертах, в рамках модели независимых электронов.