

## კომერციული საიტის ტრაფიკის შეფასების სტატისტიკური მოდელები

თენგიზ მაჭარაძე, გიორგი კუჭავა  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

### რეზიუმე

განხილულია კომერციული დანიშნულების ინტერნეტ-საიტის სამომხმარებლო ტრაფიკის შეფასებისა და პროგნოზირების ორი სტატისტიკური მოდელი, რომლებიც აღწერს ტრაფიკის დინამიკას. მოდელების გამოყენება საიტის დაპროექტების ეტაპზე საშუალებას გვაძლევს სწორად შევარჩიოთ საიტის სტრუქტურა, გავაკეთოთ სამომავლო პროგნოზი, შევაფასოთ ინტერნეტ-რესურსში ინვესტიციების ჩადების მოცულობა და მიზანშეწონილობა. მოდელების გამოკვლევა და პრაქტიკული აპრობაცია ჩატარდა ახლად დაპროექტებული ინტერნეტ-მაღაზიის ტრაფიკის სტატისტიკური მონაცემებისათვის. რეგრესიული, სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზის შედეგებით დასტურდება მოდელების ადეკვატურობა და პრაქტიკული გამოყენების ეფექტიანობა.

**საკვანძო სიტყვები:** კომერციული საიტი. სამომხმარებლო ტრაფიკი. ტრაფიკის დინამიკა. მოდელის პარამეტრები. რეგრესიული ანალიზი. სტატისტიკური ანალიზი. დისპერსიული ანალიზი. მოდელის ადეკვატურობა.

### 1. შესავალი

კომერციული საიტის სამომხმარებლო ტრაფიკისა და ფუნქციონის შეფასება თანამედროვე ელექტრონული კომერციის აქტუალური ამოცანაა. ანალიზი აჩვენებს, რომ ამ ამოცანის გადაწყვეტა ორი გზით ხდება:

- 1) საიტზე განთავსებული ვებ-სტატისტიკის სტანდარტული ინსტრუმენტების მეშვეობით;
- 2) საიტის ტრაფიკისა და ფუნქციონის შეფასების ანალიზური მეთოდებისა და მოდელების გამოყენებით.

ვებ-სტატისტიკის ინსტრუმენტებით მიღებული საიტის ფუნქციონის მაჩვენებლები, წარმოადგენს მისი ექსპლუატაციის პროცესში მიღებულ შემთხვევითი სიდიდეების სტატისტიკურ შეფასებებს, რაც ეხმარება მენეჯმენტს საიტის სტრუქტურისა და მასში ნავიგაციის პროცესის ოპტიმიზაციაში. ეს მაჩვენებლები ახასიათებს მომხმარებლის მიერ საიტის მონახულების პროცესის ცალკეულ ასპექტებს, მაგრამ არ ითვალისწინებს მის დინამიკას და არ იძლევა სრულ სურათს კომერციული საიტის ტრაფიკისა და ფუნქციონის თაობაზე.

საკითხის კვლევა აჩვენებს, რომ არანაკლებ მნიშვნელოვანია კომერციული საიტის სამომხმარებლო ტრაფიკისა და მისი ფუნქციონის შეფასება საიტის დაპროექტების ეტაპზე, რაც საშუალებას იძლევა სწორად შეირჩეს საიტის აპარატურული და პროგრამული უზრუნველყოფა, გაკეთდეს სამომავლო პროგნოზი, შეფასდეს ინტერნეტ-რესურსში ინვესტიციების ჩადების მიზანშეწონილობა. ამ ამოცანის გადაწყვეტას ემსახურება ანალიზური მოდელები, რომლებიც ძირითადად დაფუძნებულია მასობრივი მომსახურების თეორიისა და მარკოვის პროცესების აპარატზე. მართალია ისინი

ითვალისწინებს საიტის ტრაფიკისა და ფუნქციონის პროცესის შემთხვევით ხასიათს, მაგრამ მოითხოვს დიდი რაოდენობის ალბათური მახასიათებლების სარწმუნო შეფასებებს და მნიშვნელოვან გამოთვლით პროცედურებს, რაც ართულებს მათ გამოყენებას და აქტუალურს ხდის პრაქტიკული მიზნებისათვის მოსახერხებელი და ეფექტიანი მოდელების შემუშავებას.

## 2. ძირითადი ნაწილი

საკვლევ ობიექტია კომერციული დანიშნულების საიტი, რომელზეც გარკვეული გარე და შიგა ფაქტორები მოქმედებს. ვთვლით, რომ ინტერნეტის აუდიტორია ერთგვაროვანია, ე.ი. მსგავსი ინტერესების მქონე მომხმარებელთა წილი მუდმივია და თანაბრად განაწილებული ინტერნეტ-რესურსებზე წვდომის დროის მიხედვით.

განვიხილოთ იმ მომხმარებელთა  $F$  სიმრავლე, რომელთათვისაც კომერციული საიტი მიმზიდველი აღმოჩნდა და მზად არის კვლავ ეწვიოს მას. საიტის მიმდევართა რიცხვის ცვლილება დროის ინტერვალში შეიძლება ასე გამოვსახოთ:

$$F(t+\Delta t)=F(t)+A(t), \quad (1)$$

სადაც  $F(t)$  – საიტის მიმდევართა რაოდენობაა დროის  $t$  მომენტისათვის;  $F(t+\Delta t)$  – საიტის მიმდევართა რაოდენობა დროის  $t+\Delta t$  მომენტში;  $A(t)$  – ახალი კლიენტების რაოდენობა, რომელიც გამოჩნდა დროის  $\Delta t$  შუალედში.

რადგან ვაგებთ ახალი საიტის მონახულების მოდელს, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ მომხმარებელი აფასებს მის სარგებლიანობას არსებობის შესახებ ინფორმაციის მიღების-თანავე ანუ მონახულებამდე. ამ გარემოების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$A(t)=\mu \cdot D(t), \quad (2)$$

სადაც  $\mu=\text{const}$ ,  $\mu \in [0;1]$  –კოეფიციენტი, რომელიც გვიჩვენებს, თუ მომხმარებელთა რაოდენობა გახდება საიტის კლიენტი მას შემდეგ, რაც მისი არსებობის თაობაზე შეიტყობს;  $D(t)$  – იმ მომხმარებელთა რაოდენობა, რომელთაც საიტის არსებობის შესახებ შეიტყვეს. ინტერნეტ-აუდიტორიის ერთგვაროვნებიდან გამომდინარე აგრეთვე მივიღებთ:

$$N(t)=\varphi \cdot F(t), \quad (3)$$

სადაც  $N(t)$  – საიტზე შემოსულ მომხმარებელთა რაოდენობაა დროის  $t$  მომენტში;  $\varphi \in [0;1]$  – კოეფიციენტი, რომელიც გვიჩვენებს საიტის მიმდევართა მიერ მისი მონახულების სიხშირეს.

მოყვანილ გამოსახულებებში,  $\mu$  და  $\varphi$  კოეფიციენტებს, დროის სხვადასხვა ინტერვალში, სხვადასხვა მნიშვნელობები შეიძლება ჰქონდეს. ეს კოეფიციენტები მუდმივი სიდიდეებია მხოლოდ ერთგვაროვანი ინტერნეტ-აუდიტორიისა და საიტზე მოქმედი გარე და შიგა ფაქტორების უცვლელობის პირობებში. ფაქტორების ახალი კომბინაცია იწვევს მხოლოდ მათ რაოდენობრივ ცვლილებას. ამასთან,  $\varphi$  კოეფიციენტი შეიძლება გახდეს 0–ის ტოლი მხოლოდ მაშინ, როცა  $\mu$  კოეფიციენტი 0–ის ტოლია.

საიტის მნახველთა რაოდენობა დროის  $t+\Delta t$  მომენტში განისაზღვრება ფორმულით:

$$N(t + \Delta t) = \varphi \cdot F(t + \Delta t). \quad (4)$$

(3) და (4) ფორმულებიდან  $F(t)$  და  $F(t+\Delta t)$  სიდიდეების განსაზღვრის შემდეგ მივიღებთ:

$$F(t) = \frac{1}{\varphi} \cdot N(t), \quad (5)$$

$$F(t+\Delta t) = \frac{1}{\varphi} \cdot N(t + \Delta t) . \quad (6)$$

(2), (5) და (6) გამოსახულებების (1) ფორმულაში ჩასმისა და მარტივი გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ განტოლებას, რომელიც აღწერს საიტის ტრაფიკის დროით დინამიკას:

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \mu \cdot \varphi \cdot D(t). \quad (7)$$

მოდელის შემდგომი დაზუსტებისათვის, განვიხილოთ საიტის თაობაზე ინფორმაციის გავრცელების ინტენსივობა, როგორც საიტის ახალ მიმდევართა (viziators) ფარდობა დროის  $\Delta t$  პერიოდში მნახველთა საერთო რაოდენობასთან (viziits):

$$a(t) = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{\mu \cdot D(t)}{F(t)} , \quad (8)$$

რომელიც დროში მცირდება. ეს იმითაა განპირობებული, რომ დროის მომდევნო პერიოდებში ინტერნეტის სულ უფრო მეტი მომხმარებლისათვის ინფორმაცია საიტის თაობაზე სიახლეს აღარ წარმოადგენს. შევარჩიოთ მისი გამოსახვის მარტივი ვარიანტი:

$$a(t) = \frac{b}{t} , \quad b = \text{const}, \quad (9)$$

სადაც  $b$  – მუდმივაა, რომელიც გვიჩვენებს თუ რამდენი ახალი მომხმარებელი იღებს ინფორმაციას საიტის თაობაზე დროის ნებისმიერ მომენტში.

თუ (8) ფორმულაში (5) ფორმულით განსაზღვრულ  $F(t)$  მნიშვნელობას შევიტანთ და (9) აღნიშვნას გავითვალისწინებთ, მივიღებთ საიტის მომხმარებელთა რაოდენობის განსაზღვრის ფორმულას:

$$D(t) = \frac{1}{\mu \cdot \varphi} \cdot \frac{b}{t} \cdot N(t) \cdot \Delta t \quad (10)$$

(10) ფორმულა ჩავსვათ (7)-ში და გავამარტივოთ მიღებული გამოსახულება:

$$N(t + \Delta t) = N(t) + b/t \cdot N(t) \cdot \Delta t. \quad (11)$$

უკანასკნელი გამოსახულება გარდაქმნათ შემდეგი სახით:

$$\frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = \frac{b}{t} \cdot N(t). \quad (12)$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ  $\Delta t$  მისწრაფის ნულისაკენ, (12) ფორმულა ცვლად-კოეფიციენტიანი დიფერენციალური განტოლების სახეს მიიღებს [1]:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \left(\frac{b}{t}\right) \cdot N(t). \quad (13)$$

ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილში  $N(t)$  სიდიდის წინ მდგომი გამოსახულება წარმოადგენს საიტის ტრაფიკის ზრდის ფუნქციას.:

$$r(t) = \left(\frac{b}{t}\right) . \quad (14)$$

(13) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა ჩატარდა *Maple* პაკეტის *desolve* პროცედურის გამოყენებით, რამაც შემდეგი ფუნქციური დამოკიდებულება მოგვცა:

$$N(t) = N_0 \cdot t^b , \quad (15)$$

სადაც  $N_0$  – საიტის მნახველთა რაოდენობაა დროის საწყის  $t = t_0$  მომენტში.

მივიღეთ რეგრესიული ანალიზის ამოცანა, როდესაც საკვლევი დამოკიდებულება მოცემულია (15) არაწრფივი ფუნქციის სახით. მისი გადაწყვეტა მდგომარეობს რეგრესიის  $N_0$  და  $b$  პარამეტრების შეფასებაში.

მოდელის ადეკვატურობის შესაფასებლად გაანალიზებულ იქნა დროის გარკვეული პერიოდის მანძილზე ვებ-სტატისტიკის ინსტრუმენტებით მიღებული ახლადშექმნილი ინტერნეტ-მალაზიის საიტის ტრაფიკის მონაცემები. ტრაფიკის რაოდენობრივი მაჩვენებლები წარმოდგენილია ვექტორული სახით (ცხრილი 1).  $V_n$  ვექტორი შეიცავს სტატისტიკურ მონაცემებს საიტის უნიკალურ დამთვალიერებელთა (Vizitors) შესახებ, ხოლო  $V_t$  ვექტორი – დროის შესაბამის პერიოდებს დღეებში.

მოდელის სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზი ცხრ.1

$V_t$	$V_n$	$\ln(V_t)$	$\ln(V_n)$	$\ln(N(t))$	$N(t)$	$(V_t - V_{საშ})^2$	$(V_t - N(t))^2$
1	6	0	1.792	2.209	9.104	232516.840	9.633
2	32	0.693	3.466	3.258	25.996	36.049	36.049
3	65	1.099	4.174	3.872	48.025	288.155	288.155
4	78	1.386	4.357	4.307	74.232	14.195	14.195
5	95	1.609	4.554	4.645	104.062	82.121	82.121
6	120	1.792	4.787	4.921	137.137	293.671	293.671
7	188	1.946	5.236	5.154	173.179	219.657	219.657
8	239	2.079	5.476	5.356	211.974	730.428	730.428
9	278	2.197	5.628	5.535	253.346	607.807	607.807
10	315	2.303	5.753	5.694	297.153	318.506	318.506
11	380	2.398	5.940	5.839	343.273	1348.899	1348.899
12	421	2.485	6.043	5.970	391.599	864.391	864.391
13	454	2.565	6.118	6.091	442.042	142.990	142.990
14	482	2.639	6.178	6.204	494.520	156.745	156.745
15	505	2.708	6.225	6.308	548.960	1932.500	1932.500
16	601	2.773	6.399	6.406	605.299	18.478	18.478
17	624	2.833	6.436	6.497	663.476	1558.385	1558.385
18	723	2.890	6.583	6.584	723.440	0.194	0.194
19	769	2.944	6.645	6.666	785.140	260.511	260.511
20	810	2.996	6.697	6.744	848.532	1484.752	1484.752
21	872	3.045	6.771	6.817	913.575	1728.451	1728.451
22	932	3.091	6.837	6.888	980.228	2325.955	2325.955
23	991	3.135	6.899	6.955	1048.457	3301.299	3301.299
24	1068	3.178	6.974	7.019	1118.227	2522.780	2522.780
25	1157	3.219	7.054	7.081	1189.508	1056.746	1056.746
	$V_n$ საშ	$\sigma$	$c_0$	$c_1$	$R^2$	TSS	RSS
	488.20	1.2533	2.20868	1.51376	0.916066	253810.50	21303.3
			$N_0$	$b$	F-კრიტ.	$\Sigma$	
			9.10370	1.51376	251.0253	372.15	

ვითვალისწინებთ რა (15) დამოკიდებულებების არაწრფივ ხასიათს, რათა უზრუნველვყოთ მოხერხებული აპროქსიმაცია და მოდელის ადეკვატურობის შეფასებისათვის საჭირო სტატისტიკური მახასიათებლების მიღება და ანალიზი, გამოვიყენოთ ფუნქციის გაწრფივების პროცედურა. გავალოგარიტმით (15) გამოსახულების ორივე მხარე [2]:

$$\ln(N(t)) = \ln(N_0) + b \cdot \ln(t) = \ln(N_0) + b \cdot \ln(t), \quad (16)$$

და შემოვიტანოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$y = \ln(N(t)); \quad x = \ln(t); \quad c_0 = \ln(N_0); \quad c_1 = b, ,$$

რომელთა (16) ფორმულაში შეტანის შემდეგ მივიღებთ რეგრესიის წრფივ განტოლებას:

$$y = c_0 + c_1 \cdot x. \quad (17)$$

ანალიზი ჩატარდა Analysis Toolpak პაკეტის ინსტრუმენტების გამოყენებით, რის შედეგადაც განისაზღვრა მოდელის  $c_0$  და  $c_1$  პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობები:

$$c_0 = 2.20868; \quad c_1 = 1.51376.$$

წრფივი მოდელის ადეკვატურობის შესაფასებლად, Regression პროცედურის მეშვეობით, მიღებულ იქნა სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზის მაჩვენებლები. დეტერმინაციის კოეფიციენტის მაღალმა მნიშვნელობამ ( $R^2 = 0.98$ ) და ფიშერისა ( $F$ ) და სტიუდენტის ( $t$ ) კრიტერიუმების ფაქტობრივი მნიშვნელობების შედარებამ კრიტიკულ მნიშვნელობებთან ცხადყო მოდელისა და მისი კოეფიციენტების სტატისტიკური სარწმუნოება.

წრფივი მოდელის  $c_0$  და  $c_1$  კოეფიციენტებზე დაყრდნობითა და  $c_0 = \ln(N_0)$  აღნიშვნის გათვალისწინებით, (15) მოდელისათვის განისაზღვრა  $N_0$  და  $b$  პარამეტრების შეფასებები:

$$b = c_1 = 1.51376; \quad N_0 = \exp(c_0) = 9.10370.$$

ამ მნიშვნელობების (15) ფორმულაში შეტანის შემდეგ მიიღება საიტის ტრაფიკის პროგნოზირების ფუნქციის კონკრეტული სახე:

$$N(t) = 9.1037 \cdot t^{0.151376}. \quad (18)$$

სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზის მეთოდების გამოყენებით შეფასდა მიღებული არაწრფივი მოდელის ადეკვატურობა. გაანგარიშებათა შედეგები მოყვანილია 1-ელ ცხრილში. დეტერმინაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა განისაზღვრა ფორმულით [2]:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{RSS}{TSS}, \quad (19)$$

სადაც  $y_i$  – მოცემული სტატისტიკური მონაცემებია;  $Y_i$  – თეორიული ფუნქციის მნიშვნელობებია;  $TSS$  – მონაცემთა ჯამური გაბნევა;  $RSS$  – გადახრათა კვადრატების ნარჩენი ჯამი;  $n$  – დაკვირვებათა რაოდენობაა. ცხრილიდან ჩანს, რომ დეტერმინაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობამ შეადგინა  $R^2 = 0.92$ , რაც მაღალ მაჩვენებლად უნდა ჩაითვალოს.

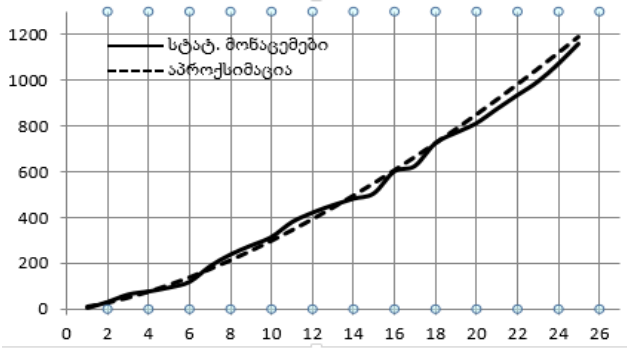
(18) მოდელის ადეკვატურობა აგრეთვე შეფასდა ფიშერის კრიტერიუმით. მისი ფაქტიური მნიშვნელობა განისაზღვრა ფორმულით, რომელიც ამყარებს კავშირს დეტერმინაციის კოეფიციენტსა და  $F$ -კრიტერიუმს შორის:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} (n - 2). \quad (20)$$

$F$ -კრიტერიუმის ფაქტობრივმა მნიშვნელობამ შეადგინა  $F_{ფაქტ.} = 251.02$ , რაც აღემატება მნიშვნელოვნების  $\alpha = 0.05$  დონისათვის ფიშერის განაწილების კრიტიკული წერტილების ცხრილიდან აღებულ მნიშვნელობას  $F_{კრიტ.} = 2.38$ . ეს ნიშნავს, რომ  $H_0$  ჰიპოთეზა მოდელის არაადეკვატურობის თაობაზე უკუიგდება და მიიღება ალტერნატიული  $H_1$  ჰიპოთეზა.

1-ელ ნახაზზე მოყვანილია (18) მოდელის ფუნქციით ტრაფიკის მონაცემების აპროქსიმაციის გრაფიკი, რომელიც ცხადყოფს მიღებული მოდელის ეფექტიანობას.

ზემოთ განხილული მოდელი არ ითვალისწინებს საიტის ტრაფიკის შეზღუდულობას, რაც განპირობებულია მიზნობრივი აუდიტორიისა და ინტერნეტის ქსელის მომხმარებელთა სასრული რაოდენობით. ეს თავის მხრივ გავლენას ახდენს მოდელირების შედეგებზე. რთული არ არის ვივარაუდოთ, რომ ტრაფიკის ექსპონენციალური ზრდა, რასაც ადგილი აქვს ახლად შექმნილი საიტისათვის, არ შეიძლება ხანგრძლივად შენარჩუნდეს და მოსალოდნელია მისი გარკვეული სტაბილიზაცია. იმისათვის, რომ შევძლოთ მოდელის გამოყენება ახალი ინტერნეტ-მაღაზიის საიტის ტრაფიკის პროგნოზირებისათვის დროის უფრო დიდი პერიოდის მანძილზე, შევეცადოთ მის დაზუსტებას იმ ანალოგიაზე დაყრდნობით, რაც არსებობს საიტის ტრაფიკის მოცულობის ცვლილებასა და ბიოლოგიური პოპულაციის რიცხოვნების დინამიკის კანონზომიერებათა შორის.



ნახ. 1. მოდელის ფუნქციით საიტის ტრაფიკის აპროქსიმაციის გრაფიკი

განვიხილოთ პ. ფერხიულსტის ლოგისტიკური განტოლება, რომელიც აღწერს პოპულაციის რიცხოვნების დინამიკას შეზღუდული საარსებო რესურსების პირობებში [3]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = x(t) \cdot \left( r - \frac{r}{K} \cdot x(t) \right), \quad (21)$$

სადაც  $r$  – პოპულაციის ზრდის ხვედრითი სისწრაფვა;  $K$  – პოპულაციის მაქსიმალურად შესაძლო რაოდენობა;  $t$  – დრო;  $x(t)$  – პოპულაციის რაოდენობა. აღნიშნული განტოლების ზუსტ ამონახსნს, წარმოადგენს ფერხიულსტის ფუნქცია, რომლის გრაფიკს  $S$ -ის მსგავსი ფორმა აქვს და ლოგისტიკური მრუდის სახელითაა ცნობილი.

გამოვიყენოთ ფერხიულსტის განტოლება ჩვენი შემთხვევისათვის, რის საფუძველსაც გვადლევს როგორც ამოცანათა შინაარსობრივი მსგავსება, ასევე ის გარემოება, რომ (21) გამოსახულება, (13) დიფერენციალური განტოლების კერძო შემთხვევაა. ჩავთვალოთ, რომ  $x(t) = N(t)$  – საიტის დამთვალიერებელთა რაოდენობა დროის  $t$  მომენტში;  $K$  – საიტის მიზნობრივი აუდიტორიაა დღე-ღამის განმავლობაში, რომელიც განპირობებულია როგორც ინტერნეტის მომხმარებელთა სასრულობით, ასევე საიტის ტექნიკური შესაძლებლობებით;  $r$  – საიტის მომხმარებელთა რიცხვის ზრდის ფუნქციაა.

აღნიშნულის გათვალისწინებით, (21) განტოლების გამარტივებისა და მასში ზრდის ფუნქციის (14) მნიშვნელობის შეტანის შემდეგ, მივიღებთ ტრაფიკის დინამიკის მოდელს, რომელიც შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით აღიწერება:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \left( \frac{b}{t} \right) \cdot \left( 1 - \frac{N(t)}{K} \right) \cdot N(t). \quad (22)$$

მიღებული განტოლების ამოხსნამ Maple სისტემაში მოგვცა საიტის ტრაფიკის დროზე დამოკიდებულების შემდეგი ფორმულა:

$$N(t) = \frac{K}{1 + t^{-b} \cdot N_0 \cdot K}, \quad (23)$$

სადაც  $N_0$  – საიტის მიმდევართა რაოდენობა დროის საწყის  $t=t_0$  მომენტში;  $K$  – საიტის მიზ-

ნობრივი აუდიტორიაა დღე-ღამის განმავლობაში;

ამ შემთხვევაში, ამოცანა მდგომარეობს (23) არაწრფივი მოდელის  $b$  და  $N_0$  პარამეტრების შეფასებაში. ამ მიზნით გამოყენებულ იქნა ცხრილურ პროცესორ Excel-ის ოპტიმალური ამონახსნის ძიების Solver პროცედურა. ძიების კრიტერიუმი განსაზღვრულ იქნა უმცირეს კვადრატთა მეთოდის საფუძველზე [4].

მოდელიზირებული მოდელის ანალიზი ჩატარდა 2-დღიანი ინტერვალით აღებულ ინტერნეტ-მაღაზიის ტრაფიკის სტატისტიკური მონაცემებისა და  $K=1650$  მნიშვნელობებისათვის. მთლიანობაში ანალიზმა მოიცვა დროის 50 დღიანი პერიოდი. გაანგარიშებათა შედეგები მოყვანილია მე-2 ცხრილში.

მოდელიზირებული მოდელის სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზი ცხრ.2

$V_t$	$V_n$	$N(t)$	$(V_i - V_{\text{საშ}})^2$	$(V_i - N(t))^2$
2	32	1.068	990582.278	956.778
4	78	10.315	901132.518	4581.228
6	120	38.328	823156.998	6670.284
8	239	95.002	621385.358	20735.540
10	315	185.948	507342.798	16654.426
12	421	309.575	367575.438	12415.424
14	482	456.857	297330.278	632.150
16	601	614.422	181714.638	180.138
18	723	769.092	92586.318	2124.444
20	810	911.229	47210.598	10247.256
22	932	1035.717	9078.278	10757.146
24	1068	1141.194	1658.118	5357.292
26	1191	1228.672	26804.238	1419.161
28	1262	1300.315	55093.478	1468.002
30	1344	1358.621	100311.558	213.783
32	1403	1405.986	141165.518	8.915
34	1489	1444.504	213185.358	1979.855
36	1528	1475.926	250720.518	2711.731
38	1554	1501.668	277433.958	2738.595
40	1597	1522.866	324580.878	5495.854
42	1628	1540.417	360864.518	7670.827
44	1681	1555.030	427349.838	15868.318
46	1700	1567.268	452552.198	17617.797
48	1729	1577.573	492410.958	22930.128
50	1755	1636.298	529576.398	28460.263
$N_0$	$b$	$k$	TSS	RSS
9.0858	3.2797	1650	8492803.040	199895.334
	$V_{\text{საშ}}$	$R^2$	F-კრიტ.	$\sigma$
	1027.28	0.9765	954.184	91.2632

ოპტიმალური ამონახსნის ძიების პროცედურამ (23) მოდელის პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობები მოგვცა:

$$b=3.279 \text{ და } N_0=9.0858.$$

ტრაფიკის სტატისტიკურ მონაცემებთან მოდელის ადეკვატურობის შესაფასებლად განისაზღვრა სტატისტიკური და დისპერსიული ანალიზის ძირითადი მაჩასიათებლები:

– (19) ფორმულით გამოთვლილმა დეტერმინაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობამ შეადგინა  $R^2=0.9765$ , რაც აღმატება წინა მოდელის ანალოგურ მაჩვენებელს;

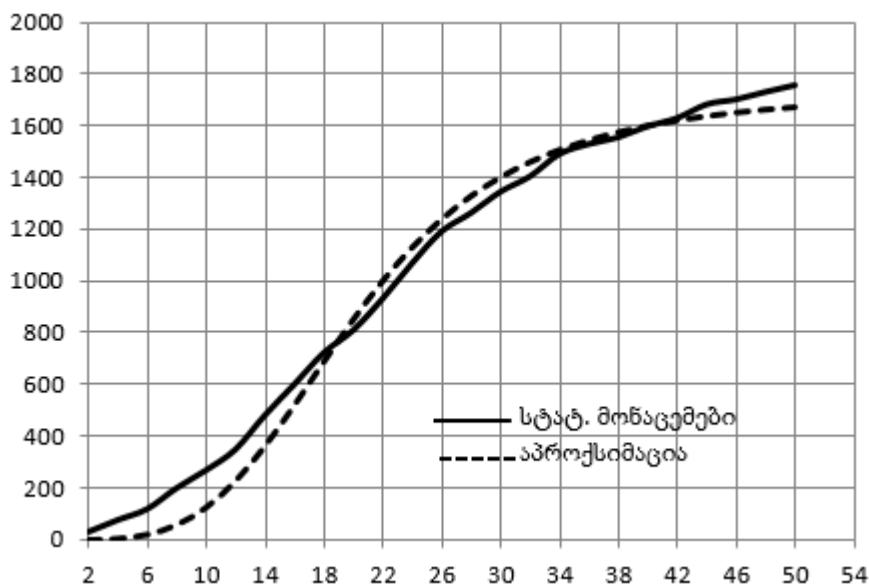
– სტანდარტულმა შეცდომამ შეადგინა  $\varepsilon=0.1825$  იმ პირობებში, როცა მისი დამაკმაყოფილებელი მნიშვნელობაა  $\varepsilon \leq 0.5$ ;

– (20) ფორმულის მიხედვით გამოთვლილი F-კრიტერიუმის ფაქტობრივი მნიშვნელობა შეადგენს  $F_{ფაქტ.}=954.184$ , რაც საგრძნობლად აღემატება სანდოობის  $\alpha=0.05$  დონისათვის ფი–შერის განაწილების კრიტიკული წერტილების ცხრილიდან აღებულ მნიშვნელობას. ეს გარემოება აგრეთვე ადასტურებს მოდელისა და მისი პარამეტრების ადეკვატურობას.

საბოლოოდ,  $b$  და  $N_0$  პარამეტრების შეტანის შემდეგ საიტის ტრაფიკის პროგნოზირების მოდიფიცირებული მოდელი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$N(t) = \frac{1650}{1 + t^{-3.279} \cdot 9.0858 \cdot 1650} \quad (24)$$

მიღებული მოდელის მრუდით საიტის ტრაფიკის აპროქსიმაციის გრაფიკი მოყვანილია მე-2 ნახაზზე და ვიზუალურად ცხადყოფს მის ეფექტიანობას. გრაფიკიდან აგრეთვე ჩანს, რომ ახლად შექმნილი ინტერნეტ-მაღაზიის საიტის ტრაფიკი, ფუნქციობის საწყის ეტაპზე, ჯერ ექსპონენციალურად იზრდება, შემდეგ კი აგრძელებს მონოტონურად მცირედ ზრდას მიზნობრივი აუდიტორიის ზრდასთან ერთად.



ნახ. 2. მოდელის მრუდით ტრაფიკის აპროქსიმაციის გრაფიკი

### 3. დასკვნა

შემუშავებულია კომერციული საიტის სამომხმარებლო ტრაფიკის დინამიკის აღმწერი ორი მოდელი. პირველი მოდელი აღწერს ტრაფიკის დინამიკას ფუნქციობის საწყის ეტაპზე ხოლო მეორე – ფუნქციობის დამყარებულ რეჟიმში. მოდელები აპრობირებულ იქნა ახლად დაპროექტებული ინტერნეტ-მაღაზიის ტრაფიკის სტატისტიკური მონაცემებისათვის. რეგრესიული ანალიზის მეთოდებით ჩატარებულმა ანალიზმა დაადასტურა მოდელების ადეკვატურობა და მათი პარამეტრების სტატისტიკური სარწმუნოება. მოდელების



გამოყენება საიტის დაპროექტების ეტაპზე საშუალებას მოგვცემს სწორად შევარჩიოთ საიტის სტრუქტურა, გავაკეთოთ სამომავლო პროგნოზი, შევაფასოთ კომერციული დანიშნულების ინტერნეტ-რესურსში ინვესტიციების ჩადების მოცულობა და მიზანშეწონილობა.

### **ლიტერატურა-References-Литература:**

1. Kelley W., Peterson A. (2010). Theory of Differential Equations Classical and Qualitative. New York, Springer
2. Frank E. Harrell Jr. (2015). Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic and Ordinal Regression. New York, Springer, 2nd ed.
3. Ciarletta P., Hillen T., Othmer H., Preziosi L., Trucu D. (2016). Mathematical Models and Methods for Living Systems. Basel, Springer
4. მაჭარაძე თ. (2011). გადაწყვეტილებათა მიღების კომპიუტერული მოდელირება. თბ., „ტექნიკური უნივერსიტეტი“.

## **STATISTICAL MODELS FOR ASSESSING COMMERCIAL WEBSITE TRAFFIC**

Macharadze Tengiz, Kuchava Giorgi  
Georgian Technical University

### **Summary**

The paper considers two statistical models for estimating and predicting the user traffic of a commercial website. The model describes the dynamics of traffic and allows at the design stage to choose the right structure of the site, to make a forecast for the future, to assess the feasibility and volume of investment in the Internet resource. Research and practical approbation of models is carried out for statistical data of user traffic of new online store. Obtained in the research process, the results of the regression, statistical analysis and analysis of variance confirms the adequacy, statistical validity and efficiency of practical application of models.

## **СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ТРАФИКА КОММЕРЧЕСКОГО САЙТА**

Мачарадзе Т.Д., Кучава Г.Т.  
Грузинский Технический Университет

### **Резюме**

Рассмотрены две статистические модели для оценки и прогнозирования пользовательского трафика коммерческого интернет-сайта. Модели описывает динамику трафика и позволяют уже на стадии проектирования правильно выбрать структуру сайта, сделать прогноз на будущее, оценить целесообразность и объем вложения инвестиций в интернет-ресурс. Исследование и практическая апробация моделей проведена для статистических данных пользовательского трафика нового интернет-магазина. Полученные в процессе исследования результаты регрессионного, статистического и дисперсионного анализа подтверждают адекватность, статистическую достоверность и эффективность практического применения моделей.