არამდგრადი ობიექტების მოძრაობის მართვის ამოცანა

პაატა ჯოხაძე, თორნიკე მამიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განხილულია არამდგრადი ობიექტების: ორბორბლიანი და მოსიარულე რობოტიზებული სისტემების მოძრაობის მართვის ამოცანა. წარმოდგენილია ამ ამოცანის კერძო შემთხვევა, ამობრუნებული ქანქარის ვერტიკალურ მდგომარეობაში შენარჩუნების ალგორითმები, რომელიც, ფაქტობრივად, არის ასეთი ტიპის რობოტების მართვის ალგორითმების ტესტირების ერთ-ერთი კლასიკური მაგალითი. შემოთავაზებულია მოდელირების შედეგები პიდ რეგულატორების და არამკაფიო კონტროლერების გამოყენებით.

საკვანძო სიტყვები: არამდგრადი ობიექტი. მართვა. ამობრუნებული ქანქარა. პიდ რეგულატორი. არამკაფიო კონტროლერი.

1. შესავალი

არამდგრადი ობიექტების მოძრაობის მართვის ამოცანების გადაწყვეტის საკითხები ხშირად იწევს წინა პლანზე ისეთი სისტემების დინამიკის მართვისას, რომელთა სიმძიმის ცენტრი წევის ძალაზე ზევითაა მოთავსებული [1]. მაგალითად, შეიძლება მოყვანილი იქნეს რეაქტიული ჭურვების დამიზნების ან რაკეტების მოძრაობის ტრაექტორიის მართვა, ორივე შემთხვევაში წევის ძალა სიმძიმის ცენტრზე დაბლაა. მსგავსი ამოცანის გადაწყვეტის საკითხი მეტად აქტუალური გახდა თანამედროვე რობოტიკაშიც, მას შემდეგ რაც ინტენსიურად დაიწყო განვითარება ორბორბლიანმა და მოსიარულე რობოტიზებულმა სისტემებმა. ამობრუნებული ქანქარას, როგორც არამდგრადი ობიექტის, ვერტიკალურ მდგომარეობაში წონასწორობის შენარჩუნების ამოცანა არის არამდგრადი სისტემების დინამიკის მართვის ალგორითმების ტესტირების ერთ-ერთ კლასიკური მაგალითი.

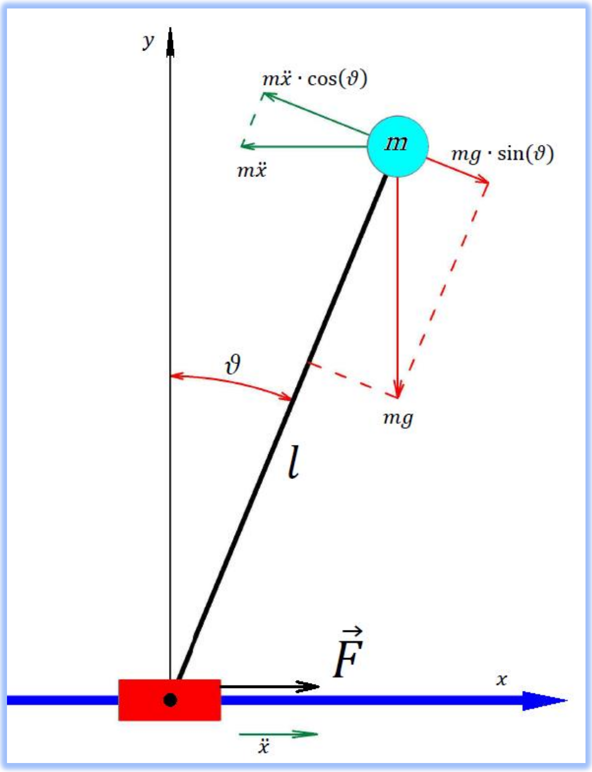
2. ამობრუნებული ქანქარას წონასწორობის შენარჩუნების ამოცანა

ამობრუნებული ქანქარა წარმოდგენილია, როგორც l სიგრძის უწონადო ღეროსა და მასზე დამაგრებული m მასის ტვირთის ერთობლიობა, რომელიც თავის მხრივ სახსარითაა დამაგრებული ჰორიზონტალურად მოძრავ პლატფორმაზე (ნახ.1).

ჩვეულებრივი ქანქარასაგან განსხვავებით, ამობრუნებულ ქანქარას შეიძლება გააჩნდეს წონასწორობის ორი მდგომარეობა:

- არამდგრადი - როცა ქანქარას ღეროს ვერტიკალიდან გადახრის კუთხე ნულის ტოლია და ტვირთი არის უკიდურესად ზედა წერილში;
- მდგრადი - როცა ტვირთი იმყოფება უკიდურესად ქვედა წერტილში.

უძრავი პლატფორმის შემთხვევაში, ღეროს ოდნავ გადახრისას ვერტიკალიდან, ტვირთზე მოქმედი გრავიტაციული ძალის ტანგენციალური მდგენელი $\left|\overrightarrow{F_{gt}}\right| = mg \cdot \sin(\vartheta)$ ქმნის მაბრუნებელ მომენტს და ზრდის ღეროს ვერტიკალისაგან გადახრის ϑ კუთხეს - გამოყავს ქანქარა წონასწორობის მდგომარეობიდან. ერთად ერთი საშუალება, რათა წარმოიქმნას ძალა, რომელიც საპირისპიროდ იქნება მიმართული და შეეცდება ღეროს ვერტიკალიდან გადახრის კუთხე შეამციროს არის პლატფორმის ღეროს გადახრის მიმართულების



ნახ.1. ამობრუნებული ქანქარა

გასწვრივ ამოძრავებით წარმოქმნილი ინერციის $|\vec{F_i}| = m\ddot{x}$ ძალის ტანგენციალური მდგენელი $|\vec{F_{it}}| = m\ddot{x}\cdot\cos(\vartheta)$.

კუთხის დადებით მიმართულებად თუ ჩავთვლით ვერტიკალიდან საათის ისრის მიმართულებას, მაშინ ღეროს გადახრის კუთხის დადებითი მნიშვნელო-ბებისათვის პლატფორმა უნდა გადაადგილ-დეს x ღერძის მიმართულებით, ხოლო ღეროს გადახრის კუთხის უარყოფითი მნიშვნელობებისათვის პლატფორმა უნდა გადაადგილდეს x ღერძის მიმართულების საწინააღმდეგო მიმართულებით. ამრიგად, ამობრუნებული ქანქარას ვერტიკალურ მდგომარეობაში მისაყვანად პლატფორმამ უნდა შეასრულოს რხევითი მოძრაობები x ღერძის გასწვრივ, რომლის სიხშირეც უნდა იყოს ქანქარას საკუთარი რხევების სიხშირის თანაზომადი, ანუ:

$$f = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{g}{l}} \text{ ანუ } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ , ხოლო პერიოდი კი } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l სიგრძის რკალზე მოძრავ მატერიალურ წერტილზე მოქმედი ტოლქმედი ძალის ტანგენციალური მდგენელისათვის, ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად, მიიღება:

$$|\vec{F_t}| = |\vec{F_{gt}}| - |\vec{F_{it}}| = mg\cdot\sin(\vartheta) - m\ddot{x}\cdot\cos(\vartheta)$$

იმისათვის, რომ ღეროს ვერტიკალისგან გადახრის კუთხის ცვლილების ტენდენცია შემცირებისკენ შენარჩუნდეს, $\vec{F_t}$ ძალას ყოველთვის გადახრის კუთხის ნიშნის საპირისპირო ნიშანი უნდა გააჩნდეს, რაც ნიშნავს, რომ უნდა სრულდებოდეს შემდეგი უტოლობა:

$$|m\ddot{x}\cdot\cos(\vartheta)| > |mg\cdot\sin(\vartheta)|$$

თუ განვიხილავთ მცირე კუთხეებს, მაშინ შეიძლება ჩავთვალოთ რომ: $\sin(\vartheta) \approx \vartheta$ და $\cos(\vartheta) \approx 1$, ამავე დროს, საკმაოდ მცირე k პარამეტრის შემოღებით და უტოლობიდან ტოლობაზე გადასვლით, მივიღებთ პლატფორმის მოძრაობის აჩქარების მიმართულებისა და სიდიდის შეფასების შემდეგ განტოლებას:

$$\ddot{x} = -(g+k)\cdot\vartheta.$$

k პარამეტრის შერჩეულ მნიშვნელობაზე დამოკიდებულია ღეროს ვერტიკალიდან გადახრისას მართვის სისტემის რეაგირების სწრაფქმედება. უკანასკნელი განტოლების მარჯვენა მხარეს მოცემული g და k სიდიდეები ცნობილი მუდმივებია, ხოლო კუთხე ϑ

გაზომვადია, ამრიგად პლატფორმის აჩქარების მიმართულება და სიდიდე ცნობილია და შეიძლება დადგინდეს პლატფორმის გადაადგილების სიდიდეც.

პლატფორმის რხევითი მოძრაობის პერიოდი აუცილებლად უნდა იყოს ამოზრუნებული ქანქარას საკუთარი რხევების პერიოდის თანაზომადი ანუ პლატფორმა რხევითი მოძრაობის შესრულებისას ერთი მიმართულებით უნდა მოძრაობდეს $t = T/2$ დროის განმავლობაში. თუ გავითვალისწინებთ, რომ მოძრაობის მიმართულების ცვლილებისას საწყისი სიჩქარე ნულის ტოლია, მაშინ ერთი მიმართულებით პლატფორმამ უნდა შეასრულოს გადაადგილება, რომელიც გამოითვლება ფორმულით:

$$x = \frac{\ddot{x}}{2} \cdot t^2 = -\frac{(g+k)\cdot\vartheta}{2}\cdot\frac{\pi^2\cdot l}{g} = -\frac{\pi^2\cdot(g+k)\cdot l}{2g}\cdot\vartheta$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას:

$$K = -\frac{\pi^2\cdot(d+k)\cdot l}{2g}$$

მაშინ მივიღებთ პლატფორმის გადაადგილების სიდიდის განსაზღვრის შემდეგ ფორმულას

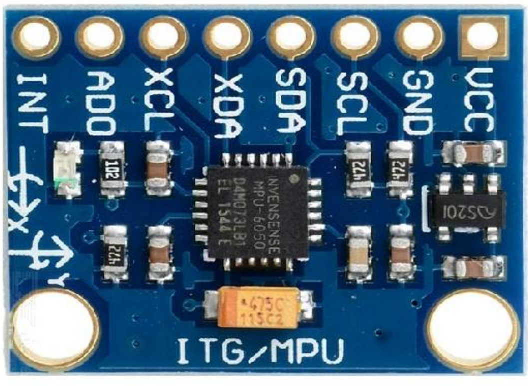
$$x = K\cdot\vartheta.$$

გადაადგილება სრულდება $t = T/2$ დროის თანაზომად განმავლობაში.

3. გაზომვები

ამოზრუნებული ქანქარას წონასწორობის შენარჩუნების ამოცანის გადაწყვეტა დაიყვანება ღეროს ვერტიკალიდან დახრის კუთხის გაზომვამდე. ტექნოლოგიების განვითარების თანამედროვე ეტაპზე ეს პრობლემა საკმაოდ მარტივად შეიძლება იქნეს გადაწყვეტილი, MPU 6050 ე.წ. MEMS (microelectromechanical system) ტიპის აქსელერომეტ-რისა და გიროსკოპის შემცველი მიკროსქემის ბაზაზე დამზადებული, მოდულის გამოყენებით (ნახ.2) [2]. მიკროსქემა მოიცავს სამ-ღერძიან გიროსკოპის და აქსელერომეტრის 16 ბიტიან ანალოგურ-ციფრულ გარდამსახს; ტემპერატურის გადამწოდს; 8 მგჰც ტაქტური სიხშირის მქონე შიგა გენერატორს; წყვეტების კონტროლერს; გააჩნია ციფრული ინფორმაციის მიმოცვლის მიმდევრობითი I2C ინტერფეისი, მიმოცვლის სიხშირით 400 კჰც.

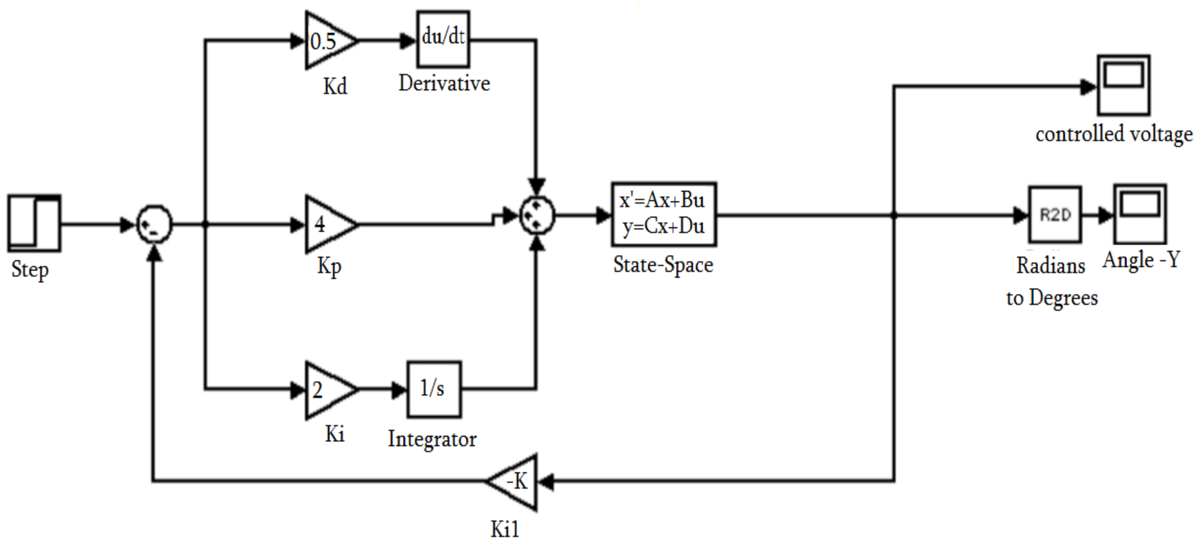
მოდული თავსებადია მიკროკონტროლე-რების ბაზაზე დამზადებული მიკროკონტროლე-რების მოდულებთან, მათ შორის ATmega სერიის მიკროკონტროლერების მოდულებთან. ამრიგად მართვის სისტემის აპარატურული მხარის დაკომპლექტება სირთულეს არ წარმოადგენს, საკმარისია შეირჩეს შესაბამისი რესურსების მქონე მოდული.



ნახ.2. სამღერძიანი გიროსკოპისა და აქსელერომეტრის მოდული

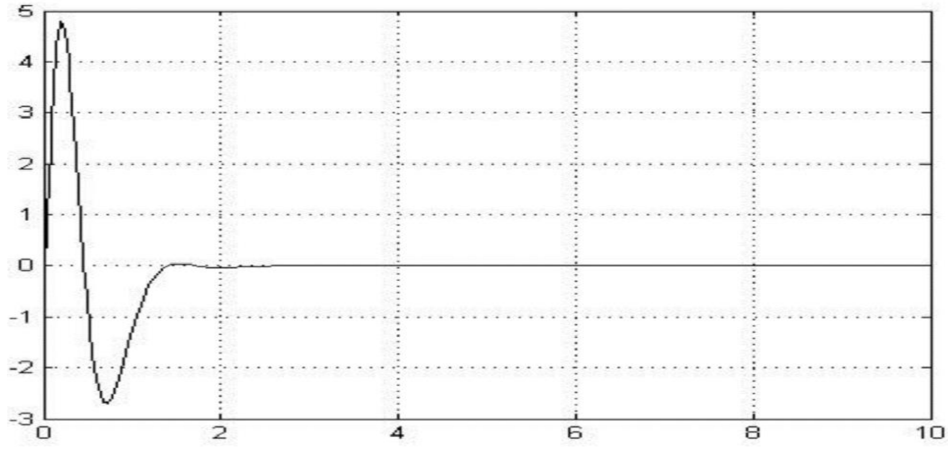
4. ამობრუნებული ქანქარას მართვის მოდელირება

შედარებისათვის განხილულია ამობრუნებული ქანქარას მართვის ორი მოდელი, რომელთაგან პირველში განიხილება პიდ (პროპორციულ-ინტეგრალურ-დიფერენციალური) რეგულატორი, ხოლო მეორეში არამკაფიო კონტროლერი. მოდელირება შესრულდა MATLAB პროგრამული უზრუნველყოფის SIMULINK სისტემაში (ნახ.3).



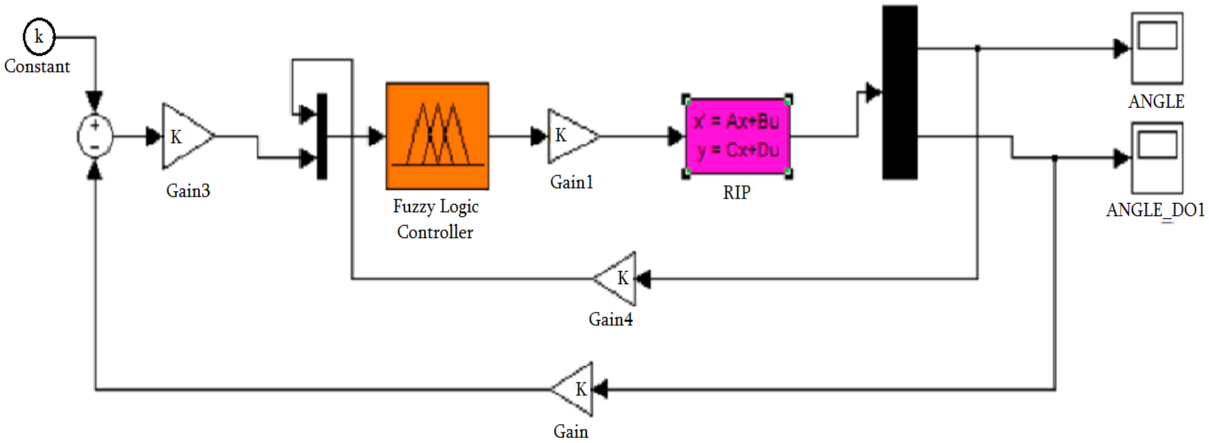
ნახ.3. ამობრუნებული ქანქარას მართვის მოდელის სქემა პიდ რეგულატორით

მოდელირების შედეგების მიხედვით, როდესაც რეგულატორის პროპორციულობის კოეფიციენტი ტოლია 4-ის, ინტეგრების კოეფიციენტი - 2-ის და დიფერენცირების - 0,5, ამობრუნებული ქანქარას მდებარეობა ვერტიკალურ მდგომარეობაში სტაბილიზდება დაახლოებით 1,5 წამში. მოდელირებისას იგულისხმება, რომ საწყის მომენტში ქანქარას ღეროს ვერტიკალიდან გადახრის კუთხე ნულოვანი იყო და გარე საფეხუროვანი შეშფოთების შედეგად გადაიხარა დაახლოებით 5°-ით. რეგულირებისას დავალება უცვლელი იგულისხმება, რეალურად მართვის სისტემის დავალება (პლატფორმის მოძრაობის აჩქარება ან გადაადგილება) განუწყვეტლივ იცვლება გადახრის კუთხის სიდიდის მიხედვით.



ნახ.3. ამობრუნებული ქანქარას ღეროს გადახრის კუთხის დამოკიდებულება დროზე პიდ რეგულატორით მართვის შემთხვევაში

ამობრუნებული ქანქარას მართვის მოდელი არამკაფიო კონტროლერით მოცემულია მე-4 ნახაზზე. არამკაფიო კონტროლერის შესასვლელ სიდიდეებს წარმოადგენს ქანქარას ღერძის გადახრის კუთხე ϑ და კუთხის ცვლილების სიჩქარე $\dot{\vartheta}$.



ნახ.4. ამობრუნებული ქანქარას მართვის მოდელის სქემა არამკაფიო კონტროლერით

არამკაფიო კონტროლერისთვის წესების ბაზა მოცემულია 1-ელ ცხრილში. წესების ბაზაში შემოღებულია ტერმები: NB - უარყოფითი დიდი; NS - უარყოფითი მცირე; ZE - ნულოვანი; PS - დადებითი მცირე; PB - დადებითი დიდი.

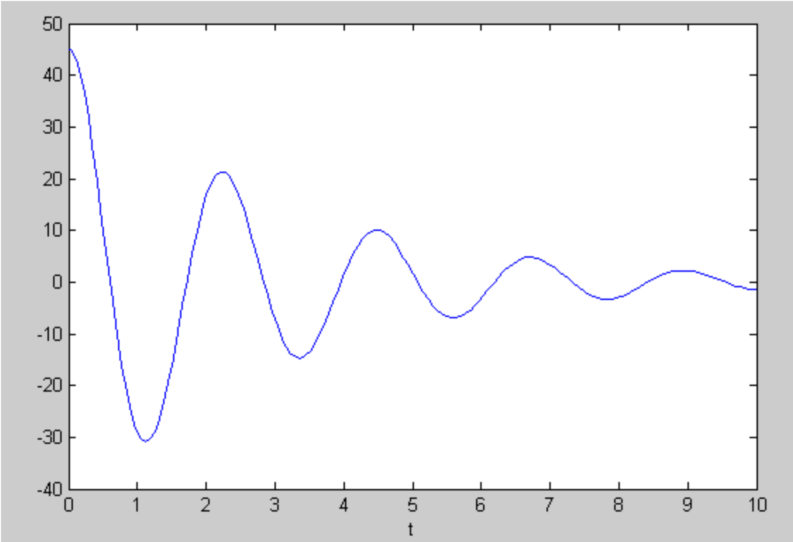
ცხრ.1

ϑ \ $\dot{\vartheta}$	NB	NS	ZE	PS	PB
NB	NB	NB	NS	NS	ZE
NS	NB	NB	NS	NS	ZE
ZE	ZE	ZE	ZE	PS	PB
PS	ZE	PS	PS	PB	PB
PB	ZE	PS	PS	PB	PB

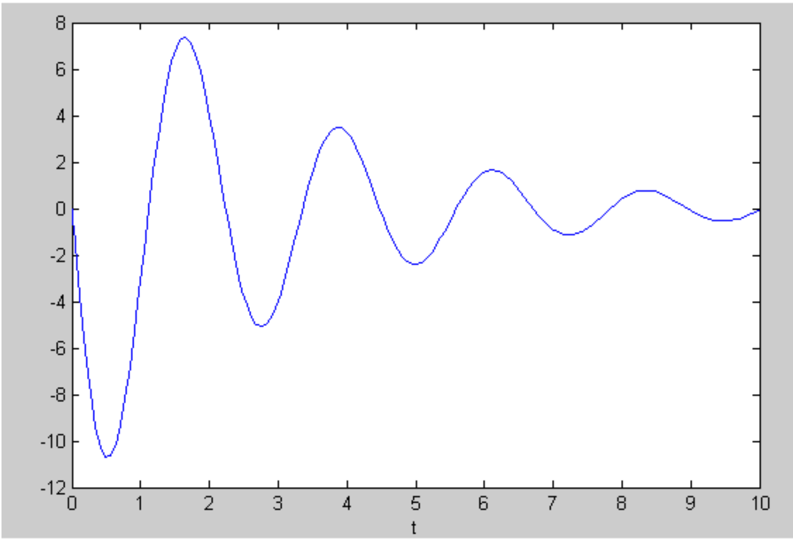
მოდელირების ამ ვარიანტში გათვალისწინებულია, რომ საწყისს მომენტში ქანქარას ღეროს გადახრის კუთხე ტოლი იყო დაახლოებით 45°. მოდელირების შედეგები მოცემულია მე-5,6 ნახაზებზე. როგორც ნახაზებიდან ჩანს 10 წამის განმავლობაში ქანქარა გადადის წონასწორობის მდგომარეობაში, ღეროს გადახრის კუთხე უმნიშვნელოდ იცვლება.

5. დასკვნა

მოდელირების შედეგებიდან ჩანს, რომ პიდ რეგულატორიანი მართვის სისტემა შედარებით სწრაფად რეაგირებს და მიყავს ქანქარა წონასწორობის მდგომარეობისაკენ. მაგრამ ამ შემთხვევისათვის საკმაოდ რთულ პროცესს წარმოადგენს რეგულატორის კოეფიციენტების ოპტიმალური მნიშვნელობების შერჩევა. არამკაფიო რეგულატორისათვის მხოლოდ 5 ტერმის შერჩევის შემთხვევისათვის საკმაოდ კარგი შედეგები მიიღება, რომლის შემდგომი გაუმჯობესება კიდევ შესაძლებელია, თუ გაიზრდება ტერმების რაოდენობა, სავარაუდოდ იგივე შედეგების მიღწევა, რაც მიღებული იქნა პიდ რეგულატორისათვის საკმაოდ რეალურია.



ნახ.5. ამობრუნებული ქანქარას ღეროს გადახრის კუთხის დამოკიდებულება დროზე არამკაფიო კონტროლერით მართვის შემთხვევაში



ნახ.6. ამობრუნებული ქანქარას ღეროს გადახრის კუთხური სიჩქარის დამოკიდებულება დროზე არამკაფიო კონტროლერით მართვის შემთხვევაში

ლიტერატურა - References – Литература:

1. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. (2001). Под. ред. Г. С. Ландсберга. изд. 12-е -М.: ФИЗМАТЛИТ

2. Д.С.Федоров, А.Ю. Ивойлов, В.А. Жмудь, В.Г. Трубин. (2015). Использование измерительной системы MPU 6050 для определения угловых скоростей и линейных ускорений. © Автоматика и программная инженерия. №1(11). с.76-80.

3. Дьяконов В.П. (2012). MATLAB. Полный самоучитель. -М:, изд. ДМК Пресс.

4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. (1986). Под. ред. Д.А.Поспелова. –М., „Наука".

THE TASK OF CONTROLLING THE MOVEMENT OF UNSTABLE OBJECTS

Jokhadze Paata, Mamiashvili Tornike

Georgian Technical University

Summary

This article describes the task of controlling the movement of unstable objects - two-wheeled and walking robots. A special case of this problem is described - an algorithm for holding an inverted pendulum in a vertical position, which is one of the classic examples of testing control algorithms for such robots. The results of modeling of systems using a PID controller and a fuzzy controller are presented.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ НЕУСТОЙЧИВЫХ ОБЪЕКТОВ

Джохадзе П., Мамиашвили Т.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотрена задача управления движением неустойчивых объектов – двух колесных и шагающих роботизированных систем. Рассмотрен частный случай этой задачи, алгоритм сохранения в вертикальном положении перевернутого маятника, который является одним из классических примеров тестирования алгоритмов управления таких роботов. Рассмотрены результаты моделирования систем с применением ПИД регулятора и нечеткого контроллера.