

**აბრეშუმის ძაფის თითისტარზე დახვევისას წარმოქმნილი  
დაჭიმულობის შესაძლებლობა და მახალითი**

ზურაბ ჯოხარაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

**რეზიუმე**

განხილულია თითისტარზე აბრეშუმის ძაფის დახვევისას წარმოქმნილი დაჭიმულობის გაანგარიშება და მისი სასურველ ნომინალზე დაყენება. ამავე დროს, სასურველი ფორმის მიცემა, რომელიც უზრუნველყოფს არათანაბარი დაჭიმულობის გადანაწილებას. ეს ყოველივე სასურველ შედეგს იძლევა საქსოვ დაზგაზე აბრეშუმის ძაფის თანაბარი და უწყვეტი მიწოდების მიზნით. აგებულია შესაბამისი მათემატიკური მოდელი და ამოხსნის ალგორითმი.

**საკვანძო სიტყვები:** აბრეშუმის კომპლექსური ძაფი. კუთხური სიჩქარე. დაჭიმულობის ძალა.

**1. შესავალი**

აბრეშუმის პარკებიდან თვითწამლებზე ახვეული 7-წვერა კომპლექსური ძაფი, გარკვეული დროის შემდეგ იხსნება თვითწამლებიდან. მოხსნილი ძაფის მასას შულო ეწოდება. 7-წვერა კომპლექსური ძაფის სისქე 90 – 105 მიკრონია. იმისთვის, რომ აბრეშუმის ძაფი დადგეს სასურველ „ნომერზე“, საჭიროა რამდენიმე შულოდან მოხსნილი, შეგრეხვით გაერთიანებული ძაფი, დაეხვეს ერთ თითისტარზე. აქვე აღვნიშნოთ, აბრეშუმის ძაფი „N1500“ ნიშნავს 1 გრამი ძაფი შეადგენს 1500 მეტრს.

თითისტარზე დახვეულ ძაფს „სასაქონლო“ სახე აქვს – მოსახერხებელია შესანახად, ტრანსპორტირებისათვის, საქსოვი დანადგარები აწყობილია თითისტარიდან ძაფის მისაღებად.

თითისტარზე დახვეული აბრეშუმის ძაფი უნდა იყოს უწყვეტი, დახვეული ერთი მიმართულებით, ძაფის დაჭიმულობა არ უნდა აღემატებოდეს ნორმულ ზღვარს (ზედმეტად დაჭიმული ძაფი, აბრეშუმის ცნობილი ელასტიურობის გამო, განიცდის წაგრძელებას. შედეგად ძაფი წვრილდება და ქსოვისას ხდება ადვილად წყვეტადი), დაჭიმულობის ძალების გადანაწილებლად თითისტარზე დახვევისას აბრეშუმის ძაფს უნდა მიეცეს ოვალური ფორმა.

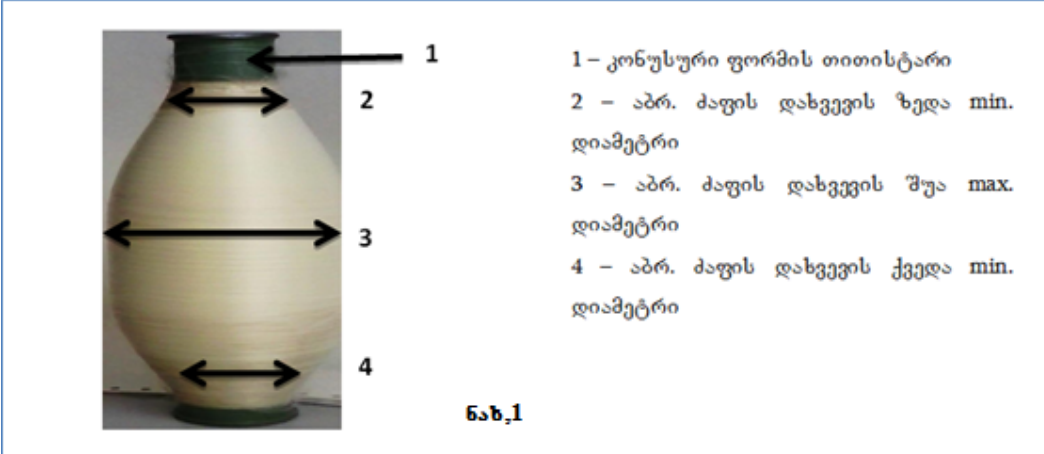
**2. მათემატიკური მოდელირება და ძაფის დაჭიმულობის**

**ანგარიში**

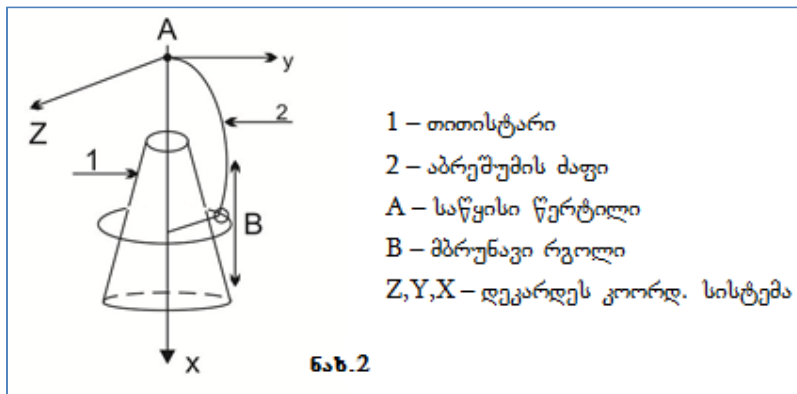
უფრო დაწვრილებით გავეცნოთ, როგორ ხდება დაჭიმულობის ძალების გადანაწილება თითისტარზე აბრეშუმის ძაფის ოვალური ფორმით დახვევისას. როგორც ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, აბრეშუმის ძაფის თითისტარზე დახვევისას ძაფის დაჭიმულობის  $\vec{T}$  ძალა არ არის სასურველი გაუტოლდეს 0-ს. იგი გვეხმარება ე.წ. გრეხვისას, რამდენიმე ძაფის ერთ კომპლექსურ ძაფად გარდაქმნაში.

ოპტიმალურია  $\vec{T}$  ძალის დაჭიმულობა კონუსური ფორმის თითისტარზე ოვალური სახით დახვევისას (ნახ.1). ამ დროს  $\vec{T}$  მცირე დიამეტრზე დახვევისას მინიმალურია. ხოლო დიდ დიამეტრზე  $\vec{T}$  მაქსიმალურია. უწყვეტი ძაფის პირობებში, ხდება ძალწირების გადანაწილება მცირე და დიდ დაჭიმულობის ძალებს შორის.

თუ გავითვალისწინებთ მიმართველი რგოლის ბრუნვას თითისტარის გარშემო 3000 ბრუნ./წთ.-ში, ადვილი მისახვედრია, რამდენად საგრძნობია  $T$  ძაფის დაჭიმულობის ძალა.



განვიხილოთ კონუსურ თითისტარზე ძაფის ოვალურად დახვევის მთელი პროცესი:



A უძრავი წერტილიდან (გორგოლაჭიდან) აბრეშუმის ძაფი მიეწოდება მბრუნავ B რგოლს, რომელიც „დარბის“ თითისტარის გარშემო და ახვევს ძაფს. გარდა იმისა, რომ B რგოლი ასრულებს ბრუნვით მოძრაობას, იგი ადის და ჩადის თითისტარის მთელ სიგრძეზე. გორგოლაჭის ასეთი მოძრაობებით ვლუბულობთ თითისტარზე ძაფის დახვევის ოვალურ ფორმას (ნახ.1).

ახლა განვიხილოთ აბრეშუმის ძაფის დაჭიმულობა ძაფგამტარის AB მონაკვეთში (ნახ.2).

ავტომატური მართვის თეორიიდან ცნობილია, ფარდობითი წონასწორობის განტოლების სახე:

$$\frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{J}_e + \vec{J}_c + \vec{J}_r + \vec{R} + \gamma \vec{g} = 0 \quad (1)$$

სადაც  $\vec{T}$  – აბრეშუმის ძაფის დაჭიმულობის ძალაა,  $\vec{J}_e$  – ინერციის გადამტანი ძალა,  $\vec{J}_c$  – კორიოლისის ინერციის ძალა,  $\vec{J}_r$  – ცენტრიდანული ძალა,  $\vec{R}$  – ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა,  $\gamma$  – ძაფის ხვედრითი სიმკვრივე,  $\vec{g}$  – თავისუფალი ვარდნის აჩქარება.

ეს ძალები მოდებულია ძაფის მთელ სიგრძეზე AB მონაკვეთში. ინერციის ძალები გამოისახება ფორმულებით:

$$\vec{J}_e = \gamma \gamma \omega^2, \quad \vec{J}_c = 2\gamma \vec{\omega} \cdot \vec{u}; \quad \vec{J}_r = -\frac{\gamma u^2}{\rho} \vec{n};$$

სადაც  $\rho$  – ოვალის რადიუსია მოცემულ წერტილში,  $\omega$  – B რგოლის სიჩქარე,  $u$  – ძაფის კონტურის სიჩქარე,  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – დეკარტეს კოორდინატა სისტემის ორტები,  $\vec{n}$  – ძაფზე მოდებული ძალების ნორმალი.

აბრეშუმის ძაფსახვევი დანადგარის მუშაობის რეჟიმის განხილვამ დაგვანახა, რომ (1) განტოლებაში  $\vec{J}_c$ ,  $J_r$  და  $\gamma \vec{g}$  გაცილებით მცირე სიდიდეებია, ინერციის გადამტან  $\vec{J}_e$  ძალასთან შედარებით. აქვე შეიძლება ჰაერის წინააღმდეგობის უგულველყოფა  $\vec{R} \rightarrow 0$  -სკენ. ყოველივე ამის გათვალისწინებით (1) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{J}_e = 0 \quad (2)$$

სამგანზომილებიან სისტემაში პროექტირებისას მიიღება

$$\frac{dT}{ds} + J_{eT} = 0$$

$$\frac{T}{\rho} + J_{eN} = 0 \quad (3)$$

აღსანიშნავია, რომ კუთხური კოორდინატა S ათვლება A წერტილიდან (ნახ.2).

დეკარტეს კოორდინატა სისტემაში ინერციის გადამტანი ძალის მხებზე და ნორმალზე პროექციისას გვექნება

$$\begin{aligned} J_{eT} &= \gamma \omega^2 y \frac{dy}{ds} \\ J_{eN} &= \gamma \omega^2 y \frac{dx}{ds} \end{aligned} \quad (4)$$

(3) და (4) ფორმულებიდან გამომდინარე, მივიღებთ

$$\frac{dT}{ds} = -\gamma \omega^2 y \frac{dy}{ds} \quad (5)$$

სასაზღვრო მნიშვნელობისთვის, თითისტარის ზედა A წერტილში გვექნება

$$S = 0 \quad T = T_0 \quad (6)$$

(5) ფორმულის ინტეგრირებისას, სასაზღვრო მნიშვნელობების გამოყენებით, მივიღებთ

$$T = T_0 - \frac{1}{2} \gamma \omega^2 y^2 \quad (7)$$

ექსპერიმენტით დადგინდა, რომ ძაფის დაჭიმულობა თითისტარის ზედა A წერტილში 5%-ით აჭარბებს ძაფის დაჭიმულობას ქვედა წერტილში. აქედან კეთდება დასკვნა, რომ უგანზომილებო სიდიდე  $\varepsilon = \gamma \omega^2 \frac{R^2}{T_0}$  არის მცირე სიდიდე ( $\varepsilon \ll 1$ ). ეს იძლევა საშუალებას, მეორე რიგის ინტეგრირებისას გამოვიყენოთ მცირე პარამეტრების თეორია.

აბრეშუმის ძაფის თითისტარზე დახვევისას, მასზე მოქმედი დაჭიმულობის ძალის ანალიზმა ცხადჰყო, რომ ოვალური ფორმით დახვეული ძაფის დსჭიმულობის ძალის მრუდი ხასიათდება ფორმულით

$$\frac{1}{P} = \frac{|y'|}{(1 + y'^2)^{3/2}} \quad (8)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ თითისტარზე ოვალური ფორმით დახვეულ აბრეშუმის ძაფს შუაში ამობურცული ფორმა აქვს ( $y'' < 0$ ), მაშინ (3) განტოლებათა სისტემის მეორე განტოლება (4), (7), (8) განტოლებათა გათვალისწინებით, მიიღებს შემდეგ სახეს

$$(T_0 - \frac{1}{2} \gamma \omega^2 y^2) y'' = -\gamma \omega^2 y (1 + y'^2) \quad (9)$$

როდესაც, სასაზღვრო მნიშვნელობები ტოლია

$$x = 0 \quad y = 0, \quad x = H \quad y = R \quad (10)$$

სადაც H თითისტარზე ოვალური ფორმით დახვეული ძაფის სიმაღლეა.

თუ მივიანჭებთ ცვლადებს უგანზომილებო მნიშვნელობებს

$$x = H \tilde{x}, \quad y = R \tilde{y}, \quad T = T_0 \tilde{T} \quad (11)$$

(9) განტოლება, რომელიც განისაზღვრება (10) სასაზღვრო მნიშვნელობებით, უგანზომილებო პარამეტრების მე- (11) განტოლებაში გამოყენებით, გვექნება

$$\left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\tilde{y}^2\right)\tilde{y}'' = -\varepsilon\tilde{y}(\lambda^2 + \tilde{y}'^2) \quad (12)$$

როდესაც

$$\tilde{x} = 0 \quad \tilde{y} = 0, \text{ ასევე } \tilde{x} = 1 \quad \tilde{y} = 1 \quad (13)$$

სადაც  $\lambda = \frac{H}{R}$

(12) განტოლების ამოხსნისას, თუ გამოვიყენებთ მცირე პარამეტრების თეორიას  $\varepsilon$ -ის მიმართ, მივიღებთ

$$\tilde{y} = \tilde{y}_0 + \varepsilon\tilde{y}_1 + \varepsilon^2\tilde{y}_2 + \varepsilon^3\tilde{y}_3 + \dots \quad (14)$$

თუ  $\tilde{y}_0 \rightarrow 0$ , (12) ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\tilde{y}'' + \varepsilon\lambda^2\tilde{y}_0 = 0 \quad (15)$$

აქ შენარჩუნებულია  $\varepsilon\lambda^2$ , სადაც  $\lambda^2 = \left(\frac{H^2}{R^2}\right) \gg 1$ . ხოლო მისი წარმოებული  $\varepsilon\lambda^2 = \gamma\omega^2\frac{H^2}{T_0}$  უკვე აღარ არის მცირე სიდიდე. (13) ფორმულის გათვალისწინებით (15) განტოლების ამონახსნს ექნება სახე

$$\tilde{y}_0 = \frac{\sin a\tilde{x}}{\sin a} \quad (16)$$

$a = \sqrt{\varepsilon}\lambda$ .  $\tilde{y}_1$ -ის პირველი მიახლოებისთვის იქნება

$$\tilde{y}_1'' + a^2\tilde{y}_1 = \frac{1}{2}g_0^2\tilde{y}_0'' - \tilde{y}_0\tilde{y}_0'' \quad (17)$$

(17) განტოლებაში ჩავსვათ (16) განტოლებით გამოთვლილი  $\tilde{y}_0$

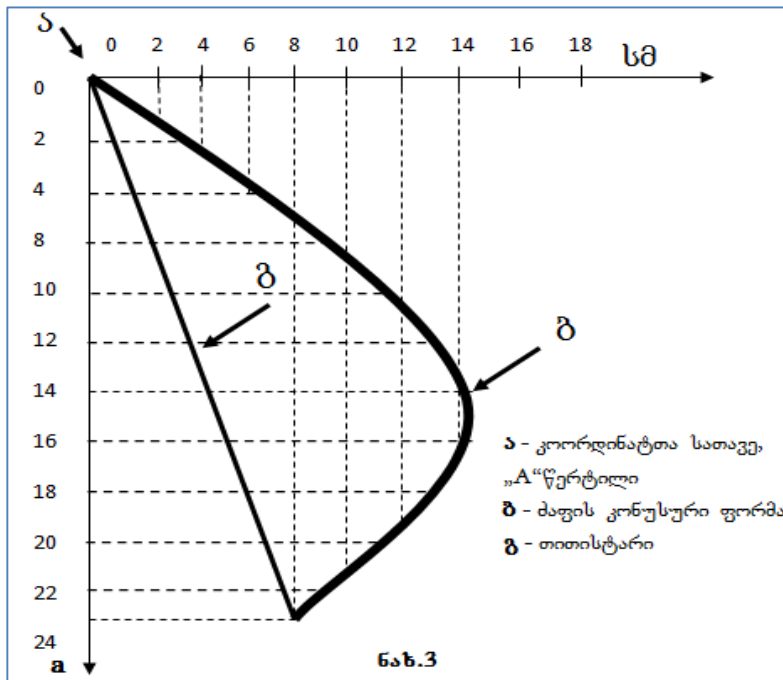
$$\tilde{y}_1'' + a^2\tilde{y}_1 = -\frac{5}{8}\sin a\tilde{x} - \frac{1}{8}\sin 3a\tilde{x} \quad (18)$$

(18) განტოლება იხსნება x-დაყ სასაზღვრო მნიშვნელობებისთვის

$$\tilde{x} = 0 \quad \tilde{y} = 0, \text{ ასევე } \tilde{x} = 1 \quad \tilde{y}_1 = 0 \quad (19)$$

$$\tilde{y}_1 = -\left[\frac{5}{16a}\operatorname{ctg} a + \frac{1}{64a^2}\sin 3a\right]\sin a\tilde{x} + \frac{5}{16a}\tilde{x}\cos a\tilde{x} + \frac{1}{64a^2}\sin 3a\tilde{x} \quad (20)$$

მე-3 ნახაზზე ნაჩვენებია თითისტარზე აბრეშუმის ძაფის ოვალურად ფორმირების მრუდი, გამოთვლილი და აგებული (20) ფორმულის მიხედვით, a-ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.



### 3. დასკვნა

1. თითისტარზე ძაფის დახვევის ფორმირება ძალიან არის დამოკიდებული  $a$ -ს მნიშვნელობებზე. რეალურად, ამ პროცესზე თვალის მიდევნება შესაძლებელი იყო თბილისის, ქუთაისის, თელავის, სამტრედიის დაფსახვევ ფაბრიკებში;

2. ამჟამად მიმდინარეობს მუშაობა მინიმოდელის შექმნაზე, რომლის წარმოებაში დანერგვა წარმოადგენს აუცილებელ პირობას ქვეყნის ეკონომიური განვითარებისთვის.

### ლიტერატურა:

1. Минаков А. П. – О форме баллона и натяжения нити в крутильных машинах. МТИ. т.2. М., 1970

2. Родионов В.А., Усенко В.А. Натяжение нити в зоне наматывания на кольцевых прядельных машинах. Технология текстильной промышленности, №4. 1979

3. Маховер В.Л., Брут-Бруляко А.Б. Уточнение решения приближенной математической модели балонирования нити. Технология текстильной промышленности, №2. 2005.

### SILK THREAD TIED ON THE SPINDLE TENSION ARISING FROM THE POSSIBILITY OF EXAMPLE

Jokharidze Zurab

Georgian Technical University

### Summary

This article presents solution of tension and shape calculation problem for flexible thread under action of centrifugal inertial forces due to thread's rotation around some motionless axis. One end of the thread is motionless on an axis of rotation, while another, being on some distance  $R$  from this axis rotates around it with angular speed  $\omega$ . The thread is assumed to be flat. The corresponding mathematical model is proposed. It can be reduced to solving of the nonlinear equations of the second order describing a tension  $T$  and function  $y(x)$ , that defines the shape of a cylinder. Solution of the equation concerning  $T$  can be expressed in quadratures. Nonlinear boundary – value problem concerning  $y(x)$  is solved using infinitesimal parameter method. We find zero and the first approximation by small parameter. By means of corresponding estimations it is shown that in engineering calculations it is possible to consider zero approximation only. This significantly simplifies corresponding calculations and makes their results more evident.

### НАПРЯЖЕННОСТЬ ШЕЛКОВОЙ НИТИ НАМОТАНЫ НА ШПИНДЕЛЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕРА

Джохаридзе З.

Грузинский Технический Университет

### Резюме

Представлены решения напряженности и проблемы расчета формы для гибкой нити под действием центробежных сил инерции при вращение вокруг неподвижной оси. Один конец нити неподвижно закреплен на оси вращения, а другой, будучи на расстоянии  $R$  от этой оси, вращается вокруг нее с угловой скоростью  $\omega$ . Соответствующая математическая модель может быть сведена к решению нелинейных уравнений второго порядка, описывающих натяжения  $T$  и функцию  $y(x)$ , которые определяет форму цилиндра. Решение уравнения относительно  $T$  может быть выражено в квадратурах. Значение нелинейной границы определяется с помощью метода бесконечно малого параметра.