სტატიკური ოპტიმიზაციის მეთოდების ექსპერიმენტული შეფასების შესახებ

ვახტანგ ასკურავა, ნოდარ ჯიბლაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განიხილება სტატიკური ოპტიმიზაციის მეთოდების შესაფასებლად გამოთვლითი ექსპერიმენტების გამოყენება. ექსპერიმენტისათვის შერჩეულია ვუდის ტესტური ფუნქცია, რომელიც გადაწყვეტილ იქნა სტატიკური ოპტიმიზაციის რვა მეთოდით. ჩატარებული ექპსერიმენტების შედეგად მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე უპირატესობა მიენიჭა სიმძიმის ცენტრების მეთოდს, რომელიც სტატიკური ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაწყვეტას მცირე დანაკარგებით და საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით უზრუნველყოფს.

საკვანძო სიტყვები: სტატიკური ოპტიმიზაცია. სიმძიმის ცენტრების მეთოდი.

1. შესავალი

სტატიკური ოპტიმიზაციის მეთოდები მრავალფეროვნებით ხასიათდება, რაც მიუთითებს ექსტრემუმის ძებნის პრობლემის სირთულეზე და იმ სიძნელეებზე, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ ამოცანაში ოპტიმიზაციის ამა თუ იმ მეთოდის გამოყენების ეფექტურობის შეფასებასთან. მიუხედავად ამისა, ექსტრემუმის ძებნის მეთოდების გამოთვლითი შესაძლებლობებისა და ეფექტურობის ნებისმიერი შედარებითი ანალიზი მნიშვნელოვან პრაქტიკულ ამოცანას წარმოადგენს.

საზოგადოდ, სტატიკური მეთოდების შედარებითი ანალიზის შედეგები [1,2] არაერთმნიშვნელოვანია, რადგან თითოეული მეთოდი მხოლოდ გარკვეული კლასის საოპტიმიზაციო ფუნქციისთვისაა განსაზღვრული. რასაკვირველია, შესაძლებელია დავამყაროთ გარკვეული დამოკიდებულება ამა თუ იმ კლასის მეთოდების ეფექტურობასა და $f(x)$ ფუნქციის კონკრეტული სახის ზედაპირებს შორის, მაგრამ ზუსტი შესაბამისობის დადგენა საოპტიმიზაციო ფუნქციებსა და ოპტიმიზაციის მეთოდებს შორის ჯერჯერობით შეუძლებელ ამოცანას წარმოადგენს.

2. ძირითადი ნაწილი

სტატიკური ოპტიმიზაციის მეთოდების შესაფასებლად ძირითადად გამოთვლითი ექსპერიმენტებია გამოყენებული, რისთვისაც შერჩეულია რიგი ტესტური ამოცანებისა, სადაც ადგილი აქვს ისეთი კრიტიკული შემთხვევების მოდელირებას, როგორიცაა ასიმეტრიულობა, მულტიმოდალურობა, ‘‘ვიწრო ხევი’’ და სხვ. ტესტური ფუნქციების ექსტრემუმის წერტილის სხვადასხვა მეთოდებით ε სიზუსტით მოძებნისა და ძებნის შესაბამისი ρ დანაკარგების მიხედვით მსჯელობენ ამა თუ იმ მეთოდის ეფექტურობაზე.

როგორც ცნობილია, ძებნის დანაკარგები რაოდენობრივი თვალსაზრისით ახასიათებს მეთოდის სწრაფქმედებას და იგი საოპტიმიზაციო f(x) ფუნქციის გამოთვლის რაოდენობასთანაა დაკავშირებული. ცხადია, მეთოდი, რომელიც ექსტრემუმის გარკვეული სიზუსტით მოსაძებნად საოპტიმიზაციო ფუნქციის გამოთვლას ნაკლები რაოდენობით საჭიროებს, მეტი სწრაფქმედებითა და ეფექტურობით ხასიათდება. ამასთან სტატიკური ოპტიმიზაციის მრავალრიცხოვან მეთოდებში f(x) ფუნქციის გამოთვლის რაოდენობა მნიშვნელოვნად დამოკიდებულია ძებნის საწყის $x^{(0)}$ ვექტორზე. $x^{(0)}$ რაც უფრო დაშორებულია ექსტრემუმის x^* წერტილიდან, მის მოსაძებნად მით უფრო მეტი რაოდენობის ფუნქციის გამოთვლაა საჭირო და ძებნის დანაკარგებიც შესაბამისად იზრდება.

მეთოდების შეფასების აღნიშნული მეთოდიკის საფუძველზე ნაშრომში ერთმანეთს შედარებულია სტატიკური ოპტიმიზაციის მეთოდები, რომელშიც საოპტიმიზაციო f(x) ფუნქციის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულები რიცხვითი აპროქსიმაციის საფუძველზე განისაზღვრება [3].

ოპტიმიზაციის მეთოდების ექსპერიმენტული შეფასება განხორციელდა ტესტური ფუნქციების საშუალებით, კერძოდ გამოყენებულ იქნა ვუდის ტესტური ფუნქცია [1]:

$$f = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_4 - x_3^2)^2 +$$
$$(1 - x_3)^2 + 10.1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19.8(x_2 - 1)(x_4 - 1).$$

აღნიშნული ფუნქცია ხასითდება მკვეთრად გამოხატული „ვიწრო ხევით" და ამასთან, იგი მულტიმოდალურია, რომელსაც 2 ექსტრემუმის წერტილი გააჩნია:

$x_I^* = [1.0; 1.0; 1.0; 1.0]$ – აბსოლუტური მინიმუმის წერტილია. სადაც $f^*(x_I^*) = 0$;

$x_{II}^* = [-1.0; 1.0; 1.0; 1.0]$ – ლოკალური მინიმუმის წერტილია. სადაც $f^*(x_{II}^*) = 4$.

ვუდის ტესტური ფუნქცია გადავწყვიტეთ სტატიკური ოპტიმიზაციის რვა მეთოდით, კერძოდ:

a. ნელდერ-მიდის მეთოდით,
b. ჰუკი-ჯივსის მეთოდით,
c. მუდმივბიჯიანი გრადიენტული მეთოდით,
d. უსწრაფესი დაშვების მეთოდით,
e. ფლეთჩერ-რივსის მეთოდით,
f. დევიდონ-ფლეთჩერ-პაუელის მეთოდით,
g. კომბინირებული ძებნის მეთოდით,
h. სიმძიმის ცენტრის მეთოდით,

რისთვისაც გამოვიყენეთ პროგრამული სისტემა „OPTIM" [3].

ექსპერიმენტის შედეგები წარმოდგენილია ქვემოთ.

a) ნელდერ-მიდის მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:

1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:

   $f^* = 0.000008$,

   $x^* = [0.998821; 0.997527; 1.000960; 1.002001]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 74$.

b) ჰუკი-ჯივსის მეთოდით ამოცანის გადაწყვეეტის შედეგები:

1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:

   $f^* = 0.000000$,

   $x^* = [1.000000; 1.000000; 1.000000; 1.000000]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 165$.

c) მუდმივბიჯიანი გრადიენტული მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:

1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:

   $f^* = 0.000001$,

   $x^* = [0.999500; 0.998991; 1.000495; 1.000993]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 15408$.

d) უსწრაფესი დაშვების მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:

1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-4}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:

   $f^* = 0.044180$,

   $x^* = [1.104274; 1.219857; 0.882553; 0.778576]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 1365$.

e) ფლეთჩერ-რივსის მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:

1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-6}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:

   $f^* = 0.000002$,

   $x^* = [1.000584; 1.001180; 0.999326; 0.998660]$,

4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 1910$.

f) დევიდონ-ფლეთჩერ-პაუელის მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:
1. საწყისი წერტილი $x_0 = [-3; -1; -3; -1]$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:
$f^* = 4.000638$,
$x^* = [0.943566; 0.898059; 0.975959; 0.955083]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 745$.

g) კომბინირებული ძებნის მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:
1. ძებნის არე $-4 \le x_j \le 4$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:
$f^* = 0.000000$,
$x^* = [0.999980; 0.999960; 1.000020; 1.000040]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 1365$.

h) სიმძიმის ცენტრების მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტის შედეგები:
1. ძებნის არე $-4 \le x_j \le 4$;
2. დასაშვები ცდომილება $\varepsilon = 10^{-10}$;
3. ოპტიმალური ამონახსნი:
$f^* = 0.000000$,
$x^* = [1.000035; 1.000069; 0.999965; 0.999930]$,
4. ძებნის დანაკარგი $\rho = 921$.

3. დასკვნა

ჩატარებული ექსპერიმენტების შედეგად მიღებული რეზულტატების ანალიზის საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სტატიკური ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაწყვეტა მცირე დანაკარგებით და საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით მიზანშეწონილია სიმძიმის ცენტრების მეთოდით.

ლიტერატურა:

1. Реклеитис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике. Т.1. М., Мир. 1986
2. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир. 1975
3. ჯიბლაძე ნ., თოფჩიშვილი ა. სტატიკური ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. თბ., საქ.მეცნ.აკად. ა.ელიაშვილის სახ. მართვის სისტემების ინსტიტუტი. 2001.

THESIS ABOUT EXPERIMENTAL EVALUATION OF STATIC OPTIMIZATION METHODS

Askurava Vakhtang, Jibaldze Nodar

Georgian Technical University

Summary

In the thesis, in order to assess static optimization methods is used computing experiments. For the experiment is selected Wood's test funqtion, which was solved by eight method of static optimization. According on the analysis of experiment results, was preferenced methods of gravity centre, which is characterized by small losses and acceptable accuracy in the engineering practice.

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОТИМИЗАЦИИ

Аскурава В., Джибладзе Н.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Для оценки методов статической оптимизации в работе использованы вычислительные эксперименты. Для экспериментов подобрана тестовая функция Вуда, которая решена посредством восьми методов статической оптимизации. На основе анализа полученных результатов предпочтение отдано методу центров тяжести, который обеспечивает решение задач статической оптимизации с наименьшими потерями и допустимой в инженерной практике тогностью.