არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადოებული მეთოდი

ვლადიმერ კეკენაძე, გელა ჭიკაძე, ნანა მაღლაკელიძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების სინთეზი, კერძოდ ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პრობლემის გადაწყვეტა სინერგეტიკული მეთოდების გამოყენებით. ნაჩვენებია, რომ ამ ამოცანის გადაწყვეტისას დამოუკიდებელ პრობლემას წარმოადგენს შესაბამისი ხარისხის კრიტერიუმის ფორმირება.

საკვანძო სიტყვები:

1. შესავალი

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (არაკ) განზოგადებული მეთოდი ეფუძნება მართვის თეორიაში სინერგეტიკული მიდგომის კონცეპტუალურ დებულებებს. მართვის თეორიის კლასიკური მეთოდებისაგან განსხვავებით, ეს მიდგომები განსაზღვრავს, არა მარტო ერთეული რგოლების, არამედ მთლიანი სისტემების თვითორგანიზაციის კოლექტიური პრო-ცესების მართვის სტრატეგიას. სწორედ ამაში მდგომარეობს დინამიკური სისტემების მიზანმიმართული თვითორგანიზაცია. მართვის სინთეზის სინერგეტიკული მიდგომის არსი მდგომარეობს სასურველი გარე – და შიგა სისტემური ინვარიანტების შენახვაში $\psi_s=0$ ფაზური სივრცის სტრუქტურაში. კონკრეტულად გარე ინვარიანტების რიცხვი (m), რომლებსაც პარალელურად განიხილავენ სისტემის სტრუქტურაში, განისაზღვრება მართვის არხების რიცხვით: $\psi_1=0,\dots\ \psi_m=0\ \ m\le n$. ხოლო მიმდევრობით შეყვანილი შიგასისტემური ინვარიანტების რიცხვი შემოსაზღვრულია გაფართოებული სისტემის ხარისხის $\psi_{m-H}=0,\dots\ \psi_r=0\ \ r\le n-m$ მიხედვით. ამისგან დამოკიდებულებით, სისტემის წინაშე დასახული მიზნები მუდმივია თუ ცვალებადი შეიძლება შეიცვალოს შემოსატანი გარე და შიგა ინვარიანტების „სიმრავლე". სხვა სიტყვებით, ფიზიკური (ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკონომიკური) მართვის სისტემაში შეგვიძლია განვახორციელოთ დინამიკური ინვარიანტების შესაბამისი ამონაკრების ტიპების ამორჩევა და ამით რეალიზება გავუკეთოთ მის თვითორგანიზაციის უნარს.

გადავიდეთ აგრეგირებული დინამიკური რეგულატორების სინთეზის კონკრეტული პროცედურების განხილვაზე, რომლებიც ემყარება არაკ–ის მეთოდის საერთო იდეალოგიას.

ამ მეთოდის თანახმად (1) სისტემის გამომსახველი წერტილები გაფართოებული „გარე" მართვების $u_{i+1},\dots u_n$ ზემოქმედებით ხვდება $\psi_1=0,\dots\psi_m=0$ მრავალსახეობების გადაკვეთის არეში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება დეკომპოზირებული სისტემის „შინაგანი" დინამიკის განტოლებებით:

$$\begin{aligned} \dot{w}_{j\psi}(t) &= g_j(w_{1\psi},\dots,w_{\mu\psi},v_{i+1},\dots,v_n,x_{1\psi},\dots,x_{m-1\psi}),\ j=1,\dots,\mu; \\ \dot{x}_{i\psi}(t) &= f_i(x_{1\psi},\dots,x_{m-1\psi},v_{i+1},\dots,v_n),\ i=\mu+1,\dots,m-1 \end{aligned} \tag{1}$$

სადაც $v_{i+1},\dots\ v_n$ – შინაგანი მართვებია.

მართვის $v_{i+1},\dots,v_n$ სინთეზი არის (1) ქვეობიექტის მართვის დამოუკიდებელი შიგა ამოცანა. ამისათვის გამოიყენება ინვარიანტული მრავალსახეობების მიმდევრობით-პარალელური ერთობლიობა.

მართვის თეორიაში ახალი მიდგომის განსხვავება კლასიკურ მეთოდთან შედარებით მდგომარეობს შემდეგში:

- მთავარი ყურადღების გადატანა ხდება სინთეზირებადი სისტემების ყოფაქცევაზე მიმზიდავ ინვარიანტულ მრავალსახეობებზე–ატრაქტორებზე, რასაც მივყევართ მართვის სისტემის დინამიკურ დეკომპოზიციამდე და შესაბამისად, მისი ყოფაქცევის გამარტივებამდე;
- შესაძლებელია სასურველი დაბალი რიგის განზომილებიანი ევოლუციური განტოლებების მიღება, რომლებიც აღწერენ მოძრაობის მდგრად ასიმპტოტურ რეჟიმებს და წარმოადგენენ დინამიკური მდგომარეობის განტოლებებს;
- „შინაგანი" მართვების პარალელურ-მიმდევრობითი ერთობლიობის კასკადური სინთეზი, რომლებიც დინამიკურადაა დაკავშირებული ერთმანეთთან, უზრუნველყოფს სისტემების სასურველ ყოფაქცევას ატრაქტორებზე.

არაკ-ის მეთოდში, რომელიც დაფუძნებულია აგრეგირების – დეკომპოზიციის პროცედურაზე, გამოიყენება ლიაპუნოვის პარალელურ-მიმდევრობითი ფუნქციათა ერთობლიობა. ამასთან ერთად, თავდაპირველად შემოგვაქვს (1) განტოლებისათვის ლიაპუნოვის უმარტივესი ფუნქციები $V_s = 0,5\psi_s^2$ მაკროცვლადების $\psi_s(x_1,...,x_n)$ მიმართ.

ზემოთ მოყვანილი ლიაპუნოვის ფუნქციათა ერთობლიობა წარმოადგენს თავისებურ ანალოგს ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციისა დაამიტომაც არაკ-ის მეთოდში განიხილება მართვის დინამიკური სისტემების მდგრადობის ამოცანები. სხვანაირად რომ ვთქვათ სინერგეტიკულ მიდგომაში ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდი დაკავშირებულია აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პროცედურასთან.

განვიხილოთ არაწრფივი დინამიკური ობიექტების სკალარული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თავისებურებები სხვადასხვა ბუნების არაწრფივი ობიექტების სკალარული მართვის სისტემების სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას. კომპიუტერული მოდელირება შესრულდა პროგრამული უზრუნველყოფა Maple-ს გამოყენებით.

მაგალითი. დავუშვათ, რომ ობიექტი აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$\dot{x}_1(t) = ax_1^3 + x_2; \dot{x}_2(t) = u . \tag{2}$$

(2) ობიექტის თავისებურებას, როცა $a > 0$, წარმოადგენს მისი არსებითი არამდგრადობა, რადგან როცა $x_2(t) \to 0$ კოორდინატა $x_1(t) \to \infty$, რაც უყენებს მართვის კანონებს $u(x_1, x_2)$ დამატებით მოთხოვნებს, რომლებმაც უნდა უზრუნველყოს $(x_1 \to 0, x_2 \to 0)$ სისტემის სტაბილიზაცია ნებისმიერი საწყისი პირობების დროს. გამოვიყენოთ არაკ-ის მეთოდი ასეთი მართვის სისტემების სინთეზისათვის. ამისათვის ამოვირჩიოთ ψ ფუნქცია თავიდან შემდეგი სახით

$$\psi_1 = x_2 + \beta x_1 + bx_1^3 \tag{3}$$

თუ (3)-ს ჩავსვავთ

$$T_1\dot{\psi}_1 + \varphi(\psi_1) = 0$$

განტოლებაში, მივიღებთ შემდეგ ზოგად გამოსახულებას

$$u_1(x_1, x_2) = -(3bx_1^2 + \beta)(ax_1^3 + x_2) - \frac{1}{T_1}\varphi(\psi), T > 0 \tag{4}$$

რომელიც შერჩეულია $\varphi(\psi_1)$ ფუნქციის მიხედვით და გვაძლევს საშუალებას მივიღოთ მართვის სხვადასხვა კანონები. ეს კანონები უზრუნველყოფს გამომსახველი წერტილის მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას მრავალსახეობის $\varphi(\psi_1) = 0$ (3) შემოგარენში, რადგანაც ფუნქცია $\varphi(\psi_1)$ ამოირჩევა ისე, რომ $\varphi(\psi_1) \cdot \psi_1 > 0$. დიფერენციალურ განტოლებას, რომელიც აღწერს მოძრაობას $\psi_1 = 0$ -ის გასწვრივ აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{x}_{1\psi 1}(t) = -\beta x_{1\psi 1} - (b-a)x_{1\psi 1}^3 . \tag{5}$$

(5) განტოლების მდგრადობის შეფასებისათვის ვიყენებთ ლიაპუნოვის ფუნქციას $V = 0,5x_{1\psi 1}^2$, რომლის წარმოებული დროის მიხედვით მიიღებს სახეს:

$$\dot{V}(t) = -\beta x_{1\psi 1}^2 - (b-a)x_{1\psi 1}^4 < 0 . \tag{6}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ უტოლობები $\beta > 0, b \geq a, T_1 > 0$ წარმოადგენს სინთზირებულ (4)-(6) ჩაკეტილი სისტემის მთელში ასიმპტოტური მდგრადობის პირობას

$$\dot{x}_1(t) = ax_1^3 + x_2;\ x_2(t) = -(3bx_1^2 + \beta)(ax_1^3 + x_2) - \frac{1}{T_1}\varphi(\psi_1). \tag{7}$$

განვსაზღვროთ (7) სისტემის პირველი ინტეგრალები, რისთვისაც იგი წარმოვადგინოთ შემდეგი სიმეტრიული ფორმით:

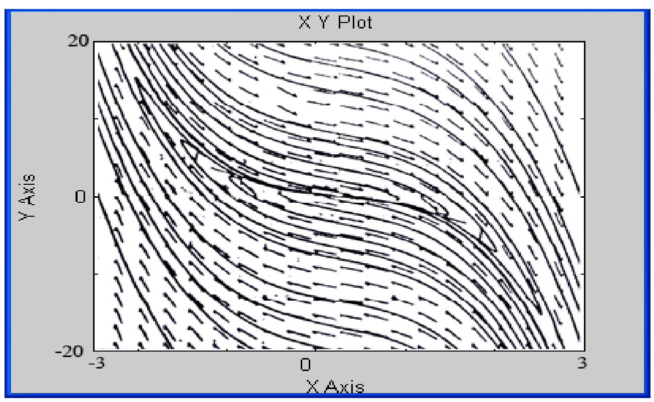
$$\frac{dx_1}{ax_1^3 + x_2} = -\frac{T_1 dx_2}{T_1(3bx_1^2 + \beta)(ax_1^3 + x_2) + \varphi(\psi_1)} = dt. \tag{8}$$

თუ (8) ფუნქციაში ჩავსვამთ $\psi_1 = 0$ და შესაბამისად, $\varphi(0) = 0$, ინტეგრირების შემდეგ ვპოულობთ პირველ ინტეგრალს $ax_1 + bx_1^3 = -x_2$, რომელიც ემთხვევა გამოსახულებას $\psi_1 = 0$ (5). ჩვენ დავრწმუნდით, რომ მოცემელი ინტეგრალური მრავალსახეობა $\psi_1 = 0$ (5) ნამდვილად წარმოადგენს არაწრფივი სისტემის სასურველ მიმზიდველ მრავალსახეობის პრეტენდენტს.

როცა $\varphi = \psi_1 = x_2 + \beta x_1 + ax_1^3$, მართვის კანონი (6) ღებულობს სახეს:

$$u_1 = -\frac{\beta}{T_1}x_1 - \frac{1}{T_1}x_2 - \frac{a}{T_1}x_1^3 - (3ax_1^2 + \beta)(x_1^3 + x_2). \tag{9}$$

1-ელ ნახაზზე ამ კანონისა და პარამეტრებისათვის $\beta = 1, a = 1, T_1 = 1$ გამოსახულია ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები. როგორც ნახაზიდან ჩანს, რომ ფაზური ტრაექტორიები „ეხვევა“ $\psi_1 = 0$ (5) მრავალსახეობას, იკრიბება მისკენ კოორდინატთა სათავეში. ამასთან სისტემა ასიმპტოტურად მდგრადია გარდამავალი პროცესების მილევადობის აპერიოდული ხასიათით.



ნახ.1. გარდამავალი პროცესი ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები პარამეტრებესათვის $\beta = 1, a = 1, T_1 = 1$

ახლა ვივარაუდოთ, რომ x_2 კოორდინატაზე დადებულია შეზღუდვა $|x_2| \leq A$, მაშინ თუ შემოვიტანთ ფუნქციას

$$\psi_2 = x_2 + Ath\left(\beta x_1 + bx_1^3\right), \tag{10}$$

მართვის კანონისათვის ვღებულობთ გამოსახულებას

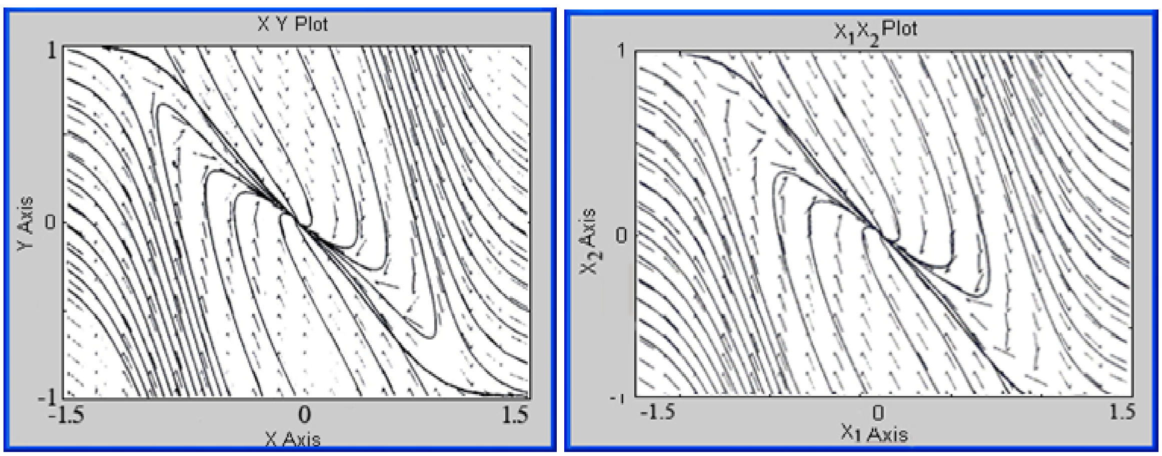
$$u_2 = -\frac{A(\beta + 3bx_1^2)(ax_1^3 + x_2)}{ch^2(\beta x_1 + bx_1^3)} - \frac{1}{T_1}\varphi\left(\psi_2\right), T_2 > 0 \tag{11}$$

რომელსაც გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი $\psi_2 = 0\,(10)$ მრავალსახეობების მიდამოში არჩეული $\varphi(\psi_2)$ – ფუნქციის და პარამეტრების β და a -ზე დამოკიდებულებით უზრუნველყოფს გარდამავალი პროცესების შესაბამის ხარისხს. $\psi_2 = 0$ მრავალსახეობის გასწვრივ მოძრაობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{\psi}_{1\psi 2}(t) = x^3_{1\psi 2} - Ath\left(\beta x_{1\psi 2} + bx^3_{1\psi 2}\right). \qquad (12)$$

მოძრაობის (12) განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ პირობები $\beta > 0, b \ge 1$ უზრუნველყოფს მის ასიმპტოტურ მდგრადობას მხოლოდ გარკვეულ არეში. ეს ნიშნავს რომ $|x_2| \le A$ შეზღუდვის და შესაბამისად ψ_2 (10) ფუნქციის შემოტანით მცირდება (4), (11) ჩაკეტილი სისტემების ასიმპტოტურად მდგრადობის არე.

მე-2 ნახაზზე გამოსახულია მოძრაობის ა და ბ ტრაექტორიები შესაბამისად $\varphi = \psi_2, \varphi = th\psi_2$ და $\varphi = \mathrm{si}\,gn\psi_2$ ფუნქციებისათვის და პარამეტრებისათვის $b = 1, T = 1, A = 1$, რომლებიც ადასტურებს სინთეზირებულ სისტემებში აპერიოდული გარდამავალი პროცესების ასიმ-პტოტურად მდგრადი არეების არსებობას.



ა) ბ)

ნახ.2 გარდამავალი პროცესი ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის
ტრაექტორიები ($b = 1, T = 1, A = 1$)

მცირე გადახრების რეჟიმში, როდესაც $\psi_{2\inf} = x_2 + A\beta x_1$, u_2 და u_1 მართვის კანონები ($A = 1$) ოპტიმალურია შემდეგი კვადრატული კრიტერიუმების მიხედვით:

$$J_{\inf} = \int_0^x \left[\beta^2 A^2 x_1^2 + (1 + \beta^2 A^2 T^2) x_2^2 + T^2 u^2\right] dt . \qquad (13)$$

(13) კრიტერიუმში წონითი კოეფიციენტების არჩევა დამოკიდებულია სასურველი გარდამავალი პროცესების ხარისხზე. ასე რომ, აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (6),(11) მართვის კანონები u_1 და u_2 უზრუნველყოფს ასიმპტოტურ მდგრადობას მთელში ან $|x_2| \le A$ არეში და უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის მოთხოვნილ თვისებებს.

3. დასკვნა

ამრიგად, აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადებული მეთოდის გამოყენებით შესაძლებელია ფიზიკური (ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკონომიკური) მართვის სისტემაში განვახორციელოთ დინამიკური ინვარიანტების შესაბამისი ამონაკრების ტიპების ამორჩევა და ამით რეალიზება გავუკეთოთ მის თვითორგანიზაციის უნარს.

ლიტერატურა:

1. გუგუშვილი ა., ხუროძე რ., იმედაძე თ., გარგი დ. მართვის თეორია. სინერგეტიკა, არაწრფივი სისტემები. მე-3 ნაწ., სტუ, თბ., 2000

2. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М., Энергоатомиздат, 2003

3. სესაძე ვ., მაღლაკელიძე ნ., სესაძე ვ. სინერგეტიკა, არაწრფივი სისტემების სინთეზი, მონოგრ., 2009.

THE GENERALIZED METHOD OF ANALYTICAL DESIGNING OF THE AGGREGATED REGULATORS

Kekenadze Vladimer, Chikadze Gela, Maglakelidze Nana
Georgian Technical University

Summary

In the article it is considered a problem of analytical designing of the aggregated regulators with the usage of synergetic methods. It is shown that in the process of the given problem solution another problem is the task of deciding on an appropriate quality criterion.

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ АГРЕГИРОВАННЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Кекенадзе В., Чикадзе Г.. Маглакелидзе Н.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Расмотрена проблема аналитического конструирования оптимальных агрегированных регуляторов с использованием синергетических методов. Показано, что при решеннии этои задачи значительной и независимой проблемой является формирование критерия соотвествующего качества.