

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ СТОИМОСТИ СТРОИТЕЛЬНОЙ КОМПАНИИ

Гоголадзе Владимир Рамазович - Россия, МИСИ,
Обгадзе Тамаз Абесаломович –
Грузинский Технический Университет

Резюме

На основе подхода Прангишвили-Обгадзе, строится новая математическая модель, с учётом запаздывания стоимости акционерного капитала, Для исследования используется стоимость строительной компании. В качестве функций дебета используется формула Гудвина с учётом принципа акселерации Самуэльсона-Хикса. С разработанной модели экономической динамики, выводятся как частные случаи модель Матъе, Дьюфинга и Самуэльсона-Хикса.

Ключевые слова: математическая модель. Экономическая динамика. Стоимость строительной компании.

1. Введение

В процессе развития рыночной экономики оценка и управление стоимостью строительной компании становится всё более важным инструментом. Наличие практических методик и подходов к оценке и управлению стоимостью строительной компании является необходимым элементом для внедрения стоимостного мышления в системы управления строительными компаниями, увеличения эффективности принимаемых решений и роста благосостояния экономики страны.

Вопросы оценки и управления стоимостью рассмотрены в работах Damodaran A., Fernandez P., Copeland T., Koller T., Murrin J., Olsen E., Дранко О.И., Новиков Д.А., Романов В.С., Ивашковская И.В.[1-13] и других авторов. В этих работах предложены методы оценки стоимости, а так же концептуальные подходы к управлению стоимостью.

Тем не менее, актуальна конкретизация концепции VBM в виде математических моделей и практических рекомендаций, являющихся продолжением существующих работ.

Согласно литературе и принятым стандартам оценки стоимости, существует три подхода к оценке: **затратный, сравнительный и доходный**. Затратный подход принимается в основном при ликвидации компаний, и плохо применим для оценки действующего предприятия. Сравнительный подход часто применяется при оценке компаний, но он основан на финансовых коэффициентах, которые трудно обосновываются практически. По этим причинам, в качестве основы для построения модели и метода управления стоимостью компании часто применяется доходный метод, который позволяет обосновать стоимость с использованием планируемых показателей финансовой отчётности строительной компании.

Для современной экономики характерно периоды депрессии и оживления, т.е. периодическое изменение объема производства. Циклическое развитие экономики сопровождается высоким уровнем экономической активности в течение длительного времени, а затем его спадом. Существует много видов циклов. Волнообразное развитие присуще не только всей экономике в целом, но и ее отдельным составляющим. Например, циклы выпуска продукции, циклы эксплуатации оборудования и т.д. Соответственно, цена строительного предприятия чувствительна к динамике общих экономических циклов.

2. Построение математической модели экономической динамики стоимости строительной компании

Стоимость компании складывается из двух компонент: стоимость акционерного капитала и стоимость долга

$$X(t) = C(t) + I(t), \quad (1)$$

где $C(t)$ - стоимость акционерного капитала строительной компании,
 $I(t)$ - стоимость долга (дебет).

Стоимость акционерного капитала строительной компании, с учётом запаздывания записываем в виде

$$C(t) = \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau), t] d\tau, \quad (2)$$

где, зависимость $F[X(t-\tau), t]$ определяется на основе регрессионного анализа данных.

Стоимость долга представляем в виде,

$$I(t) = \beta(t) \cdot \dot{X}(t), \quad (3)$$

где $\beta(t)$ - функция пропорциональности.

Подставляя (2) и (3) в уравнение (1), получаем интегро – дифференциальное уравнение экономической динамики стоимости строительной компании

$$X(t) = \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau), t] d\tau + \beta(t) \cdot \dot{X}(t), \quad (4)$$

Чтобы упростить интеграл в правой части уравнения (4), производим замену переменных по формуле

$$t - \tau = s, \text{ тогда } ds = -d\tau, \int_0^t e^{-\delta\tau} F[X(t-\tau), t] d\tau = e^{-\delta t} \int_0^t e^{-\delta s} F[X(s), t] ds.$$

Подставляя, полученное выражение интеграла в (4) получаем уравнение экономической динамики в виде

$$X(t) = e^{-\delta t} \int_0^t e^{-\delta s} F[X(s), t] ds + \beta(t) \cdot \dot{X}(t) \quad (5)$$

Умножаем уравнение (5) на $e^{\delta t}$, тогда имеем

$$X(t) \cdot e^{\delta t} = \int_0^t e^{-\delta s} F[X(s), t] ds + e^{\delta t} \cdot \beta(t) \cdot \dot{X}(t). \quad (6)$$

Чтобы избавиться от интеграла в правой части уравнения (6), дифференцируем ее по параметру времени t , тогда получаем **математическую модель экономической динамики** стоимости в виде

$$e^{\delta t} \cdot \beta(t) \cdot \ddot{X} + e^{\delta t} \cdot (\dot{\beta} + \delta \cdot \beta - 1) \cdot \dot{X} + e^{-\delta t} \cdot F[X, t] - \delta \cdot e^{\delta t} \cdot X = 0. \quad (7)$$

Если $\beta(t) = 0$, тогда из (3) получаем $I(t) = 0$, что из (1) дает $X(t) = C(t)$, т.е. соответствует случаю простого воспроизводства.

Если же, нас интересует более весомый случай, чем простое воспроизводство, то допускаем что $\beta(t) \neq 0$ и из (7) получаем **математическую модель экономической динамики стоимости строительной компании** в виде

$$\ddot{X}(t) + \frac{\beta(t) + \delta\beta - 1}{\beta(t)} \cdot \dot{X}(t) + \frac{e^{-2\delta t} F[X(t), t] - \delta \cdot X}{\beta(t)} = 0. \quad (8)$$

К уравнению (8) присоединяем начальные условия

$$X(0) = X_0, \quad \dot{X}(0) = P_0,$$

и получаем задачу Коши для обобщенной обыкновенной математической модели экономической динамики (8).

Коэффициент $\beta(t)$ является параметром управления. Целью управления является стабильное развитие с максимизацией стоимости строительной компании и минимизацией стоимости долга, что отражается в законе изменения стоимости строительной компании $X(t)$, без разрушающих систему резонансных колебаний.

3. Частные случаи математической модели экономической динамики стоимости строительной компании

Рассмотрим некоторые ее частные случаи, при различных функциях стоимость акционерного капитала строительной компании и стоимости долга:

а) рассматриваем случай, когда

$$\beta(t) = \frac{1 - e^{-\delta t}}{\delta}, \wedge t > 0,$$

$$F[X(t), t] = e^{2\delta t} \cdot \left\{ \left[\frac{1 - e^{-\delta t}}{\delta} \cdot (\omega^2 + \varepsilon \cdot \cos 2t) \cdot X(t) - 0.9 \right] + \delta \cdot X \right\}.$$

Тогда из уравнения (8) получается уравнение **Матье**

$$\ddot{X}(t) + (\omega^2 + \varepsilon \cdot \cos 2t) \cdot X(t) = 0.9,$$

Присоединяем начальные условия

$$X(0) = 1, \dot{X}(0) = 1.$$

При $\omega = 0.5$ и $\varepsilon = 0.2$, на основе MATHCAD 2001 Professional получаем решение $S^{(0)} = t, S^{(1)} = X(t)$ и соответствующую картину на фазовой плоскости $\left(X(t), \dot{X}(t) \right)$, где $S^{(2)} = \dot{X}(t)$, (Рис.1-2).

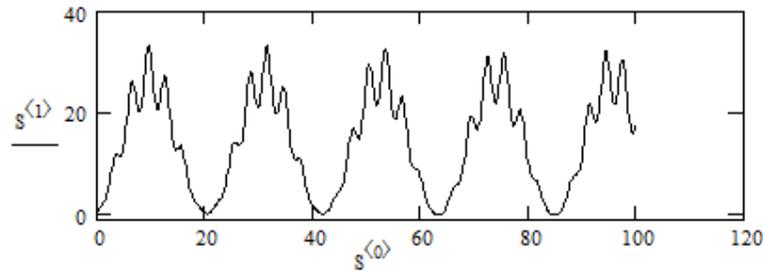


Рис.1. Динамика модели Матье

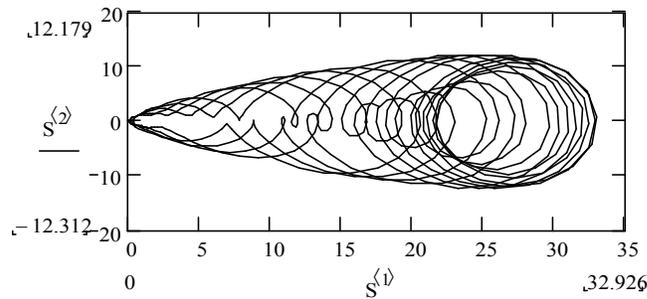


Рис.2. Картина динамики Матье на фазовой плоскости

б) рассматриваем случай, когда

$$\beta(t) = t, \wedge \delta = \text{const},$$

$$F[X(t), t] = \{ \beta(t) \cdot [X(t)^3 - X(t) - A \cdot \cos \omega t - 0.3] + \delta \cdot X \} \cdot e^{2\delta t}$$

где

$$\omega = \text{const}, A = \text{const}.$$

Тогда из уравнения (6) получаем уравнение **Дюффинга**

$$\ddot{X}(t) + \delta \cdot \dot{X}(t) + X(t)^3 - X(t) - A \cdot \cos \omega t - 0.3 = 0.$$

Присоединяем начальные условия

$$X(0) = 1, \dot{X}(0) = 1$$

При $\delta = 0.2$, $A = 0.25$ и $\omega = 1$, на основе MATHCAD 2001 Professional, получаем решение для национального дохода $S^{(0)} = t, S^{(1)} = X(t)$, и соответствующую картину на фазовой плоскости $(X(t), \dot{X}(t))$, где $S^{(2)} = \dot{X}(t)$ (Рис.3-4).

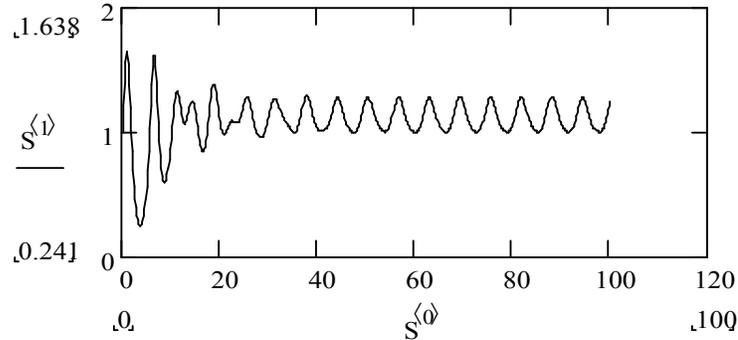


Рис.3. Динамика модели Дюффинга

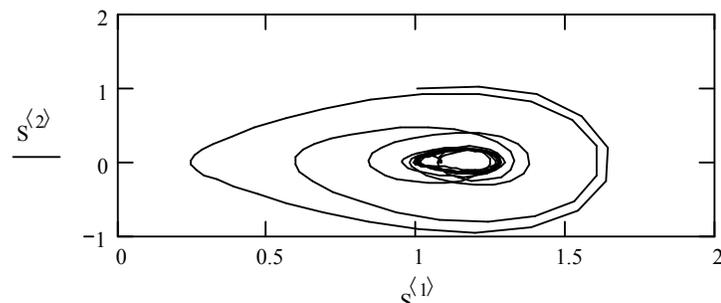


Рис.4. Картина динамики Дюффинга на фазовой плоскости

в) если рассмотреть случай, когда

$$\beta(t) = const, \quad \delta = 0,$$

$$\dot{X}(t) \approx \frac{X(t-h) - X(t-2h)}{h}, \quad h = 1,$$

$$F[X(t), t] = \alpha \cdot \dot{X}(t-h), \quad \alpha \cdot X(-h) = -A,$$

где A = (прожиточный минимум) \times (число жителей),

тогда из уравнения (4) получаем рекуррентную модель Самуэльсона – Хикса.

$$X(t) = (\alpha + \beta) \cdot X(t-1) - \beta \cdot X(t-2) + A$$

4. Заключение

Таким образом, мы проверили, что построенная в работе математическая модель экономической динамики стоимости строительной компании, в частных случаях, может превращаться в модель Самуэльсона – Хикса, модель Матье, модель Дюффинга и т.д.

Что самое главное, предложенная математическая модель дает возможность, в случае нахождения соответствующей функции стоимости акционерного капитала и функции дебета, изучить экономическую динамику стоимости строительной компании.

Литература:

1. ობგაძე თ., ობგაძე ლ., მჭედლიშვილი ნ., დავითაშვილი ი., თუშიშვილი ნ. მათემატიკური მოდელირების კურსი (ეკონომიქსი Mathcad-ისა და Matlab-ის ბაზაზე), ტ.2, თბ., სტუ, 2007

2. Gudvin R.M.. The non – linear accelerator and the persistence of business cycls, Econ.,19,1951
3. Обгадзе Т.А. Высшая математика для экономистов. ИГУМО, М., 2002
4. Обгадзе Т.А., Цвараидзе З.Н. Математическое моделирование в экономике. Лабораторные работы, учеб. пос., ГТУ, Тб., 2006
5. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т. Обобщенная математическая модель экономической динамики. Груз. Электронный Научный Журнал: -№3(7), 2005, с.55-58
6. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т. Математическое моделирование экономических циклов и оптимальное управление капиталными вложениями. Груз. Электронный Научный Журнал: -№3(7), 2005, с.59-61
7. Прангишвили А.И., Обгадзе Л.Т., Тушишвили Н.З. Математическое моделирование и расчет потребительской корзины. Груз. Электронный Научный Журнал: -№1(8),2006,с. 3-7
8. Джибладзе Н., Обгадзе Т.А., Обгадзе Л.Т. Моделирование экономических циклов. Сб. науч. Тр. Инст. Систем управления им. А.Элиашвили АН Грузии, №9, Тб., 2005, с.45-49
9. Тушишвили Н.З. Определение совокупного спроса на продукты питания на основе уравнения Прангишвили-Обгадзе. ГЭНЖ, Компьютерные науки и телекоммуникация, № 8(9), Тб., 2006, 26-28 стр.
10. Обгадзе Т.А., Тушишвили Н.З., Иашвили Л. Анализ макро-экономических показателей Грузии на основе математической модели Прангишвили-Обгадзе. Сб. науч. тр. ГТУ, серия АСУ №2(9), Тб., 2010, стр. 7-18
11. Обгадзе Т.А., Тушишвили Н.З., Вейвлет-анализ макро-экономических показателей социально-экономической системы Грузии. Сб. науч. тр. АН Грузии Инст. Проблем управления им. А.Элиашвили, № 14, Тб., 2010, стр. 245-253
12. ობგაძე თ., თუშიშვილი ნ., იაშვილი ლ., ჩაფიძე ლ. საარსებო მინიმუმის დინამიკა და ცხოვრების დონის ანალიზი. სტუ-ს შრ. კრ., მას, № 2(9), თბ., 2010, გვ. 7-18
13. Обгадзе Т.А., Тушишвили Н.З. Макроэкономический анализ Грузии на основе математической модели Прангишвили-Обгадзе. Тез. докл., 18-ой междунац. конф. Математика. компьютер. образование, г. Пущино, 2010.

სამშენებლო კომპანიის ფასის ეკონომიკური დინამიკის მათემატიკური მოდელი

ვლადიმერ გოგოლაძე – მოსკოვის სახელმწიფო სამშენებლო ინსტიტუტი,
თამაზ ობგაძე - საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

ნაშრომში, ფრანგიშვილი-ობგაძის მიდგომის საფუძველზე, აგებულია ახალი მათემატიკური მოდელი, აქციონერთა კაპიტალის დაგვიანების გათვალისწინებით, რაც გამოწვეულია რესურსების დეფიციტით წარსულში. კვლევებისათვის გამოიყენება სამშენებლო კომპანიის ფასი. დებეტის ფუნქციად განიხილება სამუელსონ-ჰიკსის აქსელერაციის პრინციპი გუდვინის ფორმულირებით. შემუშავებული მოდელიდან როგორც კერძო შემთხვევები, გამოიყვანება მათიეს, დიუფინგისა და სამუელსონ-ჰიკსის მათემატიკური მოდელები.

MATHEMATICAL MODEL OF ECONOMIC DYNAMICS OF COST OF CONSTRUCTION COMPANY

Gogoladze V.R. - Moscow State University of Civil Engineering,
Obgadze T.A. - Georgian Technical University

Summary

In work, on the basis of Prangishvili - Obgadze's approach, the new mathematical model, taking into account delay of cost of the share capital is under construction, For research the cost of construction company is used. As functions of the debit Goodwin's formula taking into account the principle of acceleration of Samuelson's-Hicks is used. With the developed model of economic dynamics, Mathieu's model, Dyyufing's and Samuelsona-Hicks are removed as special cases.