ჰერსტის მაჩვენებლის მეთოდის მიხედვით დროითი პროცესების სტოქასტიურობის დონის შეფასება

ირინე ჩხეიძე, სოფიო ოქრომჭედლიშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განიხილება დროითი პროცესების კლასიფიკაცია და შეფასება მათი სტოქასტიურობის დონის მიხედვით. ამოცანის გადაწყვეტა ხდება ჰერსტის ემპირიული კანონის გამოყენების საფუძველზე, რომელიც რეალიზებილია MathCad პროგრამულ გარემოში და ჩატარებულია სეისმოგრამისთვის (გარკვეული მონაკვეთისთვის) და კარდიორითმის სიხშირის ცვლილებისათვის. სეისმოგრამის შემთხვევაში ჰერსტის პარამეტრი H=0.749, ხოლო კარდიორითმის სიხშირის შემთხვევაში კი H=0.795. მიღებული შედეგები ცხადჰყოფს შემდეგს: 1)ორივე შემთხვევაში პროცესი არის პერსისტენტული, ვინაიდან H>0.5-ზე ეს მიგვითითებს იმაზე, რომ შეიძლება გარკვეული პროგნოზის საფუძვლზე ამ პროცესების ცვლილების სახის შენარჩუნება. 2) დამუშავებული პროცესები უნდა მივაკუთნოთ ქაოტურად-დეტერმინირებულ ანუ ფრაქტალურ სიგნალების ჯგუფს, რომლებიც წარმოადგენს როგორც დეტერმინირებული ასევე შემთხვევითი თვისებების მატარებლებს.

საკვანძო სიტყვები: ჰერსტის მუდმივა. დროითი მწკრივი. პერსისტენტული და ანტიპერსისტენტული პროცესები. ბროუნის მოძრაობა.

1. შესავალი

მრავალგვარ, და კერძოდ, ბუნებრივ საყოფაცხოვრებო პროცესებზე დაკვირვებამ ცხადყო, რომ ისინი წამოადგენენ დროზე დამოკიდებულ პროცესებს [1]. მათი სტრუქტურის ანალიზი და პროგნოზირება აუცილებელია გადაწყვეტილებათა მიღების ეფექტურობისათვის.

განსახილველი სტატია მიძღვნილია ბუნებრივი და საკვლევი პროცესების კლასიფიკაციას და ანალიზის პრობლემის გადაწყვეტას მათი სტოქასტიურობის დონის შეფასების მიხედვით. მას უდიდესი პრაქტიკული მნიშვნელობა გააჩნია რეალური პროცესების მიმდინარეობის პროგნოზირებისათვის [1-5].

დროითი მწკრივი ანუ დინამიკის მწკრივი [3] – ეს არის სტატისტიკური მონაცემების ცვლილება რაიმე პარამეტრის ცვლილების მიხედვით, რომელიც შეესაბამება დროის სხვადასხვა მომენტებს. ამ სტატისტიკურ მონაცემთა ყოველ ანათვალს უნდა ჰქონდეს რიგითი ნომერი დროის გაზრდის მიხედვით.

დროითი მწკრივი განსხვავდება ჩვეულებრივ მონაცემთა ამონარჩევისაგან, ვინაიდან ანალიზის დროს აუცილებლად გათვალისწინებული უნდა იყოს ანათვალთა მიღების დროსთან ურთიერთ კავშირი. ცნობილია [1-3], რომ სტანდარტული სტატისტიკური მეთოდების გამოყენება, მაგალითად ავტოკორელაციური ანალიზი, არ იძლევა სასურველ შედეგს პროცესების კლასიფიკაციის თვალსაზრისით.

კლასიფიკაციის ქვეშ ამ შემთხვევაში ვგულისხმობთ პროცესების დაყოფას დეტერმინირებულ, შემთხვევით და ქაოსურ (დეტერმინირებულ) ან (ფრაქტალურ) სიგნალებით. ქაოსურად დეტერმინირებულ სიგნალებს უკავია შუალედური ადგილმდებარეობა დეტერმინირებულ და შემთხვევით სიგნალებს შორის.

2. ძირითადი ნაწილი

ამ ამოცანის გადაწყვეტა შესაძლებელი გახდა ახალი კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენებით. ექსპერიმენტისთვის გამოყენებული გვაქვს MathCad 14 პროგრამის გარემო. MathCad პროგრამული გარემო მოიცავს არსებულ მოდულებს, მზა ფუნქციებს. ამიტომ სხვადასხვა მეთოდების რეალიზაცია არ მოითხოვს დაპროგრამების მაღალი დონის ენების ცოდნას და რთული ალგორითმების შედგენას. შეიძლება ითქვას, რომ როგორც LabVIESW-ს გამოყენებისას MathCad-ში ხორციელდება „დაპროგრამება პროგრამის შედგენის გარეშე'', რაც ძალიან მნიშვნელოვანია მკვლევარებისა და ინჟინრებისათვის[5]. ეს იძლევა საშუალებას ახალი თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიების მოხმარებას ექსპერიმენტულ და საინჟინრო საქმიანობაში [5]. ჰერსტის მეთოდი ჰერსტის მაჩვენებლის განსაზღვრით საშუალებას იძლევა განვასხვაოთ შემთხვევითი მწკრივი არა შემთხვევითისაგან იმ შემთხვევაშიც, როცა შემთხვევითი მწკრივი არ ექვემდებარება ნორმალური განაწილების კანონს და ის ექვემდებარება მართვის ცნობილ კანონს [2]. ჰერსტი ზომავდა რეზერვუარში წყლის დონის რხევებს. მან დაამტკიცა, რომ შემთხვევითი მწკრივის რხევათა მანძილი იზრდება გაზომვათა დროითი ინტერვალის გაზრდის მიხედვით. მან აჩვენა, რომ ბუნებრივ მოვლენათა უმრავლესობა: ტემპერატურა, ნალექი, მზის ლაქები და სხვა ექვემდებარებიან წანაცვლებულ შემთხვევით პროცესს – ე.წ ხმაურიან ტრენდს, რომლისთვისაც ჰერსტის მაჩვენებლის მნიშვნელობა ახასიათებს ტრენდის სიძლავრის (დეტერმინირებულ ფაქტორს) ფარდობას ხმაურის დონესთან (შემთხვევითი ფაქტორი). ჰერსტის მეთოდს უწოდებენ ნორმირებული გაქანების მეთოდს. ხოლო ჰერსტის მაჩვენებელი კი, H, აჩვენებს, რამდენად განსხვავდება საკვლევი დროითი მწკრივი ბროუნის მაჩვენებლისაგან [4]. ბროუნის მოძრაობა ითვლება, როგორც შემთხვევითობის მაჩვენებელი. მისთვის ჰერსტის მუდმივა უდრის 0.5-ს. თუ H=0.5 მაშინ გვაქვს კლასიკური ბროუნის მოძრაობა. თუ $0<H<0.5$ პროცესი არის ანტიპერსისტენტული, როცა პროცესის გაზრდის ტენდენცია შეიცვლება შემცირების ტენდენციით (ალბათურად). თუ $0.5< H\leq 1$ – პროცესი არის პერსისტენტული, როცა გაზრდის ტენდენცია მომავალშიც არ შეიცვლის მიმართულებას (ალბათურად). ამ შემთხვევაში ზოგჯერ ამბობენ, რომ იგი მოიცავს დეტერმინირებულ მდგენელსაც „ტრენდს''. დეტერმინირებული პროცესებისათვის ჰერსტის მუდმივა აღემატება 1, რაც ადასტურებს მართვის კანონის არსებობას.

ჰერსტის მაჩვენებლის გამოთვლა წარმოებს შემდეგი სქემის მიხედვით:

აღვნიშნოთ $\{e_1, e_2, e_3,\ldots\}$ დროითი პროცესის მიღებული მნიშვნელობები.

1. დასაწყისში გამოითვლება მიღებული მონაცემების საშუალო მნიშვნელობა $\bar{e}$

$$\bar{e} = \frac{1}{\tau}\sum_{u=1}^{\tau} e_u \tag{1}$$

სადაც e_u- არის მონაცემთა ვექტორის u - რი ანათვალი; τ - დრო, რომელიც შეესაბამება დროის მწკრივის სიგრძეს, ეს იგივეა, რაც ანათვალთა რაოდენობა.

2. გამოითვლება დაგროვილ მნიშვნელობათა გადახრა საშუალო მნიშვნელობიდან.

$$X(t,\tau) = \sum_{u=1}^{t}(e_u - \bar{e}) \tag{2}$$

3. განისაზღვრება $X(t,\tau)$ გაქანება

$$R = \max\big(X(t,\tau)\big) - \min(X(t,\tau))$$

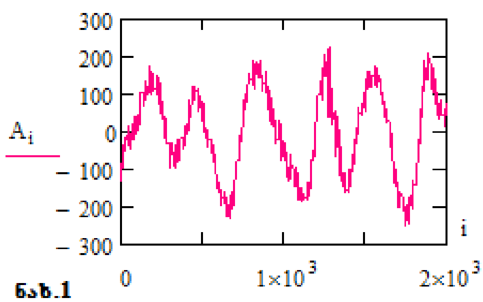
4. ხდება მიღებული გაქანების ნორმირება: $\frac{R}{S}$,

სადაც S არის პროცესის სტანდარტული გადხრა.

5. აიგება $\log\frac{R}{S}$ დამოკიდებულება $\log(\tau)$-საგან. $H = \frac{\log\frac{R}{S}}{\log\tau}$ ამით მივიღებთ ჰერსტის მუდმივას.

იმისდამიხედვით, რას უდრის ჰერსტის პარამეტრი, შეგვიძლია ვიმსჯელოთ როგორი სახის პროცესთან გვაქვს საქმე. უნდა აღვნიშნოთ, რომ რაც უფრო მეტია ამონარჩევის მოცულობა (დროითი ინტერვალი) მით უფრო დამაჯერებელი შედეგები მიიღება.

ჩვენ ჩავატარეთ ჰერსტის ემპირიული კანონის მაჩვენებლის განსაზღვრა სხვადასხვა პროცესებისთვის: სეისმოგრამისათვის, (გარკვეული მონაკვეთის) და კარდირითმის სიხშირის ცვლილებისთვის (24 საათის განმავლობაში). ჰერსტის მეთოდის მიხედვით ჩავატარეთ გამოთვლები გეოფიზიკის ინსტიტუტის მიერ მოცემულ სეისმოგრამის 2000 ანათვალზე და მივიღეთ შემდეგი შედეგი (ნახ.1).



ნახ.1

ამ ნახაზზე მოცემულია სეისმოგრამით მიღებულ ანათვალთა გრაფიკი. ზემოაღწერილ ჰერსტის პარამეტრის განსაზღვრის მეთოდიკის მიხედვით, მივიღეთ დაგროვილ მნიშვნელობათა გადახრა, სადაც mean არის A ვექტორის მათემატიკური მოლოდინი.

$$X(t,\tau) := \sum_{u=1}^{t} \left(A1_u - \mathrm{mean}(A1)\right) \qquad i1 := 0..\mathrm{rows}(A1)$$

$X(t,\tau)$ ფუნქცია ვაქციეთ ვექტორად, განვსაზღვრეთ გაქანება და ნორმირებული მისი მნიშვნელობა R.

$$X1_{i1} := X(i1,\tau)$$

$$\max(X1) = 1.713 \times 10^4$$

$$\min(X1) = -1.651 \times 10^4$$

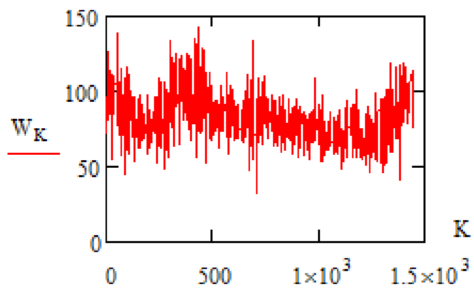
$$S := \mathrm{stdev}(A1)$$

$$R := \frac{\max(X1) - \min(X1)}{S} \qquad R = 296.859$$

$$H := \frac{\log(R)}{\log(\tau)} \qquad H = 0.749$$

რადგან H-ის მნიშვნელობა =0.749-ს ეს ნიშნავს, რომ პროცესი არის პერსისტენტული და მომავალში შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ პროცესს შემდგომ ექნება მსგავსი სახე.

გამოთვლები ჩავატარეთ აგრეთვე კარდიორითმის სიხშირის ანათვლებზე, რომელიც მოგვაწოდა მე-9 საავადმყოფოსთან არსებულმა გულის კარდიოლოგიურმა კლინიკამ და მივიღეთ შემდეგი შედეგები (ნახ.2):



ნახ.2

ამ ნახაზზე მიღებულია კარდიორითმის სიხშირის დამოკიდებულება დროზე. ამ შემთხვევაშიც გამოვთვალეთ ჰერსტის პარამეტრის მნიშვნელობა H=0.795

3. დასკვნა

1. როგორც სეისმოგრამის (გარკვეული მონაკვეთის) შემთხვევაში, ასევე კარდიორითმის სიხშირის ცვლილებისაც, საქმე გვაქვს პერსისტენტულ პროცესთან, ვინაიდან H>0.5 ეს მიგვითითებს იმაზე, რომ შეიძლება ვიწინასწარმეტყველოთ სიგნალი მომავალშიც შეინარჩუნებს მიღებულ ტენდენციას. იქ სადაც სიგნალს ჰქონდა ზრდადობის ხასიათი, ის ახლო მომავალშიც შეინარჩუნებს, ხოლო იქ, სადაც მცირდებოდა მომავალშიც უნდა მოველოდოთ შემცირებას.

2. განხილული პროცესები არ მიეკუთვნება მთლიანად შემთხვევით პროცესებს, რომლის კლასიკური მაგალითია, მცირე ნაწილაკების ბროუნის მოძრაობა. (H=0.5) ამ დროს შემთხვევითობას ერთვის დეტერმინირებული მდგენელიც. ანხილული სიგნალები შეიძლება მივაკუთვნოთ ქაოსურად დეტერმინირებულ ან ფრაქტალურ პროცესებს, რომლებსაც გააჩნიათ როგორც შემთხვევითი, ასევე დეტერმინირებული სიგნალების თვისებები.

ლიტერატურა:

1. Омнее Р., Эноксон А. Прикладной анализ времеиных рядов. «Мир», Москва, 1982
2. Питер Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике. Fractal Market Analyses. Интернет – треидинг. 2004.
3. Лоскутов А.Ю., Котляров О.Л., Истомин И.А., Журавлев Д.И. Проблемы нелинейной динамики. Локальные методы прогнозирования временных рядов. Вестник Московского Университета, сер. Физ.-астр., №6, 3-21 с.
4. Е.Федер. Фракталы. «Мир». Москва. 1991
5. Евдовижов Ю.К, Линдвалв В.Р., Щербаков Г.И. LabVIEW для радио инжинера, от виртуальной модели до реального прибора. ДМК, Москва, 2007

ASSESSING LEVELS OF STOCHASTIC TEMPORAL PROCESS BY THE HURST INDICATOR

Chkheidze Irina, Okromchedlishvili Sophio
Georgian Technical University

Summary

The article concerns classification and estimation temporal series on a level them of stochasticity on an example of processing of piece seismogram and cardiac rate frequency. The method of the empirical law herst realized in MathCad software environmeunt, was used, in a case seismogram a numerical parameter Herst H = 0.749, while for frequency cardiac rate H = 0.795. The received testily to that: 1) in both cases the processes are persistence, as 0.5.□H 2) the considered signals should be related to group chaotically – determined, or Fractal Signals, which are the carriers both determined and random properties.

ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ СТОХАСТИЧНОСТИ ВРЕМЕННОГО ПРОЦЕССА МЕТОДОМ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЕРСТА

Чхеидзе И.М., Окромчедлишвили С.Н.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Работа касается классификации и оценивания временных рядов по уровню их стохастичности на примере обработки отрезка сейсмограммы и частоты кардиоритма. Использовался метод эмпирического закона Херста, реализованного в программной среде MathCad. В случае сейсмограммы численный показатель Херста H=0.749, в то время как, для частоты кардиоритма H=0.795. Полученные результаты свидетельствуют о том что: 1) в обоих случаях процессы являются персистентными, поскольку H>0.5. 2) рассмотренные сигналы следует отнести к группе хаотически-детерминированных, или же, фрактальных сигналов, которые являются носителями как детерминированных так и случайных свойств.