

რეზონანსული სიხშირის განსაზღვრის მათემატიკური მოდელირება

ზაალ აზმაიფარაშვილი, მედეა ნარჩემაშვილი, ნონა ოთხოზორია,

ნათელა ანანიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

გამოკვლეულია რეზონანსული სიხშირის დადგენის ეფექტურობა ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენებით. ექსტრემუმის ძიებისთვის გამოყენებულია ოქროს კვეთისა და ფიბონაჩის მეთოდები. მოცემულია თითოეული მეთოდით მიღებული კვლევის შედეგები და შედარებითი ანალიზი.

საკვანძო სიტყვები: რეზონანსული სიხშირე, ოპტიმიზაციის მეთოდები, ოქროს კვეთა, ფიბონაჩი.

1. შესავალი

მართვის მოწყობილობების პრაქტიკაში დანერგვისა და გამოყენების სფეროს გაფართოებამ გამოიწვია მართვის მოწყობილობებისა და სისტემის მიმართ ტექნიკური მახასიათებლების ხარისხის გაუმჯობესების მოთხოვნის წაყენება მათი საექსპლუატაციო პირობების ერთდროული გაუარესებისას. მართვის მოწყობილობების ძირითადი ინფორმაციული პარამეტრების მაღალი სიზუსტით განსაზღვრა განაპირობებს ტექნოლოგიური პროცესების ზუსტ კონტროლსა და ეფექტურ მართვას.

არსებობს მრავალნაირი სახის მოწყობილობები, რომლებიც უზრუნველყოფს ტექნოლოგიური პარამეტრების განსაზღვრას და დაფუძნებულია სხვადასხვა სახის ფიზიკური თვისებების გამოყენებაზე. მათ შორის აღსანიშნავია ფართო ფუნქციონალური შესაძლებლობების მქონე მოწყობილობები და საშუალებები, რომლებიც ემყარება არაელექტრული სიდიდის გარდასახვის მაღალსიხშირულ მეთოდებს. ამ მეთოდებზე დაფუძნებულ მოწყობილობების პირველადი გარდამსახის მგრძნობიარე ელემენტს წარმოადგენს რხევითი სისტემა (რს).

რს-ს გააჩნია მრავალი მახასიათებელი პარამეტრი, მაგრამ აქედან პრაქტიკაში ძირითადად გამოიყენება რს-ს საკუთარი სიხშირე და ვარგისიანობა. მათ შორის პირველადს წარმოადგენს რს-ის რეზონანსული (საკუთარი) სიხშირე და ვარგისიანობა.

2. ძირითადი ნაწილი

პრაქტიკაში ცნობილია რხევითი სისტემის საკუთარი სიხშირის განსაზღვრის ხერხი, რომელიც რეალიზებულია მოწყობილობაში. ამ ხერხის არსია რხევითი სისტემის ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლის (ასმ) ექსტრემუმის მაქსიმალურობაში ორი ერთნაირი გადაცემის კოეფიციენტის მქონე წერტილში სიხშირეთა ნახევარჯამის განსაზღვრა სიმეტრიული სიხშირული მოდულაციის დროს. აღნიშნულ ხერხზე დაფუძნებული მოწყობილობა მაღალი სიზუსტით ზომავს რხევითი სისტემის რეზონანსულ სიხშირეს – უპირატესად სიმეტრიული ასმ-ის და ძაბვით მართვადი მაღალსიხშირული გენერატორის წრფივი მოდულაციური მახასიათებლის შემთხვევაში. პრაქტიკაში რხევითი სისტემის ასმ ასიმეტრიულია. სიმეტრიულობა მით უფრო მკაფიოდ, რაც უფრო დიდია მისი ელექტრომაგნიტური დანაკარგები, ხოლო მართვადი მაღალსიხშირული გენერატორის მოდულაციური მახასიათებელი კი – არაწრფივია.

სტატიაში გაანალიზებულია რხევითი სისტემის ინფორმაციული პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდური ცდომილებები საბაზო მეთოდზე დაყრდნობით. რხევითი სისტემის ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლის მრუდის ექსტრემუმის წერტილს შეესაბამება რეზონანსული სიხშირე. ეს დამოკიდებულება შესაძლებელია გამოვსახოთ ფორმულით:

$$U(W) = \frac{U(M)}{\sqrt{1 + Q^2 \cdot \left(1 - \frac{W_0^2}{W^2}\right)}} \quad (1)$$

სადაც, $U(W)$ - რხევით სისტემაზე მოქმედი ძაბვა;

W, W_0 - შესაბამისად, წრიული და რეზონანსული სიხშირეებია;

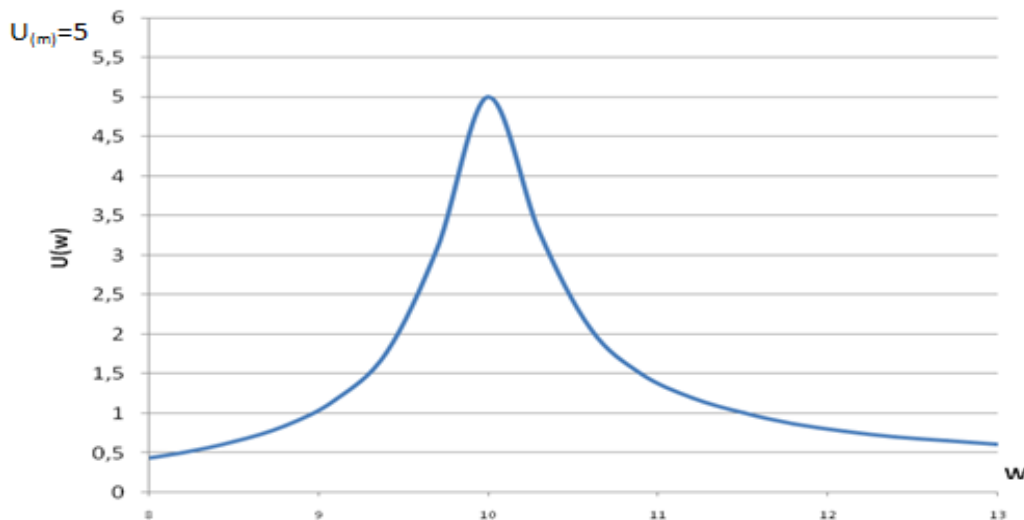
Q - რხევითი სისტემის ვარგისიანობა;

$U_{(M)}$ - რს ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლის მრუდის ამპლიტუდაა.

პრაქტიკაში რხევითი სისტემის ძირითადი მახასიათებლები დინამიურ რეჟიმში არის რეზონანსული ვიდეომპულსის შესაბამისი სიგნალი ძაბვის სახით, რომლის ფორმა შეიძლება სტატისტიკურისაგან განსხვავებული იყოს, მისი ამპლიტუდური მნიშვნელობა, რეზონანსული სიხშირისა და ვარგისიანობის შესაბამისი პროპორციული დროითი ინტერვლები, როდესაც რს-ზე მოქმედი მაღალსიხშირული სიგნალის სიხშირე იცვლება წრფივი კანონით.

(1) გამოსახულება ასახავს რეზონანსულ სიხშირეზე დროში ხაზოვნად ცვლადი სიხშირული სიგნალის ზემოქმედებას.

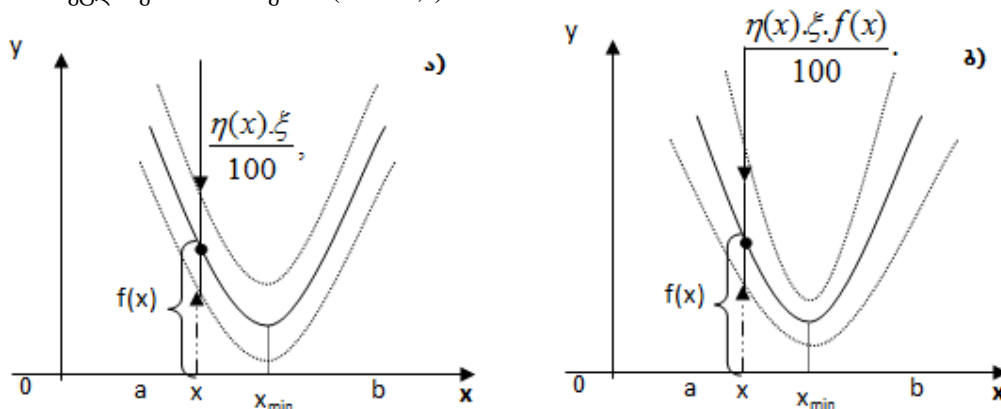
დავადგინეთ მოცემული გამოსახულების ექტრემუმის წერტილები ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენებით. ფუნქციის გრაფიკული სახე მოცემულია 1-ელ ნახაზზე.



ნახ.1

ჩვენთვის საინტერესო საძიებო დიაპაზონია (8; 12) დიაპაზონი.

სტატიაში [1] მოყვანილია ოქროს კვეთის მეთოდის ეფექტურობის გამოკვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში. სტატიაში მოყვანილი ეფექტურობის კრიტერიუმის მიხედვით გამოვიკვლიეთ ოქროს კვეთის და ფიბონაჩის მეთოდების ეფექტურობის შედარებითი ანალიზი შეცდომების პირობებში (ნახ.2-ა,ბ).



ნახ.2

ა) შეცდომების დერეფანი ადითიური ცდომილების პირობებში;

ბ) შეცდომების დერეფანი მულტიპლიკაციური ცდომილების პირობებში

ეფექტურობის c კრიტერიუმის (1) გარდა, რომელიც წარმოადგენს სიდიდეს, რომლის მნიშვნელობა ინტერვალის საბოლოო სიგრძის ამ ინტერვალის შუაწერტილის მინიმუმიდან გადახრის აბსოლუტურ მნიშვნელობაზე ნამრავლის ტოლია, შესაფასებლად გამოვიტანეთ ექსტრემუმის პოვნისთვის დახარჯული დროის შეფასება.

$$c = (x_2 - x_1) * \left| \frac{(x_2 + x_1)}{2} - extr \right| \quad (2)$$

სადაც x_2 x_1 ძიების საბოლოო ინტერვალის საზღვრებია, ხოლო $extr$ ექსტრემუმის მნიშვნელობა.

ექსტრემუმის პოვნის შედეგების შესადარებლად ძიება ჩატარდა ერთსა და იმავე სიგრძის მქონე 3 სხვადასხვა ინტერვალისათვის, სადაც ექსტრემუმის წერტილს სხვადასხვა მდებარეობა ჰქონდა ინტერვალის საზღვრების მიმართ.

განვიხილოთ საძიებო ინტერვალები (8;10), (9;11), (10;12), (ძიების შედეგები მოცემულია ცხრილებში.) ერთი და იგივე პირობებში, ე.ი. ერთსა და იმავე ძიების ინტერვალზე ტარდებოდა 10 ცდა. 1-ელ ცხრილში მოცემულია ოქროს კვეთის მეთოდით მიღებული შედეგები ექსპერიმენტის შეცდომების არარსებობის პირობებში, ხოლო მე-2 ცხრილში მოცემულია ფიბონაჩის მეთოდით მიღებული შედეგები. შედეგების ანალიზიდან, ჩანს, რომ ოქროს კვეთის მეთოდით ძიებისას სხვადასხვა ინტერვალიდან ექსტრემუმის წერტილის მიახლოებისათვის განსხვავებული დრო არის საჭირო, ყველაზე მეტი დრო დაიხარჯა [9; 11] ინტერვალიდან ძიების შემთხვევაში, ხოლო ფიბონაჩის მეთოდით ძიებისას ყველაზე უარესი შემთხვევა ფიქსირდება იმ შემთხვევაში, როცა ექსტრემუმის წერტილის მნიშვნელობა ემთხვევა ინტერვალის საზღვრის მნიშვნელობას (ნახ.3).

ოქროს კვეთით ძიების შედეგები ექსპერიმენტის შეცდომების არარსებობის პირობებში

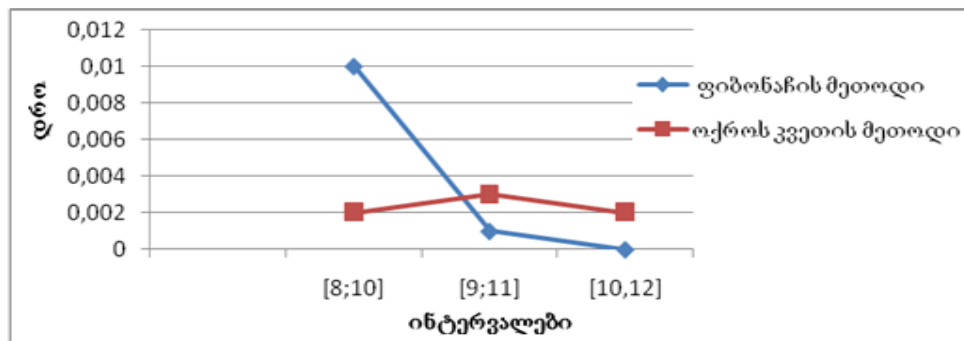
ცხრ.1

ინტერვალი	ფუნქციის მაქსიმუმი	კრიტერიუმი c	იტერაციების რაოდენობა	თვლის დრო
[8;10]	4.99735	3.12E-05	11	0.002
[9;11]	4.99899	3.12E-05	11	0.003
[10;12]	4.99736	3.12E-05	11	0.002

ფიბონაჩის მეთოდის შედეგები ექსპერიმენტის შეცდომების არარსებობის პირობებში

ცხრ.2

ინტერვალი	ფუნქციის მაქსიმუმი	კრიტერიუმი c	იტერაციების რაოდენობა	თვლის დრო
[8;10]	4.99899	4.02 -01	10	0.01
[9.5;11]	4.99985	0.40198	10	0 .001
[10.5;12]	4.99899	4.02 -01	10	0



ნახ.3

ექსტრემუმთან მიახლოებას ყველაზე მეტი დრო დასჭირდა იმ ინტერვალებში, სადაც ექსტრემუმის წერტილი ინტერვალის საზღვარს ემთხვევა (ცხრ.4), ოქროს კვეთის შემთხვევაში კი იმ ინტერვალში, სადაც ექსტრემუმის წერტილი თანაბრად არის დაშორებული ინტერვალის საზღვრებიდან (ცხრ.3).

ოქროს კვეთით ძიების შედეგები ექსპერიმენტის

შეცდომების პირობებში

ცხრ.3

ინტერვალი	ფუნქციის მაქსიმუმი	კრიტერიუმი c	იტერაციების რაოდენობა	თვლის დრო	
[8;10.5]	9.99187	4.95525	3.12 -05	11	0
[9;11.5]	9.97871	4.93976	3.12 -05	11	0.01
[10;12.5]	10.077	4.74102	3.12 -05	11	0

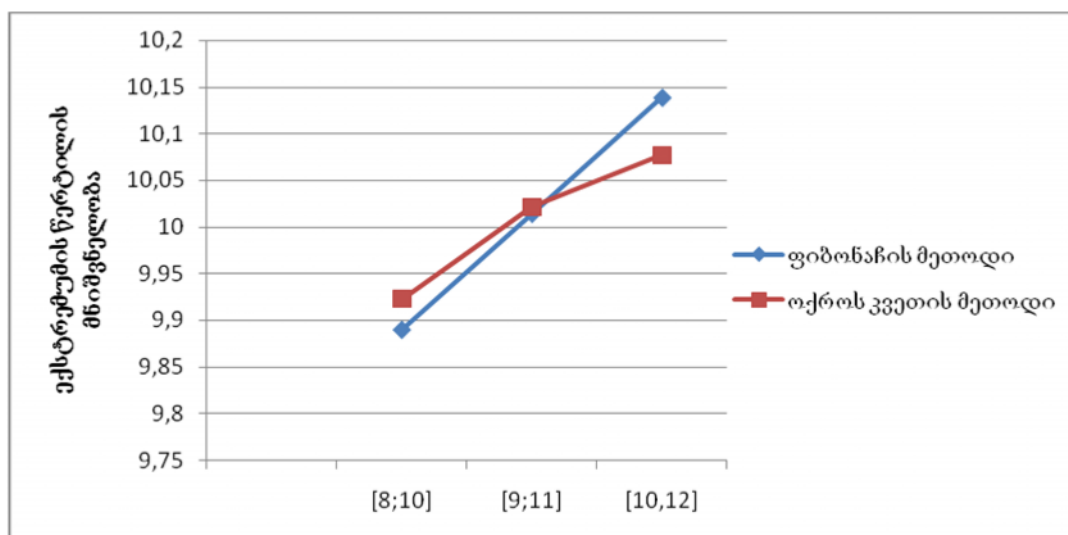
ფიბონაჩის მეთოდით ძიების შედეგები ექსპერიმენტის

შეცდომების პირობებში

ცხრ.4

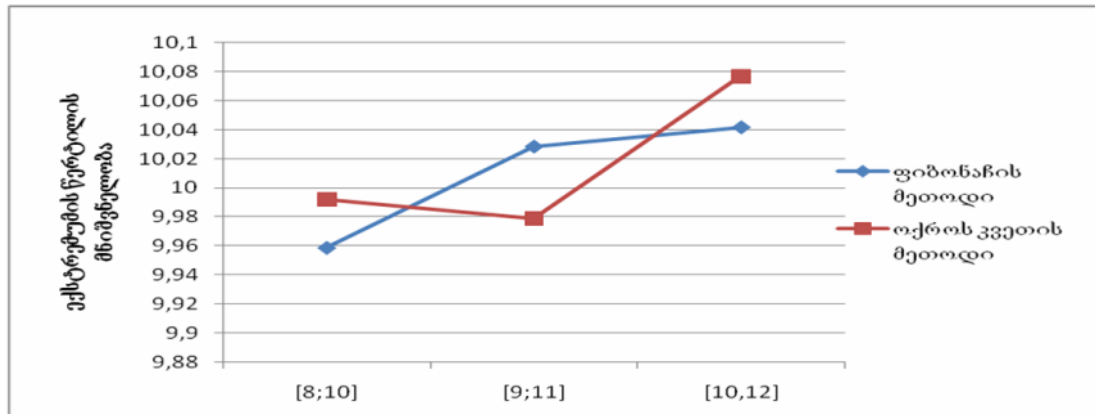
ინტერვალი	არგუმენტის მნიშვნელობა	ფუნქციის მაქსიმუმი	კრიტერიუმი c	იტერაციების რაოდენობა	თვლის დრო
[8;10]	9.95861	5.0014	4.02 -01	10	0.01
[9;11]	10.0282	5.00647	0.401716	10	0.01
[10;12]	10.0414	4.94742	4.02 -01	10	0.005

მე-4 ნახაზზე მოცემულია მულტიპლიკაციური შეცდომების პირობებში ექსტრემუმის წერტილის მნიშვნელობები ინტერვალების მიხედვით, როგორც ნახაზიდან ჩანს ოქროს კვეთის მეთოდი ნაკლებად მდგრადია შეცდომების მიმართ და მიღებული შედეგების გადახრა ექსტრემუმის ნამდვილი მნიშვნელობიდან გაცილებით მეტია, ვიდრე მონაკვეთის სამ ტოლ ნაწილად გაყოფის მეთოდის შემთხვევაში.



ნახ.4

მე-5 ნახაზზე მოცემულია ექსპერიმენტის შედეგები ადითიური შეცდომების შემთხვევაში. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ოქროს კვეთის მეთოდი ამ შემთხვევაშიც ნაკლებად ეფექტურია ფიბონაჩის მეთოდთან შედარებით.



ნახ.5

მეთოდების პროგრამული რეალიზაციისათვის შესაბამისი კოდი შედგენილია დაპროგრამების C++ ენაზე. ტესტირება ჩატარდა სტანდარტული სიმძლავრის პერსონალურ კომპიუტერზე მონაცემებით: Intel(R) Pentium(R) Dual CPU E2220 2.40 GHz, 2.00 GB of RAM.

3. დასკვნა

როგორც ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, ფიბონაჩის მეთოდი შეცდომების არსებობის პირობებში გაცილებით ეფექტურად მუშაობს, ვიდრე ოქროს კვეთის მეთოდი და ბიჯის შერჩევისას ექსპერიმენტატორს ვურჩევთ, რომ უპირატესობა ამ მეთოდს მიანიჭოს. თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ ეფექტური ძიებისთვის მნიშვნელობა აქვს ინტერვალის საზღვრების მიმართ ექსტრემუმის წერტილის მდებარეობას, ამ მდებარეობის მიხედვით იცვლება ძიების შედეგებიც და მეთოდის ეფექტურობაც.

ლიტერატურა:

1. ზედგენიძე ი., ოთხოზორია ნ. მონაკვეთზე ექსტრემუმის ძიების მეთოდების შედარება ექსპერიმენტის შეცდომის პირობებში. სტუ-ს შრ.კრ. № 7(446) საიუბილეო გამოცემა. თბ., „ტექნიკური უნივერსიტეტი“. 2002
2. აზმაიფარაშვილი ზ. რეზონანსული სიხშირის გაზომვა რადიოტალღური გადამწოდების დიდი ელექტრომაგნიტური დანაკარგების პირობებში. სტუ-ს შრ.კრ. №1 (369), 1990.

MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINING THE RESONANCE FREQUENCY

Zaal Azmaiparashvili, Medea Narchemashvili, Nona Othozoria, Natela Ananiashvili

Georgian Technical University

Summary

The article described the definition of the resonance frequency of the vibrational system using optimization techniques. To search for extreme methods of gold section and Fibonacci. Research results obtained by each method and given their comparative analysis.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ

Азмайпарашвили З., Нарчемашвили М., Отхозория Н., Ананиашвили Н.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотрены вопросы определения резонансной частоты колебательной системы с применением методов оптимизации. Для поиска экстремума применены методы золотого сечения и Фибоначи. Приведены результаты исследования для каждого метода и приведен их сравнительный анализ.