

რაკეტის გარსდენა უკუშში ბლანტი სითხით

ირმა დავითაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განხილულია რაკეტის გარსდენა ბლანტი უკუშში სითხით. რაკეტის პროფილი წარმოდგენილია პროფილის ზედაპირის წერტილების კოორდინატების მატრიცების საშუალებით. ნაკადის მოდელირებისთვის გამოყენებულია კინემატიკური პირობები $L_2(G)$ მეტრიკით. ნაშრომი ემყარება არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდის გამოყენებას ინტეგრალური ცდომილების მინიმიზაციისათვის, როდესაც შემოფარგვლის პირობები წარმოადგენენ მასის შენახვის კანონს და ბერნულის ინტეგრალურ განტოლებას ბლანტი სითხეებისათვის.

საკვანძო სიტყვები: რაკეტა. გარსდენა. ინტეგრალური განტოლება. მასის შენახვის კანონი, ბერნულის ინტეგრალური განტოლება.

1. შესავალი

რაკეტის ბლანტი სითხის გარსდენის ამოცანის შესასწავლად, გარსდენას ახდენენ მართკუთხედის ფორმის სიჩქარეთა ეპიურის მქონე ნაკადით. დალაშქრის პრინციპის მიხედვით, განვიხილავთ შემთხვევას, როდესაც რაკეტა უძრავია და მას ეჯახება უკუშში ბლანტი სითხის დამყარებული ნაკადი. თუ ჩავთვით, რომ შემხვედრი ნაკადის სიჩქარეთა ვექტორის ეპიურა საწყის $X=X_0$ კვეთში წარმოადგენს სწორ ხაზს, შესაბამისი სასაზღვრო პირობა $L_2(G)$ -ის მეტრიკით მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$IGR1(\alpha, \beta) = \int_{Y_0}^{Y_N} (u(X_0, y, \alpha) - 1)^2 dy + \int_{Y_0}^{Y_N} v(X_0, y, \beta)^2 dy. \quad (1)$$

სადაც $[Y_0, Y_N]$ – შესასწავლი შუალედის პორიზონტალური, ხოლო $[X_0, X_N]$ – ვერტიკალური საზღვრებია. ანუ, ამონახსნს ვეძებთ დეკარტულ ნამრავლზე.

$$G = [X_0, X_N] \times [Y_0, Y_N].$$

ჩვენს შემთხვევაში $X_0=-2; X_N=2; Y_0=-1; Y_N=1$



ნახ.1

რაკეტა წარმოვადგინოთ სხეულის ზედაპირის წერტილების კოორდინატების მატრიცების საშუალებით. სიჩქარეთა ველის კოორდინატებს ბრტყელი დინებისას, ისევე როგორც წნევის ველს ვეძებთ ორგანოზომილებიანი პოლინომური ბაზისის მიმართ შემდეგნაირად:

$$u(x, y, \alpha) = \sum_{m=0}^{k1} \sum_{n=0}^{k1} (\alpha_{m,n} \cdot \phi(x, y, m, n)) \quad (2)$$

$$v(x, y, \beta) = \sum_{m=0}^{k1} \sum_{n=0}^{k1} (\beta_{m,n} \cdot \psi(x, y, m, n)) \quad (3)$$

$$p(x, y, \gamma) = \sum_{m=0}^{k1} \sum_{n=0}^{k1} (\gamma_{m,n} \cdot \sigma(x, y, m, n)) \quad (4)$$

სადაც,

$$\phi(x, y, m, n) := x^m \cdot y^n; \quad \psi(x, y, m, n) := x^m \cdot y^n; \quad \sigma(x, y, m, n) := x^m \cdot y^n$$

ხოლო α, β, γ საძიებელი კოეფიციენტებია.

რაკეტის ბლანტი სითხით გარსდენისას ადგილი აქვს:

ა) მასის შენახვის კანონს, რომლის მიხედვითაც შემხვედრი ნაკადის მასა კვეთის დასაწყისში ტოლია პროფილის გვერდებზე და მის კვალში გასული ნაკადების ჯამისა;

$$\int_{Y_0}^{Y_N} u(X_0, y, \alpha) \, dy = \int_{Y_0}^{Y_N} u(X_N, y, \alpha) \, dy + \int_{X_0}^{X_N} (v(x, Y_0, \beta) + v(x, Y_N, \beta)) \, dx \quad (5)$$

ბ) ბერნულის განტოლებას, რომლის თანახმად რაკეტის პროფილის საწყის და საბოლოო კვეთებში ენერგიათა სხვაობა ტოლია პროფილის ზედაპირის გასწვრივ ხახუნზე დახარჯული ენერგიისა:

$$E1(\alpha, \beta, \gamma) - E2(\alpha, \beta, \gamma) = E4(\alpha, \beta, \gamma) \quad (6)$$

$$E2(\alpha, \beta, \gamma) := \int_{Y_0}^{Y_N} \left[p(X_N, y, \gamma) + 1.1 \cdot (u(X_N, y, \alpha)^2 + v(X_N, y, \beta)^2) \right] dy \quad (7)$$

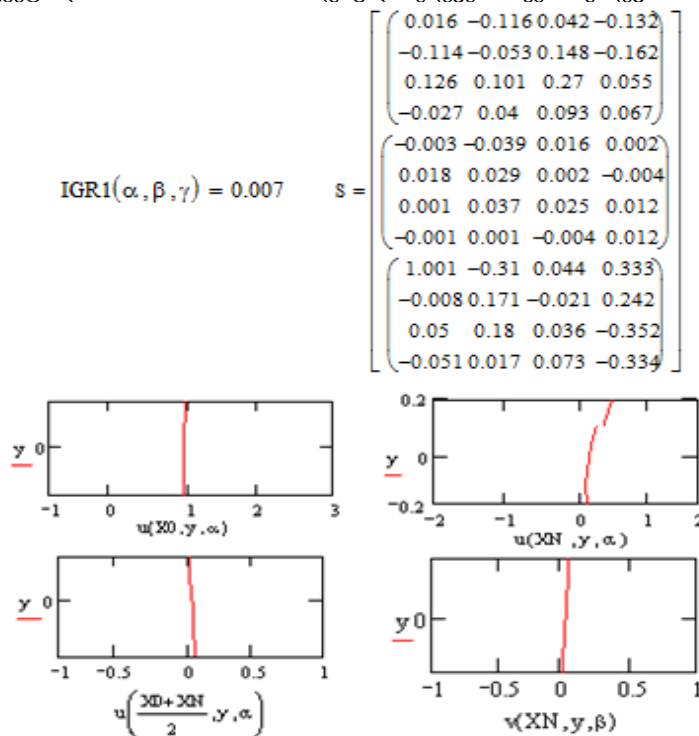
$$E1(\alpha, \beta, \gamma) := \int_{Y_0}^{Y_N} \left[p(X_0, y, \gamma) + 1.1 \cdot (u(X_0, y, \alpha)^2 + v(X_0, y, \beta)^2) \right] dy \quad (8)$$

$$E4(\alpha, \beta, \gamma) := E3(\alpha, \beta, \gamma) + 0.11 \cdot \frac{X_N - X_0}{Y_N - Y_0} \int_{Y_0}^{Y_N} \frac{\sqrt{(u(X_0, y, \alpha)^2 + v(X_0, y, \beta)^2) \cdot (u(X_N, y, \alpha)^2 + v(X_N, y, \beta)^2)}}{2} dy \quad (9)$$

$$E3(\alpha, \beta, \gamma) := 0.11 \cdot \frac{X_N - X_0}{Y_N - Y_0} \int_{Y_0}^{Y_N} \frac{u(X_N, y, \alpha)^2 + v(X_N, y, \beta)^2 + (u(X_0, y, \alpha)^2 + v(X_0, y, \beta)^2)}{4} dy \quad (10)$$

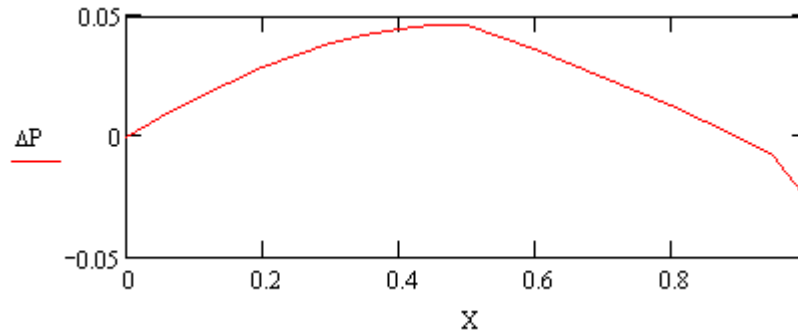
სადაც, (7), (8), (9), (10) ფორმულები წარმოადგენენ დამხმარე ფუნქციებს ბერნულის განტოლებისთვის. ამოცანის გადაწყვეტისთვის გამოყენებულია არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდი, სადაც *IGR1* ფუნქცია წარმოადგენს მიზნის ფუნქციას, ხოლო შეზღუდვებს წარმოადგენენ ბერნულის განტოლება და მასის შენახვის კანონი. ჩვენი მიზანია *IGR1* ფუნქციის მინიმიზაცია, ანუ კოეფიციენტების α, β, γ პოვნა, რომლის შემდეგაც ვპოულობთ $u(x, y, \alpha)$, $v(x, y, \beta)$, $p(x, y, \gamma)$ ფუნქციებს.

ამოცანა გადაწყვეტილია MathCad 13-ში, მიღებულ შედეგებს აქვს შემდეგი სახე:



ნახ.2 ხინკარეთა ველის ეპიურები

მიღებულ წნევათა სხვაობას რაკეტის კვეთის ზედა და ქვედა ზედაპირს შორის შემდეგი სახე აქვს:



ნახ.3 წნევათა სხვაობა კონუსური სხეულის ქვედა და ზედა ზედაპირებს შორის

ლიტერატურა:

1. ... , 1999
2. ობგაძე თ. მათემატიკური მოდელირება (უწყვეტი მათემატიკური მოდელები), ტ.1., მონოგრაფია, სტუ. თბ., 2006
3. ობგაძე თ., დავითაშვილი ი. ახალი ალგორითმი პროფილის სტაციონარული გარსდენის ამოცანების ამოსახსნელად, სტუ. შრ.კრ. „მას“ №1(2), თბილისი, 2007
4. ... , 100 , 2007
5. ობგაძე თ., დავითაშვილი ი. არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდის გამოყენება თვითმფრინავის ფრთის პროფილის ოპტიმიზაციისათვის, საერთაშორისო სამეც. კონფ ICT'07, თბილისი 2007.

FLOW AROUND THE ROCKET WITH VISCOUS FLUID

Davitashvili Irma
Georgian Technical University

Summary

In the paper there is discussed a flow of viscous fluid around the rocket profile. The rocket profile is represented with the matrix of coordinates of points. In order to simulate the flow particular kinematic conditions are used, with the metric of $L_2(G)$. The work is based on using nonlinear programming method for minimization of integral error when boundary conditions represent mass conservation law and Bernoulli integral equation for viscous fluids.

Давиташвили И.

$L_2(G)$.