შეკვეთებზე ოპტიმალური პორტფელის შედგენის ამოცანა, რესურსებზე არამკაცრი შეზღუდვების პირობებში

ანტონ ლომინიძე, ნოდარ ლომინაძე, თამარ ლომინაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

აღწერილია საწარმოო პროცესების ოპტიმიზაციის მოდელი. კერძოდ, შემოსული შეკვეთების სიმრავლიდან ოპტიმალური ქვესიმრავლის ამორჩევის მოდელი რესურსებზე არამკაცრი შეზღუდვების პირობებში. განსახილველი ალგორითმი არის პოლინომიალური სირთულის და შეიძლება იქნას გამოყენებული საშუალო სირთულის ამოცანების გადასაწყვეტად.

საკვანძო სიტყვები. საწარმოო პროცესი. ოპტიმიზაცია. მოდელი. შეკვეთების პორტფელი.

1. შესავალი

შეკვეთების ოპტიმალური პორტფელის შედგენის განხილული ამოცანა ზოგადად განისაზღვრება შემდეგნაირად: პლანირების მომავალი T პერიოდისათვის მეწარმე განსაზღვრავს მის განკარგულებაში არსებული საწარმოო რესურსების რაოდენობას $R_1, R_2, \ldots R_m$, რაც შეიძლება გამოყენებულ იქნას გარკვეული კატეგორიის პროდუქციის წარმოებისათვის. წინა პერიოდში მან შეადგინა პროდუქციაზე პოტენციალური შეკვეთების სიმრავლე, $S_n=\{0_1,0_2,\ldots,0_n\}$, რომლიდანაც ამორჩეულ უნდა იქნას ოპტიმალური ქვესიმრავლე, $S \leq S_o$, მოცემული ოპტიმიზაციის კრიტერიუმის საფუძველზე [1].

2. ძირითადი ნაწილი

ამ ამოცანის ფორმალიზაცია ტრადიციული მოდგომით ხდება შემდეგირად: ვექტორი $X=(x_1,x_2,\ldots,x_2)$ ორობითი კოორდინატებით: $x_1=1$ ნიშნავს, რომ i-ური შეკვეთა მიიღება, ხოლო $x_1=0$ აღნიშნავს შეკვეთის უარყოფას. ავღნიშნოთ i-ურ შეკვეთაზე j-ური რესურსის დანახარჯის რაოდენობა როგორც rij, ხოლო შეკვეთიდან მიღებული შემოსავალი როგროც – I_i. მაშინ, შემოსავლის მაქსიმიზაციის ამოცანა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

$$Max\ Income = \sum I_i \cdot x_i\,, \quad \text{სადაც}$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{ij} \cdot x_1 \leq R_i \ (1),\ j=1,2 \ldots m;\ x_i=0,1;\ i=1,2 \ldots n \qquad (1)$$

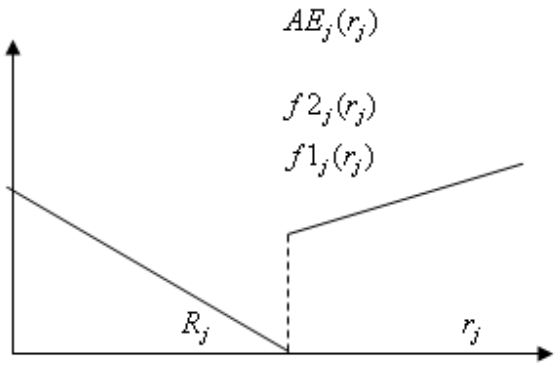
ამოცანა (1) წარმოადგენს ბინარული ოპტიმიზაციის კომბინატორ ამოცანას, რომლისთვისაც დამუშავებულია როგორც ზუსტი ამოხსნის მეთოდები „განშტოებისა და საზღვრების“ ალგორითმების გამოყენებით, ისე ამონახსნის ძიების ევრისტიკული ალბორითმები დიდი განზომილების ამოცანებისათვის.

ახლა დავუშვათ, რომ (1) ამოცანაში მოცემულ რესურსებზე შეზღუდვები მოხსნილია, ანუ შეკვეთების რომელიმე სიმრავლის შესრულებისათვის საჭირო j-ური რესურსის ფაქტობრივი ზომა r_j შეიძლება იყოს ნაკლები, ტოლი ან მეტი, ვიდრე პლანირების პერიოდის დასაწყისში არსებული რაოდენობა, R_j, როგროც ამას ნახ.1. გამოხატავს.

თუ $r_j < R_j$, მაშინ რესურსის სრულად გამოყენება არ ხდება და ადგილი აქვს გამოუყენებელი რესურსების ტოლი კაპიტალის გაყინვას, არ ხდება მისი ალტერნატიული გამოყენება და, ამგვარად, ადგილი აქვს დამატებით დანახარჯებს, რაც გამოიხატება ორდინატის ზომით ინტერვალში $0 \leq r_j \leq R_j$. თუ $r_j > R_j$, მაშინ საჭირო ხდება დამატებითი რესურსის შეძენა, რომლის ღირებულება შედგება შეძენასთან დაკავშირებული ფიქსირებული f_j დანახარჯებისა და შეძენილი რესურსის რაოდენობის ფასისაგან. ზოგადად, დამატებითი ხარჯები $AE_j(r_j)$ შეიძლება გამოითვალოს შემდეგი გამოსახულებით [2,4].

$$AE_j(r_j) = \begin{cases} f_1(r_j), \text{if } r_j \leq R_j \\ f_2(r_j), \text{if } r_j > R_j \end{cases}$$

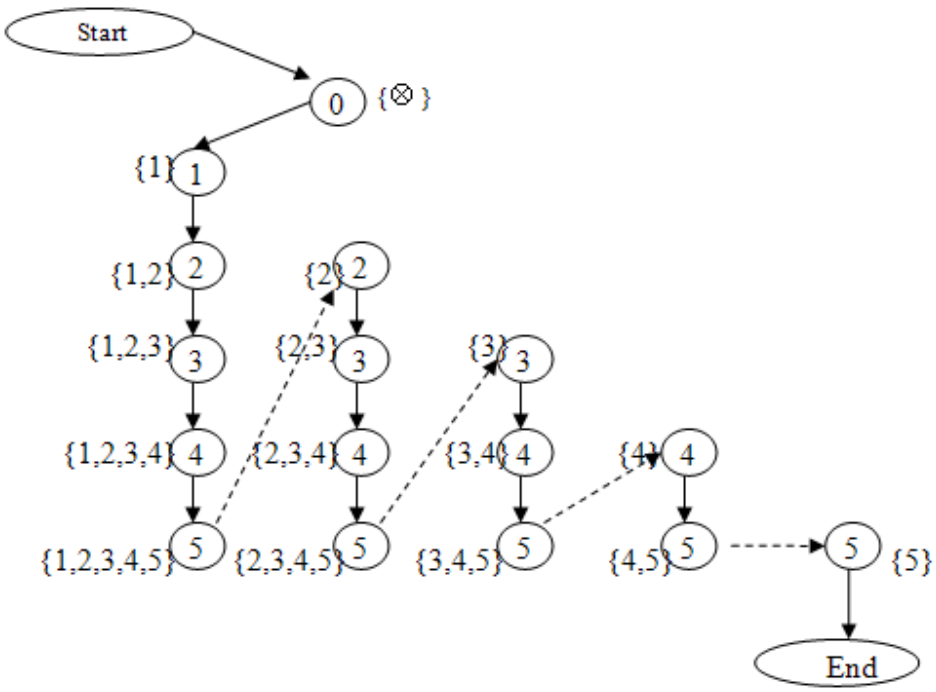
გამოთვლებში ეს ფუნქცია შეიძლება წარმოდგენილ იქნას ცხრილის სახით.



ნახ. 1.

ზემოთთქმულის გათვალისწინებით ცხადია, რომ პოტენციალური S_0 სიმრავლის ნებისმიერი S ქვესიმრავლე დასაშვებია, დასაშვებია ასევე ცარიელი S_0=Ø ქვესიმრავლე, ამ დროს არ აქნება შემოსავალი და ადგილი ექნება მხოლოდ ხარჯებს, დაკაბშირებულს არსებული რესურსების გამოყენებასთან (ანუ ეკონომიკურ დანახარჯებს).

შეკვეთების ოპტიმალური ქვესიმრავლის საძიებლად შეიძლება გამოყენებულ იქნას ვარიანტების წარმოქმნის სქემა, როგორც ამას ნახ.2 წარმოგვიდგენს. ვარიანტების გამოთვლა იწყება ცარიელი ქვესიმრავლით, ამის შემდეგ მოდის ქვესიმრავლეების მიმდევრობა, რომლებიც შეიცავენ შეკვეთას ნომრით 1, მას მოყვება შეკვეთების ქვესიმრავლეები, რომლებიც არ შეიცავენ შეკვეთას ნომრით 1, შემდეგ მოდის შეკვეთების სიმრავლეები, რომლებიც არ შეიცავენ შეკვეთებს ნომრებით 1,2, და ა.შ [3].



ნახ.2. ვარიანტების წარმოქმნის სქემა

ნებისმიერი S ქვესიმრავლისათვის განვსაზღვროთ შემდეგი სიდიდეები:

- რესურსების ჯამური დანახარჯები;

$$r_j(S) = \sum_{i \in S} r_{ij}\text{, სადაც } j=1,2 \ldots m.$$

- შეკვეთების S სიმრავლიდან მიღებული შემოსავალი

$$REV(S) = \sum_{i \in S} REV_i\text{, სადაც,}$$

REV_i i-ური შეკვეთიდან მიღებული შემოსავალია;

- შეკვეთების S სიმრავლის შესაბამისი რესურსების ხარჯები

$$COST(S) = \sum_{j=1}^{m} m_j ... C_j \text{ სადაც,}$$

C_j არის j-ური რესურსის ერთეულის ღირებულება;

- S სიმრავლესთან დაკავშირებული დამატებითი (ეკონომიკური) ხარჯები

$$AE(S) = \sum_{j=1}^{m} AE_j(r_j) \text{ სადაც,}$$

$AE_j(r_j)$ გამოითვლება ნახ. 1-ზე მოცემული ფუნქციის (ან შესაბამისი მასივის) გამოყენებით [4].

ამგვარად, ქვესიმრავლე S-ს შეესაბამება ეფექტურობის მაჩვენებელი Income (S), რომელიც გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\text{Income (S)} = \text{REV(S)} - \text{COST(S)} - \text{AE(S)} \qquad (2)$$

და ჩვენი მიზანია ამ მაჩვენებლის მაქსიმიზაცია.

ზემოთ განსაზღვრული მონაცემების გათვალისწინებით შეკვეთების პოტენციალური S_0 სიმრავლიდან ოპტიმალური ქვესიმრავლის ამორჩევის ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

I. დაწყებული ცარიელი სიმრავლიდან, ხდება ქვესიმრავლეების წარმოქმნა ნახ.2-ზე ნაჩვენები მიმდევრობით.

II. თითოეული S ქვესიმრავლისათვის გამოითვლება შეფასება Income (S) (2) ფორმულის გამოყენებით.

III. მიმდინარე ნაბიჯზე მიღებული შეფასება დარდება წინა ნაბიჯზე მიღებულებიდან საუკეთესოს და ხდება მათ შორის უკეთესის დამახსოვრება,

IV. ზემოთაღწერილი პროცედურების დამთავრებისას მიიღება ქვესიმრავლე S, რომელსაც შეესაბამება Income (S)-ის მაქსიმალური მნიშვნელობა.

გამოთვლების დაჩქარების მიზნით შეიძლება გამოყენებული იქნას REV(S) და COST(S) ფუნქციების ადიტიურიბის თვისება: თუ ქვესიმრავლე S_1 მიიღება S–დან K ელემენტის დამატებით.

$$S_1 = S \cup \{K\}\text{, მაშინ}$$

$$REV(S_1) = REV(S) + REV(K) \text{ და}$$

$$COST(S_1) = COST(S) + \sum_{j=1}^{m} r_{k,j} \cdot C_j \ .$$

რაც შეეხება AE(S), იგი არადიტიურია და მისი მნიშვნელობა ყველა ახალი ქვესიმრავლისათვის გამოითველბა დამოუკიდებლად წინისაგან.

3. დასკვნა

გადაწყვეტილების მიღების პროცესში ადამიანის ჩართვის მიზნით შეიძლება განისაზღვროს არა ერთი საუკეთესო, არამედ K რაოდენობის ამონახსნების სიმრავლე, რომლებიც შეიცავენ არა მარტო საუკეთესოებს, არამედ ხარისხით მომდევნოებსაც. ეს სიმრავლე წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, რომელიც ამოირჩევს ერთ-ერთს იმ დამატებითი ფაქტორების გათვალისწინებით, რაც მოდელში გათვალისწიენებული არ არის. თუ T არის ერთ იტერაციასთან დაკავშირებული გამოთვლების დრო, მაშინ დროის თვალსაზრისით ამოცანის ამოხსნის სირთულე შეფასდება როგორც (n(n-1)*T/2), რაც გვაძლევს პოლინომიურ სირთულეს და მისაღებია საშუალო ზომის ამოცანებისათვის, როცა პოტენციალური შეკვეთების სიმრავლე შეიცავს ათეულობით ელემენტს.

ლიტერატურა:

1. Baumol N. Economic Theory and Operations Analysis. 3d edit., Englewood Cliffs, N. J.:Prentice-Hall, 1972

2. Lower. Optimal sequencing single machine subject to precedence constraints. Management science, v 19, N5, 1973

3. Nicholas C. Siropolis Small Business Management. Houghton mittlin company, Boston, 1986

4. ლომინაძე თ. გოგიჩაიშვილი გ. შეკვეთების შესრულების ოპტიმალური მიმდევრობის დადგენის ამოცანები, სტუ, შრომები, 1996.

THE TASK OF SELECTION OF OPTIMAL SUBSET OF ORDERS, ON THE BASIS OF NON-STRICT LIMITS OF RESOURCES

Lominadze Anton, Lominadze Nodar, Lominadze Tamar
Georgian Technical University

Summary

This article considers a model of production optimization, in particular a model of choosing the optimal subset or orders from the set of all potential orders, taking into account the non-strict limits of resources. The suggested algorithm is of polynomial complexity and could be utilized for solving tasks with medium level of complexity.

ЗАДАЧА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ПОДМНОЖЕСТВА ЗАКАЗОВ ПРИ УСЛОВИИ НЕСТРОГОГО ОГРАНИЧЕНИЯ В РЕСУРСАХ

Ломинадзе А.В., Ломинадзе Н.Н., Ломинадзе Т.Н.
Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассматривается модель оптимизации производства, а точнее, модель выбора оптимального подмножества заказов из множества всех потенциальных заказов при условии не-строгого ограничения в ресурсах. Предложенный алгоритм является полиномиальной сложности и может быть использован для разрешения задач со средним уровнем сложности.