

**ერთგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოკვლევა  
ექსპერიმენტის შედეგების პირობებში**

ნონა ოთხოზორია, ვანო ოთხოზორია  
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

**რეზიუმე**

შესწავლილია ერთგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის მეთოდების ეფექტურობა ექსპერიმენტის შედეგების პირობებში. დადგენილია ექსპერიმენტის შედეგების ზეგავლენა ექსტრემუმის ძიების ეფექტურობაზე სხვადასხვა ბიჯის პირობებში. ჩატარებული კვლევის საფუძველზე მოცემულია ოპტიმიზაციის მეთოდების შედარებითი ანალიზი, გამოკვეთილია შედეგების მიმართ მდგრადი მეთოდები. შემოთავაზებულია ექსპერიმენტატორისთვის პრაქტიკული რეკომენდაციები მეთოდების შერჩევისას.

**საკვანძო სიტყვები:** ოპტიმიზაცია. მეთოდი. საზომი საშუალება. ექსპერიმენტის შედეგები. ოქროს კვეთი. ფიბონაჩის მეთოდი.

**1. შესავალი**

ოპტიმიზაციის ალგორითმის შემუშავების დროს განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს გამოთვლების მოცულობისა და ექსტრემუმის ძებნაზე დახარჯული კომპიუტერული დროის მინიმიზაციის პრობლემები, რომელთა გადაწყვეტა საოპტიმიზაციო  $f(x)$  ფუნქციის გამოთვლის ან ექსპერიმენტის ჩატარების შემთხვევაში გაზომვის რაოდენობის შემცირებით არის შესაძლებელი. ეს პრობლემები განხილულია შედეგების არარსებობის პირობებში.

რეალურ პირობებში ექსპერიმენტალური ძიებისას აუცილებელია აღწარმოების შედეგების გათვალისწინება. პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტისას ექსტრემუმის ძიების დროს შესასწავლი გამოსავალი პარამეტრის შესახებ ინფორმაციას ვიღებთ სხვადასხვა საზომი საშუალებების გამოყენებით. საზომ საშუალებებს კი, როგორც ცნობილია აქვს ცდომილებები, რის გამოც ყოველ ცდაში ვიღებთ გამოსავალი პარამეტრის დამახინჯებულ მნიშვნელობებს ასეთ სიტუაციაში ექსტრემუმის ძიების მეთოდების ეფექტურობა არსებითად იცვლება და დამოკიდებული ხდება ექსპერიმენტის შედეგების სიდიდეზე.

განხილულ იქნა ორი ტიპის შეცდომა: პირველი, როცა ნაგულისხმევია, რომ შემთხვევითი შეცდომა  $\eta$  ძიების  $[a,b]$  ინტერვალის განსაზღვრული  $X$  წერტილისათვის განაწილებულია ნორმალური კანონის მიხედვით ნულოვანი მათემატიკური ლოდინით. შეცდომა არ არის დამოკიდებული  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობაზე, შეცდომა შეიძლება ჩავთვალოთ ადითიურ შეცდომად, მეორე შემთხვევაში  $[a,b]$  ინტერვალის ნებისმიერი  $X$  წერტილისათვის შეცდომა დამოკიდებულია ამ წერტილში  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობაზე, შეცდომა შეიძლება მივიჩნიოთ მულტიპლიკაციურ შეცდომად [1].

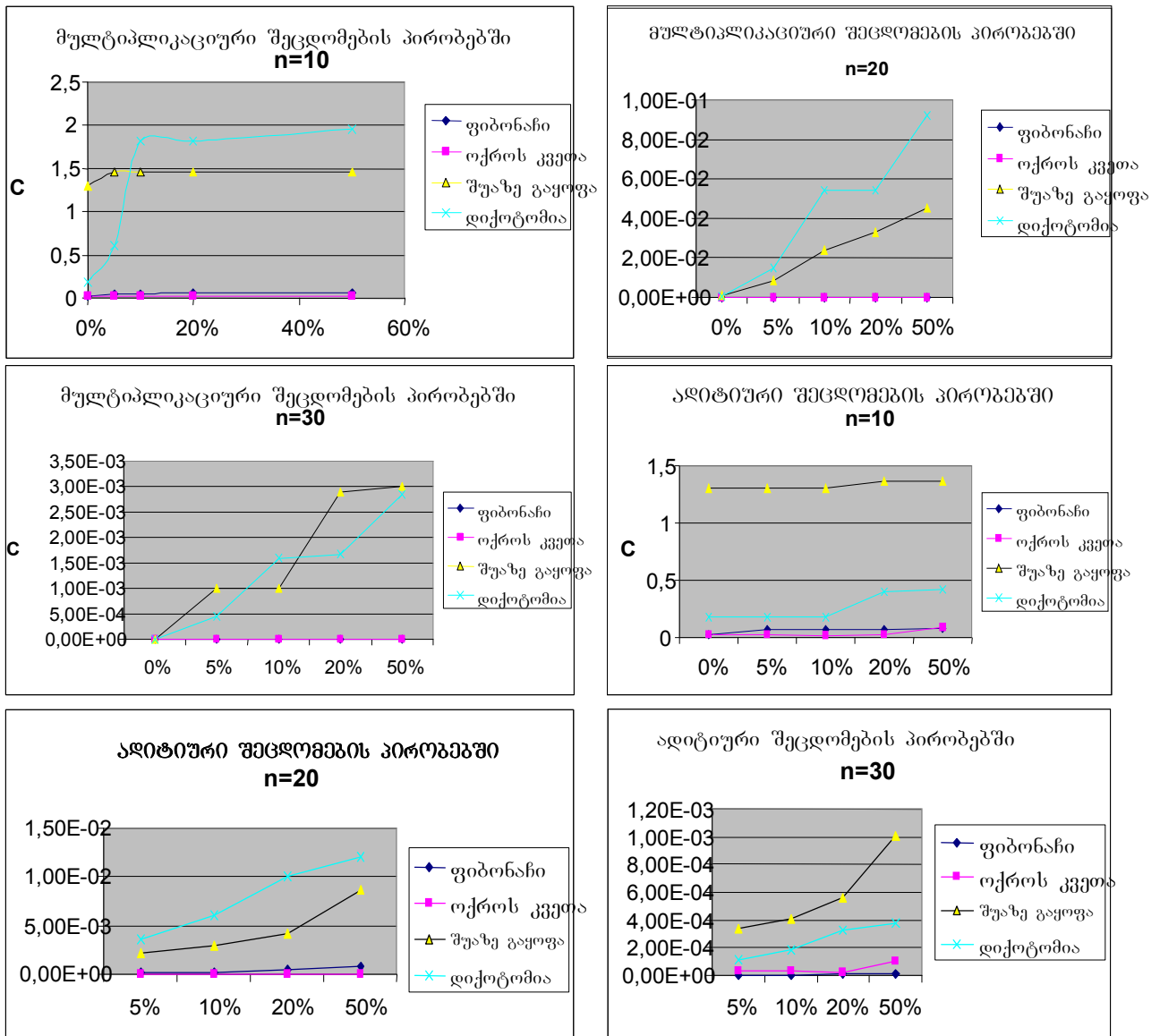
ექსტრემუმის ძიებას წარმოებულ იქნა ხელსაწყო  $\xi$  ცდომილების ფიქსირებული მნიშვნელობებისას და ცდების  $f(x)$ -ის ფუნქციის განსაზღვრის რაოდენობათა) ფიქსირებული რაოდენობისას ( $n=10,20,30$ ). შედეგების შედარებისათვის ექსტრემუმის ძიება განხორციელდა

მონაკვეთის თანაბარი სიგრძის მქონე ინტერვალებზე, სადაც ექსტრემუმის წერტილს გააჩნდა სხვადასხვა მდებარეობა ინტერვალის საზღვრების მიმართ (ნახ.1).

ექსტრემუმის ძიება ჩატარდა ერთი ცვლადის  $y=f(x)=(x-x_E)^2$  ფუნქციისათვის.

განვიხილოთ კონკრეტული შემთხვევა  $x_E=50$ , საძიებო ინტერვალები (25;50), (30;55), (35;60), (40;65), (45;70), (50;75).

გამოკვლევა ჩატარებულ იქნა ოქროს კვეთის, დიქტომიის, შუაზე გაყოფის (მოდიფიკაცია) და ფიბონაჩის მეთოდების გამოყენებით.



ნახ.1. ოპტიმიზაციის მეთოდების ეფექტურობა ექსპერიმენტის შედეგების პირობებში

გამოკვლევის შედეგები მოცემულია ნახაზზე ორივე ტიპის შეცდომების პირობებში.

გრაფიკული გამოსახულებების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ადითიური შეცდომების შემთხვევაში, როცა  $n \leq 10$  და  $\xi = 5, 10\%$  შეცდომების მიმართ მდგრადია ოქროს კვეთის, დიქტომიის და შუაზე გაყოფის მეთოდები, ხოლო ამ პირობებში ფიბონაჩის მეთოდი უფრო მგრძობიარეა შეცდომების ზემოქმედების მიმართ. როცა  $n \leq 10$  და  $\xi = 20\%$  შეცდომების მიმართ მდგრადია შუაზე გაყოფის მეთოდი, მას ეფექტურობით მნიშვნელოვნად ჩამორჩება დიქტომიის (უშეცდომო ძიებასთან შედარებით ეფექტურობის შეფასების კრიტერიუმის მნიშვნელობა 2,27-ჯერ მცირდება), ფიბონაჩის (ეფექტურობის

შეფასების კრიტერიუმის მნიშვნელობა მცირდება 3,44-ჯერ) და ოქროს კვეთის (ეფექტურობის შეფასების კრიტერიუმის მნიშვნელობა მცირდება 3,44-ჯერ) მეთოდები.

როცა  $n=20$  და  $\xi=5, 10$  ან  $20\%$ -ს ეფექტურობის გაუარესების მიხედვით მეთოდები შემდეგი თანმიმდევრობით შეიძლება განვალაგოთ: ოქროს კვეთის მეთოდი, შუაზე გაყოფის მეთოდი, დიქტომიის მეთოდი, ფიბონაჩის მეთოდი. უნდა შევნიშნოთ, რომ ყველაზე მგრძობიარე შეცდომების მიმართ ფიბონაჩის მეთოდი ხდება, ეფექტურობა  $\xi=5, 10, 20\%$  მნიშვნელობებისათვის შესაბამისად მცირდება 90, 125, 250-ჯერ. შედარებისათვის იგივე მნიშვნელობებისათვის ოქროს კვეთის მეთოდი შეცდომების ზეგავლენას თითქმის არ განიცდის, მხოლოდ  $\xi=20\%$ -ის შემთხვევაში ეფექტურობა მცირდება 1,11-ჯერ. ცდების დიდი რაოდენობის შემთხვევაში შეცდომების მნიშვნელოვან ზეგავლენას განიცდის ფიბონაჩის და ოქროს კვეთის მეთოდები, ეფექტურობა მცირდება საშუალოდ 31000-ჯერ, ნაკლებია შეცდომების ზეგავლენა დიქტომიის და შუაზე გაყოფის მეთოდებით კვლევისას.

მულტიპლიკაციური შეცდომების პირობებში, როცა  $n \leq 10$  და  $\xi=5, 10\%$  ან  $20\%$ -ს შეცდომების ზეგავლენის მიმართ მდგრადობის მიხედვით მეთოდები შემდეგი თანმიმდევრობით შეიძლება განვალაგოთ: ოქროს კვეთის მეთოდი, შუაზე გაყოფის მეთოდი, ფიბონაჩისა და დიქტომიის მეთოდები, უნდა შევნიშნოთ, რომ შეცდომების ზეგავლენა ამ შემთხვევაში არც ისე მნიშვნელოვანია, ფიბონაჩის მეთოდით კვლევისას ეფექტურობა მნიშვნელობებისათვის შესაბამისად მცირდება 2,24; 2,24 და 2,5-ჯერ, ოქროს კვეთის მეთოდით ძიებისას ძეგავლენა ფაქტურად არ იგრძნობა, უმნიშვნელოა ეფექტურობის გაუარესების კოეფიციენტი შუაზე გაყოფის მეთოდით ძიებისას, ხოლო დიქტომიის მეთოდით კვლევისას ეს მაჩვენებლები 3,33; 9,94; 9,94-ის ტოლია.

როცა  $n=20$  და  $\xi=5, 10, 20\%$ -ს შეცდომების ზედლების მიმართ მნიშვნელოვნად მგრძობიარეა დიქტომიისა და შუაზე გაყოფის მეთოდები, თითქმის მინიმუმამდეა დასმული ოქროს კვეთისა და ფიბონაჩის მეთოდებით ძიებისას ეფექტურობის შემცირება, მხოლოდ  $\xi=20\%$ -თვის ფიბონაჩის მეთოდით ძიებისას ეფექტურობა მცირდება 1,51-ჯერ, ხოლო იგივე პირობებში ოქროს კვეთის მეთოდით ძიებისას 1,08-ჯერ. როცა  $n=30$ -ს შეცდომების მიმართ საუკეთესო მდგრადობით გამოირჩევა ფიბონაჩის მეთოდი, შემდეგ ეფექტურობით მას მოჰყვება ოქროს კვეთის მეთოდი, აღსანიშნავია, რომ ცდების დიდი რაოდენობისას და შეცდომების სიდიდის ზრდასთან ერთად ფიბონაჩის მეთოდის ეფექტურობა მნიშვნელოვნად იზრდება ოქროს კვეთის მეთოდთან შედარებით. მნიშვნელოვნად არაეფექტურია ამ პირობებში შუაზე გაყოფისა და დიქტომიის მეთოდებით ძიება, ეფექტურობის გაუარესების კოეფიციენტი ამ მეთოდებისათვის 1000-ს აღწევს.

### **3. დასკვნა**

ამგვარად, დადგინდა ექსპერიმენტის შეცდომების ზეგავლენა ექსტრემუმის ძიების ეფექტურობაზე სხვადასხვა ბიჯის პირობებში. ჩატარებული კვლევის საფუძველზე განხორციელდა ოპტიმიზაციის მეთოდების შედარებითი ანალიზი, გამოიკვეთა შეცდომების მიმართ მდგრადი მეთოდები. ექსპერიმენტატორისთვის, მეთოდების შერჩევის თვალსაზრისით, შემოთავაზებულია პრაქტიკული რეკომენდაციები.

#### **ლიტერატურა:**

1. Демиденко Е.З. Оптимизация и регрессия. М.: Наука, 1989
2. Зедгинидзе И.Г., Отхзория Н.К. Исследование эффективности метода золотого сечения при наличии ошибок воспроизводимости. «Интеллекти», N3(11). Тбилиси, 2001, с.46-48
3. ჯიბლაძე ნ., თოფჩიშვილი ა. სტატისტიკური ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. თბილისი. მართვის სისტემების ინსტიტუტი, 2001.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОДНОМЕРНЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ ОШИБОК ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ**

Отхзория Н., Отхзория В.

Грузинский Технический Университет

### **Резюме**

Исследована эффективность одномерных методов оптимизации при наличии ошибок воспроизводимости. Установлено влияние ошибок эксперимента на эффективность поиска экстремума при различных значениях шага. На основе проведенных исследований дан сравнительный анализ методов оптимизации. Предлагаются практические рекомендации экспериментаторам по выборке конкретного метода.

**EXPLORATION OF SINGLE DIMENSION OPTIMIZATION METHODS IN TERMS OF  
EXPERIMENT ERROR**

Nona Otkhozoria ,Vano Otkhozoria  
Georgian Technical University

**Summary**

The effectiveness of single dimension optimization methods have been examined in terms of experiment errors. The influence of experiment errors on effectiveness of extremum search has been established. Based on the exploration, relative analyses of optimization methods have been shown. Stable methods towards the errors have been defined. Experimenters have suggested recommendations through method selection process.