გაძლიერების ეკვივალენტური კომპლექსური კოეფიციენტის მათემატიკური მოდელის შემუშავების ალგორითმი

ნინო მჭედლიშვილი, ლელა გაჩეჩილაძე, ლია ნონიკაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

დამუშავებულია გაძლიერების კომპლექსური კოეფიციენტის სახით მათემატიკური მოდელის მიღების ალგორითმი არაწრფივი დინამიკური ობიექტების ფართო კლასისათვის, რომელთა სტრუქტურული სქემა წარმოდგენილია წრფივი ინერციული და არაწრფივი სტატიკური ნაწილების მიმდევრობით ჩართვით, და აღიწერება ვოლტერას მწკრივით. მიღებულია ზოგადი სახის გამოსახულებები ასეთი ობიექტების ჰარმონიული გაწრფივების კოეფიციენტებისათვის, მიღებულია მათი გამოსათვლელი ფორმულები მოდელის წრფივი ნაწილის პრამეტრიზაციის სხვადასხვა ფორმებისათვის, შექმნილია პროგრამა კომპიუტერული სისტემა **Matlab**-ის ენაზე, რომელიც იძლევა განხილული კლასის მოდელების ერთი ფორმიდან მეორეში გადაყვანის საშუალებას.

საკვანძო სიტყვები: არაწრფივი დინამიკური ობიექტები, მოდელირება, კომპიუტერული სისტემა Matlab-ი, ფუნქციონალური მწკრივი, ჰარმონიული გაწრფივების მეთოდი.

1. შესავალი

არაწრფივობების და მათი მათემატიკური აღწერის ფორმების მრავალფეროვნება განაპირობებს არაწრფივი დინამიკური ობიექტების კვლევის სხვადასხვა მეთოდების განვითარებას. ერთის მხრივ არსებობს საკმაოდ განვითარებული სიხშირეთა მეთოდების ჯგუფი, რომელშიც შედის ფართოდ გავრცელებული ჰარმონიული გაწრფივების მეთოდი. მეორე მხრივ, სწრაფად ვითარდება კვლევის მეთოდები, რომლებსაც საფუძვლად უდევთ ობიექტების ფუნქციონალური აღწერა დროის არეში. ამიტომ წარმოიშვა მეთოდების ამ ორ ჯგუფსა და, ამავე დროს, თვით მათემატიკური აღწერის ფორმებს შორის კავშირის მოძებნის ამოცანა. ამ ამოცანის ამოხსნა იძლევა არაწრფივი ობიექტის კვლევის ისეთი მათემატიკური აპარატის მიღების საშუალებას, რომელიც მარტივია და მოხერხებული პრაქტიკული გამოყენებისას.

2. ძირითადი ნაწილი.

მართვის არაწრფივი ობიექტის მათემატიკური აღწერისათვის ფართოდ იყენებენ ვოლტერას ფუნქციონალურ მწკრივს:

$$y(t) = \omega_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} \omega_k(\tau_1, \cdots \tau_k) \prod_{i=1}^{k} x(t - \tau_k) d\tau_k \qquad (1)$$

არაწრფივი დინამიკური ობიექტების ფართო კლასისათვის, რომელთა სტრუქტურული სქემა შეიძლება წარმოდგენილი იქნას მიმდევრობითი შეერთებული წრფივი დინამიკური და არაწრფივი სტატიკური ნაწილებით, (1) მათემატიკური მოდელი მარტივდება. განვიხილოთ ვოლტერას მწკრივით აღწერილი სისტემის ანალიზის საშუალება ჰარმონიული გაწრფივების საშუალებით. გამოვარკვიოთ (1) მათემატიკური მოდელის კავშირი გაძლიერების ექვივალენტურ კომპლექსურ კოეფიციენტთან. როგორც ცნობილია, ჰარმონიული გაწრფივების მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: წრფივ სისტემაზე

ჰარმონიული სიგნალის ზემოქმედებისას, გაითვალისწინება გამოსასვლელი სიგნალის მხოლოდ პირველი ჰარმონიკა, რომელსაც იგივე სიხშირე აქვს, რაც შესასვლელ ზემოქმედებას.

დავუშვათ, რომ:

1. საწყისი პირობები ნულოვანია;

2. მოდელის სტრუქტურა წარმოდგენილია წრფივი დინამიკური და არაწრფივი სტატიკური ნაწილების მიმდევრობით შეერთებით, რის გამოც ვოლტერას ბირთვები სეპარაბელური არიან არგუმენტების მიმართ;

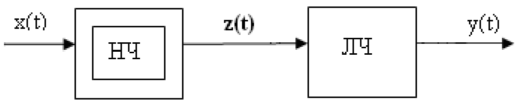
3. არაწრფივობა შეიძლება დაშლილი იქნას ხარისხოვან მწკრივად:

$$F(z)=\sum_{i=1}^{\infty} C_i z^i \; . \qquad (2)$$

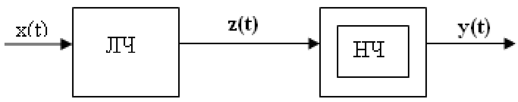
სისტემის შესავალზე მოქმედებს ჰარმონიული სიგნალი:

$$x(t)=A\cos\omega t \; . \qquad (3)$$

განვიხილოთ ორი მოდელი: ვინერის და ჰამერშტეინის, რომლებიც განსხვავდებიან წრფივი და არაწრფივი ნაწილების შეერთების მიმდევრობით (ნახ.1).



ჰამერშტეინის მოდელი.



ვინერის მოდელი

ნახ.1.

ვინერის მოდელისათვის ვოლტერას მწკრივს აქვს შემდეგი სახე.

$$y(t)=\sum_{i=1}^{\infty} C_i A^i \left(\int_0^{\infty}\omega(\tau)\cos\omega(t-\tau)d\tau\right)^i . \qquad (4)$$

გარდაქმნის შედეგად შეიძლება ჩაიწეროს ასე:

$$y(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(A_k\cos k\omega t+B_k\sin k\omega t\right), \qquad (5)$$

სადაც A_k და B_k კოეფიციენტები მოყვანილია 1-ელ ცხრილში.

ფილტრის ჰიპოთეზის გათვლისწინებით (5) გამოსახულებაში დარჩება მხოლოდ პირველი ჰარმონიკა.

როგორც ცნობილია, გაძლიერების ექვივალენტურ კომპლექსურ კოეფიციენტს აქვს სახე:

$$W(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=a_1^*(A,\omega)+jb_1^*(A,\omega), \qquad (6)$$

სადაც $a_1^*(A,\omega)$ და $b_1^*(A,\omega)$ არის ჰარმონიული გაწრფივების კოეფიციენტები.

ცხრ.1

A_0	$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{1-2n} \binom{2n-1}{n-1} \left(a^2+b^2\right) C_{2n} A^{2n}$	აღნიშვნები
A_{2k-1}	$\sum_{m=1}^{k} (-1)^{m-1} \binom{2k-1}{2m-2} a^{2k-2m} b^{2m-2} \bullet \sum_{n=k}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-k} a\left(a^2+b^2\right)^{n-k} C_{2n-1} A^{2n-1}$	$a = \int_0^{\infty} \omega(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau$
A_{2k}	$\sum_{m=1}^{k} (-1)^{m-1} \binom{2k}{2m-2} a^{2k-2m-2} b^{2m-2} \bullet \sum_{n=k}^{\infty} 2^{1-2n} \binom{2k}{n-k} \left(a^2+b^2\right)^{n-k} C_{2n} A^{2n}$	
B_{2k-1}	$\sum_{m=1}^{k} (-1)^{m-1} \binom{2k-1}{2m-1} a^{2k-2m} b^{2m-2} \bullet \sum_{n=k}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-k} b\left(a^2+b^2\right)^{n-k} C_{2n-1} A^{2n-1}$	$b = \int_0^{\infty} \omega(\tau) \sin \omega\tau \, d\tau$
B_{2k}	$\sum_{m=1}^{k} (-1)^{m-1} \binom{2k}{2m-1} a^{2k-2m} b^{2m-2} \bullet \sum_{n=k}^{\infty} 2^{1-2n} \binom{2n}{n-k} a\, b\left(a^2+b^2\right)^{n-k} C_{2n} A^{2n}$	

1-ელი ცხრილის გამოყენებით მივიღებთ:

$$\begin{cases} a_1^*(A,\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} a\left(a^2+b^2\right)^{n-1} C_{2n-1} A^{2n-2} \\ b_1^*(A,\omega) = -\sum_{n=1}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} b\left(a^2+b^2\right)^{n-1} C_{2n-1} A^{2n-2} \end{cases}, \qquad (7)$$

სადაც: a და b აღნიშვნები მოყვანილია პირველ ცხრილში.

(7)-ის გამოთვლებისათვის შეიძლება გამოვიყენებთ რიცხვითი მეთოდები, რომელთა რეალიზაციისათვის ვიყენებთ კომპიუტერულ სისტემას Matlab-ს. (7) გამოთვლები გამარტივდება, თუ გამოვიყენებთ ვოლტერას ბირთვის $\omega(\tau)$ პარამეტრიზაციის სხვა და სხვა ფორმებს:

1. $\omega(\tau) = C \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right)$;
2. $\omega(\tau) = C \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right) \sin \beta\tau$;
3. $\omega(\tau)$ იშლება ლაგერის მწკრივად.

განვიხილოთ ჰამერშტეინის მოდელი, რომლისათვის ვოლტერას მწკრივს აქვს შემდეგი სახე:

$$y(t) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m A^m \int_0^{\infty} \omega(\tau) \cos^m \omega(t-\tau) d\tau . \qquad (8)$$

გარკვეული გარდაქმნების შემდეგ, მიიღება A_i და B_i კოეფიციენტები, რომლებიც მოყვანილია მეორე ცხრილში.

ანალოგიურად მიიღება ჰარმონიული გაწრფივების კოეფიციენტები

$$\begin{cases} a_1^*(A,\omega) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} C_{2n-1} A^{2n-2} \int\limits_0^{\infty} \omega(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau \\ b_1^*(A,\omega) = -\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} C_{2n-1} A^{2n-2} \int\limits_0^{\infty} \omega(\tau) \sin \omega\tau \, d\tau \end{cases} . \qquad (10)$$

ცხრ.2

A_0	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^{-2n} \binom{2n}{n} C_{2n} A^{2n} \int\limits_0^{\infty} \omega(\tau) d\tau$	აღნიშვნები
A_{2k-1}	$\sum\limits_{n=k}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} C_{2n-1} A^{2n-1} a_{2k-1}$	$a_{2k-1} = \int\limits_0^{\infty} \omega(\tau) \cos(2k-1)\omega\tau \, d\tau$
A_{2k}	$\sum\limits_{n=k}^{\infty} 2^{1-2n} \binom{2n}{n-1} C_{2n} A^{2n} a_{2k}$	
B_{2k-1}	$\sum\limits_{n=k}^{\infty} 2^{2-2n} \binom{2n-1}{n-1} C_{2n-1} A^{2n-1} b_{2k-1}$	$b_{2k-1} = \int\limits_0^{\infty} \omega(\tau) \sin(2k-1)\omega\tau \, d\tau$
B_{2k}	$\sum\limits_{n=k}^{\infty} 2^{1-2n} \binom{2n}{n-1} C_{2n} A^{2n} b_{2k}$	

ამრიგად, ნაშრომში წარმოდგენილია გაძლიერების კომპლექსური კოეფიციენტის სახით მათემატიკური მოდელის მიღების ალგორითმი არაწრფივი დინამიკური ობიექტების ფართო კლასისათვის, რომლებიც აღიწერებიან ვოლტერას ფუნქციონალური მწკრივით. მიღებულია ჰარმონიული გაწრფივების კოეფიციენტების ზოგადი გამოსახულებები და ამ კოეფიციენტების გამოსათვლელი ფორმულები წრფივი ნაწილის პარამეტრიზაციის სხვადასხვა ფორმებისათვის.

3. დასკვნა

განხილულია არაწრფივი დინამიკური ობიექტების კვლევის მეთოდების ორი მნიშვნელოვანი კლასისა და, შესაბამისად, ორი კლასის მოდელს შორის კავშირის დადგენის ამოცანა. ფუნქციონალურ ვოლტერას მწკრივით აღწერილ მოდელისათვის მიღებულია ჰარმონიული გაწრფივების კოეფიციენტების გამოსათვლელი ფორმულები. განხილულია ჰამერშტეინის და ვინერის მოდელები, მიღებულია ვოლტერას მწკრივით აღწერილ არაწრფივ დინამიკურ ობიექტების გაძლიერების კომპლექსური კოეფიციენტის სახით აღწერა. შექმნილია პროგრამა კომპიუტერული სისტემა **Matlab**-ის ენაზე, რომელიც იძლევა განხილული კლასის მოდელების ერთი ფორმიდან მეორეში გადაყვანის საშუალებას.

ლიტერატურა:

1. Хаимов С., Стойчев И. Приложение на частотни методы за анализ на нелинейти САУ описани с функционални рядове на Вольтера// Автом. и изчисл.техн., 1981.-№5, -5-11стр. София.
2. მჭედლიშვილი ნ., დავითაშვილი ი., ხუციშვილი თ., მოსაშვილი ი. მოდელირების ინსტრუმენტული საშუალება MATLAB. ნაწ.1. სტუ, თბილისი, 2008
3. იმედაძე თ., მჭედლიშვილი ნ., არაწრფივი სისტემების ექვივალენტურ კომპლექსური კოეფიციენტის განსაზღვრის საკითხისათვის. საქ. ტექნიკური უნივერსიტეტი, შრომები, მართვის ავტომატიზებული სისტემები, №1(2) თბილისი, 2006.

ALGORITHM OF GENERATING MATH MODEL IN THE FORM OF EQUIVALENT COMPLEX STRENGTH FACTOR

N. Mchedlishvili, L. Gachechiladze, L. Nonikashvili
Georgian Technical University

Summary

In this work we've composed the algorithm, which generates math model in the form of complex strength factor for wide class of nonlinear dynamic objects. The block diagram of algorithm is presented in the form of consecutive joint of linear dynamic and nonlinear static parts described by the number of Voltaire. This is deduced in a general view for the expression of factors of harmonious linearization. Settlement formulas are received for these factors at different forms of parametrization of linear part of model. This program is created in language of computer system Matlab, which enables models of considered class to transit from one form in another.

АЛГОРИТМ РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКВИВАЛЕНТНОГО КОМЛЕКСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ

Н.Мчедлишвили, Л.Гачечиладзе, Л.Ноникашвили
Грузинский Технический Университет

Резюме

Разработан алгоритм получения математической модели в виде комплексного коэффициента усиления для широкого класса нелинейных динамических объектов, структурная схема которых представлена в виде последовательного соединения линейной динамической и нелинейной статической частей и описываемых рядом Вольтерра. Выводятся в общем виде выражения для коэффициентов гармонической линеаризации. Получены расчетные формулы для этих коэффициентов при разных формах параметризации линейной части модели. Создана программа на языке компьютерной системы **Matlab**, которая дает возможность для моделей рассматриваемого класса перехода из одной формы в другую.