

В. Цхведадзе, И. Цхведадзе, Г. Горделадзе

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ НА БАЗЕ ПОЛОЖЕНИЙ
ТЕОРИИ КАТЕГОРИЙ**

Резюме. Сутью информационно-компьютерного пространства является отображение внешнего мира с того или иного аспекта рассмотрения, с той или иной глубиной детализации. В качестве математического базиса представления объектов использованы аксиомы теории категорий, которые дают возможность более полного и глубинного информационного представления объектов и системы в целом. Категориальные компоненты суммы ориентированы на описание классово-принадлежности объектов. С другой стороны, объекты имеют собственную структуру, которая определяет некоторую взаимосвязь компонент, образующих целосный объект. Структура объектов формализуется произведением компонент. Любой информационный объект на базе положений теории категорий является: (1) компонентом, по крайней мере, одного класса или иерархически вложенного какого-либо его подкласса; (2) компонентом, по крайней мере, одного целосного объекта; (3) любой целосный объект, в свою очередь, является классом, а его структура является произведением входящих в него компонент из соответствующих подклассов; (4) объект, на каком-то уровне рассмотрения, не имеющий внутренней структуры и являющийся подклассом, определяется собственным значением.

Ключевые слова. Модель информационных объектов, теория категорий, классы объектов, структура объектов, декомпозиция, конкретизация.

Введение. В условиях многочисленной и достаточно запутанной сети разработчиков и пользователей трудно сформировать единую модель информационного представления даже для части широкой проблемной области. Отсутствие общей информационной модели представления области и ее согласованное ведение затрудняет формирование целосных ИКС. Объекты информационного представления – это подмножество объектов выделенных предметных областей, которые значимы с точки зрения представления в информационном пространстве [Л1, Л2, Л3]. Объект – это целосная часть окружающего мира, выделенная субъектом или группой по взаимной договоренности. В качестве математического базиса представления объектов применены аксиомы теории категорий, доопределенные дополнительными возможностями, которые предоставляют возможность более полного и глубинного информационного представления объектов и системы в целом. Прежде чем провести формализацию информационного описания объектов, представим некоторые высказывания математиков относительно термина «функция» [Л1, стр. 32 -35]. «В общей теории категорий вместо слова «функция» используют более нейтральное слово «стрелка» (а также слово «морфизм»). ... В качестве «стрелки» можно взять произвольное число или пару чисел, банан, или Эйфелеву башню и даже Ричарда Никсона.» В отличие от чистой теории категории, где рассматриваются морфизмы и их организация, в нашем случае, в качестве «имен» морфизмов взяты сами элементы.

Основная часть. Информационный объект, представляя собой основное содержание того явления или процесса, является узловой точкой концентрации информации о значимых сущностях реальных объектов. Соответственно, объекты информационно представляются:

- **Отношениями** – это ассоциации между объектами, которые определяют ту или иную их взаимосвязь в предметной области. Любой объект, в зависимости от значимости и аспекта более глубинного его рассмотрения, декомпозируется в своем представлении в соответствующую структуру. Структура – это множество элементов, связанных между собой отношениями и представляющих целосный объект в необходимом аспекте рассмотрения и с необходимой глубиной декомпозиции.

- **Свойствами** – это характеристики объекта, которые являются специфическими для данного класса объектов, позволяют выделять среди подобных и осуществлять их анализ. Формально, не объект обладает каким-либо свойством, а именно отношение принадлежности объекта к окружающему миру, в той или иной роли, воплощается (характеризуется) в его соответствующих свойствах. Класс – это множество объектов, объединенных по какому-либо устойчивому (по прагматике, воззрениям) составу (комбинации) свойств, определяющих их принадлежность к тем или иным «мирам». Подкласс – это подмножество элементов класса, выделяемых по дополнительным, относительно класса, свойствам

(отрицательным или положительным). Система вложенных подклассов, образует в информационной среде объект классификатор, который идентифицируется собственным именем. Компоненты классификатора образуют его домен, посредством значений которого идентифицируются свойства объектов.

Объекты информационного представления, в зависимости от аспекта рассмотрения, могут быть неделимыми (атомарными) или обладать сложной целосной структурой. **Представление информационного объекта** – это формализация:

- обуславливающая целосность описания объекта, который выделен субъектом или группой (по взаимной договоренности) и присваивается собственное имя;
- включающая в себя другие объекты, которые находятся в семантических зависимостях между собой, тем самым образуя структуру представляемого объекта;
- дающая возможность декомпозиции атомарных элементов некоторого объекта в глубинную целосную структуру;
- предоставляющая возможность выделения части целосного объекта по тому или иному аспекту рассмотрения (проекция), в зависимости от желания субъекта.

Категория [Л1, Л2] информационного представления объектов включает в себя:

- **совокупность компонент, называемых *E-элементами*;**
- **совокупность компонент, называемых *E-стрелками*;**

$$E := A \rightarrow B \quad (1)$$

- **операции проекции, ставящие в соответствие каждой *E-стрелке* E – *E-объект* A (*E-объект* B)**

$$\text{dom } E = A \text{ (начало стрелки } E) \text{ и } \text{cod } E = B \text{ (конец стрелки } E) \quad (2)$$

- операции, ставящие в соответствие каждой паре $\langle Q, E \rangle$ *E-стрелок* ($E := A \rightarrow B, Q := B \rightarrow C$) с $\text{dom } Q = \text{cod } E$, их композицию (\circ):

$$Q \circ E := A \rightarrow C \quad (3)$$

- единицу – рефлексивную стрелку. Для всякого *E-объекта* B существует такая *E-стрелка* $1B : B \rightarrow B$, что для произвольных *E-стрелок* $E := A \rightarrow B, G := B \rightarrow C$:

$$1B \circ E = E, \quad Q \circ 1B = Q \quad (4)$$

- Ассоциативность. Если $E := A \rightarrow B, Q := B \rightarrow C, G := C \rightarrow D$ – некоторые *E-стрелки*, то:

$$G \circ (Q \circ E) = (G \circ Q) \circ E := A \rightarrow D \quad (5)$$

- Конечный элемент категории. **Объект I называется конечным в категории E , если для каждого объекта A из E существует одна и только одна *E-стрелка* из A в I .**

$$A := A \rightarrow I \quad (6)$$

Т.к. эта стрелка единственная, то ее можно отождествить с самим объектом A [Л 1, стр. 35].

- Начальный элемент категории. **Объект O называется начальным в категории E , если для каждого объекта A из E существует одна и только одна *E-стрелка* из O в A .**

$$Au := O \rightarrow A \quad (7)$$

Эта стрелка также является единственной и отождествляется с именем объекта A [Л 1, стр. 90].

- Копроизведение (сумма). Всякое непустое семейство $\{Si := Ai \rightarrow S\}$ *E-стрелок* категории с общим концом S называется коконусом с вершиной S и началами Ai [Л1, Л2, Л3]. Коконус $\{Si : Ai \rightarrow S\}$ называется суммой *E-объектов* семейства $\{Ai\}$, если для каждого ai существует единственный морфизм Si . Часто конус $\{Si := Ai \rightarrow S\}$ отождествляют с его вершиной S , которую и называют суммой. Соответственно, однозначно можно представить проекцию Ai в сумме S в виде стрелки :

$$Ai := Ai \rightarrow S \quad (8)$$

Если рассматривать S как множество, то Ai является его подмножеством, которое в свою очередь может быть представлено в виде суммы:

$$Ci := Ci \rightarrow Ai \quad (9)$$

Построив коммутативную диаграмму:

Ai

$$\begin{array}{c}
 A_i \rightarrow S \\
 C_i \uparrow \nearrow \uparrow A_i \\
 C_i \rightarrow A_i \\
 C_i
 \end{array}
 \tag{10}$$

получаем композиционную схему, в которой C_i , являясь компонентом A_i , композиционно является компонентом S . Композиционность компонент суммы можно представить в виде стрелки:

$$C_i := A_i \rightarrow S \tag{11}$$

Элементы. Если категория E имеет конечный объект I , то элементом E -объекта S называется всякая E -стрелка [Л1, стр. 90]:

$$X := I \rightarrow S \tag{12}$$

- **Произведение.** Двойственно рассмотрим произведение. Всякое непустое семейство $\{ P_i : P \rightarrow A_i \}$ E -стрелок категории с общим началом P называется конусом с вершиной P и концами A_i [Л1, Л2, Л3]. Часто данный конус отождествляют с его вершиной P , которую и называют произведением. А стрелка P_i является проекцией, выделяющей элемент A_i в произведении P . Эта стрелка является единственным морфизм A_i в произведении P . Во избежании дополнительных сложностей в формализации E -стрелки произведения в дальнейшем будем ее обозначать (\Rightarrow) . Следовательно, однозначно можно представить проекцию в произведении в виде стрелки :

$$A_i := P \Rightarrow A_i \tag{13}$$

Если рассматривать P как компонент другого произведения C , то A_i является его подкомпонентом, которое в свою очередь может быть представлено в виде произведения:

$$A_i := C \Rightarrow A_i \tag{14}$$

Также построив коммутативную диаграмму:

$$\begin{array}{c}
 A_i \\
 P \Rightarrow A_i \\
 P \uparrow \nearrow \uparrow A_i \\
 C \Rightarrow P \\
 P
 \end{array}
 \tag{15}$$

получаем композиционную схему, в которой A_i , являясь компонентом P , композиционно является компонентом C .

Сутью информационного пространства является отражение внешнего мира с того или иного аспекта рассмотрения, с той или иной глубиной детализации. Первая составляющая определяет классы объектов и формализуется суммой компонент, входящих в класс S . Вторая же - определяет структуру объектов и формализуется произведением компонент, образующих конкретный целостный объект P . С точки зрения информационных систем, категориальные компоненты суммы ориентированы в основном на описание классовой принадлежности объектов. С другой стороны, объекты, будь то абстрактные либо реальные, имеют собственную структуру, которая определяет некоторую взаимосвязь компонент, образующих целостный объект. Именно произведение ориентировано на формализацию представления структур объектов. Так в [Л1] сказано, что I (единица категории) является произведением всех входящих в нее элементов. Соответственно, категорное представление информационных объектов базируется на следующих постулатах. Любой информационный объект является:

- Компонентом, по крайней мере, одного класса S или иерархически вложенного какого-либо его подкласса.
- Компонентом, по крайней мере, одного целосного объекта P .
- Любой целосный объект P , в свою очередь, является классом, а его структура является произведением подклассов, входящих в него компонент.
- Объект, на каком-то уровне рассмотрения, не имеющий внутренней структуры и являющийся классом (подклассом), определяется собственным значением.

Соответственно, вышеприведенное категорное представление позволяет представить E -объект в виде системы двух E -стрелок (суммы и произведения):

$$\begin{aligned} E & := E \rightarrow S \\ E & := P \Rightarrow E \end{aligned} \quad 16)$$

Схематически сводя их к одному представлению, получаем:

$$P \Rightarrow E : (E) : E \rightarrow S \quad 17)$$

где левая часть отражает вхождение E -объекта E в качестве компонента в произведение P , а правая часть – его вхождение в сумму S , т.е. в класс (подкласс). В дальнейшем в описаниях будем использовать именно представление (2.19), называя его транскрипцией, которую однозначно можно представить в виде графической диаграммы.

Информационное представление объектов, по своей сути, является отображением абстрактной структуры представления класса объектов на структурное представление реальных объектов. Класс (подкласс) объектов представляется некоторым обобщенным именем для множества объектов и информационным макетом, отражающим общую структуру (отношения и свойства) для класса реальных объектов. Соответственно, общее представление Мира (предметной области) можно представить в виде системы «пятерок»:

$$I \Rightarrow I : (I) : I \rightarrow I \quad (18a)$$

$$I \Rightarrow S : (S) : S \rightarrow I \quad (18б)$$

$$S \Rightarrow P : (P) : P \rightarrow S \quad (18в)$$

$$P \Rightarrow E : (E) : E \rightarrow S \quad (18г)$$

$$E \Rightarrow E : (Ee) : E \rightarrow S \quad (18д)$$

$$e : e$$

$$S \Rightarrow P : (Pp) : P \rightarrow P \quad (18е)$$

$$p : p$$

$$P \Rightarrow E : (Ep) : E \rightarrow E \quad (18ж)$$

$$p : p$$

$$P \Rightarrow E : (Eo) : O \rightarrow E \quad (18з)$$

$$p : o : p$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$O \Rightarrow O : (O) : O \rightarrow O \quad (18и)$$

- где (18а) и (18и) определяют, соответственно, конечный (I) и начальный элементы (O) общей системы;
- (18б) и (18в) определяют, соответственно, абстрактную сумму (S) и абстрактное произведение (P) общей системы. Произведение (P) - это структура, состоящая из компонент (18г), которые становятся классами при дальнейшей конкретизации;
 - (18г) и (18д) определяют компоненты произведения, соответственно, произведений (P) и (E), причем они являются подклассами абстрактной суммы (S);
 - (18е) определяет подкласс (Pr), который также обладает собственной структурой.
 - (18ж) является компонентом структуры (Pr), причем является элементом класса (E), который является компонентом произведения (P);
 - (18з) определяет значение элемента (Er), которое является его именем (значением) и в дальнейшем не декомпозируется в структуру.

Следовательно, система «пятерок» позволяет представлять два вида *отношений предпорядка*:

- Декомпозиции, которое определяет зависимость «элемент - структура», т.е. «часть-целое». Это позволяет раскрывать (декомпонировать) любой элемент структуры в собственные целостные структуры.
- Конкретизации, которое определяет зависимость «конкретность – общность». Это позволяет отображать обобщенные описания *E-объектов* в более конкретные (вплоть до реальных значений) с сохранением всех структурных зависимостей.

Заключение. Предложенное аксиоматическое представление информационных объектов на базе положений теории категорий позволяет описывать не только их различные семантические зависимости объектов предметной области, но и формирует структурный базис для представления компонент ИКС как в их иерархической вложенности, так и по уровням обобщенного представления. Возможности структуризации и формализации многогранных семантических представлений объектов позволят создать единую информационную общедоступную сеть «данных». Семантическая интеграция информационных ресурсов должна быть отображена в единую многоуровневую, распределенную системы баз данных. Эта распределенная информационная сеть должна строиться и развиваться как на различных уровнях, так и в проблемной ориентации, с ориентацией на пользовательские интересы. Главным, в этой распределенной сети, является обеспечение семантической ответственности информационных ресурсов в различных базах данных, а также реализация технологий непрерывной их поддержки в актуальном состоянии.

Литература

1. Голдбратт Р. Топосы: категорный анализ логики - М.: Мир. –1983 г.
2. Цаленко М. Моделирование семантики в базах данных - М.: Наука. –1989 г.
3. Тьютин В. Отражение, системы, кибернетика (теория отражения в свете кибернетики и системного подхода) - М.: Наука. –1982 г.

V. Tskhvedadze, I. Tskhvedadze, G. Gordeladze

INFORMATION OBJECTS INTRODUCTION ON THE BASIS OF THE THEORY OF CATEGORIES

Summary

The essence of information-computer space is to represent of an external world from different aspects of consideration on various stages of consideration. Axioms of the theory of categories are used as mathematical basis for presenting objects. It gives possibility of more complete and detailed presentation of information regarding each particular object and the entire system itself. Aggregations of categorial components (or sum) are focused on objects inclusion into some predefined classes. On the other hand, objects have their own structure which determines interrelation between components that forming the entire entity. The structure of objects is

formalized by composition of components. Any information object, from the theory of categories point of view, is considered as: (1) a component that belongs at least to one class or to hierarchically enclosed subclass; (2) a component that belongs at least to one entire object; (3) any entire object that can be considered as a class itself and its structure is considered as composition of entering components from corresponding subclasses; (4) an object, that hasn't internal structure and represented as subclass, defined by its own value.

ვ. ცხველაძე, ი. ცხველაძე, გ. გორდელაძე

**ინფორმაციული ობიექტების წარმოდგენა კატეგორიის
თეორიის საფუძველზე**

რეზიუმე

ინფორმაციულ-კომპიუტერული სივრცის არსს წარმოადგენს, ამა თუ იმ კუთხით განხილული და სხვადასხვა სიღრმეზე დეტალიზირებული, გარე სამყაროს ანარეკლი. ობიექტის წარმოსახვისათვის მათემატიკურ ბაზისად გამოყენებულია კატეგორიის თეორიის აქსიომები, რომლებიც შესაძლებლობას იძლევიან ზოგადად სისტემების და მისი შემადგენელი ინფორმაციული ობიექტების უფრო სრული და სიღრმისეული აღწერისათვის. კატეგორიის თეორიის დებულების ბაზაზე ინფორმაციული ობიექტი წარმოჩინდება როგორც მინიმუმ ერთი კლასისა და ერთი მთლიანი ობიექტის შემადგენელ კომპონენტად.