ცაცა ნამჩევაძე

მასობრივი მომსახურების გამოთვლითი სისტემების ანალიზი მათი საიმედოობის გათვალისწინებით

წარდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
აპრილი, 2008

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემორე ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ნამჩევაძე ცაცას მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „მასობრივი მომსახურების გამოთვლითი სისტემების ანალიზი მათი საიმედოობის გათვალისწინებით“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

ხელმძღვანელი:

რეცენზენტი:

რეცენზენტი:

რეცენზენტი:

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2008 წ.

ავტორი: ნამჩევაძე ცაცა

დასახელება: მასობრივი მომსახურების გამოთვლითი სისტემების ანალიზი მათი საიმედოობის გათვალისწინებით

ფაკულტეტი: ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების

აკადემიური ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა:

რეზიუმე

სამეცნიერო-ტექნიკური პროგრესის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მიმართულებას წარმოადგენს მართვის პროცესების კომპლექსური ავტომატიზაცია. მართვის ავტომატიზირებული სისტემები (მას) თავის შემადგენელ ელემენტებად იყენებს გამოთვლით სისტემებს (გს- ს). მას-ის დანერგვისათვის საჭიროა ფრიად რთული ამოცანების გადაწყვეტა ტექნიკური საშუალებების რაციონალურად არჩევისათვის და ფუნქციონირების პროცესის ოპტიმალური ორგანიზაციისათვის შესაბამისად პროექტირებისა და ექსპლუატაციის ეტაპებზე.

მართვის სისტემები უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ მოთხოვნებს: დიდი მოცულობის გამოთვლითი სამუშაოების შესრულება დროის განსაზღვრულ ინტერვალში, როცა შესასრულებელ სამუშაოს აქვს შემთხვევითი ხასიათი; გამოთვლითი პროცესების მაღალი მტყუნებამდგრადობა; გამოთვლითი სიმძლავრის გაზრდის შესაძლებლობა და ა.შ. ამ მოთხოვნებს შორის ძირითადს წარმოადგენს მართვის მაღალი მტყუნებამდგრადობა.

ამასთან დაკავშირებით, უკანასკნელ წლებში მოცემული კონფიგურაციის რესურსების ეფექტური ფუნქციონირების უზრუნველყოფის პერსპექტიულ მიმართულებას წარმოადგენს გამოთვლების ორგანიზაციის ტექნოლოგიური მეთოდების გამოყენება და დამუშავება სხვადასხვა სახის სიჭარბის (აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი) შემოღების გზით.

მოდულური აგებულების მქონე გს-ის მასობრივი გამოყენების ეფექტურობა მნიშვნელოვან წილად განისაზღვრება მათი პრობლემურ-ორიენტირებული შესაძლებლობებით, ე.ი. მომხმარებლის სხვადასხვა სახის ამოცანებისადმი მათი ადაპტაციით. აღნიშნული გს-ის ფართო გამოყენებისათვის აუცილებელია მათი აგების მაღალმწარმოებლური ტექნოლოგიის პროექტირების დამუშავება და პრაქტიკაში დანერგვა.

თანამედროვე პირობებში გამოთვლითი სისტემების სწრაფმოქმედებისა და საიმედოობისადმი წაყენებულმა გაზრდილმა მოთხოვნებმა, აგრეთვე მიკროპროცესორების ღირებულების სწრაფმა შემცირებამ სტიმული მისცა მრავალპროცესორიან გამოთვლით სისტემებს (მპგს-ს) და მრავალმანქანიან გამოთვლით სისტემებს (მმგს-ს).

ზემოთ აღნიშნული სისტემების ანალიზური მოდელების შექმნა წარმოადგენს რთულ ამოცანას. სწორედ, გს-ის ფუნქციონირების მათემატიკური (ანალიზური) მოდელების აგებას და მათი ანალიზისათვის თეორიის ჩამოყალიბებას ეძღვნება სადისერტაციო ნაშრომი.

დისერტაციაში კვლევის ობიექტს წარმოადგენს გამოთვლითი სისტემები, რომელთაც გააჩნიათ მტყუნებებისადმი მდგრადობის ამაღლების სხვადასხვა საშუალება. ეს საშუალებანია: აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი სიჭარბე. ამ საკითხის ანალიზისადმი მიძღვნილია ბევრი სამეცნიერო პუბლიკაცია. ცნობილი სამეცნიერო სამუშაოები ძირითადად ორიენტირებულია შედარებით მარტივი

მოდელების შესწავლაზე სტაციონალურ მდგომარეობაში, როცა შემავალი ნაკადი არის პუასონური და მომსახურების დრო ექსპონენციალური. ამასთან არ არის გათვალისწინებული კონტროლის რეალური სისტემა. ამის გამო მათემატიკური მოდელი ხშირად არ შეესაბამება გამოსაკვლევ ობიექტს, რაც ბუნებრივია აძნელებს ანალიზური მოდელირების შედეგების პრაქტიკულ გამოყენებას. გარდა ამისა, სიჭარბის მქონე მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) ტექნიკური სისტემები, როგორც მასობრივი მომსახურების სისტემები, ნაკლებადაა შესწავლილი. განხილულია მარტო ექსპონენციალური სისტემები შედარებით ზოგადი სახით მხოლოდ აპარატურული რეზერვირებით იმ დაშვებით, რომ მტყუნებების გამო მომსახურების შეწყვეტისას მოთხოვნა იკარგება. საქმე იმაშია, რომ მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ, მოთხოვნის ბოლომდე მომსახურების საშუალებების გათვალისწინება რთულ ამოცანას წარმოადგენს.

წარმოდგენილი სამუშაო ეძღვნება აღნიშნული პრობლემების გადაწყვეტას.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს:

1. იმ რთული ინფორმაციოლ-გამოთვლითი სისტემებისა და ქსელების ზოგიერთი სიჭარბის მქონე ობიექტის ფუნქციონალური შესაძლებლობების ანალიზის მეთოდის შექმნა, რომელთა მათემატიკური მოდელის სახით არჩეულია მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს).

2. ანალიზური მოდელის შექმნის ტექნოლოგიის დამუშავება, რომელიც საკმარისად სრულად და ზუსტად ასახავს არასაიმედო ელემენტებიანი მომსახურების სისტემების თვისებებს;

3. გამოთვლითი პროცესების მტყუნებებისადმი მდგრადობის საშუალებების დამუშავება და მტყუნებების ლიკვიდაციაზე დახარჯული დროის შემცირების ხარჯზე მაქსიმალური წარმადობის უზრუნველყოფა.

დასმული მიზნის შესაბამისად, სადისერტაციო ნაშრომში გადაწყვეტილია შემდეგი ამოცანები: ერთ და მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის საიმედოობისა და ეფექტურობის ძირითადი მაჩვენებლების არჩევა და განსაზღვრა; ერთ და მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის მწარმოებლობის შეფასების საკითხების გამოკვლევა მათი საიმედოობის გათვალისწინებით; კონტროლის სახის ოპტიმალური შერჩევა; კვლევის თეორიული შედეგების წარმოდგენა მათი პრაქტიკულად გამოყენებისათვის მოსახერხებელ ფორმაში.

სადისერტაციო ნაშრომის შედეგები მიღებულია ალბათობის თეორიის, საიმედოობის მათემატიკური თეორიის, მასობრივი მომსახურების თეორიის, შემთხვევითი პროცესების თეორიისა და ოპერაციული აღრიცხვის კომპლექსური გამოყენებით.

წარმოდგენილი მათემატიკური მოდელები უფრო განზოგადებულია ლიტერატურაში ცნობილ მოდელებთან შედარებით. მათ გააჩნია ორიგინალების ფართო კლასი და პრაქტიკული გამოყენების ფართო სფერო. მოდელებში გათვალისწინებულია, როგორც მასტაბილიზებელი

(კონტროლი, აღდგენა), ასევე დემასტაბილიზებელი (მტყუნებები, შეფერხებები) ფაქტორების ზემოქმედება.

აღნიშნული მოდელების ანალიზი წარმოებს მინიმალური შეზღუდვების არსებობის პირობებში საწყისი მონაცემების მიმართ (რეალურ ობიექტთან გამოსაკვლევი ობიექტის ადექვატურობის უზრუნველყოფის მიზნით).

ნაშრომში, ავტორის მიერ დამუშავებული ანალიზური მეთოდის საშუალებით, განსაზღვრულია მს-ების ეფექტურობის მაჩვენებლები შეუზღუდავი რიგის სიგრძით და შეუზღუდავი ლოდინის დროით. ამასთან განსაზღვრულია აღნიშნული მაჩვენებლები როგორც სტაციონალურ მდგომარეობაში, ასევე არასტაციონალურ მდგომარეობაში.

დისერტაციის ძირითად პრაქტიკულ მიზანს წარმოადგენს: მაღალი საიმედოობის მქონე, მაღალმწარმოებლური მართვისა და ინფორმაციის დამუშავების ტექნიკური სისტემების დაპროექტების კონსტრუქციული მეთოდების შექმნა აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი სიჭარბის გამოყენებით (კერძოდ, ერთპროცესორიანი, მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის დამუშავებისათვის), ეფექტურობის მაჩვენებლებზე ქმედითუნარიანობის კონტროლის სისტემის ზემოქმედების გათვალისწინებით; ტექნიკური სისტემების ყველა ძირითადი საიმედოობის და ეფექტურობის მაჩვენებლების ანგარიშისათვის პრაქტიკულად გამოსადეგი გამოსახულებების მიღება.

ნაშრომში წარმოდგენილი შედეგები მიღებულია მკაცრი მათემატიკური მსჯელობით. შედეგების სარწმუნოებაზე მეტყველებს ის ფაქტებიც, რომ ლიტერატურაში ცნობილი შედეგები ამ ნაშრომში მიღებულ თანაფარდობათა კერძო შემთხვევებს წარმოადგენს.

Resume

One of the most important fields in the scientific-technical progress is the complex automation of ruling processes. The automation systems of ruling use the calculation systems in its consist able parts.

For processing the automation systems of ruling we need to solve quite difficult sums while choosing the technical means rationally and optimal organization of functioning process due to the projecting and exploitation.

The ruling systems must satisfy the following demands: the implementation of huge calculating works in the certain time interval, when the fulfilling work has an occasional character; the high failurestability of calculating processes, the possibility of increasing the calculating power and etc. The main part in these needs is the high failurestability of ruling.

That's why in the recent years the long range route of effective functioning of given configuration resource is working on the technological methods of calculative organization and its using with the help of different surplus (hardware, informative and timely)

The effect of using the modulation calculating systems are determined by its problem- oriented abilities, so the computer must be able to reach an adaptation to any sum given from the user. For using above said calculation systems it is necessary to work on their high productivity technology and its inculcation in practice.

In the modern conditions the needs of calculation systems' fast-working and its reliability also the fast price-falling of micro processor caused creating the multiprocessor calculating systems and multimachine calculating systems.

Creating analytical models of above said systems is very difficult. The dissertation is devoted to creating the mathematical (analytical) models of functioning the calculating systems and forming the theory for its analysis.

In the dissertation the research objects are the calculating systems, which have several means of increasing stability of failure. These means are: hardware, informative and timely surplus. Many scientific publications are devoted to the analysis of this question. The well known scientific works are mainly oriented on creating comparatively plain models and its studying in the stationery conditions, when the incoming stream is Poissonous and the service time is exponential. With that the real control system is not considered. That is why often the mathematical model doesn't coincide with the researching object, which obviously makes the difficult the usage of the practical results of the analytical model. Also the multiprocessor (multimachine) surplus systems, as the massive service systems, are less learned on. Only exponential systems are discussed generally, only by the hardware reservation, in considering that due to the failures while aborting the service the queries are lost. In fact after aborting the service considering of the means of leading the sum till the and is very difficult to implement.

The given work is devoted to solving the above said problems.

The aim of the dissertation work is:

1. Creating the method of the difficult informative calculating systems and nets, which mathematical model is chosen the massive service system.
2. Working on the technology of creating the analytical model, which perfectly and exactly represents the properties of the service with the unreliable elements.
3. Processing the means against failures of calculating process and creating the maximal productivity on the decreasing the lost time in the liquidation of failures.

Due to the aim the work contains the following solved sums:

__ Choosing and determining of the main showings of reliability and effeciency in the single processor and multiprocessor (multimachine) calculating systems;

__ Researching the questions of the single processor and multiprocessor (multimachine) calculating systems productivity in valuing;

__ The optimal choice of control field;

__ Showing the theoretical results of research in its adroit forms in the practical usage.

The results of work are got with the complex usage of the theory of probability, the mathematical theory of reliability, the theory of massive service, the theory of casual processes and the operative registration.

The shown mathematical models are more generalized than the well-known models in the literature. They have wide class of origins and wide field of usage. In the models there are considered both: stable (control, renew), also unstable (failures, delays) factors.

The analysis of shown mathematical models take place in minimal conditions of limitations to the initial data (in order to provide an adequate connection of the real object with the researching object).

In the work with the help of analysis method the showings of effeciency of ruling systems are determined with unlimited queue length and unlimited waiting time. The showings are determined in both: stationery and non- stationery conditions.

The main practical aim of the dissertation is: creating the methods of the high reliability, high productive ruling and technical systems of the information processing, with the considering of the hardware, informative and timely surplus (privately, for the single processor, multiprocessor (multimachine) calculating systems), on the showings of effeciency making the ability control system; getting all practically useful sums for the main showings of reliability and effeciency of technical systems.

The given results are got with the help of the strict mathematical discussion. The trustworthiness of gained results in our work are the facts, that well-known results from the literature are the private occasions of gained results in this work.

შინაარსი

ცხრილების ნუსხა

ნახაზების ნუსხა:

მადლიერება

მინდა მადლიერება გამოვხატო ქუთაისის აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ლექტორებისადმი: პროფ. ლეკვეიშვილის, პროფ. მოდებაძის და ო. შენგელიასადმი. მათ მომცეს საქმიანი შენიშვნები და გამიწიეს კონსულტაცია ნაშრომის სრულყოფასთან დაკავშირებით.

შესავალი

პრობლემის აქტუალობა. სამეცნიერო-ტექნიკური პროგრესის ერთ - ერთ მნიშვნელოვან მიმართულებას წარმოადგენს მართვის პროცესების კომპლექსური ავტომატიზაცია. მართვის ავტომატიზირებული სისტემები (მას) თავის შემადგენელ ელემენტებად იყენებს გამოთვლით სისტემებს (გს-ს). მაგ. ლოკალური და გლობალური ქსელები; ავიახაზებზე ბილეთების დაზერვერირების სისტემა; კოსმოსური ხომალდების ფრენის მართვის სისტემა; მონაცემთა ბაზების მართვის სისტემა; საკომუნიკაციო სისტემა; სხვადასხვა საწარმოებისა და ტექნოლოგიური პროცესების მართვის სისტემები და სხვა. გს გამოიყენება დიდი მოცულობის სამეცნიერო, საინჟინრო-ტექნიკური გაანგარიშებების ჩასატარებლად და ა.შ.

მას-ის დანერგვისათვის საჭიროა ფრიად რთული ამოცანების გადაწყვეტა ტექნიკური საშუალებების რაციონალურად არჩევისათვის და ფუნქციონირების პროცესის ოპტიმალური ორგანიზაციისათვის შესაბამისად პროექტირებისა და ექსპლუატაციის ეტაპებზე.

მართვის სისტემები უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ მოთხოვნებს: დიდი მოცულობის გამოთვლითი სამუშაოების შესრულება დროის განსაზღვრულ ინტერვალში, როცა შესასრულებელ სამუშაოს აქვს შემთხვევითი ხასიათი; გამოთვლითი პროცესების მაღალი მტყუნებამდგრადობა; გამოთვლითი სიმძლავრის გაზრდის შესაძლებლობა და ა.შ. ამ მოთხოვნებს შორის ძირითადს წარმოადგენს მართვის მაღალი მტყუნებამდგრადობა. [1,2,3].

ამასთან დაკავშირებით, უკანასკნელ წლებში მოცემული კონფიგურაციის რესურსების ეფექტური ფუნქციონირების უზრუნველყოფის პერსპექტიულ მიმართულებას წარმოადგენს გამოთვლების ორგანიზაციის ტექნოლოგიური მეთოდების გამოყენება და დამუშავება სხვადასხვა სახის სიჭარბის (აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი) შემოღების გზით . [4÷20, 21÷35, 36÷51].

მოდულური აგებულების მქონე გს-ის მასობრივი გამოყენების

ეფექტურობა მნიშვნელოვან წილად განისაზღვრება მათი პრობლემურ-ორიენტირებული შესაძლებლობებით, ე.ი. მომხმარებლის სხვადასხვა სახის ამოცანებისადმი მათი ადაპტაციით. [52].

აღნიშნული გს-ის ფართო გამოყენებისათვის აუცილებელია მათი აგების მაღალმწარმოებლური ტექნოლოგიის პროექტირების დამუშავება და პრაქტიკაში დანერგვა.

ერთპროცესორიან (ერთმანქანიან) გს-ს აქვთ რიგი უპირატესობანი მრავალპოცესორიან (მრავალმანქანიან) გს-თან შედარებით. ესენია:: შედარებით დაბალი ღირებულება, ფუნქციონირების მარტივი ალგორითმი და მომსახურების სიმარტივე.

თანამედროვე პირობებში გამოთვლითი სისტემების სწრაფმოქმედებისა და საიმედოობისადმი წაყენებულმა გაზრდილმა მოთხოვნებმა, აგრეთვე მიკროპროცესორების ღირებულების სწრაფმა შემცირებამ სტიმული მისცა მრავალპროცესორიან გამოთვლით სისტემებს (მპგს-ს) და მრავალმანქანიან გამოთვლით სისტემებს (მმგს-ს).

გს-ში მტყუნებების შედეგები შეიძლება იყოს სხვადასხვა, მაგრამ უმეტეს შემთხვევაში ისინი მნიშვნელოვნად აუარესებენ სისტემის ფუნქციონირებას და აქვეითებენ მის ეფექტურობას. გს-ის მაღალი საიმებოობის უზრუნველყოფის მიზნით გამოიყენება 2 ძირითადი მიდგომა. ეს მიდგომები ყველაზე უკეთესად წარმოდგენილია დუპლექსურ სისტემებში და რეკონფიგურაციის სისტემებში. [51,53,54].

დუპლექსური მიდგომა ითვალისწინებს ერთი და იმავე ამოცანის პარალალურ დამუშავებას დიდი რაოდენობის ფუნქციონალური ბლოკების ან რამოდენიმე სისტემის საშუალებით. შედეგების ნებისმიერი განსხვავება, რომელიც იქნება მიღებული ცალკეული მოწყობილობიდან, წარმოადგენს შეცდომის მაჩვენებელს. შემდეგ ჩატარდება კონტროლი და გაუმართავი მოწყობილობა გადაეცემა აღსადგენად.

თითქმის ყველა მრავალპროცესორიან (მრავალმანქანიან) სისტემაში გათვალისწინებულია რეკონფიგურაციის გამოყენება. მპგს (მმგს)-ის

ტექნიკური რეალიზაცია გულისხმობს ერთიანი მართვით ფუნქციონირებადი დამუშავების რამოდენიმე იდენტური მოწყობილობის გამოყენებას, როცა თითოეულ მათგანს შეუძლია შეასრულოს სხვადასხვა პროგრამა ან პროგრამის სხვადასხვა ნაწილი. ერთ-ერთი ფუნქციონალური ბლოკის მწყობრიდან გამოსვლის შემთხვევაში ხდება დატვირთვის ისე გადანაწილება, რომ სისტემა ინარჩუნებს ყველაზე მნიშვნელოვანი ამოცანის შესრულების უნარს (ამ დროს მცირდება სისტემის მწარმოებლობა). იმ შემთხვევაში, როცა ცალკეული ბლოკის მტყუნებისას მნიშვნელოვანია საწყისი მწარმოებლობის შენარჩუნება, მიზანშეწონილია სისტემაში აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი სიჭარბის გათვალისწინება. მაღალი საიმედოობის მიღწევის შემდეგ მპგს (მმგს)-ის შესაძლებლობები გამოიყენება მწარმოებლობის მკვეთრი ამაღლებისათვის. [55,56]

თანამედროვე პირობებში პარალელური დამუშავების ორგანიზაცია (ეგმ-ის არქიტექტურის დაპარალელებასთან დაკავშირებული პრობლემები და მისი საიმედოობა), ოპერაციული სისტემის, გამოთვლების ალგორითმების და მეთოდების შექმნა წარმოადგენს ძირითად საკითხებს, რომლებზეც დამოკიდებულია მაღალმწარმოებლური და მტყუნებამდგრადი ტექნიკის შექმნა.

ზემოთ აღნიშნული სისტემების ანალიზური მოდელების შექმნა წარმოადგენს რთულ ამოცანას. სწორედ, გს-ის ფუნქციონირების მათემატიკური (ანალიზური) მოდელების აგებას და მათი ანალიზისათვის თეორიის ჩამოყალიბებას ეძღვნება სადისერტაციო ნაშრომი.

კვლევის საგანი და პრობლემატიკა. დისერტაციაში კვლევის ობიექტს წარმოადგენს გამოთვლითი სისტემები, რომელთაც გააჩნიათ მტყუბებისადმი მდგრადობის ამაღლების სხვადასხვა საშუალება. ეს საშუალებანია: აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი სიჭარბე. ამ საკითხის ანალიზისადმი მიძღვნილია ბევრი სამეცნიერო პუბლიკაცია. ცნობილი სამეცნიერო სამუშაოები ძირითადად ორიენტირებულია შედარებით მარტივი მოდელების შესწავლაზე სტაციონალურ

მდგომარეობაში, როცა შემავალი ნაკადი არის პუასონური და მომსახურების დრო ექსპონენციალური. ამასთან არ არის გათვალისწინებული კონტროლის რეალური სისტემა. ამის გამო მათემატიკური მოდელი ხშირად არ შეესაბამება გამოსაკვლევ ობიექტს, რაც ბუნებრივია აძნელებს ანალიზური მოდელირების შედეგების პრაქტიკულ გამოყენებას. გარდა ამისა, სიჭარბის მქონე მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) ტექნიკური სისტემები, როგორც მასობრივი მომსახურების სისტემები, ნაკლებადაა შესწავლილი. განხილულია მარტო ექსპონენციალური სისტემები შედარებით ზოგადი სახით მხოლოდ აპარატურული რეზერვირებით იმ დაშვებით, რომ მრყუნებების გამო მომსახურების შეწყვეტისას მოთხოვნა იკერგება. საქმე იმაშია, რომ მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ, მოთხოვნის ბოლომდე მომსახურების საშუალებების გათვალისწინება რთულ ამოცანას წარმოადგენს.

წარმოდგენილი სამუშაო ეძღვნება აღნიშნული პრობლემების გადაწყვეტას.

კვლევის მიზანი და ამოცანები. სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს:

1. იმ რთული ინფორმაციოლ-გამოთვლითი სისტემებისა და ქსელების ზოგიერთი სიჭარბის მქონე ობიექტების ფუნქციონალური შესაძლებლობების ანალიზის მეთოდის შექმნა, რომელთა მათემატიკური მოდელის სახით არჩეულია მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს).

2. ანალიზური მოდელის შექმნის ტექნოლოგიის დამუშავება, რომელიც საკმარისად სრულად და ზუსტად ასახავს არასაიმედო ელემენტებიანი მომსახურების სისტემების თვისებებს;

3. გამოთვლითი პროცესების მტყუნებებისადმი მდგრადობის საშუალებების დამუშავება და მტყუნებების ლიკვიდაციაზე დახარჯული დროის შემცირების ხარჯზე მაქსიმალური გამტარუნარიანობის უზრუნველყოფა.

დასახული მიზნის შესაბამისად, სადისერტაციო ნაშრომში

გადაწყვეტილია შემდეგი ამოცანები: ერთ და მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის საიმედოობისა და ეფექტურობის ძირითადი მაჩვენებლების არჩევა და განსაზღვრა; ერთ და მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის მწარმოებლობის შეფასების საკითხების გამოკვლევა მათი საიმედოობის გათვალისწინებით; კონტროლის სახის ოპტიმალური შერჩევა; კვლევის თეორიული შედეგების წარმოდგენა მათი პრაქტიკულად გამოყენებისათვის მოსახერხებელ ფორმაში;

სამუშაოში გამოყენებული კვლევის მეთოდები. სადისერტაციო ნაშრომის შედეგები მიღებულია ალბათობის თეორიის, საიმედოობის მათემატიკური თეორიის, მასობრივი მომსახურების თეორიის, შემთხვევითი პროცესების თეორიისა და ოპერაციული აღრიცხვის კომპლექსური გამოყენებით.

მეცნიერული სიახლე. სამუშაოში ჩატარებული გამოკვლევათა კომპლექსი რთული მეცნიერული პრობლემების თეორიული განზოგადოებისა და გადაწყვეტის საშუალებას იძლევა. რასაც დიდი მნიშვნელობა აქვს მაღალმწარმოებლური, მტყუნებამდგრადი ტექნიკური სისტემების პროექტირების მეთოდოლოგიური საფუძვლების და მეთოდების შექმნისათვის.

წარმოდგენილი მათემატიკური მოდელები უფრო განზოგადებულია ლიტერატურაში ცნობილ მოდელებთან შედარებით. მათ გააჩნია ორიგინალების ფართო კლასი და პრაქტიკული გამოყენების ფართო სფერო. მოდელებში გათვალისწინებულია, როგორც მასტაბილიზებელი (კონტროლი, აღდგენა), ასევე დემასტაბილიზებელი (მტყუნებები, შეფერხებები) ფაქტორების ზემოქმედება.

აღნიშნული მოდელების ანალიზი წარმოებს მინიმალური შეზღუდვების არსებობის პირობებში საწყისი მონაცემების მიმართ (რეალურ ობიექტთან გამოსაკვლევი ობიექტის ადექვატურობის უზრუნველყოფის მიზნით).

ნაშრომში, ავტორის მიერ დამუშავებული ანალიზური მეთოდის

საშუალებით, განსაზღვრულია მს-ების ეფექტურობის მაჩვენებლები შეუზღუდავი რიგის სიგრძით და შეუზღუდავი ლოდინის დროით. ამასთან განსაზღვრულია აღნიშნული მაჩვენებლები როგორც სტაციონალურ მდგომარეობაში, ასევე არასტაციონალურ მდგომარეობაში.

პრაქტიკული ღირებულება. დისერტაციის ძირითად პრაქტიკულ მიზანს წარმოადგენს: მაღალი საიმედოობის მქონე, მაღალმწარმოებლური მართვისა და ინფორმაციის დამუშავების ტექნიკური სისტემების დაპროექტების კონსტრუქციული მეთოდების შექმნა აპარატურული, ინფორმაციული და დროითი სიჭარბის გათვალისწინებით (კერძოდ, ერთპროცესორიანი, მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გს-ის დამუშავებისათვის); ეფექტურობის მაჩვენებლებზე ქმედითუნარიანობის კონტროლის სისტემის ზემოქმედების გათვალისწინებით; ტექნიკური სისტემების ყველა ძირითადი საიმედოობის და ეფექტურობის მაჩვენებლების ანგარიშისათვის პრაქტიკული გამოსადეგი გამოსახულებების მიღება.

ნაშრომის შედეგები შეიძლება გამოყენებულ იქნას გს-ის ფუნქციონალური დაპროექტებისას აგების სხვადასხვა შესაძლებელი ვარიანტების შესადარებლად, მათგან საუკეთესოს შერჩევისა და აგრეთვე ექსპლუატაციის პროცესში გს-ის რაციონალური ორგანიხაციის მიზნით.

სამეცნიერო შედეგების სანდოობა და დასაბუთება. ნაშრომში წარმოდგენილი შედეგები მიღებულია მკაცრი მათემატიკური მსჯელობით. მიღებული შედეგების სარწმუნოებაზე მეტყველებენ ის ფაქტებიც, რომ ლიტერატურაში ცნობილი შედეგები ამ ნაშრომში მიღებულ თანაფარდობათა კერძო შემთხვევებს წარმოადგენს.

თავი 1. ლიტერატურის მიმოხილვა

1.1. სიჭარბის მქონე სისტემების ორგანიზაციის ძირითადი პრინციპები

რთულ სისტემათა საიმედოობის ზოგადი თეორიის ისტორია დაახლოებით მე-20 საუკუნის 50-იანი წლებიდან იწყება. იგი განიხილავს სისტემათა უმტყუნო მუშაობის, დროში გამძლეობის, რემონტისათვის გამოსადეგობის შესაძლებლობებს და სხვა შესაძლებლობებს სისტემის არსებობის ყველა ეტაპზე დაპროექტებიდან - ექსპლუატაციამდე.

ტექნიკური სისტემები, რომელებიც თავის შემადგენლობაში შეიცავს არასაიმედო მოწყობილობებს, როგორც წესი, მოითხოვს დამატებით საშუალებებს საიმედოობის მაღალი დონის შენარჩუნების უზრუნველყოფისათვის. ჩვეულებრივ, ეს საშუალებები დაკავშირებულა სხვადასხვა სახის სიჭარბის გამოყენებასთან.

სიჭარბე - ეს არის დამატებითჲ საშუალებები და შესაძლებლობები მინიმალურად აუცილებელის ზევით, სისტემებისადმი ტექნიკური პირობებით წაყენებული ფუნქციების შესასრულებლად. სიჭარბის შემოღების მიზანია სისტემის ელემენტებში მტყუნების წარმოქმნის შემდეგ სისტემის ნორმალური ფუნქციონირების უზრუნველყოფა. განასხვავებენ სტრუქტურულ (აპარატურულ), ინფორმაციულ და დროით რეზერვირებას, რომლებიც თავის მხრივ იყოფა მრავალ ნაირსახეობად.

სტრუქტურული (აპარატურული) რეზერვირება

სტრუქტურული დარეზევირება არის საიმედოობის გაზრდის ერთ-ერთი ეფექტური მეთოდი ელემენტთა სასარგებლო სიჭარბის ხარჯზე. ის მკვეთრად განსხვავდება საიმედოობის ამაღლების სხვა ხერხებისაგან. თუ ელემენტთა ძირითადი (მიმდევრობითი) შეერთების შემთხვევაში სისტემის საიმედოობა ყველაზე არასაიმედო ელემენტის საიმედოობაზე ნაკლებია, დარეზერვირების დროს სისტემის საერთო საიმედოობა შეიძლება ყველაზე საიმედო ელემენტის საიმედოობასაც კი აღემატებოდეს.

დარეზერვირება პრონციპულად სისტემის საიმედოობის უსაზღვრო გაზრდის საშუალებასაც იძლევა, მაგრამ ამ დროს იზრდება სისტემის აგებისათვის საჭირო ხარჯები. ცხადია, საიმედოობის საჭირო მაჩვენებლები რაც შეიძლება მცირე დანახარჯებით უნდა იქნას უზრუნვილყოფილი. ამ შემთხვევაში რეზერვირების ამა თუ იმ მეთოდის შერჩევა უნდა მოხდეს ტექნიკური სისტემის ცალკეული მონაკვეთების საიმედოობის გათვალისწინებით, ტექნიკურ-ეკონომიკური თვალსაზრისით ოპტიმალური ვარიანტების მოძებნის გზით. [56,57].

სტრუქტურული დარეზერვირების ნაირსახეობათა კლასიფიკაცია წარმოებს შემდეგი ნიშნების მიხედვით :

I. სარეზერვო და ძირითად ელემენტთა გამოყენების პრინციპით:
   1. დარეზერვირება აღდგენის გარეშე;
   2. დარეზერვირება აღდგენით.

II. მასშტაბით:
   1. საერთო დარეზერვირება, რომლის შემთხვევაში სარეზერვო სისტემები გამოიყენება;
   2. განცალკევებული დარეზერვირება, რომლის შემთხვევაში სარეზერვო ელემენტები გამოიყენება.

III. სარეზერვო ელემენტთა რიცხვის შეფარდებით ძირითად (დასარეზერვირებელ) ელემენტთა რიცხვთან (ამ შეფარდებას დარეზერვირების ჯერადობა ეწოდება).
   1. დარეზერვირება მთელი ჯერადობით, როდესაც ძირითად ელემენტზე მიმაგრებულია ერთი ან რამდენიმე ელემენტი;
   2. დარეზერვირება წილადი ჯერადობით, როდესაც რამოდენიმე ძირითად ელემენტზე სარეზერვო ელემენტების გარკვეული რაოდენობა მოდის.

IV. სარეზერვო ელემენტთა მიერთების სახით:
   1. მუდმივი დარეზერვირება, რომლის შემთხვევაში სარეზერვო ელემენტები მუდმივად არის მიერთებული ძირითად

ელემენტთან და მათთან ერთად მუშაობს;

2. დარეზერვირება შენაცვლებით, რომლის შემთხვევაში სარეზერვო ელემენტები ცვლიან ძირითად ელემენტებს მხოლოდ მათი მტყუნების შემდეგ.

V. სარეზერვო ელემენტთა რეჟიმით მუშაობის დაწყებამდე:

1. დატვირთული დარეზერვირება (“ცხელი” რეზერვი), როდესაც სარეზერვო ელემენტთა გამოყენების პირობები ძირითად ელემენტთა მუშა რეჟიმს ემთხვევა. ტარდება ტესტური კონტროლი. უმტყუნოებათა განაწილების კანონები უცვლელი რჩება;

2. შემსუბუქებული დარეზერვირება (“თბილი” რეზერვი), როდესაც სარეზერვო ელემენტები ჩართულია და იმყოფება ლოდინის რეჟიმში. ამ დროს არ ხდება მათი კონტროლი. უმტყუნოების განაწილების კანონები იცვლება ე.ი. სარეზერვო ელემენტების საიმედოობა უფრო მაღალია, ვიდრე მუშა რეჟიმში მყოფი ელემენტებისა;

3. დაუტვირთავი დარეზერვირება (“ცივი” რეზერვი), როდესაც სარეზერვო ელემენტები არ არის ჩართული.მათი საიმედოობის მარაგის ხარჯვა პრაქტიკულად ჩართვის შემდეგ იწყება.

როგორც აღვნიშნეთ, მას-ში მომუშავე გამომთვლელ მანქანებს საიმედოობისადმი დიდი მოთხოვნები წაეყენებათ. ასეთ სისტემებში, როგორც წესი, გამოიყენება 2 ან მეტი ერთდროულად ფუნქციონირებადი ეგმ. ეგმ-ების კომპლექხირება ამაღლებს საიმედოობას არა მხოლოდ იმით, რომ მტყუნების შემდეგ ხდება რეზერვულ მოწყობილობაზე გადასვლა, არამედ იმითაც, რომ შესაძლებელია უმნიშვნელოვანესი ინფორმაციის რეზერვულ მოწყობილობაზე საიმედოდ შენახვა. ასეთი ინფორმაცია ძირითადი გამომთვლელი მანქანიდან პერიოდულად გადაიგზავნება რეზერვულ გამომთვლელ მანქანაზე და გამოიყენება შემთხვევით დამახინჯებული მონაცემების აღსადგენად.

საიმედოობის ამაღლების რეჟიმში ძირითადი ეგმ-ები ემსახურება მოთხოვნის დამუშავებას, ხოლო რეზერვული ეგმ-ები შეიძლება იმყოფებოდეს: გამორთულ მდგომარეობაში (დაუტვირთავი დარეზერვირება), ლოდინის რეჟიმში (შემსუბუქებული დარეზერვირება), ტესტური კონტროლის რეჟიმში (დატვირთული დარეზერვირება).

თანამედროვე პირობებში სულ უფრო მეტად გამოიყენება ეგმ-ების კომპლექსირება მწარმოებლობისა და მეხსიერების მოცულობის გაზრდისათვის. ამ შემთხვევებში ეგემ-ები მუშაობს სხვადასხვა პროგრამით, მაგრამ ასრულებს ერთ დიდ ამოცანას და ახორციელებს გამოთვლითი შედეგების ან სხვა ინფორმაციის გაცვლას. ეს სისტემის დამპროექტებლებს საშუალებას აძლევს მიიღონ მწარმოებლობის ან მეხსიერების აუცილებელი მახასიათებლები და არ გამოიყენონ დიდი სპეციალიზირებული ეგმ-ები, რომლებზეც მუშაობა უფრო რთული იქნება.

მწარმოებლობის ამაღლების რეჟიმში რეზერვულ ეგმ-ებს, აღნიშნული ფუნქციების გარდა ერთ-ერთი ეგმ-ის მტყუნების შემთხვევაში, შეუძლია გადაინაწილოს სისტემის დატვირთვა.

აგრეთვე არსებობს კომპლექსირებული ეგმ-ების ურთიერთმოქმედების კომბინირებული ხერხი. ასეთ შემთხვევაში ნორმალური დატვირთვის რეჟიმში რეზერვული ეგმ-ები გამოიყენება ინფორმაციის შენახვის საიმედოობის ამაღლებისათვის, ხოლო გადატვირთვის პირობებში ეგმ-ებს შორის ხორციელდება ალგორითმების „დაპარალელება“ [1,54,59].

ინფორმაციული რეზერვირება

ინფორმაციული რეზერვირება, რომელიც ითვალისწინებს ჭარბი ინფორმაციის არსებობას, ფართოდ გამოიყენება ტექნიკურ სისტემებში. მის უმარტივეს მაგალითს წარმოადგენს მონაცემთა გადაცემის ქსელებში ერთი და იგივე შეტყობინების მრავალჯერადი გადაცემა კავშირის არხით. გარდა ამისა, მონაცემთა გადაცემის სისტემებში გამოიყენება ინფორმაციის

ჭარბი კოდირება. კერძოდ, გამოიყენება თვითკორექტირებადი კოდები, რომელთა საშუალებითაც ხდება მონაცემთა გადაცემის აპარატურის მტყუნების შედეგად წარმოშობილი შეცდომების აღმოჩენა და გასწორება. ამასთან, მონაცემთა გადაცემის სისტემის ნორმალური ფუნქციონირება არ ირღვევა.[60].

უფრო ზოგადი სახით „ინფორმაციის სიჭარბის“ ცნება ფორმულირებული იყო ა.ხარკევიჩის მიერ. ინფორმაციული სიჭარბეს განაპირობებს აკრძალული სიტყვების არსებობა, რომლებიც არაა გამოყენებული ინფორმაციის წყაროს მიერ. ეს პირობა შეიძლება შესრულდეს შესამოწმებელი ორობითი სიმბოლოების დამატებით, რაც თავის მხრივ იწვევს გადასაცემი მონაცემების დაგრძელებას.[61].

ინფორმაციული სიჭარბის გამოყენების პრინციპი ასეთია: ზოგად შემთხვევაში ყველა შესაძლო სიტყვათა სიმრავლე შეიძლება დაიყოს 2 გადაუკვეთავ ქვესიმრავლედ: სიტყვათა ქვესიმრავლე, რომელიც გამოიყენება ინფორმაციის წყაროს მიერ და სიტყვათა ქვესიმრავლე, რომელიც არ გამოიყენება ინფორმაციის წყაროს მიერ. სიტყვებს I ქვესიმრავლიდან ეწოდება დასაშვები სიტყვები, ხოლო მეორედან - დაუშვებელი. მომხმარებელმა იცის დასაშვები და დაუშვებელი სიტყვების ქვესიმრავლეები, აგრეთვე ის, რომ დასაშვები სიტყვების გადაცემისას შეცდომის არსებობა დასაშვებ სიტყვებს გადაიყვანს დაუშვებელი სიტყვების ქვესიმრავლეში. ამიტომ მომხმარებელს შეუძლია მიხვდეს შეცდომას მიღებულ შეტყობინებაში.

მონაცემთა გადაცემის უმრავლეს არხებში არსებულ შეცდომათა პაკეტების სიგრძე ზოგჯერ ასეული ორობითი სიმბოლოა. მათი გასწორებისათვის საჭირო იქნებოდა კოდები, რომელთა კოდური კომბინაციის სიგრძე იზომება ათასობით თანრიგით, რისი რეალიზებაც ტექნიკურად რთულია. ამიტომ მონაცემთა გადაცემის არსებული სისტემების უმრავლესობაში საიმედოობის ამაღლება დაფუძნებულია შეცდომების აღმოჩენაზე და განმეორებით გადაცემაზე.

შეცდომების აღმოსაჩენად ძირითადად გამოიყენება 2 სახის კოდირება: ციკლური და მტრიცული.

დროითი რეზერვირება

დიდი ხნის განმავლობაში სტრუქტურული რეზერვირება ითვლებოდა უნივერსალურ მეთოდად, რომელიც ინფორმაციულ სიჭარბესთან ერთად საშუალებას იძლეოდა არასაიმედო ელემენტებისაგან შექმნილიყო სანდო სისტემები. [34,64,65].

ტექნიკის განვითარებისა და გამოყენებული სისტემების გართულებისას აღმოჩნდა, რომ აღნიშნული მეთოდები არ არის უნაკლო. მიზეზს, უპირველეს ყოვლისა, წარმოადგენს მტყუნებათა რამოდენიმე ტიპის არსებობა, კონტროლისა და დიაგნოსტიკის არაიდეალურობა, აგრეთვე რეზერვირების გადამრთველების არასაიმედოობა, დატვირთვის გადანაწილება ცალკეული ელემენტების მტყუნების დროს და ა.შ. ამიტომ სპეციალისტთა ყურადღება მიმართულია დროითი რეზერვირებისაკენ [66,67].

ბოლო დროს სიჭარბის ეს სახე სარგებლობს განსაკუთრებული პოპულარობით. დროის რეზერვი შეიძლება დაიხარჯოს არა მარტო მწყობრიდან გამოსული აპარატურის აღდგენაზე და აპარატურული რეზერვის გადართვაზე, არამედ მტყუნებათა აღმოჩენაზე, მტყუნებით გაუფასურებული სამუშაოების გამეორებაზე, ტექნიკური მახასიათებლების აღდგენაზე ან ქმედითუნარიან მდგომარეობაში მყოფი სისტემის ჩატვირთვის ლოდინზე.

არსებობს დროითი რეზერვირების მრავალი წყარო.

1) პირველ რიგში ის შეიძლება შეიქმნას დავალების შესრულების აუცილებელი დროის გაზრდის ხარჯზე;

2) მეორე ძირითად წყაროს წარმოადგენს მწარმოებლურობის მარაგი, რომელიც საშუალებას იძლევა შევამციროთ დავალების შესრულების მინიმალური დრო. მწარმოებლურობის მარაგი შეიძლება შეიქმნას სისტემის

ელემენტების სწრაფმოქმედების გაზრდით ან დაბალი მწარმოებლურობის მქონე რამოდენიმე მოწყობილობის ერთ კომპლექსში გაერთიანებით.

3) დროითი რეზერვის წყაროდ შეიძლება აგრეთვე გამოყენებული იქნას ფუნქციონალური ინერციულობა. მრავალი ტექნიკური სისტემის მუშაობაში დაშვებულია უმნიშვნელო შესვენებები ფუნქციონალური ხარისხის დაკარგვის გარეშე. ისინი შეიძლება გამოყენებულ იქნას, კერძოდ, მტყუნების აღმოფხვრისათვის აპარატურული რეზერვის ჩართვის გზით. ზოგიერთ შემთხვევაში დასაშვები შესვენება აღწევს მნიშვნელოვან სიდიდეს და ამ დროში შესაძლებელია არა მარტო რეზერვის ჩართვა, არამედ სარემონტო სამუშაოების ჩატარებაც.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ის, რომ უმეტეს შემთხვევაში განსაზღვრული ხარისხით ფუნქციონირებისათვის საჭირო დროის რეზერვს ფლობს თვით სისტემები დამატებითი საშუალებების გარეშე.

დროითი რეზერვირების ღირსებები შემდეგია :

1) სისტემის საიმედოობის მაჩვენებლების გაუმჯობესება ხშირად არ არის დაკავშირებული აპარატურის რაოდენობის გაზრდასთან და დამატებითი სახსრების დახარჯვასთან, არამედ დაფუძლებულია სისტემაში არსებული დროის რეზერვის გამოყენებაზე ან მის შექმნაზე.

2) დროის რეზერვის გათვალისწინება საშუალებას გვაძლევს ავსახოთ ჭეშმარიტი საიმედოობა ე.ი. უფრო ობიექტურად შევაფასოთ ნორმალური ფუნქციონირების შესაძლებლობა სხვადასხვა მადესტაბილიზებელი ფაქტორების ურთიერთქმედების პირობებში.

სისტემები დროითი რეზერვირებით ხასიათდება გარკვეული სპეციფიკური შტრიხებით, რომელთა გათვალისწინება აუცილებელია სისტემის მტყუნების კრიტერიუმის სწორად ფორმულირებისათვის, საიმედოობის მაჩვენებლების და მათი შეფასების მეთოდების შერჩევისათვის. [5,35,68].

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე ინფორმაციული სისტემებისათვის აუცილებელია მათ შემადგენლობაში კონტროლის სისტემის არსებობა.

კონტროლის ძირითად ამოცანას წარმოადგენს:

1) სისტემის ტექნიკური მდგომარეობის განსაზღვრა;

2) მოცემული სიზუსტით გაუმართაობის ადგილის ლოკალიზება;

3) სისტემის მიერ შესასრულებელი სამუშაოს სისწორის განსაზღვრა.

არსებობს ფუნქციონალური და ტესტური კონტროლის სისტემები. ფუნქციონალური კონტროლის სისტემების საშუალებით მოწმდება ობიექტის ფუნქციონირების სისწორე და იძებნება გაუმართაობანი, რომლებიც არღვევს სწორ ფუნქციონირებას.

ტესტური კონტროლის სისტემებში ობიექტს მიეწოდება სპეციალურად ორგანიზებული (ტესტური) ზემოქმედება. ამ ზემოქმედებაზე ობიექტის რეაქციის მიხედვით განისაზღვრება მისი ტექნიკური მდგომარეობა.

კონტროლის საშუალებანი იყოფა აპარატურულად და პროგრამულად. აპარატურული საშუალებანი შეიძლება იყოს გარე ან ჩაშენებული, სპეციალური ან უნივერსალური, ხელით ჩასართავი ან ავტომატური. პროგრამული საშუალებანი არის მუშაობის მუშა ან ტესტური პროგრამები, რომლებიც გამოიყენება ობიექტის ტექნიკური მდგომარეობის შესამოწმებლად.

ფართოდ გამოიყენება კონტროლის კომბინირებული საშუალებანი. გარდა ამისა, ძალიან ხშირად გამოიყენება კონტროლის ცვალებადი ხერხები, როდესაც ობიექტის მდგომარეობაზე დამოკიდებულებით ირჩევენ კონტროლის სხვადასხვა სახეს.

ჩვეულებრივ, კონტროლის მოწყობილობა უზრუნველყოფს არა მხოლოდ კონტროლის ობიექტის მდგომარეობის შეფასებას, არამედ გამოიმუშავებს ბრძანებას გაუმართავი მოწყობილობის გამართულით შესაცვლელად. გარდა ამისა, კონტროლის საშუალებებს წაეყენებათ მაღალი მოთხოვნები საიმედოობისადმი , კონსტრუქციისადმი და სხვა პარამეტრებისადმი . [78,203].

1.2. გამოსაკვლევი სიჭარბის მქონე სისტემების მოდელები

ნაშრომში განხილულ სისტემებში მიღებულ და გაცემულ სიგნალებს შორის დრო, მტყუნებებს შორის დრო, აგრეთვე ყოველი მოთხოვნის დამუშავების, აღდგენის და ხელსაწყოების გადართვის დრო წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეებს. აღნიშნული გარემოება არ იძლევა საშუალებას ავაგოთ მოთხოვნის მიღების, დამუშავების და გაცემის სინქრონიზებული დეტერმინირებული პროცესი. ასეთი პროცესების ანალიზი, მათი ხასიათის და კანონზომიერების განსაზღვრა მიეკუთვნება ამოცანათა რიგს, რომელიც შეიძლება გადაწყდეს მასობრივი მომსახურების თეორიით (მმ თეორიით). აღნიშნული განაპირობებს იმას, რომ მასობრივი მომსახურების სისტემები მიეკუთვნება ზემოთ განხილულ სიჭარბის მქონე სისტემებს.

მმს-ების მომსახურე ხელსაწყოები გამოიყენება დროის შემთხვევით შუალედებში, ხოლო ამ შუალედებს შორის შესვენებებში ხელსაწყოები არ გამოიყენება. ამიტომ ასეთ შესვენებებში ხელსაწყოების მტყუნება და აღდგენა არავითარ გავლენას არ ახდენს სისტემის ფუნქციონირების ხარისხზე. გარდა დროის ბუნებრივი რეზერვისა, მომსახურების ზოგიერთ სისტემაში, დაშვებულია დამატებითი დრო (შეყოვნება) სისტემაში მოთხოვნის მომსახურების დაწყებამდე. უმეტეს შემთხვევაში დროის შეუზღუდავი რეზერვის დაშვება იწვევს სისტემის ფუნქციონირების ხარისხის გაუარესებას. შეიძლება ჭარბი დროის ერთეულზე დანიშნული იყოს ჯარიმა. ამ შემთხვევაში საჭიროა მოიძებნოს გზები დროის რეზერვის ოპტიმალური ზომის განსაზღვრისათვის.

ლოდინის მქონე მომსახურების სისტემისათვის ლოდინის დრო წარმოადგენს დამატებით დროს ე.ი. ჭარბ დროს. ამ დროს ალბათური მახასიათებლების ანალიზი იძლევა სისტემის ფუნქციონირების ეფექტურობის პროგნოზირების საშუალებას

გარდა ამისა, ლოდინის მქონე მმს საჭიროებს ჭარბ აპარატურას

ლოდინში მყოფი მოთხოვნის შენახვისათვის. ასეთი აპარატურის ოპტიმალური მოცულობის განსაზღვრა აგრეთვე წარმოადგენს ერთ-ერთ აქტუალურ საკითხს სისტემის პროექტირების ეტაპზე.

დისერტაციაში მათემატიკური მოდელის სახით აღებულია მასობრივი მომსახურების სისტემა სიჭარბის მქონე მომსახურე სისტემით.

მომსახურების სისტემებში ერთ-ერთ ძირითადი ცნება არის განაცხადთა წყარო. წყარო განისაზღვრება, როგორც მოწყობილობა ან მოწყობილობათა ჯგუფი, რომლებიდანაც შემოდის განაცხადები სისტემაში მომსახურებისათვის. არსებობს 2 სახის წყარო: 1) წყაროები, რომელთა მოქმედება და გაგზავნილი განაცხადების ბედი ნაკლებადაა დამოკიდებული მომსახურების სისტემაზე; ასეთი წყაროებოს მოქმედება შემოიფარგლება განაცხადთა გაგზავნის ფაქტით. 2) წყაროები, რომლებიც ორგანულადაა დაკავშირებული მომსახურების სისტემაზე; მათი მოქმედება იცვლება იმაზე დამოკიდებულებით, მომსახურდება წყარო თუ არა (უსაზღვრო და სასრული წყაროები).

გარე ანუ შემავალი ნაკადი (I სახე) წარმოადგენს განახცადთა ერთობლიობას, რომელიც შემოდის სისტემაში წყაროდან და საჭიროებს მომსახურებას. განაცხადთა მიღების თანმიმდევრულ მომენტებს შორის დროის ინტერვალი წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს. შემდეგში დავუშვებთ, რომ ამ შემთხვით სიდიდეს აქვს ექსპონენციალური განაწილება.

დაშვება იმისა, რომ უსაზღვრო წყაროდან შემოსული ნაკადი პუასონური ხასიათისაა, ზოგადადაა მიღებული. იგი საშუალებას იძლევა თავიდან იქნას აცილებული მნიშვნელოვანი მათემატიკური სირთულეები . გარდა ამისა, არსებობს უფრო ღრმა საფუძველი ასეთი დაშვების მიღებისა . პუეასონურ ნაკადებს ხშირად აქვს ადგილი პრაქტიკაში. გარკვეული აზრით ისინი წარმოადგენს ზღვრულს სხვადასხვა ნაკადისათვის. უმეტეს შემთხვევაში არაპუასონური განაცხადთა ნაკადის შეცვლა იმავე ინტენსივობის მქონე პუასონური ნაკადით იძლევა ისეთ შედეგს, რომელიც

მცირედ თუ განსხვავდება ჭეშმარიტისაგან ან ზოგჯერ საერთოდ არ განსხვავდება. ამასთან ამოხსნის ცდომილება, როგორც წესი, მოთავსებულია საწყისი მონაცემების სიზუსტის საზღვრებში.[1,61,69,70].

შიგა ნაკადი (II სახე) წარმოადგენს არასაიმედო მოწყობილობების მტყუნებათა ნაკადს. თანმიმდევრულ მტყუნებებს შორის დროის ინტერვალი ითვლება ექსპონენციალურად განაწილებულად. ასეთი დაშვება აგრეთვე ზოგადადაა მიღებული. ეს აიხსნება 2 მიზეზით: აღნიშნული დაშვება, ექსპონენციალური განაწილების ცნობილი თვისებიდან გამომდინარე, მნიშვნელოვნად აადვილებს მის გამოყენებას ანალიზური მოდელის შექმნისას. მეორე, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, ექსპონენციალური კანონები კარგად ეთანხმება მრავალი ელემენტისაგან შედგენილი რთული რადიოელექტრონული სისტემების მტყუნებებს შორის დროის განაწილების კანონებს. ეს აიხსნება იმით, რომ იშვიათ შემთხვევით მოვლენებში, რომლებიც შედგება ნებისმიერი ხასიათის მრავალ ერთმანეთთან დამოუკიდებელი ან მცირედ დამოკიდებული ნაკადებისაგან, როცა მათ შორის არ არის დომინირებული ნაკადი, მეზობელ ხდომილობებს შორის დროის განაწილების კანონი თეორიულად ემთხვევა ექსპონენციალურს. [62,71].

ამგვარად, ექსპონენციალური განაწილება შეიძლება გამოვიყენოთ ხელსაწყოს თანმიმდევრულ მტყუნებებს შორის შემთხვევითი დროის დასახასიათებლად, თუ მისი ექსპლუატაციისას არ არსებობს მტყუნების გამომწვევი რღვევის დომინირებული პროცესი. ეს პირობა, როგორც წესი, სრულდება რამდენადაც ხელსაწყოს ყველა თვალსაჩინო ხარვეზი სწორდება მისი კონსტრუირებისას და წარმოებისას. ექსპონენციალური კანონის გამოყენება საშუალებას იძლევა მივიღოთ შედეგები, რომლებიც სავსებით გამოსადეგია ეფექტურობის ზუსტი საინჟინრო შეფასებისათვის. [71].

ექსპონენციალური კანონის გამოყენება თანმიმდევრულ მტყუნებებს შორის დროის განაწილებისას, როცა მტყუნებები ექვემდებარება სხვა კანონს, ხშირად იძლევა ობიექტის ეფექტურობის შეფასების არასწორ

მაჩვენებლებს. ეს მტკიცებულება სამართლიანია იმ დაძველებული ობიექტებისათვის, რომელთა მტყუნების ინტენსივობა იზრდება დროზე დამოკიდებულებით. [71].

აუცილებელია ერთმანეთისაგან განვასხვაოთ ნაკადები, რომლებიც გამოდის ინფორმაციის ფიზიკური წყაროებიდან და განაცხადთა შემავალი ნაკადები მომსახურე სისტემებისათვის. მს-ების ანალიზისას, უწინარეს ყოვლისა, უნდა იქნას გათვალისწინებული ნაკადების ხასიათი განაცხადის ტიპისა და მათი დამუშავების დროის მიხედვით. მაგ. ინფორმაციის ერთმა წყარომ შეიძლება გადაცეს სხვადასხვა ტიპის შეტყობინებები, რომლებიც განსხვავდება დამუშავების დროითა და დანაკარგებით. ამიტომ ასეთი წყარო უნდა დახასიათდეს რამოდენიმე ცალკე ნაკადით. ხშირად გვხვდება შემთხვევები, როცა სხვადასხვა ფიზიკური წყაროდან მიიღება ერთნაირი ტიპის ინფორმაცია, რომელიც ექვემდებარება ერთნაირ დამუშავებას. ბუნებრივია, რომ ასეთი ინფორმაცია წარმოდგება ერთი ჯამური ნაკადით.

დავახასიათოთ დაწვრილებით II სახის მტყუნება. ეს არის ხელსაწყოების მტყუნებების ნაკადები, რომლებიც წარმოადგენს აღდგენაზე მოთხოვნათა წყაროს. მტყუნების შემდეგ ხლსაწყო გადადის არაქმედითუნარიან მდგომარეობაში.

წარმოქმნის ხასიათის მიხედვით მტყუნება შეიძლება იყოს: უეცარი და თანდათანობითი. უეცარი მტყუნება გვაქვს მაშინ, როდესაც მოწყობილობის პარამეტრები ნახტომისებურად იცვლება. ასეთი მტყუნების წინასწარ შემჩნევა შეუძლებელია, რადგან ისინი წარმოიქმნება სხვადასხვა მიზეზის გამო (მაგ. კავშირის არხის დაზიანებით, ენერგომომარაგების წყაროებით, მომსახურე პერსონალის არასწორი მოქმედებით). თანდათანობითი მტყუნება გვაქვს მაშინ, როდესაც ელემენტის ან სისტემის პარამეტრები თანდათან იცვლება და ისინი გამოდის დადგენილ ფარგლებს გარეთ. ასეთ მტყუნებას იწვევს მოწყობილობის დაძველება ან ცვეთა.

განასხვავებენ მდგრად მტყუნებებს და თვითლიკვიდირებად

მტყუნებებს (შეფერხებებს). მდგრადი მტყუნების აღმოსაფხვრელად აუცილებელია სარემონტო სამუშაოების ჩატარება. თვითლიკვიდირებადი მტყუნებისას სისტემა თვითონ აღდგება და იმუშავებს საიმედოდ. როგორც წესი, ასეთ მტყუნებებს აქვს ხანმოკლე ხასიათი. იგი შეიძლება გამოწვეული იყოს გარე და შიგა წყაროებიდან ხარვეზების ზემოქმედებით, აგრეთვე მომსახურე პერსონალის არასწორი მოქმედებით.

იმაზე დამოკიდებულებით, თუ როგორ არის ორგანიზებული გარედან მიღებული მოთხოვნის მომსახურება და როგორია ამ მოთხოვნის ხასიათი, მტყუნების შედეგი შეიძლება იყოს სხვადასხვა. ამ აზრით გამოვყოფთ მტყუნებების 3 ჯგუფს:

1. არაგამაუფასურებელი;
2. ნაწილობრივ გამაუფასურებელი;
3. გამაუფასურებელი.

მრავალ სისტემაში შესაძლებელია მოწყობილობის ქმედითუნარიანობის უწყვეტი კონტროლი, რომლითაც საშუალება გვეძლევა აღმოვაჩინოთ მტყუნებები წარმოშობის მომენტისთანავე. ამიტომ ხშირად მტყუნებები შეიძლება ჩავთვალოთ როგორც არა გამაუფასურებელი. ეს ნიშნავს, რომ სისტემას, ქმედითუნარიანობის აღდგენის შემდეგ, შეუძლია სამუშაოს გაგრძელება იმ მომენტიდან, სადაც ის შეწყდა. ამიტომ ყველა ნამუშევარი, მეზობელ მტყუნებებს შორის, შეიძლება ჩაითავალოს სასარგებლოდ.

ნაწილობრივ გამაუფასურებელი მტყუნება დამახასიათებელია იმ სისტემებისათვის, რომელთა ქმედითუნარიანობა მოწმდება პერიოდული კონტროლით, აგრეთვე უწყვეტი კონტროლის მქონე ზოგიერთ სისტემებშიც, რომლებშიც პერიოდულად ფიქსირდება და ინახება სამუშაოს შუალედური მონაცემები. აღნიშნულის გარდა, ნაწილობრივ გამაუფასურებელი მტყუნების მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მონაცემთა გადაცემის სისტემა (მომსახურე მოწყობილობა–მონაცემთა გადაცემის არხი), რომელშიც გადასაცემი შეტყობინება იყოფა მცირე

ნაწილებად (ბლოკებად). მტყუნების შემთხვევაში შეიძლება გაუფასურდეს ერთი ბლოკის მიერ გადაცემული ინფორმაცია.

სისტემებში, რომელთაც ახასიათებს გამაუფასურებელი მტყუნება, მტყუნების შედეგი იმდენად მძიმეა, რომ საჭირო ხდება სამუშაოს თავიდან დაწყება.

სისტემებში შეიძლება წარმოიშვას განსაზღვული პროპორციებით ყველა სამი სახის მტყუნება [71].

განვიხილოთ გარე ანუ შემავალი ნაკადის (I სახე) მომსახურება.

საიმედო ხელსაწყოების მქონე მომსახურე სისტემის მომსახურების პროცესი ყოველი მოთხოვნისათვის ხასიათდება მომსახურების დროის ხანგრძლივობით.

უფრო რთული სიტუაცია გვაქვს მაშინ, როდესაც სისტემებს გააჩნია არასაიმედო ხელსაწყოები. პირველი – მომსახურების ხანგრძლივობას საერთოდ არა აქვს აზრი, თუ მომსახურე ხელსაწყოს მტყუნების შემდეგ შეწყვეტილი განაცხადი იკარგება. მეორე – თუ შეწყვეტილი განაცხადი არ იკარგება და მომსახურდება რაიმენაირად, მაშინ მომსახურების დრო (მომსახურების დაწყებიდან მოთხოვნის გაცემამდე) წარმოადგენს ფუნქციას, რომელიც დამოკიდებულია მომსახურე ხელსაწყოების საიმედოობის მაჩვენებლებზე და აგრეთვე ექსპონენციალურ მაჩვენებლებზე.

ასეთ სიტუაციაში (შესრულებული სამუშაო შეიძლება დაიკარგოს ან არ დაიკარგოს) მომსახურების პროცესის საწყის პარამეტრად მიზანშეწონილია მივიღოთ მოთხოვნის „სიგრძე“. ინფორმაციულ სისტემებთან მიმართებაში მოთხოვნას წარმოადგენს ინფორმაცია. დავუშვათ, ინფორმაცია შედგება N ბიტისაგან, ხოლო არხის სიჩქარეა v ბიტი/წ, მაშინ ცხადია, რომ მოთხოვნის გადაცემის მინიმალური დრო იქნება $\tau = N / v$. ეს არის მოთხოვნის სიგრძე. იგი წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს, რომელიც განაწილებულია ნებისმიერი კანონით $L(u) = P\{x < u\}$, მოთხოვნის სიგრძეა.

განვიხილოთ შიგა ნაკადის (II სახე) მომსახურება.

II სახის მოთხოვნის მომსახურება მდგომარეობს მტყუნებული ხელსაწყოს აღდგენაში. უნდა ჩავთვალოთ, რომ აღდგენის დრო არის შემთხვევითი სიდიდე. ამ დროის განაწილება შეიძლება დამოკიდებული იყოს მოთხოვნის მომსახურების მომენტში ხელსაწყოს მწყობრიდან გამოსვლაზე ან სისტემის თავისუფალ მდგომარეობაში ხელსაწყოს მწყობრიდან გამოსვლაზე. ზოგად შემთხვევაში აღდგენის დრო წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს განაწილებულს ზოგადი კანონით. მაგრამ ცდები გვიჩვენებს, რომ ხშირად ეს განაწილება ძალიან ახლოსაა მაჩვენელიან განაწილებასთან. [68,71].

ჩვეულებრივ, მტყუნებების ძირითადი რაოდენობა აღმოიფხვრება მალე, ხოლო მოცულობითი სარემონტო სამუშაოები გვხვდება იშვიათად. ეს გარემოება იძლევა იმის საშუალებას, რომ აღდგენის დროის განაწილების ფუნქცია კარგად აპროქსიმირდება მაჩვენებლიანი ფუნქციით. აგრეთვე არსებობს სხვა აზრი მაჩვენებლიანი განაწილების სასარგებლოდ. მოდულური აპარატურის (ელექტრონულ-გამომთვლელი მანქანა) რემონტისას შეიძლება შეიცვალოს მისი გაუმართავი მოდული. თუ ყოველი მცდელობისას მიიღწევა დადებითი შედეგი რაღაც ალბათობით, ამასთან ასეთი მცდელობა არის ბევრი, მაშინ თეორიულად აღდგენის დროის განაწილების კანონი ემთხვევა მაჩვენებლიან კანონს.

უკანასკნელ მტკიცებულებას ადგილი აქვს იმ სისტემებისათვისაც, რომლებიც აგებულია ისე, რომ ხშირად მტყუნებადი ელემენტები მოითხოვენ შედარებით მცირე დროს რემონტისათვის იმ ელემენტებთან შედარებით, რომლებიც იშვიათად მტყუნდება. [62,71,72].

სამუშაოში მიღებულია, რომ აღდგენის დრო განაწილებულია ზოგადი კანონით.

მომსახურე სისტემას შეუძლია ჰქონდეს ერთი ან რამოდენიმე მომსახურე არხი, შესაბამისად სისტემას ეწოდება ერთარხიანი ან მრავალარხიანი. ასეთი განსაზღვრა საიმედო ხელსაწყოებით მომუშავე

სისტემებისათვის არ იწვევს გაუგებრობას. მაგრამ არასაიმედო ხელსაწყოებით მომუშავე სისტემებისათვის შეიძლება გამოიწვიოს გაუგებრობა: იმ შემთხვევებში, როცა სისტემაში რამოდენიმე ხელსაწყო შეიძლება გამოიყენებოდეს მარაგის სახით სხვა ხელსაწყოებისათვის;; აგრეთვე იმ შემთხვევებში, როცა ყველა ხელსაწყო ან ხელსაწყოთა ჯგუფი შეიძლება გამოიყენებოდეს ცალ-ცალკე მოთხოვნების შესრულებისათვის.. გამომდინარე აქედან, მოსახერხებელია ჩავთვალოთ სისტემები ერთარხიანად ან მრავალარიანად იმისდა მიხედვით, თუ რამდენი მოთხოვნა მომსახურდება მასში ერთდროულად.

ნაშრომში გამოკვლეულია დროითი და ინფორმაციული სიჭარბის მქონე ერთარხიანი სისტემა; დროითი და აპარატურული სიჭარბის მქონე მრავალარხიანი სისტემა.

მომსახურების სისტემის მნიშვნელოვას სტრუქტურულ მახასიათებელს წარმოადგენს რიგის აგება. ამჟამად ყველაზე უფრო სრულყოფილად გამოკვლეულია 2 ზღვრული შემთხვევა: 1) სისტემები დანაკარგებით, როცა არ შეიძლება განაცხადთა რიგის შექმნა მომსახურე ხელსაწყოებთან. 2) ლოდინის მქონე სისტემები, როცა შესაძლებელია შეიქმნას რიგი ნებისმიერი სიგრძის და განაცხადებს შეუძლიათ ლოდინი შეუზღუდავად.

შუალედური მდგომარეობა აღნიშნულ სისტემებს შორის უკავია სისტემებს რიგის ან დროის შეზღუდვით ან რიგისა და დროის შეზღუდვით.

მოცემულ სამუშაოში გამოკვლეულია სისტემები შეუზღუდავი რიგის სიგრძით და შეუზღუდავი ლოდინის დროით.

რიგის მომსახურების დისციპლინა განისაზღვრება წესებით, რომელთა შესაბამისადაც შეირჩევა განაცხადები მომსახურებაზე. განაცხადების შერჩევის მრავალი ხერხი არსებობს. მათ შორის ძირითადს წარმოადგენს შემდეგი მომსახურებანი:

1. რიგის მიხედვით („პირველი მოვიდა – პირველი მომსახურდება“);

2. ინვერსიული („ბოლო მოვიდა – პირველი მომსახურდება“);

3. შემთხვევითი შერჩევა;

4. ჯგუფური;

5. პრიორიტეტის მიხედვით.

სამუშაოში განხილულია I ხერხი – რიგის მიხედვით მომსახურება.

შეწყვეტილი მოთხოვნის მომსახურება აგრეთვე ხდება სხვადასხვა ხერხით. შეწყვეტილი განაცხადი:

1. ტოვებს სისტემას (იკარგება);

2. მომსახურდება თავიდან;

3. მომსახურდება იმ წერტილიდან, საიდანაც მოხდა შეწყვეტა (გათვალისწინებული იქნება შესრულებული სამუშაო).

შესაძლებელია ისეთი შემთხვევაც, როცა გაითვალისწინება ადრე შესრულებული სამუშაოს ნაწილი. ზოგიერთ შემთხვევაში შესაძლებელია ზემოთ ჩამოთვლილი მომსახურების ხერხების შეთანხმება.

პრიორიტეტი არის მაჩვენებელი, რომელიც განაპირობებს რომელიღაც განაცხადის მნიშვნელოვნებას სხვა განაცხადის მიმართ, როცა შესაძლებელია განაცხადებს შორის კონფლიქტური სიტუაცია. ყველაზე მეტად გავრცელება ჰპოვა აბსოლუტურმა და შეფარდებითმა პრიორიტეტებმა.

I შემთხვევაში მაღალი პრიორიტეტის განაცხადის სისტემაში მიღებისას წყდება დაბალი პრიორიტეტის განაცხადის მომსახურება.

II შემთხვევაში უკვე დაწყებული მომსახურების შეწყვეტა არ შეიძლება, მომსახურე ხელსაწყოს განთავისუფლების შემდეგ რიგიდან აირჩევა ყველაზე მაღალი პრიორიტეტის განაცხადი.

როგორც ცნობილია, მათემატიკურ მოდელში შედის: სიდიდეები, რომლებიც დროის ნებისმიერ მომენტში ახასიათებს სისტემის მდგომარეობას; სიდიდეები, რომლებიც ახასიათებს გარემოს მხრიდან ობიექტზე ზემოქმედებას; აგრეთვე მისი საკუთარი მახასიათებლები.

ვითვალისწინებთ რა ა მოცანის (დავალების) სისტემაში მიღების

პროცესის, მტყუნების წარმოშობის, მომსახურე სისტემის აპარატურის აღდგენის სტოქასტიკურ ხასიათს და სხვა ფაქტორებს მათემატიკურ მოდელად, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, აღებული გვაქვს სიჭარბის მქონე მასობრივი მომსახურების სისტემა.

მასობრივი მომსახურების სისტემის მდგომარეობის ქვეშ იგულისხვება შემდეგი: სისტემაში მყოფი სხვადასხვა სახის განაცხადთა რაოდენობა; სისტემაში განაცხადთა ყოფნის, მომსახურების და ლოდინის დროითი მახასიათებლები.

მმს აგრეთვე ხასიათდება ისეთი სტრუქტურული პარამეტრებით, როგორიცაა: მომსახურე ხელსაწყოების რიცხვი, ამ ხელსაწყოებს შორის ურთიერთკავშირი, მოთხოვნის მომსახურების კანონზომიერებანი და სხვა.

ყველა ეს პარამეტრი და სტატისტიკური მახასიათებელი მოცემულია შესაბამის ქვეთავებში.

1.3. გამოსაკვლევი ობიექტის მდგომარეობის მოკლე მიმოხილვა და რამოდენიმე გადაუწყვეტავი საკითხი

1.3.1. დროითი სიჭარბის მქონე ტექნიკურ სისტემებში გამოთვლითი პროცესისა და გამტარუნარიანობის მაღალი მტყუნებამდგრადობის უზრუნველყოფის პროგრამული მეთოდები

გამოთვლითი კომპლექსებისა და მრავალპროცესორიანი სისტემების მტყუნებამდგრადობის ამაღლების პერსპექტიულ მეთოდს წარმოადგენს გამოთვლითი პროცესის ორგანიზაციის სპეციალური ტექნოლოგიის რეალიზაცია. ეს მეთოდი იყენებს შუალედური მონაცემების ისეთ დამხსომებელ მოწყობილობაში მოთავსებას, სადაც ინფორმაცია კარგად იქნება დაცული დამახინჯებებისაგან. ამ შემთხვევაში შეფერხებების ან მტყუნებების შედეგად მიღებული დამახინჯებული შედეგების გასასწორებლად, გამოთვლითი პროცესის (გპ-ის) განახლება საჭირო იქნება

არა თავიდან, არამედ შუალედური დონიდან, როგორც უწოდებენ, საკონტროლო წერტილიდან. რადგან აღნიშნული ტექნოლოგიის განხორციელებისათვის საჭიროა გამოთვლითი რესურსების დამატებითი დანახარჯები, ამიტომ წარმოიქმნება გპ-ის მართვის ორგანიზაციის ეფექტური სტრატეგიის დამუშავების ამოცანა, ე.ი. მოითხოვება მაქსიმალურად შემცირდეს რესურსების არამწარმოებლური დანაკარგები გამოთვლის გამეორებაზე.

გპ-ის მტყუნებამდგრადობის უზრუნველყოფისათვის გამოთვლების საშუალედო შედეგების დამახსოვრების ეფექტური მართვის სფეროში საინტერესო გამოკვლევები ჰქონდათ ბ.ვ.გნედენკოს, ი.კ.ბელიაევს, ა.დ.სოლოვიევს , გ.ნ.ჩერკასოვს , ი.ს.გოლუბევა-ნოვოჟილოვას. [73,71,74].

ი.კ.ბელიაევის მიერ პირველად იქნა შესწავლილი მოცემულ დროში ამოცანის შესრულების შესაძლებლობა მუდმივი მოცულობის გამომთვლელ მანქანაზე, როდესაც ადგილი აქვს 2 სახის გამაუფასურებელ მტყუნებას. ბ.ვ.გნედენკომ, ი.კ.ბელიაევმა, ა.დ.სოლოვიევმა განსაზღვრეს ჯამური სასარგებლო ნამუშევარი ერთი საინტერესო მოდელისათვის. [73].

პირველი სამუშაო, რომელშიც ნაჩვენებია დროითი სიჭარბის ეფექტური გამოყენების შესაძლებლობა სისტემის საიმედოობის ამაღლებისათვის, იყო გ.ნ.ჩერკასოვის სტატია. ი.ს.გოლუბევ-ნოვოჟილოვმა პირველად განიხილა გამოთვლითი სისტემის მუშაობის ორგანიზაციის მოდელი, რომელიც ითვალისწინებდა დამატებით დანაკარგებს გადასაწყვეტი ამოცანის დამახინჯებული ნაწილის ხელახლა გადასაანგარიშებლად. [75,74].

გპ-ის შუალედური შედეგების დამახსოვრებისათვის ამოცანის ნაწილებად დაყოფის სტრატეგიის შერჩევასთან დაკავშირებული საკითხები პირველად განხილულ იქნა ა.ი.გარკავის, ვ.ბ. გოგოლევსკის, ვ. პ. პეტუხოვას ნაშრომი. ფ. გ. ენსლოუს ნაშრომში გადაწყვეტილია ოპტიმალური რაოდენობის ეტაპების არჩევის საკითხი, როდესაც მტყუნებათა ნაკადი არის პუასონური, ხოლო შემოწმება ხდება ეტაპის ბოლოს. ი.ს.მიქაძის,პ.ბ.

შელეგიას ნაშრომებში განსაზღვულია მოცემულ დროში ამოცანის წარმატებით შესრულების ალბათობა. ამასთან უმტყუნო მუშაობის დროს, ექსპონენციალური განაწილებისას, შედეგები მიღებულია ცხადი სახით. [76,53, 34,65].

ი.ნ.კოვალენკოს, ა.ა.ვორონიოვას, ი.ვ.ჩისტიაკოვის, ა.ს.ვაირდიანის, ა.ვ.კოროვინას, ვ.ნ. უდალოვას წიგნები ეძღვნება გამოთვლების ოპტიმალური ორგანიზაციის საკითხებს მტყუნებამდგრადობის უზრუნველყოფის მიზნით. [77,78,79].

ი.ნ.კოვალენკოს, ლ.ს.სტოიკოვას გამოკვლევებში, გპ-ის შუალედური მდგომარეობის დამახსოვრების ოპტიმალური მართვის განსაზღვრისათვის, გამოყენებული აქვს ოპტიმიზაციის კრიტერიუმი, რომელიც ახასიათებს სისტემის მწარმოებლობას: $a = \lim\limits_{t \to \infty} N(t)/t$, სადაც $N(t)$ - სისტემის მუშაობის პროცესია. [32].

ე.გ. ტრახტენგერცის წიგნში განხილულია გამოთვლითი სისტემის მოდელი შეფერხებების არსებობისას, როცა კონტროლი არასარწმუნოა. ამასთან აღმოჩენადი შეცდომის შემდეგ ხდება ეტაპის გადაანგარიშება, ხოლო არააღმოჩენადის შემდეგ ხდება მთლიანად ამოცანის თავიდან გადაანგარიშება. [80].

ზემოთ აღნიშნულ ნაშრომებში მტყუნებებს შორის დროის განაწილების ფუნქცია ცნობილი იყო. ლ.ს.სტოიკოვის, ვ.დ.შპაკის [81] ნაშრომებში, რომლებშიც გამოკვლეულია ორგანიზაციის ოპტიმალური პერიოდის არჩევის განსაკუთრებულობანი, მტყუნებათა განაწილების კანონის შესახებ ინფორმაცია არასრულია (ცნობილია მხოლოდ პირველი 2 მომენტი). [81].

გპ-ის ეფექტურად გამოყენებასთან არის დაკავშირებული შემდეგი საკითხები: ოპტიმალური შემოწმება, პროფილაქტიკური სამუშაოების ჩატარება, ეტაპების ოპტიმალური რიცხვისა და კონტროლის პერიოდულობის დროის განსაზღვრა. ამ საკითხებზეა მიძღვნილი ა.დ.სოლოვიევის , ი.ა.უშაკოვის , ბ.მ.კაგანის, ი.ბ.მკრტუმიანის და სხვების

გამოკვლევები. მათში ოპტიმიზაციის კრიტერიუმებად გამოყენებულია: მზადყოფნის კოეფიციენტი, ოპერატიული მზადყოფნის კოეფიციენტი, საშუალო ჯამური დაყოვნება და ა.შ. [82,56,83].

1.3.2. მმს არასაიმედო მომსახურე სისტემით

მასობრივი მომსახურების თეორიის მეთოდების გამოყენებით ბევრი პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანის გადაწყვეტა არის შესაძლებელი. მათ შორის შეიძლება პირველ ადგილზე დავაყენოთ სიჭარბის მქონე სისტემების გამოკვლევის საკითხი, რაც განპირობებულია ამ სისტემების ფართოდ გავრცელებით.

სიჭარბის არსებობა წარმოადგენს ძირითად საშუალებას იმ ტექნიკური სისტემების ეფექტურობის და საიმედოობის ანალიზისათვის, რომლებიც შეიცავს არასაიმედო მოწყობილობებს. კვლავ აღვნიშნავთ, რომ ბევრ შემთხვევაში სისტემებს გააჩნია ბუნებრივი სიჭარბის სხვადასხვა სახე მათი სტრუქტურული და ფუნქციონალური განსაკუთრებულობის მიხედვით. სისტემის ჭარბი რესურსის რაციონალური გამოყენება, ამ სიჭარბის წყაროზე დამოკიდებულებით (ბუნებრივი სიჭარბე, ხელოვნურად შეყვანილი სიჭარბე), ძირითადად განისაზღვრება შემდეგი ფაქტორებით:

1) სისტემის ტექნიკური მდგომარეობის კონტროლის ხერხები და მეთოდები;

2) მომსახურე ხელსაწყოებს შორის სტრუქტურული და ფუნქციონალური ურთიერთკავშირის პრინციპები (რეზერვირების რეჟიმში ფუნქციონირება, მწარმოებლობის ამაღლების რეჟიმში ფუნქციონირება, ყოველი ხელსაწყოს ავტონომიურ რეჟიმში ფუნქციონირება);

3) მოთხოვნების მომსახურების ორგანიზაცია;

4) მოთხოვნების დამუშავების შეწყვეტის შემდეგ მათი მომსახურების დისციპლინა.

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე მმს-ის სისტემის შესახებ მრავალი გამოკვლევაა ჩატარებული. ამ დარგში პირველ გამოკვლევას წარმოადგენს

ბ.ვ.გნედენკოს სტატია. მის მიერ დაკავშირებული იქნა მასობრივი მომსახურების თეორია საიმედოობის თეორიასთან. საომედოობის თეორიის მეთოდებმა ფართო გამოუყენება ჰპოვა მასობრივი მომსახურების ამოცანების გადაწყვეტაში. ეს გარემოება აისახება მწარმოებლობისა და მომსახურე ხელსაწყოების სხვა მაჩვენებლების განსაზღვრის საკითხებში საიმედოობის გათვალისწინებით; მზადყოფნის კოეფიციენტისა და საიმედოობის ფუნქციის გამოყენებაში სისტემის მნიშვნელოვანი მაჩვენებლების ანალიზისას.

რიგი საინტერესო მოდელები განხილულია ტ.პ.მარიანოვიჩის ნაშრომებში. მის ერთ-ერთ მოდელში შესწავლილია მრავალარხიანი მმს დანაკარგებით; მომსახურება ხდება არასაიმედო ხელსაწყოებით; მოთხოვნათა ნაკადი მარტივია; ხელსაწყოები მტყუნდება მხოლოდ დაკავებულ მდგომარეობაში; ხელსაწყოს მტყუნება აღმოჩნდება მყისიერად ე.ი. არსებობს უწყვეტი იდეალური კონტროლი; აღმდგენი მოწყობოლობების რაოდენობა ტოლია ხელსაწყოების რაოდენობისა; ხელსაწყოების უმტყუნო მუშაობის დრო და აღდგენის დრო განაწილებულია ნებისმიერი კანონით. [84].

მეორე მოდელში ხელსაწყოები მტყუნდება როგორც თავისუფალ, ისე დაკავებულ მდგომარეობაში; როგორც მომსახურების დრო, ასევე აღდგენის დრო განაწილებულია ნებისმიერი კანონით; კონტროლი არის უწყვეტი და იდეალური. გამოთვლილია P_{ij} ალბათობა იმისა, რომ სისტემის სტაციონალურ მდგომარეობაში მომსახურე ხელსაწყოების რაოდენობა არის i, ხოლო მტყუნებული ხელსაწყოებისა კი j. [85].

მსგავსი ამოცანა მმს-თვის ლოდინის დროის შეზღუდვით შესწავლილია ო.ა.ნოვიკოვას და ს.ი.პეტუხოვას წიგნებში [86]. აქ ლოდინის დრო შემოსაზღვრულია შემთხვევითი სიდიდით, რომელიც განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით. აგრეთვე მიღებულია დაშვება, რომ სხვა განაწილებანიც მაჩვენებლიანია.

მოგვიანებით ტ.პ.მარიანოვიჩმა განაზოგადა რამოდენიმე ადრე

მიღებული შედეგი, როდესაც მმს-ში არის რეზერვული ხელსაწყოები.

ვ. ნ. გლუხოვის ნაშრომში გამოკვლეულია მმს დანაკარგებით, რომელშიც გამოყენებულია არასაიმედო ხელსაწყოები. ნაგულისხმებია, რომ შემოსული მოთხოვნა იკარგება, როდესაც ყველა ხელსაწყო დაკავებულია ან გაუმართავია; ამასთან მოთხოვნა, რომლის მომსახურებაც შეწყდება, იკარგება; ხელსაწყოების რაოდენობაა m; აღმდგენი მოწყობილობების რაოდენობაა n; ყველა განაწილება მაჩვენებლიანია. იძებნება სისტემის ძირითადი მახასიათებლები. [19].

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე მმს-ის ექსპლუატაციისას დაისმება საკითხი სამარაგო ნაწილების აუცილებელი რაოდენობის განსაზღვრასთან დაკავშირებით. მათი უკმარისობა იწვევს მომსახურე ხელსაწყოების იძულებით მოცდენას იმის გამო, რომ არ ხერხდება გაუმართაობის სწრაფი ლიკვიდაცია. მეორეს მხრივ, სამარაგო ნაწილების სიჭარბე იწვევს კაპიტალის გაყინვას, რაც არ არის ეკონომიურად გამართლებული. ეს საკითხი მოითხოვს სერიოზულ ეკონომიურ მიდგომას სამარაგო ნაწილების აუცილებელი რაოდენობის განსაზღვრის მიზნით.

აღნიშნული საკითხი განხილულია ტ.ლ.საატის წიგნში. [86].

ე.მ. მუსაევის და ტ.ი. ნოსიროვას ნაშრომში გამოკვლეულია ერთარხიანი მმს ორმაგი პრიორიტეტით. ხელსაწყო არასაიმედოა; მოთხოვნათა ნაკადი მარტივია; ყველა განაწილება მაჩვენებლიანია; მე-2 პრიორიტეტის მქონე მოთხოვნა იკარგება, თუ ხელსაწყო მომსახურების პროცესშია ან გაუმართავია; I პრიორიტეტის მქონე მოთხოვნა ელოდება ხელსაწყოს განთავისუფლებას შეუზღუდავად და სისტემას ტოვებს მომსახურების შემდეგ P ალბათობით, ხოლო 1-P ალბათობით ხელახლა მომსახურდება; ხელსაწყო მტყუნდება თავისუფალ მდგომარეობაში. [87].

ვ. ა. ივნიცკის ნაშრომში განხილულია ერთარხიანი სისტემა ლოდინით. თავისუფალ მდგომარეობაში ხელსაწყო მტყუნდება ნებისმიერი კანონით, ხოლო დაკავებულ მდგომარეობაში მაჩვენებლიანით. შეისწავლება 2 სახის შემავალი ნაკადი: მარტივი და სასრული რაოდენობის

წყაროდან მიღებული. გამოკვლეულია რიგის სიგრძე, როცა კონტროლი არის უწყვეტი და იდეალური. [88].

ი. ბ. გერცბახის და ხ.ბ. კორდინსკის მიერ გამოკვლეულია ერთარხიანი მმს ორმაგი შემავალი ნაკადით. ერთ-ერთ მათგანს აქვს შეფარდებითი პრიორიტეტი მე-2-ის მიმართ; ხელსაწყო არასაიმედოა როგორც თავისუფალ, ასევე დაკავებულ მდგომარეობაში; კონტროლი არის უწყვეტი და იდეალური. [89].

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე მმს-ები შესწავლილია გ.პ.ბაშარინის, ა.დ.ხარკევიჩის, მ.ა.შპენის წიგნში. მათში განხილულ საკითხებს ფართო გამოყენება აქვს საკომუნიკაციო სისტემებში. [90].

ი. მ. დუხოვნის წიგნში გათვალისწინებულია, რომ მომსახურე ხელსაწყოს ქმედითუნარიანობაზე კონტროლი ხორციელდება მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში. დროის ეს მომენტები ქმნის რეგულარულ ნაკადს; რიგი არ არის შემოსაზღვრული, იძებნება კონტროლის თანმიმდევრულ მომენტებს შორის დროის ინტერვალის ოპტიმალური სიგრძე, როდესაც ფუნქცია ღებულობს ექსტრემალურ მნიშვნელობას.

ანალოგიური ამოცანა დანაკარგის მქონე მმს-თვის გამოკვლეულია ი.ფ.იაკუშევის ნამუშევარში [92].

ვ. კ. ვორონოვის, ი. ვ. ჩისტიაკოვის მიერ გამოკვლეულია მმს. მასში მომსახურე ხელსაწყოები, რაღაც ალბათობით მოთხოვნის მომსახურების შემდეგ, გამოირთვება პროფილაქტიკური რემონტისათვის; მოთხოვნა იკარგება, თუ სისტემა მომსახურების ან აღდგენის პროცესშია; მირებულია სისტემის ფუნქციონირების სტაციონალურ რეჟიმში მოთხოვნის დაკარგვის ალბათობა. [78].

გ.პ.კლიმოვმა დამატებითი ხდომილობის შემოტანის მეთოდით გამოიკვლია არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე ერთარხიანი მმს. მან შეისწავლა სისტემები ლოდინით, აგრეთვე სისტემები რიგის შეზღუდვით; ნაკადი არის პუასონური; მომსახურების, ხელსაწყოს „არსებობის“ და მისი აღდგენის დრო როგორც თავისუფალ, ასევე დაკავებულ მდგომარეობაში

არის ნებისმიერი [93].

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე მმს შესწავლილია ავტორთა ჯგუფის მიერ. მათი ძალისხმევით მიღწეულ იქნა არსებითი წინსვლა პრიორიტეტული სისტემების კვლევაში დამატებითი ხდომილობის შემოტანის მეთოდის გამოყენებით. შეძლეს ბევრი ადრე შესწავლილი ამოცანის გამარტივება, აგრეთვე მიიღეს მნიშვნელოვანი ახალი შედეგები. [94,69].

დ.ს.სილნესტროვას წიგნში, ნახევრადმარკოვული პროცესების მეთოდების გამოყენება, გაანალიზებულია არასაიმებო ხელსაწყოების მქონე მომსახურე სისტემათა ძირითადი კლასი. ავტორი ეყრდნობა ვ.ს.კოროლიუკას ფუნდამენტალურ შედეგებს სტოქასტიკური პროცესების თეორიაში . [95].

არასაიმედო ხელსაწყოების მქონე მმს-ის კვლევის ზოგად პრობლემაში მიღებული შედეგების უმეტესობა ეხება ერთარხიან სისტემებს. ამ დარგში დამუშავებული მოდელები ეყრდნობა საკმაოდ ზოდაგ დაშვებებს განაწილების ფუნქციების მიმართ, რომლებიც აღწერს შესაბამის სტატისტიკურ კანონზომიერებებს; შესწავლილია სისტემები ლოდინით, სისტემები დანაკარგებით, აგრეთვე სისტემები სხვადასხვა შეზღუდვებით. [94,95].

რაც შეეხება მრავალარხიან სისტემებს და აგრეთვე სისტემებს რეზერვირებით ამ შემთხვევაში მიღწევები შესამჩნევად მოკრძალებულია. განხილულა მხოლოდ ექსპონენციალური სისტემები შედარებით ზოგადი სახით. ამასთან დაშვებულია, რომ მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ მოთხოვნა იკარგება. საქმე იმაშია, რომ მოთხოვნის მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ მისი ბედის გათვალისწინება რთული ამოცანაა. [86,96].

ერთარხიანი სისტემებისთვისაც კი, თუ მომსახურე ხელსაწყო რეზერვირებულია ერთი ან რამოდენიმე ხელსაწყოთი, ძნელია ამ ხელსაწყოების მდგომარეობების შეფასება, როცა უმტყუნო მუშაობის და აღდგენის დრო ნებისმიერადაა განაწილებული. ერთარხიანი

სისტემებისათვის მიღებული შედეგებიც ეყრდნობა იმ დაშვებას, რომ ხელსაწყოს უმტყუნო მუშაობის დრო ყოველთვის აითვლება რომელიღაც სპეციალურად შერჩეული მომენტებიდან (ამ მომენტებს შეიძლება წარმოადგენდეს მომსახურების დაწყებისა და დამთავრების მომენტები), თითქოს ამ მომენტებში ხელსაწყოები „ივიწყებენ წარსულს“. ეს გარემოება საშუალებას იძლევა აღნიშნული სისტემები აღიწეროს ორგანზომილებიანი მარკოვული პროცესებით და ერთი უწყვეტი კომპონენტით ან ნახევრადმარკოვული პროცესით.

გარდა ამისა, იმ შემთხვევაში, როდესაც მომსახურე ხელსაწყოები რეზერვირებულია ან მოთხოვნის მომსახურება ხდება რამოდენიმე ხელსაწყოთი (დატვირთვა გადანაწილდება გამომთვლელ მანქანებს შორის, ინფორმაციის გადაცემა მოხდება ერთდროულად და ა.შ.), მაშინ მხოლოდ ერთი მოთხოვნის მომსახურების პროცესის აღწერაც წარმოადგენს რთულ ამოცანას. ამ დროს მოთხოვნის სიგრძის განაწილების მაჩვენებლიანობის დაშვებაც კი არ იძლევა ამოცანის გამარტივების საშუალებას.

მსგავსი სისტემები განხილულია გ.პ. ბაშარინის, მ.ა. ბანზერგის, ბ. ი. ჩერკასოვის ნაშრომებში. მათში შეისწავლება ორნაწილიანი ავტომატური ხაზის მწარმოებლობის ანალიზის საკითხები.[97,98].

ვ. მ. ვიშნევსკის, ბ. ი. რებორეოვიჩის და ტ.ა. ტიმოხოვას მიერ გამოკვლეულია რამოდენიმე გამოთვლითი მანქანისაგან შედგენილი გამოთვლითი სისტემის ფუნქციონირების პროცესი. [99].

დუბლირებული სისტემის ზუსტი ასიმპტოტური ანალიზი ჩატარებულია ბ.ვ.გნედენკოს და ა.დ.სოლოვიოვის ნაშრომებში. მათ მიერ მიღებულ შედეგებს აქვს დიდი თეორიული მნიშვნელობა. [100].

მწარმოებლობის, აგრეთვე დუბლირებული სისტემების სხვა ალბათური მახასიათებლების ანალიზის საკითხებს, მათი რეალური ფუნქციონირების გათვალისწინებით, ეძღვნება ნაშრომები. [55,78,101].

ყველაზე მეტად საჭიროა ისეთი მმს-ის კვლევის მეთოდების დამუშავება, რომელიც რეზერვირებულია სხვადასხვა სახის ხელსაწყოებით;

აგრეთვე მმს-ისა, რომელშიც შესაძლებელია ერთდროულად სხვადასხვა ხელსაწყოთი ცალკეული მოთხოვნის მომსახურება. [1,54,101].

აღნიშნული სახის სისტემების შექმნა, რა თქმა უნდა, წარმოადგენს რთულ ამოცანას, მაგრამ შესაძლებლობანი ამ მიმართულებით არ არის ამოწურული. მოცემულ დისერტაციაში არის მცდელობა იმისა, რომ გადაწყვეტილი იქნას ზემოთ ჩამოთვლილი პრობლემები.

1.4. სიჭარბის მქონე ტექნიკური სისტემების ეფექტურობის კრიტერიუმები და პროექტირების მეთოდები

ტექნიკური სისტემების აბსტრაქტული მოდელების ანალიზის საბოლოო მიზანს წარმოადგენს ზემოქმედება მოახდინოს გადაწყვეტილების მიღებაზე სისტემის პროექტირებისას და ექსპლუატაციისას. როგორც წესი, სისტემის დამპროექტებლები ცდილობენ ამოარჩიონ სისტემის სტრუქტურის ყველაზე საუკეთესო ვარიანტი შერჩეული მაჩვენებლების მიხედვით.

იმისათვის, რომ შევადაროთ ერთმანეთს რამოდენიმე ალტერნატიული მოდელი, აუცილებელია ეფექტურობის მაჩვენებლების განსაზღვრა. ეს მაჩვენებლები უნდა ასახავდეს სისტემის მთავარ მიზნობრივ ამოცანას და ძირითად კერძო ამოცანებს; უნდა ითვალისწინებდეს სხვადასხვა პარამეტრის გავლენას სისტემის მიერ შესრულებული ამოცანის ხარისხზე.

სისტემის რაოდენობრივ მახასიათებლებს უწოდებენ კრიტერიუმებს ან ეფექტურობის მაჩვენებლებს. ეფექტურობა უნდა ასახავდეს სისტემის მიზანშეწონილობას (კერძოდ, ეკონომიურს) რიცხვით მაჩვენებლებში და ახასიათებდეს სისტემის ფუნქციონირების ხარისხს. ეფექტურობის კრიტერიუმები უნდა იყოს მოსახერხებელი გამოთვლებისათვის, მგრძნობიარე ძირითადი პარამეტრებისადმი და დანაკარგების

ცვლილებისადმი. [54,70,102].

რთული სისტემების ეფექტურობის კრიტერიუმების მაჩვენებლები დამოკიდებულია დიდი რაოდენობით პარამეტრებზე, რომლებიც შეიძლება დავყოთ გარე და შიგა პარამეტრებად.

გარე პარამეტრები წარმოადგენს საწყისს პარამეტრებს და არ იცვლება პროექტირებისას, ხოლო შიგა პარამეტრები იცვლება ეფექტურობის ექსტრემალური მნიშვნელობების მიღებისათვის.

არასაიმედო მომსახურე ხელსაწყოებისაგან შედგენილ მს-ის ფუნქციონირების ეფექტურობაზე გავლენას ახდენს შემდეგი ფაქტორები:

1. განაცხადთა შემავალი ნაკადის მახასიათებლები და პარამეტრები;
2. განაცხადთა მომსახურების მახასიათებლები და პარამეტრები, რომლებიც თავის მხრივ დამოკიდებულია მომსახურე ხელსაწყოების საიმედოობრივ მახასიათებლებზე (მტყუნებების, აღდგენების სტატისტიკური მახასიათებლები);
3. მოთხოვნის მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ მისი მომსახურების დისციპლინის მახასიათებლები;
4. ქმედითუნარიანობის კონტროლის მეთოდის მახასიათებლები.

აღნიშნული სისტემების ეფექტურობის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მაჩვენებლად უნდა მივიჩნიოთ **სისტემაში მოთხოვნის ყოფნის დრო**. ეს დრო შედგება მომსახურების დაწყებამდე ლოდინის დროისა და მოთხოვნის მომსახურების დროისაგან. ამიტომ ასეთი სისტემების ეკონომიური შეფასებისათვის შესაძლებელია დავუშვათ, რომ ლოდინის დროის ერთეულზე გათვალისწინებულია გარკვეული ჯარიმა, რომელიც იზრდება დაყოვნების დროის პროპორციულად. [11,66].

აღწერილი სისტემის ეფექტურობის მნიშვნელოვან მაჩვენებელს წარმოადგენს აგრეთვე **რიგის სიგრძე.** რიგის სიგრძე ეწოდება ერთდროულად რიგში მყოფ მოთხოვნათა რაოდენობას. რიგის სიგრძის მახასიათებლები, როგორც წესი, გაითვალისწინება დამხსომებელი მოწყობილობის მოცულობის შერჩევის მიზნით რიგში მყოფი

მოთხოვნებისათვის . ამ კუთხით სისტემის ეკონომიური შეფასების მიზნით, საჭირო მოცულობის მქონე დამხსომებელი მოწყობილობის აგებისათვის, შეიძლება შევადგინოთ რიგის სიგრძის შესაბამის ხარჯებზე დამოკიდებულების ფუნქცია. [3,74].

შემდეგში გამოსაკვლევი სისტემის ეფექტურობის კრიტერიუმებად ჩვენ გამოვიყენებთ შემდეგ მაჩვენებლებს: მოთხოვნის რიგში ლოდინის დრო, მოთხოვნის სისტემაში ყოფნის დრო, რიგის სიგრძე.

ტექნიკური სისტემების პროექტირების მეთოდები არის შემდეგი: 1) სისტემური (ფუნქციონალური), 2) ლოგიკური, 3) ტექნიკური.

სისტემური პროექტირების ძირითად ამოცანას წარმოადგენს ოპტიმალური კონფიგურაციის მოძებნა, ტექნიკური საშუალებების შემადგენლობისა და სტრუქტურის შერჩევა, პროგრამული უზრუნველყოფის შემადგენლობისა და სტრუქტურის შერჩევა, კონტროლის სისტემის შერჩევა და ა.შ. რის შედეგადაც უნდა იქნას უზრუნველყოფილი დასაპროექტებელი სისტემისადმი მოთხოვნილი ფუნქციონალური და საიმედოობრივი მახასიათებლები.

სისტემური პროექტირებისას გამოიყენება შემდეგი მეთოდები:

1. ანალიზური;
2. იმიტაციური მოდელირება;
3. ექსპერიმენტული (ნატურალური).

თითოეულ აღნიშნულ მეთოდს გააჩნია თავისი უპირატესობანი და ნაკლოვანებები.

კერძოდ, **იმიტაციური მოდელირებისას** გამოკვლევები ტარდება რეალური ობიექტის პროგრამული ასლის საშუალებით, რაც უეჭველად წარმოადგენს მის ღირსებას. მაგრამ რაც უფრო დეტალურია და ახლოსაა იმიტაციური მოდელი რეალურთან, მით უფრო მეტია მანქანური დროის დანაკარგები მისი რეალიზაციისათვის. ასევე რთულია მისი დამუშავება და გამართვა. თუ ამას დავამატებთ შეფასებების მიღებისათვის საჭირო დიდ შრომატევადობას, გასაგები გახდება, რომ იმიტაციური მოდელირება

დაკავშირებულია ბევრ პრობლემასთან. [103].

მოდელირების შედეგად მიღებულ შედეგებს ყოველთვის აქვს კერძო ხასიათი. გარდა ამისა, მოდელირების ცდომილება დამოკიდებულია საწყისს პარამეტრებზე. მაგ.თუ მოითხოვება ლოდინიან მს-ის რიგის საშუალო სიგრძის (n) გამოთვლა, მაშჲნ არსებობს რაღაც ინტერვალი (a,b), $0<a<b<1$ სისტემის დატვირთვისათვის (ρ), რომელშიც მანქანური მოდელირება იძლევა კარგ შედეგს. შედარებით მცირე რაოდენობით სინჯისათვის მიიღება მდგრადი შეფასება (n).

როცა ρ არის (b,1) დიაპაზონში პროცესი ნელა შედის სტაციონალურ რეჟიმში. ამ დროს მოდელირება იქნება ნაკლებ ეფექტური.

როცა $\rho<a$, მაშინ რაც უფრო ახლოსაა ρ ნულთან, მით უფრო იშვიათად იქნება რიგი სისტემაში. ცდათა ფიქსირებული რაოდენობის დროს ფარდობითი ცდომილობა n-ის განსაზღვრისას მიისწრაფის უსასრულობისაკენ, როცა $\rho \to 0$.

რაც შეეხება **ექსპერიმენტულ გამოკვლევებს**, რომლებიც მეთოდურად არის ძალიან მარტივი, თავისი რეალიზაციისათვის თხოულობს გამოსაკვლევ პოლიგონს – სპეციალურ გამოთვლით ცენტრს. ამგვარად, შედეგების სარწმუნოება და მისი ინტერპრეტაციის სიმარტივე ძვირი ჯდება.

ანალიზური მოდელირება, რომელსაც მიეკუთვნება წარმოდგენილი სამუშაოს შედეგები, ყველა ჩამოთვლილი მეთოდებიდან არის მეთოდურად რთული. იმ შემთხვევებში, როცა ანალიზური მოდელის მიახლოება ობიექტივთან ითვლება მისაღებად, მაშინ მიიღწევა ანალიზის ისეთი სიღრმე, რასაც სხვა მეთოდებით დასჭირდება ძალიან დიდი მოვულობის ექსპერიმენტები.

მათემატიკურ თეორიებსა და საინჟინრო პროექტირების პრაქტიკას შორის არსებობს გარკვეული დაცილება. ეს აიხსნება იმით, რომ მატემატიკური შედეგები, რომლებიც გამიზნულია სისტემის ანალიზისათვის არის რთული და მოცულობითი. შესაბამისი პროგრამული

უზრუნველყოფის დამუშავების გარეშე არ ხერხდება შედეგების გამოყენება სისტემის ხარისხის სხვადასხვა მაჩვენებლის ანგარიშისათვის. ამიტომ არსებითია პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავება ე.ი. პრაქტიკული გამოყენებისათვის გამიზნული მათემატიკური შედეგების წარმოდგენა ეგმ-ზე დასამუშავებელი პროგრამის სახით. იგი არის მოსახერხებელი ფორმა და გამორიცხავს შედეგების სირთულესა და მოცულობითობას.

ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, ანალიზური მიდგომა ძალიან ხშირად წარმოადგენს ფიზიკურ სისტემებში მიმდინარე პროცესების კვლევის ყველაზე მისაღებ ფორმას. იგი საუკეთესოდ აღწერს პროცესებს. ანალიზური მეთოდების საშუალებით შესაძლებელია მივიღოთ საერთო სურათი და განვსაზღვროთ სად არის აუცილებელი მანქანური მოდელირების გამოყენება.

მანქანური მოდელირების გამოყენება საჭიროა ანალიზური ხერხით მიღებული შედეგების დაზუსტებისათვის ან ისეთი მაჩვენებლების ანალიზისათვის, რომლებიც მოთხოვნილი სიზუსტით ანალიზური კვლევის შედეგად არ მიიღება. გასათვალისწინებელია ის ფაქტი, რომ სანამ სისტემა პრაქტიკულად არ არის აპრობირებული, საწყისი მონაცემები არის მიახლოებითი. ამ შემთხვევაში არაა აუცილებელი მაღალი სიზუსტის მიღება. სავსებით საკმარისია გვქონდეს საწყისი მონაცემების თანაზომადი სიზუსტე, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ავირჩიოთ საუკეთესო ვარიანტი რამოდენიმე შესაძლო ვარიანტიდან.

ზემოთ მოყვანილი გამოთვლითი სისტემების პროექტირების მეთოდების მოკლე დახასიათება არ უნდა განვიხილოთ, როგორც მეთოდების შეუთავსებლობა. ჩვეულებრივ, პროექტირების ამოცანის ეფექტურად გადაწყვეტა შესაძლებელია მხოლოდ ყველა მეთოდის გონივრული შეთანხმებით.

გამოთვლითი სისტემის ფუნქციონირების გამოკვლევისას ამოცანის ანალიზური აღწერისათვის გამოიყენება როგორც დეტერმინებული მოდელი, ასევე ალბათური მოდელი.

დეტერმინებული მოდელის გამოყენება დასაბუთებულია იმით, რომ გამოთვლითი სისტემის ცალკეული მოწყობილობის ფუნქციონირება ექვემდებარება სრულიად განსაზღვრულ ალგორითმს და ამიტომ დეტერმინებულია. მაგრამ ასინქრონულობა, სამუშაოს პარალელობა, შიგა მიმართვების შემთხვევითობა, აპარატურის არასაიმედოობა, მომხმარებლის პროგრამების მრავალფეროვნება და ა.შ. წყვეტს სისტემის ფუნქციონირებას. ამიტომ გამოთვლითი სისტემის შესწავლა ბუნებრივია ტარდება ალბათური მეთოდებით. ამ მიზნით ყველაზე უფრო ხშირად გამოიყენება მასობრივი მომსახურების თეორია.

მასობრივი მომსახურების თეორიის დარგში მომუშავე წამყვანი მეცნიერების აზრით, მმ-ის თეორიის შედეგების გამოყენება პრაქტიკაში უმეტესწილად შედარებით პრიმიტიულია, არ ითვალისწინებს მომსახურე მოწყობილობების საიმედოობის მაჩვენებლებს. აქედან გამომდინარე, მომხმარებელი ყოველთვის ვერ ღებულობს მოგებას ბაზური მათემატიკური მოდელის გამოყენებით.

შეიძლება დავსვათ შეკითხვა: „რისი გაკეთებაა საჭირო ამ სიტუაციის გამოსასწორებლად?“

რიგის მქონე სისტემების პროექტირებისას პრობლემების გადაწყვეტა არ წარმოადგენს მარტივ ამოცანას. საჭიროა უფრო დაზუსტებული მეთოდები და სიტუაციის სირთულის გათვალისწინება. ამ მიმართულებით შეიმჩნევა პროგრესი. უკანასკნელ წლებში გამოჩნდა ბევრი საინტერესო სამუშაო პროექტირების სფეროში. მათი ანალიზი გვიჩვენებს შემდეგს: უპირველეს ყოვლისა, უარი უნდა ვთქმათ იმ თვალთახედვაზე, რომ რიგის მქონე სისტემებში მიმდინარე პროცესების აღწერა მოხდეს აპარატურის საიმედოობის გათვალისწინების გარეშე; აუცილებელია საწყისს პროცესებზე (მონაცემებზე) დაშვებული შეზღუდვების შემცირება (მინიმიზირება); აგრეთვე საჭიროა გარდამავალი პროცესების შესწავლა.

კორექტული მათემატიკური მოდელის შექმნისათვის, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ჩავატაროთ ობიექტთა თვისებების ანალიზური

კვლევა, საჭიროა ვაწარმოოთ ფუნდამენტური სტატისტიკური გამოკვლევა.

დასმული ამოცანების გადაწყვეტა შეუძლებელია ისეთი რთული შემთხვევითი პროცესების დეტალური შესწავლის გარეშე, როგორიცაა მტყუნება, კონტროლი, აპარატურის აღდგენა, მოთხოვნის მომსახურების პროცესი და სხვა. თავის მხრივ, მოთხოვნის მომსახურების პროცესი შეიცავს მოთხოვნის მომსახურების წესებს. მომსახურება მტყუნებების შემთხვევაში, წარმატებით შესრულებული ამოცანის ნაწილისათვის, შეიძლება იყოს გამაუფასურებელი და არაგამაუფასურებელი. აქედან გამომდინარე, აუცილებელია მრავალგანზომილებიანი რთული შემთხვევითი პროცესის შესწავლა. ამიტომ ასეთი რთული შემთხვევითი პროცესის უშუალოდ აგება პრაქტიკულად განუხორციელებელია.

აღნიშნული ამოცანები ანალიზურად შეიძლება გადაწყდეს, თუ უწყვეტი დროის და უწყვეტი მდგომარეობის მქონე საწყისი პროცესებიდან გამოიყოფა ნახევრადმარკოვული პროცესები დისკრეტული მდგომარეობებით დროის დისკრეტულ მომენტებში. ეს მიდგომა საშუალებას იძლევა რთული სისტემები დაიყოს ცალკეულ ფაზებად, რომლებიც შეიძლება აღიწეროს ავტონომიურად. შემთხვევითი პროცესი, რომელიც ახასიათებს გარკვეულ ფაზას, ვითარდება იმ პროცესებისაგან დამოუკიდებლად, რომლებიც ახასიათებს სხვა ფაზას. იგი იცვლის თავის მდგომარეობას რომელიმე სხვა შემთხვევითი პროცესისაგან მიღებული სიგნალის შემდეგ. ამგვარად, ფაზებს შორის ურთიერთკავშირი ვლინდება დროის დისკრეტულ მომენტებში. [73,103,104,105].

ასეთი ურთიერთკავშირის აღწერისათვის ნაშრომში შემოტანილი გვაქვს 2 წრფივი პროცესი, რომლებიც ერთმანეთშია ჩალაგებული. I ასახავს სისტემის პასიურ მდგომარეობას (ძირითადი ფაზა), როცა სისტემა არაა დაკავებული მოთხოვნის მომსახურებით; II – აქტიურ ფაზას, როცა სისტემა დაკავებულია მოთხოვნის მომსახურებით. ამ პროცესებს (ფაზებს) შორის კავშირი მყარდება სისტემის ერთი მდგომარეობიდან მეორეში გადასვლისას. ამასთან მომსახურების შემთხვევითი პროცესი უნდა

განვიხილოთ, როგორც რთული შემთხვევითი პროცესი, რომელიც შეიცავს ცალკეული მოთხოვნის მომსახურების შემთხვევით პროცესებს. იმისათვის, რომ ერთმანეთთან დავაკავშიროთ ცალკეული მოთხოვნის მომსახურების პროცესი დაკავებულ მდგომარეობაში, შეირჩევა ცალკეული მოთხოვნის მომსახურების დაწყების და წარმატებით დამთავრების მომენტები, და მოიცემა მს-ის შესაძლო მდგომარეობები ამ მომენტებში. აღნიშნული მიზნით შემოტანილია $P_i^{(k)}(t,u)$ – ალბათობა იმისა, რომ t მომენტში სისტემაში იმყოფება k მოთხოვნა, ერთ-ერთი მათგანი მომსახურდება $\xi(t)$ $(u < \xi(t) < u + du)$ დროის განმავლობაში და მისი მომსახურება დაიწყო i-ურ მდგომარეობაში მყოფმა მომსახურე სისტემამ.

$H_{ij}(u)$ – არის ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთავრდება u-ზე ნაკლებ დროში და მომსახურების დამთავრების მომენტში სისტემა იქნება j-ურ მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურების დაწყებისას სისტემა იყო i-ურ მდგომარეობაში, სადაც i,j – მომსახურების ქმედითუნარიანი მდგომარეობებია.

ასეთი პროცესების შემოტანა საშუალებას იძლევა განვიხილოთ ცალკეული მოთხოვნის მომსახურების პროცესი ერთმანეთთან დამოუკიდებლად და აგრეთვე სისტემაში თავისუფალ მდგომარეობაში მიმდინარე პროცესებისაგან დამოუკიდებლად.

აღსანიშნავია, რომ ფუნქცია $H_{ij}(u)$ სრულად მოიცავს მომსახურების პროცესის ყველა მახასიათებელს. ესენია:

1. მტყუნებების სახეები (მდგრადი, თვითაღდგენადი, დაგროვებადი ან ყველა ერთად) მს-ის როგორც თავისუფალ მდგომარეობაში, ასევე მომსახურების პროცესში; მტყუნებების სტატისტიკური მახასიათებლები;
2. მს-ის კონტროლის სახეები (უწტვეტი, პერიოდული, კომბინირებული და სხვა).
3. აღდგენის განაწილების დრო;

4. ყოველი ხელსაწყოს ადგილი (თუ ხელსაწყოების რაოდენობა 1-ზე მეტია) მს-ის სტრუქტურაში (ხელსაწყოების შორის სამუშაოს განაწილება);

5. მოთხოვნის მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ მისი ბოლომდე მომსახურების დისციპლინა (მომსახურება თავიდან, შეწყვეტილი ადგილიდან ან წინასწარ დადგენილი წერტილიდან გაგრძელება და ა.შ.)

ცხადია, რომ მომსახურების პროცესისათვის ზოგიერთი საწყისი პარამეტრი შეიძლება განსხვავდებოდეს თავისუფალი მდგომარეობის პარამეტრისაგან.

$H_{ij}(u)$ -ს განსაზღვრაზე, ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი მახასიათებლის გათვალისწინებით, 1 ქმედითუნარიანი მდგომარეობის მქონე მომსახურების სისტემებისათვის i,j=1 მიძღვნილია სხვადასხვა ავტორების მრავალი შრომა [4÷19,24,32,68,71,74,75,81,106,107].

$H_{ij}(u)$ -განსაზღვრაზე სხვა შემთხვევებისათვის, როცა i,j>1 მიძღვნილია მხოლოდ ი.მიქაძის და მისი ასპირანტების ნაშრომები. [20,28÷31, 36,39,41,43÷47].

1.5. რთული მმს-ის ანალიზის განზოგადებული მეთოდი

ამ პარაგრაფში მოცემულია შემთხვევითი პროცესების განზოგადებული სქემა (კონსტრუქცია), რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია აღიწეროს მმს-ების საკმაოდ ფართო კლასი (მონაცემთა გადაცემის ქსელები, კომპიუტერული სისტემები და ა.შ.) და გადაწყდეს საიმედოობის რიგი საკითხები. ასეთი სქემის შემუშავების აუცილებლობა დაკავშირებულია მართვის და კონტროლის ავტომატიზირებული სისტემების გართულებასთან, როცა ცნობილი მეთოდებით არ ხერხდება

პრაქტიკულად საინტერესო ამოცანების გადაწყვეტა. აქედან გამომდინარე, საჭირო ხდება ანალიზური აპარატის განვითარება, რომლითაც შესაძლებელი იქნება ორიგინალთან მაქსიმალურად მიახლოებული მოდელების შექმნა სხვადასხვა მოქმედი ფაქტორების გათვალისწინებით.

რთული მმს-ის ანალიზური მოდელირების ზოგად ტენდენციას წარმოადგენს ისეთი შემთხვევითი პროცესის მოძებნა, რომელიც აღწერს მომსახურების პროცესს და შესაძლებელია მისი შესწავლა მარკოვული პროცესის გამოყენებით. ამ მიზნით პრაქტიკაში უპირატესად გამოიყენება 2 მეთოდი: პირველი არის კენდალის მეთოდი – ჩალაგებული მარკოვული ჯაჭვის მეთოდი, მეორე არის კოქს-ბელიაევის მეთოდი – წრფივი მარკოვული პროცესების მეთოდი. უკანასკნელი წარმოადგენს კოქსის მიერ შემოტანილი დამატებითი ცვლადის მეთოდის განვითარებას.

განვიხილოთ კენდალის მეთოდი.

ჩალაგებული მარკოვული ჯაჭვის მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: აღვნიშნოთ $v(t)$ რომელიღაც შემთხვევითი პროცესი, რომლის რეალიზაციის მიხედვით შესაძლებელია თვალყური ვადევნოთ სისტემაში მიმდინარე ცვლილებებს: განაცხადის შემოსვლის მომენტებს, მათი მომსახურების დამთავრების მომენტებს და ა.შ. ამ პროცესში შეირჩევა დროის ისეთი მომენტები $\{t_n\}$ $(t_n < t_{n+1})$, რომლებშიც პროცესის მნიშვნელობები $\{v(t_n)\}$ ქმნიან დისკრეტულ მარკოვულ ჯაჭვს; შემდგომ დისკრეტული მარკოვული ჯაჭვისათვის დამახასიათებელი ჩვეულებრივი მეთოდებით მოიძებნება შემთხვევითი სიდიდეების $v(t_n)$ განაწილება; ბოლოს ამ განაწილების მიხედვით შეგვიძლია გამოვიტანოთ დასკვნები საწყისი პროცესის თვისებებზე.

ამრიგად, მარკოვის ჩალაგებული ჯაჭვი არის პროცესის მნიშვნელობათა მიმდევრობა სპეციალურად შერჩეულ დროის მომენტებში – t_n. უნდა აღინიშნოს ის, რომ t_n მომენტები, როგორც წესი, შემთხვევითია და დამოკიდებულია თვით სისტემის ყოფაქცევაზე. მარკოვის ჩალაგებული ჯაჭვი შეიძლება განისაზღვროს მაშინაც კი, როდესაც t_n მომენტები არ

შეიძლება აღიწეროს დისკრეტული მარკოვული ჯაჭვით. [108].

განვიხილოთ კოქს-ბელიაევის მეთოდი.

ვთქვათ, მოცემულია სისტემა, რომელშიც შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს სხვადასხვა ტიპის ოპერაციებს იმის გათვალისწინებით, რომ დროის ნებისმიერ მომენტში შეიძლება წარმოებდეს მხოლოდ ერთი ოპერაცია. სისტემის მდგომარეობა აღიწერება $\xi(t)$ შემთხვევითი პროცესით. $\xi(t)$ შემთხვევით პროცესს ეწოდება წრფივი მარკოვული პროცესი , თუ მისი მდგომარეობების სიმრავლე შედგება 2 ქვესიმრავლისაგან X_o და X_1, რომლებიც არის სასრული და თვლადი. ამასთან თუ $\xi(t) \in X_o$, მაშინ t მომენტში ოპერაცია არ სრულდება. X_1 სიმრავლე კი შედგება შემდეგი სახის ელემენტებისაგან ℓ, j, r, სადაც ℓ არის ინდექსი იმ ოპერაციისა, რომელიც დროის მოცემულ მომენტში სრულდება; j - რომელიღაც დამატებითი დისკრეტული პარამეტრი; r - დრო, გასული ოპერაციის დაწყებიდან.

თუ ℓ ტიპის ოპერაციის ხანგრძლივობის დროის განაწილების ფუნქციას აღვნიშნავთ $F_\ell(x)$-ით, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ ოპერაცია დამთავრდება (t,t+dt) დროის ინტერვალში ტოლია $(F_\ell(r+dt) - F_\ell(r)) / \overline{F}_\ell(r)$, ხოლო ალბათობა იმისა, რომ დროის ინტერვალში (t,t+dt) მოხდება გადასვლა დამოკიდებულია, მხოლოდ იმაზე თუ რა მდგომარეობაში იმყოფება პროცესი დროის აღებულ მომენტში. გარდა იმ გადასვლებისა, რომლებიც დაკავშირებულია ოპერაციის შესრულების დამთავრებასთან, შესაძლებელია სპონტანური გადასვლები მუდმივი ინტენსივობით, რომლებიც აღიწერება ისეთივე წესით, როგორც ჩვეულებრივ მარკოვულ ჯაჭვებში. [69,91].

ჩალაგებული მარკოვული პროცესი დამატებითი ცვლადით

ქვემოთ მოცემულია მარკოვული პროცესების განზოგადებული კლასი, რომელიც აღიწერება მარკოვის ჩალაგებული ჯაჭვის მეთოდისა და დამატებითი ცვლადის მეთოდის გაერთიანებით. შემდეგში ამ კლასს

ვუწოდოთ ჩალაგებული მარკოვული პროცესი დამატებითი ცვლადით. ეს სამუშაო წარმოადგენს ზემოთ აღნიშნული მეთოდების განზოგადებულ სამუშაოს. [51].

დავახასიათოთ აღნიშნული კლასი. ვთქვათ, გვაქვს სისტემა, რომელშიც შეიძლება ადგილი ჰქონდეს სხვადასხვა ტიპის ოპერაციებს (დროის ნებისმიერ მომენტში მხოლოდ ერთს); სისტემის მდგომარეობა აღიწერება შემთხვევითი პროცესით $\xi(t)$, რომლის მდგომარეობათა X სიმრავლე შედგება სამი სასრული და თვლადი ქვესიმრავლისაგან: X_o, X_1, X_2 თუ $\xi(t) \in X_o$, მაშინ პროცესის მდგომარეობა აღიწერება დამოუკიდებელი მთელ რიცხვთა პარამეტრებით $\bar{J}(J_1, J_1, \ldots J_n) \in X_o$; თუ $\xi(t) \in X_1$ ან $\xi(t) \in X_2$, მაშინ სისტემაში დროის t მომენტში სრულდება ოპერაციები.

X_1 და X_2 სიმრავლეები შედგება ელემენტთა შემდეგი ერთობლიობისაგან: $(\ell, j, k, u) \in X_1$ და $(m, \nu, u) \in X_2$, სადაც ℓ და m ოპერაციათა ტიპის ინდექსებია, რომლებიც დაიწყო (t-u; t-u+du) დროის მომენტში; u არის ოპერაციის დაწყებიდან გასული დრო; j რომელიღაც დისკრეტული პარამეტრია, რომელიც ახასიათებს $\xi(t)$ შემთხვევით პროცესს ℓ ტიპის ოპერაციის დაწყების მომენტში. j-ს შემდგომში ვუწოდოთ ℓ ტიპის ოპერაციის ნიშნული; $k \in X_1$ და $\nu \in X_1$, რომელიღაც დისკრეტული პარამეტრებია, რომლებითაც ხასიათდება შემთხვევითი პროცესი დროის t მომენტში; შემდგომში მათ ვუწოდებთ $\xi(t)$ შემთხვევითი პროცესის ნიშნულებს და აღვნიშნავთ შპნ-ℓ, შპნ-m (შპნ - შემთხვევითი პროცესის ნიშნული); ოპერაციის დაწყების მომენტში ისინი აღნიშნულია შემდეგნაირად: $\tilde{k} \in X_1$ და $\tilde{\nu} \in X_1$.

აღსანიშნავია, რომ ℓ ტიპის ოპერაცია, m ტიპის ოპერაციისაგან განსხვავებით, შესრულების პროცესში შეიძლება მრავალჯერ შეწყდეს და ყოველი შეწყვეტის მომენტიდან გაგრძელდეს სხვა ტიპის ოპერაციით (მაგალითად m) იმავე ოპერაციაზე დაბრუნებით ან არდაბრუნებით, ხოლო

m ტიპის ოპერაცია ასეთი სახის შეწყვეტას არ განიცდის (დაწყებული m ტიპის ოპერაცია აუცილებლად უნდა დამთავრდეს).

$\xi(t)$ შემთხვევითი პროცესის უფრო სრულყოფილად აღწერის მიზნით შემოტანილია კიდევ ერთი დისკრეტული პარამეტრი η, რომელიც მთელ რიცხვა დამოკიდებულებაშია j და $\widetilde{k}$ სიდიდეებთან $(\eta = \eta(j, \widetilde{k}))$. შემდგომში ℓ ტიპის ოპერაციის საწყისს მდგომარეობას ვუწოდებთ ელემენტთა შემდეგ კრებულს $(\ell, j, \eta) \in X_1$.

აღვნიშნოთ $H_{\ell j\eta}^{(u)} = P\{x < u / \{\xi(t - x) = (\ell, j, \widetilde{k}, 0) \in X_1\}\}$ - ალბათობა იმისა, რომ $\ell \in X_1$ ტიპის ოპერაცია, რომელიც დაიწყო t-x დროის მომენტში მდგომარეობით $\xi(t) = (\ell, j, \widetilde{k}, 0)$ და η დატვირთვის მაჩვენებლით შესრულდება x (x<u) დროში (t,t+dt) დროის ინტერვალში;

$H_{\ell j\eta}^{(i)}(u)$ - პირობითი ალბათობა იმისა, რომ საწყისი მდგომარეობით $(\ell, j, \eta) \in X_1$ ოპერაციის დამთავრების მომენტში პროცესი აღმოჩნდება $i(i \in X_o)$ ან $i \in X_1)$ მდგომარეობაში $(h_{\ell j\eta}(u) = H'_{\ell j\eta}(u); \quad h_{\ell j\eta}^{(i)}(u) = (H_{\ell j\eta}^{(i)}(u))')$;

$G_m(u)$ - ალბათობა იმისა, რომ $m \in X_2$ ტიპის ოპერაცია, რომელიც დაიწყო t-x დროის მომენტში დამთავრდება x(x<u) დროში (t,t+dt) დროის ინტერვალში $(g_m(u) = G'_m(u))$;

$r_{\ell j\eta}(u) = h_{\ell j\eta}(u) / \overline{H}_{\ell j\eta}(u); \qquad r_{\ell j\eta}^{(i)}(u) = h_{\ell j\eta}^{(I)}(u) / \overline{H}_{\ell j\eta}(u); \qquad \mu_m(u) = g_m(u) / G_m(u);$

$$(\overline{H}_{\ell j\eta}(u) = 1 - H_{\ell j\eta}; \quad \overline{G}_m = 1 - G_m(u)).$$

მოვიყვანოთ ზემოთ კონსტრუირებული მარკოვული პროცესის განსაზღვრა. სიმარტივის მიზნით დავუშვათ, რომ X_o სიმრავლეში დისკრეტულ კომპონენტთა რაოდენობა არ აღემატება 2-ს.

განსაზღვრება. $\xi(t)$ შემთხვევით პროცესს, რომლის მდგომარეობათა სიმრავლე X შედგება სამი ქვესიმრავლისაგან: $(i, k) \in X_o$, $(\ell, j, k, u) \in X_1$ და $(m, \nu, u) \in X_2$ ეწოდება ჩალაგებული მარკოვული პროცესი დამატებითი ცვლადით, თუ გადასვლათა ალბათობები მისი ნებისმიერი მდგომარეობიდან: $\xi(t) \in X_o$ ან $\xi(t) \in X_1$ ან $\xi(t) \in X_2$ მდგომარეობებში,

რომლებიც მიეკუთვნება ამავე სიმრავლეებს (t,t+dt) დროის ინტერვალში დამოკიდებულია არა მარტო იმაზე, თუ რა მდგომარეობაში იმყოფება პროცესი დროის t მომენტში, არამედ იმაზეც, თუ რა მდგომარეობაში იმყოფებოდა ის ოპერაციის დაწების მომენტში. ეს პროცესი აღიწერება შემდეგნაირად: თუ დროის t მომენტში $\xi(t)=(\ell,j,\nu,u)\in X_1$, მაშინ Δt დროში $r_{\ell j\eta}^{(i)}(u)P_{\ell\nu\eta}^{(k)}\Delta t+0(\Delta t)$ ალბათობით პროცესი გადადის $(i,k)\in X_o$ მდგომარეობაში ან $r_{\ell j\eta}^{(i)}(u)h_{\ell\nu\eta}^{(\ell',\widetilde{k})}\Delta t+0(\Delta t)$ ალბათობით $(\ell',i,\widetilde{k},u)\in X_1$ მდგომარეობაში. (აქ ℓ' ოპერაციათა ისეთი კლასია, როგორიცაა ℓ). თუ $\xi(t)=(m,\nu,u)\in X_2$, მაშინ Δt დროში ალბათობით $\mu_m^{(u)}P_{m\nu}^{(k,i)}\Delta t+0(\Delta t)$ პროცესი გადავა $(i,k)\in X_o$ მდგომარეობაში ან ალბათობით $\mu_m^{(u)}P_{m\nu}^{(\ell,j,\widetilde{k})}\Delta t+0(\Delta t)$ გადავა $(\ell,j,\widetilde{k},u)\in X_1$ მდგომარეობაში.

ასევე შესაძლებელია სპონტანური გადასვლები, რომლებიც არ არის დაკავშირებული ოპერაციის დამთავრებასთან. მაგალითად, $(c,d)\in X_o$ მდგომარეობიდან $(c,k)\in X_o$ მდგომარეობაში ალბათობით $\lambda_d(k)\Delta t+0(\Delta t)$, ხოლო $(i,d)\in X_o$ მდგომარეობაში ალბათობით $\alpha_c(i)\Delta t+0(\Delta t)$, $(\ell,c,\widetilde{c},0)$ მდგომარეობაში ალბათობით $\lambda(\ell,\widetilde{k})\Delta t+0(\Delta t)$ და ა.შ.

მოვიყვანოთ $\xi(t)$ პროცესის აღმწერი თანაფარდობები. ამ მიზნით ჩამოვაყალიბოთ თეორემა დამტკიცების გარეშე.

თეორემა. თუ $\xi(t)$ შემთხვევითი პროცესის დისკრეტული მდგომარეობათა სიმრავლე სასრულია, $H_{\ell j\eta}^{(i)}(u)$ და $G_m(u)$ აბსოლუტურად უწყვეტი ფუნქციებია, მაშინ როცა $\xi(t)$-ს საწყისი მდგომარეობების განაწილების ალბათობები უწყვეტია, არსებობს უწყვეტი ფუნქციები:

$$R_c^{(d)}(t)=P\{\xi(t)=(c,d)\},\quad (c,d)\in X_o;$$

$$P_{\ell j\eta}^{(k)}(t,u)=\frac{d}{du}\left\{\xi(t)=\left\{(\ell,j,k,y),y<u\right\}/\,\xi(t-u)=\left\{\ell,j,\widetilde{k},0\right\}\right\},$$
$$\left\{\ell,j,k,u\right\}\in X_1;\quad u>0;$$

$$P_{mj}^{(\nu)}(t,u)=\frac{d}{du}\left\{\xi(t)=\left\{(m,\nu,y),y<u\right\}/\,\xi(t-y)=\left\{m,j,0\right\}\right\},$$
$$\left\{m,\nu,u\right\}\in X_2;\quad u>0;$$

რომლებიც აკმაყოფილებენ შემდეგ განტოლებებს:

$$\frac{dR_i^{(k)}}{dt}+(\alpha_i+\lambda_k)R_i^{(k)}(t)=\sum_{\substack{c\in x_o\\ c\neq k}}R_i^{(c)}(t)\lambda_c(k)+\sum_{\substack{c\in x_o\\ c\neq k}}R_c^{(k)}(t)\alpha_c(i)+$$

$$+\sum_{j\in x_1}\int_o^t P_{\ell j\eta}^{(\nu)}(t,u)r_{\ell j\eta}^{(i)}(u)P_{\ell j\eta}^{(k)}du+\sum_{j\in x_2}\int_o^t P_{mj}^{(\nu)}(t,u)\mu_m(u)P_{m\nu}^{(i,k)}du;$$

$$\frac{\partial P_{\ell j\eta}^{(k)}(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial P_{\ell j\eta}^{(k)}(t,u)}{\partial u}+\left[r_{\ell j\eta}^{(u)}+\lambda_{\ell k}\right]P_{\ell j\eta}^{(k)}(t,u)=\sum_{\substack{c\in x_1\\ c\neq k}}P_{\ell j\eta}^{(c)}(t,u)\lambda_{\ell c}(k);$$

$$\frac{\partial P_{mj}^{(\nu)}(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial P_{mj}^{(\nu)}(t,u)}{\partial u}+\left[\mu_m(u)+\lambda_{m\nu}\right]P_{mj}^{(\nu)}(t,u)=\sum_{\substack{c\in x_2\\ c\neq k}}P_{mj}^{(c)}(t,u)\lambda_{mc}(\nu);$$

სასაზღვრო პირობებს აქვს სახე:

$$P_{\ell j\eta}^{(\tilde{k})}(t,0)=\sum_{d\in x_o}R_j^{(d)}(t)\lambda_d(\ell,\tilde{k})+\sum_{j\in x_1}\int_o^t P_{\ell j\eta}^{(\nu)}(t,u)r_{\ell j\eta}^{(i)}(u)P_{\ell j\eta}^{(\ell,\tilde{k})}du+$$

$$+\sum_{j\in x_2}\int_o^t P_{mj}^{(\nu)}(t,u)\mu_m(u)P_{m\nu}^{(\ell,j,\tilde{k})}du;$$

$$P_{mj}^{(\tilde{\nu})}(t,0)=\sum_{i\in x_o}R_i^{(k)}(t)\alpha_i(m)P_m^{(k,\tilde{\nu})},\quad \tilde{\nu}=j$$

საწყის პირობებს აქვს სახე:

$$R_i^{(k)}(k)\big|_{t=0}=R_i^{(k)}(0),\quad P_{\ell j\eta}^{(k)}(t,u)\big|_{t=0}=P_{\ell j\eta}^{(k)}(0,u);$$

$$P_{m\nu}^{(k)}(t,u)\big|_{t=0}=P_{m\nu}^{(k)}(0,u)$$

ამ თანაფარდობათა დამტკიცება მოყვანილია ლიტერატურაში, ამიტომ აქ არ მოგვყავს. [51].

მოცემულ სამუშაოში მოდელების საიმედოობის ანალიზისას ვისარგებლებთ ნახევრადმარკოვული პროცესების თეორიით. შემდეგში იმ შემთხვევაში, როცა ადგილი ექნება ერთი ტიპის ოპერაციას (მაგ. აღდგენის ოპერაციას), გამოვიყენებთ თეორიას - ჩალაგებული მარკოვის პროცესები დამატებითი ცვლადით.

თავი 2. შედეგები და მათი განსჯა

2.1 უწყვეტად და პერიოდულად კონტროლირებადი მომსახურების გამოთვლითი სისტემის მათემატიკური მოდელი და ანალიზი

მოცემულ ქვეთავში მიღებულია 3 ტიპის მოდულისაგან (მოწყობილობისაგან) შედგენილი სისტემის ფუნქციონირების ეფექტურობის ძირითადი მაჩვენებლები. თითოეულ მოდულს გააჩნია სხვადასხვა სახის კონტროლი და საიმედოობა. სისტემა განიხილება, როგორც მმს.

I ტიპის მოდულებში (მოწყობილობებში)მტყუნებები და შეფერხებები აღმოჩნდება მყისიერად უწყვეტი კონტროლის საშუალებით (I ტიპის მტყუნებები).

II ტიპის მოდულებში არ არსებობს კონტროლის აპარატურა. მტყუნებები და შეფერხებები აღმოჩნდება მხოლოდ ტესტური კონტროლის საშუალებით, რომელიც ტარდება პერიოდულად დროის შემთხვევით მომენტებში (II სახის მტყუნებები).

III ტიპის მოდულებს შეუძლიათ შეინარჩუნონ ქმედითუნარიანობა გარკვეული რაოდენობის მტყუნებების დაგროვებამდე (III ტიპის მტყუნებები). ამ მოდულებში მაკორექტირებელი კოდი გამოიყენება შეცდომების აღმოჩენის და გასწორებისათვის. ასეთი მოდულების (მოწყობილობების) მაგალითს წარმოადგენს ინფორმაციის გადაცემის და შენახვის მოწყობილობა (ოდმ), რომელიც კონტროლირდება ხემინგის კოდის საშუალებით. ეს კოდი აღმოაჩენს 2 შეცდომას და ასწორებს ერთ შეცდომას და ა.შ.

სამივე სახის მტყუნებას შეიძლება ადგილი ჰქონდეს 1 მოდულშიც (მოწყობილობაშიც).

კერძო შემთხვევებში შეიძლება გვქონდეს ტექნიკური სისტემების კერძო მოდულები, რომლებშიც მტყუნებები და შეფერხებები აღმოჩნდება;

მხოლოდ პერიოდული კონტროლით; მხოლოდ უწყვეტი აპარატურული კონტროლით; მხოლოდ მაკორექტირებელი კოდით ან ნებისმიერი მათი შეთანხმებით. [110].

ეს მოდელი ლიტერატურაში ცნობილი მოდელებისაგან განსხვავდება იმით, რომ მოთხოვნის მიღებისას სისტემა თავისუფალი მდგომარეობიდან მომსახურების მდგომარეობაში გადადის ქმედითუნარიანობაზე წინასწარი შემოწმების გარეშე. ამიტომ მომსახურება მოთხოვნის მირებისას შეიძლება დაიწყოს როგორც ქმედითუნარიანმა, ასევე არაქმედითუნარიანმა მომსახურების სისტემამ. ამ შემთხვევაში გაუმართაობა შეიძლება აღმოჩენილ იქნას მოთხოვნის მომსახურების პროცესში. შემდეგში ზემოთ აღნიშნულ მოდელს მოვიხსენიებთ, როგორც მომსახურების გამოთვლითი სისტემის განზოგადებულ მოდელს (მსგმ), ხოლო მომსახურების გამოთვლითი სისტემის მაგიერ მოკლედ აღვნიშნავთ მს. [31,46,71,111].

დავუშვათ, გვაქვს მმს შეუზღუდავი რიგის სიგრძით და შეუზღუდავი ლოდინის დროით; მოთხოვნის ნაკადი სისტემაში შემოდის λ ინტენსივობით; ყოველი მოთხოვნა ტოვებს სისტემას სრული მომსახურების შემდეგ.

ქმედითუნარიანობის დაკარგვის შემთხვევაში სისტემა გადაეცემა აღდგენაზე, რის შედეგადაც მთლიანად აღდგება მისი პირვანდელი საიმედოობა; შემდეგი მოთხოვნის მომსახურება დაიწყება მაშინ , თუ მს იმყოფება ერთ-ერთ ქმედითუნარიან მდგომარეობაში; სისტემას ემსახურება 1 სარემონტო ბრიგადა; მს-ში კონტროლირების პროცესში შეიძლება წარმოიშვას ისეთივე სახის მტყუნებები, როგორიც თავისუფალ მდგომარეობაში. მს-ში აღდგენის პროცესში მტყუნებები არ წარმოიშობა; თავისუფალი მდგომარეობიდან მუშა მდგომარეობაში გადასვლისას არ ტარდება მს-ის დამატებითი კონტროლი პერიოდული (ტესტური) კონტროლით. უწყვეტი კონტროლი კი მიმდინარეობს.

განხილული სისტემის ფუნქციონირების პროცესი წარმოადგენს თავისუფალი და აქტიური მდგომარეობების მონაცვლეობებს. სისტემა

იმყოფება აქტიურ მდგომარეობაში–ეს ნიშნავს, რომ მასში არის მოთხოვნა და მიმდინარეობს მისი მომსახურება; სხვა შემთხვევებში სისტემა იმყოფება პასიურ მდგომარეობაში.

სისტემის ფუნქციონირების პროცესის აღწერისათვის შემოვიტანოთ შემთხვევითი პროცესი $\nu(t)$;

$\nu(t)=0$, თუ t მომენტში მს ქმედითუნარიანია;

$\nu(t)=1$ - მს არაქმედითუნარიანია აღმოუჩენადი (II სახის) მტყუნებების გამო;

$\nu(t)=2$ - ქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი;

$\nu(t)=3$ - არაქმედითუნარიანია მტყუნებების (I ან II სახის) გამო და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი;

$\nu(t)=4$ - არაქმედითუნარიანია და აღდგენის პროცესია;

$\nu(t)=5$ - მს დაკავებულია მოთხოვნის მომსახურებით, ამასთან მომსახურება დაიწყო გამართულმა სისტემამ;

$\nu(t)=6$ -მს დაკავებულია მოთხოვნის მომსახურებით. ამასთან მომსახურება დაიწყო გაუმართავმა სისტემამ.

0÷4 ასახავს სისტემის თავისუფალ მდგომარეობას, ხოლო 5÷6 ასახავს სისტემის აქტიურ მდგომარეობას. ასევე შემოვიტანოთ შემთხვევითი პროცესები– $n(t)$, $\eta(t)$ და $\varepsilon(t)$;

$n(t)$ - სისტემაში t მომენტში მოთხოვნათა რაოდენობა;

$\eta(t)$ - t მომენტში დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა;

$\varepsilon(t)$ - დროის ინტერვალი სისტემის უკანასკნელი 0 მომენტიდან t მომენტამდე. 0–მომენტი აქტიურ მდგომარეობაში არის მორიგი მოთხოვნის მომსახურების დაწყების მომენტი, ხოლო პასიურ მდგომარეობაში–დროის მომენტი, როდესაც $\nu(t)$ იცვლის მნიშვნელობას.

აღვნიშნოთ, α_i და α_i^0 -დაგროვებადი მტყუნებების ინტენსივობები (α_i და α_i^0 დამოკიდებულია i-ს მდგომარეობაზე) შესაბამისად თავისუფალ მდგომარეობაში და პერიოდული კონტროლის მდგომარეობაში (III სახის

მტყუნებები). $i=\overline{0,m-1}$ არის მს-ის ქმედითუნარიანი მდგომარეობები (მს-ის m მდგომარეობაში გადასვლისას იგი გადაეცემა აღსადგენად).

β - ინტენსივობა მტყუნებებისა (II **სახის მტყუნებები**), რომლებიც აღმოჩნდება მხოლოდ პერიოდული კონტროლით თავისუფალ მდგომარეობაში და აღდგენის პროცესში.

γ - ინტენსივობა მტყუნებებისა (I **სახის მტყუნებები**, რომლებიც აღმოჩნდება მყისიერად უწყვეტი აპარატურული კონტროლით თავისუფალ მდგომარეობაში;

ν - მტყუნებების ინტენსივობა, რომლებიც წარმოიშობა პერიოდული კონტროლისას და რომლებიც აღმოჩნდება პერიოდული კონტროლის ბოლოს.

მტყუნებებს შორის დრო გაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით..

$G(u)$–აღდგენის დროის ნებისმიერი კანონით განაწილების ფუნქცია(გფ); $\mu(u)$ - ინტენსივობა; $(\overline{G}(u)=1-G(u);\quad \mu(u)=G'(u)/[1-G(u)]);$

$\Gamma(u)$-პერიოდული კონტროლის დროის ნებისმიერი კანონით გფ; $b(u)$ - ინტენსივობა; $(\overline{\Gamma}(u)=1-\Gamma(u);\quad b(u)=\Gamma'(u)/[1-\Gamma(u)]);$

$F(u)$ – კონტროლის პერიოდულობის დროის ნებისმიერი კანონით გფ; $c(u)$ - ინტენსივობა; $(\overline{F}(u)=1-F(u);\quad c(u)=F'(u)/[1-F(u)]).$

$H_{ij}(u)=\int_{o}^{u} h_{ij}(v)dv$ - ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთავრდება u-ზე ნაკლებ დროში და მომსახურების დამთავრების მომენტში ის იქნება ქმედითუნარიან j მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურება დაიწყო გამართულობა სისტემამ და დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა იყოს i $(i,j=\overline{0,m-1})$:

$h_{ij}(v)dv$ - ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთავრდება $(v,v+dv)$ დროის ინტერვალში და მომსახურების დამთავრების მომენტში ის იქნება ქმედითუნარიან j მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურება დაიწყო გამართულობა სისტემამ და

დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა იყოს $i\,(i, j=\overline{0, m-1})$:

$$r_{ij}(u)=(H_{ij}(u))'/\overline{H}_i(u);\ H_i(u)=\sum_{j=0}^{m-1}H_{ij}(u);\ r_i(u)=(H_i(u))'/\overline{H}_i(u);\ r_i(u)=\sum_{j=0}^{m-1}r_{ij}(u)$$

$H_{ij}^*(u)=\int\limits_o^u h_{ij}^*(v)dv$ - ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთავრდება u-ზე ნაკლებ დროში და მომსახურების დამთავრების მომენტში სისტემა იქნება ქმედითუნარიან j მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურება დაიწყო არაქმედითუნარიანმა სისტემამ და დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა იყოს-i $(i, j=\overline{0, m-1})$;

$$r_{ij}^*(u)=(H_{ij}^*(u))'/\overline{H}_i^*(u);\ H_i^*(u)=\sum_{j=0}^{m-1}H_{ij}^*(u);\ r_i^*(u)=(H_i^*(u))'/\overline{H}_i^*(u);\ r_i^*(u)=\sum_{j=0}^{m-1}r_{ij}^*(u)$$

აღსანიშნავია, რომ $H_{ij}(u)$ და $H_{ij}^*(u)$ სრულიად მოიცავს მომსახურების პროცესის ყველა მახასიათებელს, მაგ. მტყუნებების სახეებს, მს-ის კონტროლის სახეებს, აღდგენის განაწილების დროს, მომსახურების სისტემაში ყოველი ხელსაწყოს გამოყენების რეჟიმებს და ა.შ.

ცხადია, რომ მომსახურების პროცესისათვის ზოგიერთი საწყისი პარამეტრი შეიძლება განსხვავდებოდეს თავისუფალი მდგომარეობისაგან.

2.1.1. რიგის სიგრძის მაწარმოებელი ფუნქციის განსაზღვრა

სისტემის ფუნქციონირების პროცესი შეიძლება აღიწეროს შემდეგი ალბათობებით:

1) $\tau_i(t,u)du=P[\nu(t)=0,\ n(t)=0,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

2) $\tau_i^*(t,u)du=P[\nu(t)=1,\quad n(t)=0,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

3) $q_i^{(k)}(t,u)du=P[\nu(t)=2,\quad n(t)=k,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

4) $q_i^{*(k)}(t,u)du=P[\nu(t)=3,\quad n(t)=k,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

5) $r_i^{(k)}(t,u)du=P[\nu(t)=4,\quad n(t)=k,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

6) $P_i^{(k)}(t,u)du = P[\nu(t)=5, \quad n(t)=k, \quad \eta(t-u)=i, \quad u<\varepsilon(t)<u+du]$;

7) $P_i^{*(k)}(t,u)du = P[\nu(t)=6, n(t)=k, (n(t-u)=1), \eta(t-u)=i, \quad u<\varepsilon(t)<u+du]$.

გავშიფროთ სისტემის ფუნქციონირების პროცესის აღმწერი ალბათობები და შევადგინოთ დიფერენციალური განტოლებები:

1) $\boldsymbol{\tau_i(t,u)du = P(\nu(t)=0, \quad n(t)=0, \quad \eta(t)=i, \quad u<\varepsilon(t)<u+du]}$

ალბათობა $\tau_i(t,u)du$ ნიშნავს, რომ სისტემა t მომენტში შემდეგ მდგომარეობაშია; ქმედითუნარიანია u დროში; t-u მომენტში დამთავრდა პერიოდული კონტროლი ან რემონტი და დაიწყო მუშაობა.

მოთხოვნათა რაოდენობა სისტემაში t მომენტისათვის არის 0; დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა t მომენტისათვის არის i.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $\tau_i(t+h,u+h)du$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 2 ხერხით:

I) h დროის განმავლობაში არ მოხდება α_i, β, γ მტყუნებები, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დადგება პერიოდული კონტროლის დრო c(u)):

$$\tau_i(t,u)du \cdot [1-(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))h].$$

II) h დროის განმავლობაში მოხდება α_{i-1} მტყუნება. ამასთან არ მოხდება β, γ მტყუნებები, არ შემოვა მოთხოვნა და არ დადგება პერიოდული კონტროლის დრო (c(u)):

$$\tau_{i-1}(t,u)\alpha_{i-1} \cdot h[1-(\beta+\gamma+\lambda+c(u))h].$$

გვაქვს

$$\begin{aligned}\tau_i(t+h,u+h) &= \tau_i(t,u)\cdot[1-(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))h]+\\ &+\tau_{i-1}(t,u)\alpha_{i-1}\cdot h[1-(\beta+\gamma+\lambda+c(u))h](1-\delta_{io})\end{aligned}$$

ეს ფორმულა სწორი რომ ყოფილიყო i-ს ყველა მნიშვნელობისათვის. (როცა i=0, მაშინ არ იქნებოდა სწორი), ამიტომ მე-2 შესაკრები გავამრავლოთ $(1-\delta_{io})$-ზე (როცა i=0, მაშინ $(1-\delta_{io})=0$ და არ გვექნება მე-2 შესაკრები),

სადაც δ_{ij} არის კრონეკერის სიმბოლო: $\delta_{ij} = \begin{cases}1, \text{თუ } i=j \\ 0, \text{თუ } i \neq j\end{cases}$

$$\tau_i(t+h,u+h) = \tau_i(t,u)\cdot[1-(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))h]+$$

$$+\tau_{i-1}(t,u)\alpha_{i-1}\cdot h[1-(\beta+\gamma+\lambda+c(u))h](1-\delta_{io})$$

მიღებული გავყოთ h-ზე და გადავიდეთ ზღვარზე:

$$\lim_{h\to o}\frac{\tau_i(t+h,u+h)-\tau_i(t,u)}{h}=\lim_{h\to o}[(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))\tau_i(t,u)+$$
$$+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}(t,u)+\frac{0(h)}{h}]$$

გარდავქმნათ მარცხენა მხარე და მიღებული შედეგი გავუტოლოთ მარჯვენა მხარეს:

$$\lim_{h\to o}\frac{\tau_i(t+h,u+h)-\tau_i(t,u)+\tau_i(t,u+h)-\tau_i(t,u+h)}{h}=$$
$$=\lim_{h\to o}\frac{\tau_i(t+h,u+h)-\tau_i(t,u+h)}{h}+\lim_{h\to o}\frac{\tau_i(t,u+h)-\tau_i(t,u)}{h}=$$
$$=\frac{\partial\tau_i(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial\tau_i(t,u)}{\partial u}$$

$$\partial\tau_i(t,u)/\partial t+\partial\tau_i(t,u)/\partial u=-(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))\tau_i(t,u)++(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}(t,u)$$

2) $\boldsymbol{\tau_i^*(t,u)du=P(\nu(t)=1,\quad n(t)=0,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du];}$

ალბათობა $\tau_i^*(t,u)du$ ნიშნავს, რომ სისტემა t მომენტში შემდეგ მდგომარეობაშია: არაქმედითუნარიანია u დროის განმავლობაში β აღმოუჩენადი მტყუნების (II სახე) გამო.

მოთხოვნათა რაოდენობა სისტემაში t მომენტისათვის არის 0; დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა t მომენტისათვის არის i.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $\tau_{i_i}^*(t+h,u+h)du$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 3 ხერხით:

I) h დროის განმავლობაში არ მოხდება α_i,γ მტყუნებები, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დადგება პერიოდული კონტროლის დრო c(u)):

$$\tau_i^*(t,u)du\cdot[1-(\alpha_i+\beta+\gamma+\lambda+c(u))h].$$

II) h დროის განმავლობაში მოხდება α_{i-1} მტყუნება. ამასთან არ მოხდება γ მტყუნება, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დადგება პერიოდული კონტროლის დრო (c(u)):

$$\tau_{i-1}^*(t,u)\alpha_{1-1}\cdot h[1-(\gamma+\lambda+c(u))h].$$

III) თუ სისტემა ქმედითუნარიანი იყო t მომენტში და h დროის შემდეგ მოხდება β მტყუნება: $\tau_i(t,u)\beta h$

გვაქვს:

$$\tau_1^*(t+h,u+h)=\tau_1^*(t,u)\cdot[1-(\alpha_i+\gamma+\lambda+c(u))h]+$$
$$+\tau_{i-1}^*(t,u)\alpha_{i-1}\cdot h[1-(\gamma+\lambda+c(u))h](1-\delta_{io})+\tau_1(t,u)\beta h.$$

ზემოთ გამოთვლილის ანალოგიურად გვექნება:

$$\partial\tau_i^*(t,u)/\partial t+\partial\tau_i^*(t,u)/\partial u=-(\alpha_i+\gamma+\lambda+c(u))\tau_i^*(t,u)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}^*+\beta\tau_i(t,u)$$

3) $\mathbf{q_i^{(k)}(t,u)du=P(\nu(t)=2,\quad n(t)=k,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du];}$

ალბათობა $q_i^{(k)}(t,u)du$ ნიშნავს, რომ სისტემა t მომენტში არის შემდეგ მდგომარეობაში: არაქმედითუნარიანია u დროში და ამ დროში მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი; სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობა არის k; დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა t მომენტისათვის არის i.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $q_i(t+h,u+h)du$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 3 ხერხით:

I) h დროის განმავლობაში არ მოხდება α_i,ν მტყუნებები, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დამთავრდება პერიოდული კონტროლის დრო b(u)):

$$q_i^{(k)}(t,u)[1-(\alpha_i^o+\nu+\gamma+b(u))h].$$

II) h დროის განმავლობაში მოხდება α_{i-1}^o მტყუნება. ამასთან არ მოხდება ν მტყუნება, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დადგება პერიოდული კონტროლი (b(u)) :

$$\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{(k)}h[1-(\nu+\lambda+b(u))h].$$

III) თუ სისტემა იმყოფება იგივე მდგომარეობაში მხოლოდ მოთხოვნათა რაოდენობა k-1. h დროის განმავლობაში შემოვა 1 მოთხოვნა (λ): $\lambda q_i^{(k-1)}(t,u)h$.

გვაქვს:

$$q_i^{(k)}(t+h,u+h)=q_i^{(k)}(t,u)-q_i^{(k)}(t,u)(\alpha_i^o+\nu+\lambda+b(u))h]+$$
$$+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{(k)}h+(1-\delta_{io})\lambda q_i^{(k-1)}(t,u)h+0(h).$$

ზემოთ გამოთვლილის ანალოგიურად გვექნება:

$$\frac{\partial q_i(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial q_i(t,u)}{\partial u}=-(\alpha_i^o+\nu+\lambda+b(u))\partial q_i(t,u)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{(k)}+$$
$$+(1-\delta_{ko})\lambda q_i^{(k-1)}(t,u)$$

$$\mathbf{4)}\quad \mathbf{q_i^{*(k)}(t,u)du=P(\nu(t)=3,\quad n(t)=k,\quad \eta(t)=i,\quad u<\varepsilon(t)<u+du];}$$

ალბათობა $q_i^{*(k)}(t,u)du$ ნიშნავს, რომ სისტემა t მომენტში არის შემდეგ მდგომარეობაში: არაქმედითუნარიანია u დროში ν მტყუნების გამო და ამ დროში მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი; სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობა არის k; დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა t მომენტისათვის არის i.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $q_{i_i}^{*(k)}(t+h,u+h)du$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 4 ხერხით:

I) h დროის განმავლობაში არ მოხდება α_i^o მტყუნება, არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დამთავრდება პერიოდული კონტროლის დრო b(u)):

$$q_i^{*(k)}(t,u)[1-(\alpha_i^o+\gamma+b(u))h].$$

II) h დროის განმავლობაში მოხდება α_{i-1}^o მტყუნება. ამასთან არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დამთავრდება პერიოდული კონტროლი (b(u)):

$$\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{*(k)}h[1-(\lambda+b(u))h].$$

III) თუ სისტემა იმყოფება იგივე მდგომარეობაში, მხოლოდ მოთხოვნათა რაოდენობაა k-1. h დროის განმავლობაში შემოვა 1 მოთხოვნა (λ).

IV) თუ სისტემა ქმედითუნარიანი იყო t მომენტში და h დროის შემდეგ მოხდება ν მტყუნება: $\nu q_i^{(k)}(t,u)h$

გვაქვს:

$$q_i^{*(k)}(t+h,u+h)=q_i^{*(k)}(t,u)-q_i^{*(k)}(t,u)(\alpha_i^o+\lambda+b(u))h+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{*(k)}\cdot h+$$

$$+(1-\delta_{ko})\lambda q_i^{*(k-1)}(t,u)h+q_i^{(k)}(t,u)+\frac{0(h)}{h}]$$

ზემოთ გამოთვლილის ანალოგიურად გვექნება:

$$\frac{\partial q_i(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial q_i(t,u)}{\partial u}=-(\alpha_i^o+\lambda+b(u))\partial q_i^{*(k)}(t,u)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{*(k)}+$$
$$+(1-\delta_{ko})\lambda q_i^{*(k-1)}(t,u)+q_i^{(k)}(t,u)\nu.$$

5) $\mathbf{r_i^{(k)}(t,u)du = P(\nu(t)=4,\quad n(t)=k,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]}$;

ალბათობა $r_i^{(k)}(t,u)$ ნიშნავს, რომ სისტემა t მომენტში არის შემდეგ მდგომარეობაში: არაქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს აღდგენა u დროის განმავლობაში; სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობა არის k; დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა t მომენტისათვის არის i.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $r_i^{(k)}(t+h,u+h)$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 2 გზით:

I) h დროის განმავლობაში არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დამთავრდება აღდგენა $(\mu(u))$:

$$r_i^{(k)}(t,u)[1-(\gamma+\mu(u))h].$$

II) სისტემის მდგომარეობა წინასწარ განსხვავდება იმით, რომ მოთხოვნათა რაოდენობაა k-1; h დროის განმავლობაში შემოვა 1 მოთხოვნა (λ): $\lambda r_i^{(k-1)}(t,u)h$

გვაქვს:

$$r_i^{(k)}(t+h,u+h)=r_i^{(k)}(t,u)\cdot[1-(\lambda+\mu(u))h]+(1-\delta_{ko})\lambda r_i^{(k-1)}(t,u)h.$$

ზემოთ გამოთვლილის ანალოგიურად გვექნება:

$$\frac{\partial r_i^{(k)}(t,u)}{\partial t}+\frac{\partial r_i^{(k)}(t,u)}{\partial u}=(\lambda+\mu(u))r_i^{(k)}(t,u)+(1-\delta_{ko})\lambda r_i^{(k-1)}(t,u)$$

6) $\mathbf{P_i^{(k)}(t,u)du = P(\nu(t)=5,\quad n(t)=k,\quad u<\varepsilon(t)<u+du]}$;

ალბათობა $P_i^{(k)}(t,u)$ ნიშნავს, რომ სისტემაში t მომენტში არის k მოთხოვნა. ერთ-ერთი მათგანი მიღებულია t-u მომენტში და მომსახურდება

$\varepsilon(t)$ დროის ინტერვალში ($u < \varepsilon(t) < u + du$), ამასთან მისი მომსახურება დაიწყო ქმედითუნარიანმა სისტემამ და დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობაა $i(i = \overline{0, m-1}$.

დავაფიქსიროთ დროის t მომენტი და მოვნახოთ ალბათობა $P_i^{(k)}(t+h, u+h)$ იმისა, რომ დროის t+h მომენტში სისტემა იქნება იგივე მდგომარეობაში. ეს შეიძლება განხორციელდეს 2 გზით:

I) h დროის განმავლობაში არ შემოვა მოთხოვნა (λ) და არ დამთავრდება ერთ-ერთი მოთხოვნის მომსახურება:

$$P_i^{(k)}(t, u)[1 - (\gamma + r_i(u))h].$$

II) სისტემის მდგომარეობა წინასწარ განსხვავდება იმით, რომ მოთხოვნათა რაოდენობაა k-1; h დროის განმავლობაში შემოვა 1 მოთხოვნა (λ): $\lambda P_i^{(k-1)}(t, u)h$.

გვაქვს:

$$P_i^{(k)}(t+h, u+h) = P_i^{(k)}(t, u) \cdot [1 - (\lambda + r_i(u))h] + (1 - \delta_{ko})\lambda P_i^{(k-1)}(t, u)h.$$

ზემოთ გამოთვლილის ანალოგიურად გვექნება:

$$\frac{\partial P_i\ (t, u)}{\partial t} + \frac{\partial P_i\ (t, u)}{\partial u} = -(\lambda + r_i(u))P_i^{(k)}(t, u) + (1 - \delta_{ko})\lambda P_i^{(k-1)}(t, u)$$

7) $\mathbf{P_i^{*(k)}(t, u)du = P[\nu(t) = 6, n(t) = k, (n(t-u) = 1), \eta(t-u) = i, \quad u < \varepsilon(t) < u + du]}$.

ალბათობა $P_i^{*(k)}(t, u)$ ნიშნავს, რომ სისტემაში t მომენტში არის k მოთხოვნა. ერთ-ერთი მათგანი t-u მომენტში და მომსახურდება $\varepsilon(t)$ დროის ინტერვალში ($u < \varepsilon(t) < u + du$), ამასთან მისი მომსახურება დაიწყო ქმედითუნარიანმა სისტემამ და დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობაა $i(i = \overline{0, m-1}$.

ალბათობა $P_i^{*(k)}(t+u, u+h)$ მოიძებნება ისე, როგორც ალბათობა $P_i^{(k)}(t+u, u+h)$.

ამრიგად, ჩვეულებრივ ალბათურ მსჯელობებზე დატრდნობით სისტემის მდგომარეობის ცვლილებებზე (t, t+h) ინტერვალში, სრული ალბათობის ფორმულიდან გამომდინარე, მივიღეთ შემდეგი

დიფერენციალური განტოლებები:

$$\partial\tau_i(t,u)/\partial t + \partial\tau_i(t,u)/\partial u = -[\alpha_i + \beta + \gamma + \lambda + c(u)]\tau_i(t,u) +$$
$$+ (1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}(t,u); \qquad (2.1.1)$$

$$\partial\tau_i^*(t,u)/\partial t + \partial\tau_i^*(t,u)/\partial u = -[\alpha_i + \gamma + \lambda + c(u)]\tau_i^*(t,u) +$$
$$+ (1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}^*(t,u) + \beta\tau_i(t,u); \qquad (2.1.2)$$

$$\partial q_i^{(k)}(t,u)/\partial t + \partial q_i^{(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + \nu + \alpha_i^o + b(u)]q_i^{(k)}(t,u)$$
$$+ (1-\delta_{ko})\lambda \times q_i^{(k-1)}(t,u) + (1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{(k)}(t,u), \quad k = 0,1,2,...; \qquad (2.1.3)$$

$$\partial q_i^{*(k)}(t,u)/\partial t + \partial q_i^{*(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + \alpha_i^o + b(u)]q_i^{*(k)}(t,u) + q_i^{(k)}(t,u)\nu +$$
$$+ (1-\delta_{ko})\lambda q_i^{*(k-1)}(t,u) + (1-\delta_{io})\alpha_{i-1}^o q_{i-1}^{*(k)}(t,u), \quad k = 0,1,2,...; \qquad (2.1.4)$$

$$\partial r^{(k)}(t,u)/\partial t + \partial r^{(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + \mu(u)]r^{(k)}(t,u) +$$
$$+ (1-\delta_{ko})\lambda\ r^{(k-1)}(t,u), k = 0,1,2,...; \qquad (2.1.5)$$

$$\partial P_i^{(k)}(t,u)/\partial t + \partial P_i^{(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + r_i(u)]P_i^{(k)}(t,u) +$$
$$+ (1-\delta_{k1})\lambda P_i^{(k-1)}(t,u), k = 1,2,3,...(i = \overline{0,m-1}) \qquad (2.1.6)$$

$$\partial P_i^{*(k)}(t,u)/\partial t + \partial P_i^{*(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + r_i^*(u)]P_i^{*(k)}(t,u) +$$
$$+ (1-\delta_{k-1})\lambda P_i^{*(k-1)}(t,u), \qquad (2.1.7)$$
$$(i = \overline{0,m-1}), k = 1,2,3,...;$$

სადაც δ_{ij} არის კრონეკერის სიმბოლო: $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{თუ } i = j \\ 0, \text{თუ } i \neq j \end{cases}$

სასაზღვრო პირობებს აქვს შემდეგი სახე:

$$\tau_i(t,0) = \sum_{\nu=0}^{m-1}\int_0^t P_\nu^{(1)}(t,u)r_{\nu i}(u)du + \delta_{io}\int_0^t r^{(o)}(t,u)\mu(u)du + \int_o^t q_i^{(o)}(t,u)b(u)du +$$
$$+ \sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{*(1)}(t,u)r_{\nu i}^*(u)du + \delta_{io}\delta(t), \quad i = \overline{0,m-1}; \qquad (2.1.8)$$

$$\tau^*(t,0) = 0; \quad i = \overline{0,m-1}; \qquad (2.1.9)$$

$$q_i^k(t,0) = \delta_{ko}\int_o^t \tau_i(t,u)c(u)du, \quad i = \overline{0,m-1}; \qquad (2.1.10)$$

$$q_i^{*(k)}(t,0) = \delta_{ko}\int_o^t \tau_i^*(t,u)c(u)du, \quad i = \overline{0,m-1}; \qquad (2.1.11)$$

$$r^{(k)}(t,0) = \delta_{ko}\int_o^t [\tau_{m-1}(t,u) + \tau_{m-1}^*(t,u)]\alpha_{m-1}du + \delta_{ko}\gamma\sum_{i=0}^{m-1}\int_o^t [\tau_i(t,u) +$$

$$+\tau_i^*(t,u)]du+\alpha_{m-1}^{o}\int_o^t[q_{m-1}^{*(k)}(t,u)+q_{m-1}^{*(k)}(t,u)]du+\sum_{i=0}^{m-1}\int_o^t q_i^{*(k)}(t,u)b(u)du; \qquad (2.1.12)$$

$$P_i^{(k)}(t,0)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{(k+1)}(t,u)r_{\nu i}(u)du+\delta_{io}\int_o^t r^{(k)}(t,u)\mu(u)du+$$

$$+\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{*(k+1)}(t,u)r_{\nu i}^*(u)du+\delta_{k1}\lambda\int_o^t \tau_i(t,u)du,\ \ i=\overline{0,m-1};\quad k=1,2,3... \qquad (2.1.13)$$

$$P_i^{*(1)}(t,0)=\lambda\int_o^t \tau_i^*(t,u)du=\lambda\tau_i^*(t);\quad P_i^{*(k)}(t,0)=0,\quad k>1;\quad i=\overline{0,m-1} \qquad (2.1.14)$$

ავხსნათ სასაზღვრო პირობები:

1) $$\tau_i(t,0)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_0^t P_\nu^{(1)}(t,u)r_{\nu i}(u)du+\delta_{io}\int_0^t r^{(o)}(t,u)\mu(u)du+\int_o^t q_i^{(o)}(t,u)b(u)du+$$

$$+\quad\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{*(1)}(t,u)r_{\nu i}^*(u)du+\delta_{io}\delta(t),\quad i=\overline{0,m-1};$$

სადაც δ_i არის კრონეკერის სიმბოლო; $\delta(t)$ არის იმპულსური ფუნქცია.

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $\tau_i(t,0)$ მდგომარეობაში $h<\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შემდეგი პირობებიდან შესრულდეს ერთ-ერთი:

I) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $P_\nu^{(1)}(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია, მიმდინარეობს მოთხოვნის დამუშავება, სისტემაში 1 მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს 1 მოთხოვნის დამუშავება $(r_{\nu i}(u)du)$.

II) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $r^{(o)}(t,u)$ მდგომარეობაში (რემონტშია, 0 მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს რემონტი $(\mu(u)du)$.

III) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $q_i^{(o)}(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი, 0 მოთხოვნაა) და უნდა დამთავრდეს პერიოდული კონტროლი $(b(u)du)$.

IV) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $P_\nu^{*(1)}(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია, მიმდინარეობს მოთხოვნის

დამუშავება, სისტემაში 1 მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს 1 მოთხოვნის დამუშავება $(r_{vi}^{*}(u)du)$.

2) $\tau^{*}(t,0)=0; \quad i=\overline{0,m-1};$

ალბათობა იმისა, რომ სისტემაში t მომენტში მოხდება მტყუნება და მაშინვე დაიწყება პერიოდული კონტროლი, 0-ის ტოლია.

3) $q_i^k(t,0)=\delta_{ko}\int_o^t \tau_i(t,u)c(u)du, \quad i=\overline{0,m-1};$

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $q_i^k(t,0)$ მდგომარეობაში $h<\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი პირობა:

სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $\tau_i(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია) და Δt დროში უნდა დაიწყოს პერიოდული კონტროლი $(c(u)du)$.

4) $q_i^{*(k)}(t,0)=\delta_{ko}\int_o^t \tau_i^{*}(t,u)c(u)du, \quad i=\overline{0,m-1};$

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $q_i^{*k}(t,0)$ მდგომარეობაში $h<\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი პირობა:

სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $\tau_i^{*}(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია აღმოუჩენადი მტყუნებების გამო) და Δt დროში უნდა დაიწყოს პერიოდული კონტროლი $(c(u)du)$.

5) $$r^{(k)}(t,0)=\delta_{ko}\int_o^t[\tau_{m-1}(t,u)+\tau_{m-1}^{*}(t,u)]\alpha_{m-1}du+\delta_{ko}\gamma\sum_{i=0}^{m-1}\int_o^t[\tau_i(t,u)+$$
$$+\tau_i^{*}(t,u)]du+\alpha_{m-1}^{o}\int_o^t[q_{m-1}^{*(k)}(t,u)+q_{m-1}^{*(k)}(t,u)]du+\sum_{i=0}^{m-1}\int_o^t q_i^{*(k)}(t,u)b(u)du;$$

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $r^{(k)}(t,0)$ მდგომარეობაში (რემონტში) $h<\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შემდეგი პირობებიდან შესრულდეს ერთ-ერთი:

I) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს ან $\tau_{m-1}(t,u)$

მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია და აქვს $m-1$ რაოდენობის მე-3 სახის მტყუნება) ან $\tau^*_{m-1}(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია და აქვს $m-1$ რაოდენობის მე-3 სახის მტყუნება) და Δt დროში უნდა მოხდეს 1 მე-3 სახის მტყუნება (αdu).

II) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს ან $\tau_i(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია) ან $\tau^*_i(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია აღმოუჩენადი მტყუნებების გამო) და Δt დროში უნდა მოხდეს I სახის მტყუნება.

III) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $q^{*(k)}_i(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი) და Δt დროში უნდა მოხდეს მე-3 სახის მტყუნება $(\alpha^o du)$.

IV) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $q^{*(1)}_\nu(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს პერიოდული კონტროლი $(b(u)du)$.

6) $$P_i^{(k)}(t,0)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{(k+1)}(t,u)r_{\nu i}(u)du+\delta_{io}\int_o^t r^{(k)}(t,u)\mu(u)du+$$

$$+\int_o^t q_i^{(k)}(t,u)b(u)du+\sum_{\nu=0}^{m-1}\int_o^t P_\nu^{*(k+1)}(t,u)r^*_{\nu i}(u)du+\delta_{k1}\lambda\int_o^t \tau_i(t,u)du,$$

$$i=\overline{0,m-1};\quad k=1,2,3...$$

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $P_i^{(k)}(t,0)$ მდგომარეობაში (მიმდინარეობს მოთხოვნის დამუშავება, k მოთხოვნაა) $h<\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შემდეგი პირობებიდან შესრულდეს ერთ-ერთი:

I) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $P^{(k+1)}(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია, მიმდინარეობს მოთხოვნის დამუშავება, $k+1$ მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს 1

მოთხოვნის დამუშავება $(r_{vi}(u)du)$.

II) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $r^{(k)}(t,u)$ მდგომარეობაში (რემონტშია, k მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს რემონტი $(\mu(u)du)$.

III) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $q_i^{(k)}(t,u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია და მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი, k მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს პერიოდული კონტროლი $(b(u)du)$.

IV) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $P_v^{*(k+1)}(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია, მიმდინარეობს მოთხოვნის დამუშავება, $k+1$ მოთხოვნაა) და Δt დროში უნდა დამთავრდეს მოთხოვნის დამუშავება $(r_{vi}^*(u)du)$.

V) სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $\tau_i(u)$ მდგომარეობაში (ქმედითუნარიანია) და უნდა შემოვიდეს მოთხოვნა (λdu).

7) $$P_i^{*(1)}(t,0) = \lambda\int_o^t \tau_i^*(t,u)du = \lambda\tau_i^*(t); \quad P_i^{*(k)}(t,0) = 0, \quad k > 1; \quad i = \overline{0, m-1}$$

იმისათვის, რომ სისტემა $t+\Delta t$ მომენტში იმყოფებოდეს $P_i^{*(1)}(t,0)$ მდგომარეობაში $h < \Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი პირობა:

სისტემა t მომენტში უნდა იმყოფებოდეს $\tau_i^*(t,u)$ მდგომარეობაში (არაქმედითუნარიანია აღმოუჩენადი მტყუნებების გამო) და Δt დროში უნდა შემოვიდეს მოთხოვნა (λdu): $P_i^{*(1)}(t,0) = 0$.

ალბათობა იმისა, რომ სისტემა t მომენტში იქნება არაქმედითუნარიანი და მაშინვე შემოვა მოთხოვნა დასამუშავებლად, 0-ის ტოლია.

(2.1.1÷2.1.7) დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნები იქნება:

$$\tau_i(t,u)=\sum_{n=0}^{i}\tau_n(t-u,0)\overline{F}(u)\ell_n^{(i)}(u)e^{-(\beta+\gamma+\lambda)u};$$

$$\tau_i^*(t,u)=\sum_{n=0}^{i}\tau_n(t-u,0)\overline{F}(u)\ell_n^{(i)}(u)e^{-(\lambda+\gamma)u}(1-e^{-\beta u})$$

$$q_i^{(k)}(t,u)=\sum_{n=0}^{i}q_n^{(o)}(t-u,0)\overline{\Gamma}(u)e^{-\nu u}\widetilde{\ell}_n^{(i)}(u)T_o^{(k)}(u);$$

$$q_i^{*(k)}(t,u)=\sum_{n=0}^{i}[q_n^{(0)}(t-u,0)(1-e^{-\nu u})+q_n^{*(0)}(t-u,0)]\widetilde{\ell}_n^{(i)}(u)T_0^{(k)}(u)$$

$$r^{(k)}(t,u)=\sum_{\tau=0}^{k}r^{(\tau)}(t-u,0)\overline{G}(u)T_\tau^{(k)}(u),\quad k=0,1,2...$$

$$P_i^{(k)}(t,u)=\sum_{\tau=1}^{k}P_i^{(\tau)}(t-u,0)\overline{H}_i(u)T_\tau^{(k)}(u),\ k=0,1,2...$$

$$P_i^{*(k)}(t,u)=P_i^{*(1)}(t-u,0)\overline{H}_i^*(u)T_1^{(k)}(u),\quad i=\overline{0,m-1},\quad k=0,1,2...$$

ამ გამოსახულებებში:

$$\ell_n^{(i)}(u)=\int_0^u\alpha_n e^{-\alpha_n v}\ell_{n+1}^{(i)}(u-v)dv;\qquad \widetilde{\ell}_n^{(i)}(u)=\int_0^u\alpha_n^o e^{-\alpha_n^o v}\widetilde{\ell}_{n+1}^{(i)}(u-v)dv;$$

$$T_\tau^{(k)}(u)=\int_0^u\lambda_\tau e^{-\lambda_\tau v}T_{\tau+1}^{(k)}(u-v)dv\,.$$

მაწარმოებელი ფუნქციის შემოტანითა და ლაპლასის გარდაქმნის გამოყენებით მივიღებთ:

$$q_i(x,t,u)=\overline{\Gamma}(u)e^{-[\nu-(1-x)\lambda]u}\sum_{n=0}^{i}W_n^{(q)}(t-u,0)\widetilde{\ell}_n^{(i)}(u);$$

$$\overline{W}_n^{(q)}(s,0)=W_n^{(q)}(t,0)=q_n^{(o)}(t,0);\tag{2.1.15}$$

$$q_i^*(x,t,u)=\overline{\Gamma}(u)e^{-(1-x)\lambda u}\left\{\sum_{n=0}^{i}\widetilde{\ell}_n^{(i)}(u)[1-e^{-\nu u})W_n^q(t-u,0)+\widetilde{\widetilde{W}}_n^q(t-u,0)\right\};$$

$$\overline{\widetilde{\widetilde{W}}}{}_n^{*q}(s,0)\doteq\widetilde{\widetilde{W}}_n^{*q}(t,0)=q_n^{*(o)}(t,0);$$

$$r(x,t,u)=\overline{G}(u)W^r(x,t-u)e^{-(1-x)\lambda u};\qquad W^r(x,t)=\sum_{\tau=0}^{\infty}x^\tau r^{(\tau)}(t,0);$$

$$P_i(x,t,u) = \overline{H}_i(u)e^{-(1-x)\lambda u}W_i^p(x,t-u); \qquad W_i^p(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k P_i^{(k)}(t,0);$$

$$P_i^*(x,t,u) = xP_i^{*(1)}(t-u,0)\overline{H}_i^*(u)e^{-(1-x)\lambda u}; \qquad \overline{W}_i^q(s,0) = \sum_{k=0}^{i}\overline{\tau}_k(s,0)\overline{\varepsilon}_k^{(i)}(y+\beta);$$

$$\overline{\widetilde{W}}{}_i^q(s,0) = \sum_{k=0}^{i}\overline{\tau}_k(s,0)\overline{\varepsilon}_k^{(i)}(y); \qquad \overline{\overline{\widetilde{\widetilde{W}}}}{}_i^{*q}(s,0) = \overline{\widetilde{W}}{}_i^q(s,0) - \overline{W}_i^q(s,0);$$

$$\overline{W}^r(x,s) = \sum_{n=0}^{m-1}\widetilde{a}_n(s,x)\overline{\tau}_n(s,0); \qquad \overline{P}_i^{*(1)}(s,0) = \lambda\sum_{n=0}^{i}\overline{\tau}_n(s,0)[\eta_n^{(i)}(y) - \eta_n^{(i)}(y+\beta)];$$

$$[x - \overline{h}_{ii}(z)]\overline{W}_i^p(x,s) - \sum_{\substack{\nu=0\\ \nu\neq i}}^{m-1}\overline{h}_{\nu i}(z)\overline{W}_\nu^p(x,s) = x\{\delta_{io} - \overline{\tau}_i(s,0) +$$

$$+\delta_{io}\overline{g}(z)\sum_{c=0}^{m-1}\widetilde{a}_c(s,x)\overline{\tau}_c(s,0) + \sum_{c=0}^{i}\widetilde{d}^{(i)}{}_c(s,x)\overline{\tau}_c(s,0) + \lambda\sum_{c=0}^{m-1}M_c^{(i)}(z)\overline{\tau}_c(s,0)\}, \qquad (2.1.16)$$

$i = \overline{0, m-1}.$

სადაც

$y = s + \lambda + \gamma;\ \ z = s + (1-x)\lambda;\ \ |x| \le 1;$

$$\widetilde{d}_c^{(i)}(s,x) = \lambda\overline{\eta}_c^{(i)}(y+\beta) + \sum_{j=c}^{i}\overline{\varepsilon}_c^{(i)}(y+\beta)\overline{\Omega}_j^{(i)}(z+\nu)$$

$$\widetilde{a}_c(s,x) = \alpha_{m-1}\overline{\eta}_c^{(m-1)}(y) + \gamma\sum_{i=c}^{m-1}\overline{\eta}_c^{(i)}(y) + \alpha_{m-1}^{o}\sum_{j=c}^{m-1}\alpha_j^{(m-1)}(z)\overline{\varepsilon}_c^{(j)}(y) +$$

$$+\sum_{i=c}^{m-1}\sum_{j=c}^{i}[\overline{\Omega}_j^{(i)}(z)\overline{\varepsilon}_c^{(j)}(y - \overline{\Omega}_j^{(i)}(z+\nu)\overline{\varepsilon}_c^{(j)}(y+\beta)];$$

$$M_c^{(i)}(z) = \sum_{\ell=c}^{m-1}\overline{h}_{\ell i}^*(z)[\overline{\eta}_c^{(\ell)}(y) - \overline{\eta}_c^{(\ell)}(y+\beta)];$$

ამრიგად, მივიღეთ (2.1.16) განტოლებები $\overline{\tau}_i(s,o)$-ისა და $\overline{W}_i^p(x,s)$-ის განსაზღვრისათვის $(i = \overline{0, m-1})$. აღნიშნული განტოლებების ამოხსნის შედეგად მივიღებთ $\overline{\tau}_i(s,o)$-ს.

$$\sum_{c=o}^{m-1}\widetilde{B}_c(s,z_k)\overline{\tau}_c(s,0) = -A_{oo}(z_k), \quad k = \overline{0, m-1}.; \qquad (2.1.17)$$

სადაც

$$\widetilde{B}_c(s,z_k) = -A_{oo}(z_k) + A_{oo}(z_k)\overline{g}(z_k)\overline{a}_c(s,x_k) + \sum_{i=c}^{m-1} A_{oi}(z_k)\widetilde{d}_c^{(i)}(s,x_k) +$$

$$+\sum_{i=0}^{m-1}\lambda A_{oi}(z_k)M_c^{(i)}(z_k);$$

$$A_{oi}(z_k) = \sum_{i=o}^{m-1} B_i(s,z_k)\overline{\tau}_i(s,0) = -A_{oo}(z_k), \quad k=\overline{0,m-1}.;$$

$$B_i(s,z_k) = [\overline{g}(z_k)\overline{a}_i(s,x_k)A_{oo}(z_k) + (\widetilde{d}_i^{(i)}(s,x_k)-1)A_{oi}(z_k) + \sum_{c=i+1}^{m-1} d_i^{(c)}(s,x_k)A_{oo}(z_k)].$$

(2.1.17) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\overline{\tau}_i(s,o) = \widetilde{\widetilde{\Delta}}_{mi}(s)/\widetilde{\widetilde{\Delta}}_m(s), \quad i=\overline{0,m-1}.$$

სადაც

$$\widetilde{\widetilde{\Delta}}_{mi}(s) = \begin{vmatrix} \widetilde{B}_o(s,z_o)\ldots - A_{oo}(z_o)\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_o) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \widetilde{B}_o(s,z_n)\ldots - A_{oo}(z_n)\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \widetilde{B}_o(s,z_{m-1})\ldots - A_{oo}(z_{m-1})\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_{m-1}) \end{vmatrix};$$

$$\widetilde{\widetilde{\Delta}}_m(s) = \begin{vmatrix} \widetilde{B}_o(s,z_o)\ldots\widetilde{B}_{i-1}(s,z_o)\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_o) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \widetilde{B}_o(s,z_n)\ldots\widetilde{B}_{i-1}(s,z_n)\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \widetilde{B}_o(s,z_{m-1})\ldots\widetilde{B}_{i-1}(s,z_{m-1})\ldots\widetilde{B}_{m-1}(s,z_{m-1}) \end{vmatrix}$$

ვიცით რა $\overline{\tau}_i(s,o)$, შემდეგი სიდიდეების: $\overline{W}_i^q(s,0)$, $\overline{\widetilde{W}}_i^q(s,0)$, $\overline{\widetilde{\widetilde{W}}}_i^{(q)}(s,0)$, $\overline{W}_i^r(x,s)$, $\overline{W}_i^p(x,s)$ ახალი მნიშვნელობების გათვალისწინებით განვსაზღვრავთ $\overline{\tau}_i(s)$, $\overline{\tau}_i^*(s)$, $\overline{q}_i(x,s)$, $\overline{q}_i^*(x,s)$, $\overline{r}(x,s)$, $\overline{P}_i(x,s)$, $\overline{P}^*{}_i(x,s)$.

$\overline{L}(x,s)$ სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობის განაწილების მაწარმოებელი ფუნქცია ტოლია:

$$\overline{L}(x,s) = \sum_{i=0}^{m-1}[\overline{\tau}_i(s) + \overline{\tau}_i^*(s) + \overline{P}_i(x,s) + \overline{q}_i(x,s) + \overline{q}_i^*(x,s) + \overline{P}_i^*(x,s)] + \overline{r}(x,s)$$

სადაც $\overline{P}_i^*(x,s) = x\overline{P}_i^{*(1)}(s,0)\dfrac{1-\overline{h}_i^*(z)}{z} \doteq \sum_{k=1}^{\infty} x^k P_i^{*(k)}(t,u)$.

მაწარმოებელ ფუნქციას სტაციონალური მდგომარეობის

ალბათობებისათვის აქვს სახე:

$$L(x)=\sum_{i=0}^{m-1}[\tau_i+\tau_i^*+P_i(x)+q_i(x)+q_i^*(x)+P_i^*(x)]+r(x) \quad . \qquad (2.1.18)$$

2.1.2. მოთხოვნის რიგში ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის ვირტუალური დროის განსაზღვრა

აღვნიშნოთ $\widetilde{q}_i\,(t,u)du=P[u<\gamma(t)+du, \quad \eta(t+\gamma(t))=i]$. იგი არის შემდეგი 2 ხდომილობის ალბათობა;

ა) t მომენტში მს არ არის ამ მომენტში შემოსული მოთხოვნის მომსახურების მდგომარეობაში (მომსახურდება მოთხოვნა, მს იმყოფება პერიოდული კონტროლის მდგომარეობაში ან არაქმედითუნარიანია).

ბ) $\gamma(t)$ დროის შემდეგ $(u<\gamma(t)<u+du)$ მს იქნება t მომენტში შემოსული მოთხოვნის მომსახურების მდგომარეობაში. ეს არის i მდგომარეობა $(\eta(t+\Delta t))=i \quad i=(\overline{1,m-1})$.

თუ $\gamma(t)=0$ და $\eta(t)=i$, მაშინ მს t მომენტში თავისუფალია და იმყოფება i მდგომარეობაში.

$$\tau_i(t)=\int_o^t\tau_i(t,u)du\,.$$

$\tau_i(t)$ არის ალბათობა იმისა, რომ მომსახურე სისტემა t მომენტში იქნება ქმედითუნარიან i-ურ მდგომარეობაში, ამ მდგომარეობაში ყოფნის დროის გათვალისწინების გარეშე.

$$\tau_i^*(t)=\int_o^t\tau_i^*(t,u)du\,.$$

$\tau_i^*(t)$ არის ალბათობა იმისა, რომ მომსახურე სისტემა t მომენტში იქნება თავისუფალ არაქმედითუნარიან მდგომარეობაში, ამ მდგომარეობაში ყოფნის დროის გათვალისწინების გარეშე.

დანარჩენი სიდიდეებისათვის იგივე რჩება აღნიშვნები და განსაზღვრებები.

ინტეგრალურ-დიფერენციალურ განტოლებას $\widetilde{q}_i(t,u)$-ს მიმართ და დიფერენციალურ განტოლებას $\tau_i(t)$ -ს მიმართ აქვს სახე:

$$\partial\widetilde{q}_i(t,u)/\partial t-\partial\widetilde{q}_i(t,u)/\partial u=-\lambda\widetilde{q}_i(t,u)++\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\int_o^u\widetilde{q}_\nu(t,u)h_{\nu i}(u-v)dv+$$

$$+\sum_{\nu=o}^{m-1}\delta_{io}\gamma\overline{g}(u)[\tau_\nu(t)+\tau_\nu^*(t)]+\delta_{io}\alpha_{m-1}g(u)[\tau_{m-1}(t)+\tau_m^*(t)]+$$

$$+\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\tau_\nu(t)h_{\nu i}(u)+\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\tau_\nu^*(t)h_{\nu i}^*(u);$$

$$\tau_i'(t)=-(\gamma+\alpha_i+\beta+\lambda)\tau_i(t)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}(t)+\widetilde{q}_i(t,0).$$

ლაპლასის გამოყენებით მივიღებთ:

$$s\overline{\overline{\widetilde{q}}}_i(s,0)-[\omega\overline{\overline{\widetilde{q}}}_i(s,\omega)-\overline{\widetilde{q}}_i(s,0)]=-\lambda\overline{\overline{\widetilde{q}}}_i(s,\omega)+\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\overline{\overline{\widetilde{q}}}_\nu(s,\omega)\overline{h}_{\nu i}(\omega)+$$

$$+\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\overline{\tau}_\nu(s)\overline{h}_{\nu i}(\omega)+\sum_{\nu=o}^{m-1}\lambda\overline{\tau}_\nu^*(s)\overline{h}_{\nu i}^*(\omega);$$

$$s\overline{\tau}_i(s)-\delta_{ik}=-\widetilde{\alpha}_i\overline{\tau}_i(s)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\overline{\tau}_{i-1}(s)+\overline{\widetilde{q}}_i(s,0).$$

გარდაქმნის შედეგად მივიღებთ:

$$[s-\omega+\lambda(1-\overline{h}_{ii}(\omega))]\overline{\overline{\widetilde{q}}}(s,\omega)-\sum_{\substack{\nu=o\\ \nu\neq i}}^{m-1}\lambda\overline{h}_{\nu i}(\omega)\overline{\overline{\widetilde{q}}}_\nu(s,\omega)=\widetilde{b}_i^o(s,0),\ i=\overline{m-1} \tag{2.1.19}$$

სადაც

$$\widetilde{b}_i^o(s,\omega)=\delta_{ik}-(s+\widetilde{\alpha}_i)\overline{\tau}_i(s)+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\overline{\tau}_{i-1}(s)+\delta_{io}\alpha_{m-1}\overline{g}(\omega)[\overline{\tau}_{m-1}(s)+$$

$$+\overline{\tau}_{m-1}^*(s)]+\sum_{\nu=o}^{m-1}\{[\delta_{io}\gamma\overline{g}(\omega)+\lambda\overline{h}_{\nu i}(\omega)]\overline{\tau}_\nu(s)+[\delta_{io}\gamma\overline{g}(\omega)+\lambda\overline{h}_{\nu i}^*(\omega)]\overline{\tau}_\nu^*(s)\}$$

(2.1.19) განტოლების ამოხსნას აქვს შემდეგი სახე:

$$\Phi_i(t,u)=P\{t,W_{ლოდ}(t)<u\}=\tau_i(t)+\tau_i^*(t)+\int_o^u\widetilde{q}_i(t,v)dv.$$

$\Phi_i(t,u)$ არის მოთხოვნის მომსახურების დაწყებამდე ლოდინის

განაწილების ფუნქცია, როცა მოთხოვნა შემოდის დროის ნებისმიერ მომენტში იმ პირობით, რომ მომსახურების დაწყებისას მს არის i-ურ მდგომარეობაში.

მისი ლაპლასის ორმაგი გარდაქმნის შედეგად მივიღებთ:

$$\overline{\overline{\Phi}}(s,\omega)=[\overline{\tau}_i(s)+\overline{\tau}_i^*(s)+\overline{\overline{\tilde{q}}}_i(s,\omega)]/\omega, \quad i=\overline{0,m-1}.$$

მოთხოვნის ლოდინის დროის განაწილების ფუნქცია მომსახურების დაწყებამდე - $\overline{\overline{\Phi}}(s,\omega)$ ტოლია:

$$\overline{\overline{\Phi}}(s,\omega)=\sum_{i=0}^{m-1}\overline{\overline{\Phi}}_i(s,\omega).$$

სისტემაში დროის t მომენტში შემოსული მოთხოვნის სისტემაში ყოფნის დროის პირობითი განაწილების ფუნქციას იმ პირობით, რომ მისი მომსახურების დასაწყისსა და დასასრულს მს იმყოფება შესაბამისად i და j მდგომარეობაში, აქვს სახე:

$$\Psi_{ij}(t,u)=\tau_i(t)\int_o^u h_{ij}(v)dv+\tau_i^*(t)\int_o^u h_{ij}^*(v)dv+\int_o^u \overline{q}_i(t,v)H_{ij}(u-v)dv.$$

ან ლაპლასის გარდაქმნის სახით გვექნება:

$$\omega\overline{\overline{\Psi}}_{ij}(s,\omega)=\overline{\tau}_i(s)\overline{h}_{ij}(\omega)+\tau_i^*(s)\overline{h}_{ij}^*(\omega)+\overline{\overline{\tilde{q}}}_i(s,\omega)\overline{h}_{ij}(\omega).$$

სისტემაში დროის t მომენტში შემოსული მოთხოვნის სისტემაში ყოფნის დროის პირობითი განაწილების ფუნქციას იმ პირობით, რომ მისი მომსახურების დაწყების მომენტში მს იმყოფება i-ურ მდგომარეობაში, აქვს სახე:

$$\overline{\overline{\Psi}}_i(s,\omega)=\sum_{j=0}^{m-1}\overline{\overline{\Psi}}_{ij}(s,\omega), \quad i=\overline{0,m-1}.$$

სისტემაში დროის t მომენტში შემოსული მოთხოვნის სისტემაში დროის განაწილების ფუნქციას, როდესაც სისტემაში მომსახურება არაა დამოკიდებული სისტემის მდგომარეობაზე, აქვს სახე:

$$\overline{\overline{\Psi}}(s,\omega)=\sum_{i=0}^{m-1}\overline{\overline{\Psi}}(s,\omega).$$

2.1.3. სტაციონალურ მდგომარეობაში მოთხოვნის რიგში ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის ალბათობების განსაზღვრა

სტაციონალურ მდგომარეობაში მოთხოვნის რიგში ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის დროის განაწილების ფუნქციას აქვს სახე:

$$s\overline{\Phi}_i(\omega)=\lim_{s\to o}\overline{\overline{\Phi}}_i(s,\omega)=\overline{\tau}_i+\overline{\tau}_i^*+\overline{\overline{\overline{q}}}_i(\omega),\quad \overline{\overline{q}}_i(\omega)=\lim_{s\to o}s\overline{\overline{\overline{q}}}_i(s,\omega)\quad i=\overline{0,m-1},$$

$\overline{\overline{q}}_i(\omega)$ განისაზღვრება შემდეგი განტოლებათა სისტემიდან:

$$[-\omega+\lambda(1-\overline{h}_{ii}(\omega))]\overline{\overline{q}}_i(\omega)-\lambda\sum_{\substack{n=o\\ n\neq i}}^{m-1}\overline{h}_{ni}(\omega)\overline{\overline{q}}_n(\omega)=\widetilde{b}_i(\omega),\ i=\overline{0,m-1},$$

სადაც

$$\widetilde{b}_i(\omega)=\lim_{s\to o}sb_i(s,\omega)=-\widetilde{\alpha}_i\tau_i+(1-\delta_{io})\alpha_{i-1}\tau_{i-1}+\delta_{io}\alpha_{m-1}\overline{g}(\omega)(\tau_{m-1}+\tau_{m-1}^*)+$$
$$+\sum_{n=o}^{m-1}\tau_n\{\delta_{io}\gamma\overline{g}(\omega)+\sum_{j=n}^{m-1}[\lambda\overline{h}_{ji}(\omega)\overline{\Omega}_n^{(j)}(\omega+\nu)+\lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oi}(\omega)(\overline{\Omega}_n^{(j)}(\omega)-\overline{\Omega}_n^{(j)}(\omega+\nu))+$$
$$+\overline{h}_{oi}(\omega)\overline{g}(\omega)\lambda\overline{\overline{\Gamma}}_n^{(m)}(\omega)\}+\sum_{n=o}^{m-1}\tau_n^*\{\delta_{io}\gamma\overline{g}(\omega)+\lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oi}(\omega)\overline{\overline{\Gamma}}_n^{(m)}(\omega)+$$
$$+\lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oi}(\omega)\sum_{j=n}^{m-1}\overline{\Omega}_n^{(j)}(\omega)\};$$

მოთხოვნის ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის მათემატიკური ლოდინი გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$T_{\text{ლოდ}}=-\left|d(\omega\overline{\Phi}(\omega))/d\omega\right|_{\omega=o}\quad;\qquad T_{\text{სის}}=-\left|d(\omega\overline{\Psi}(\omega))/d\omega\right|_{\omega=o}$$

იმ შემთხვევებში, როცა საჭიროა სისტემის მდგომარეობების სტაციონალური ალბათობების განსაზღვრა, შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც (2.1.1-2.1.12) განტოლებები, ასევე (2.1.16) სისტემა. მათში უნდა დავუშვათ, რომ $t\to\infty$ და t-მიხედვით ყველა წარმოებული გავუტოლოთ 0-ს.

ქვემოთ განხილულია სტაციონალური ალბათობების განსაზღვრა (2.1.16) სისტემიდან. გავამრავლოთ სისტემის ორივე მხარე s-ზე და გადავიდეთ ზღვარზე, როცა $s\to 0$, მივიღებთ:

$$[x-\overline{h}_{ii}(z(0))]W_i^p(x)-\sum_{\substack{\nu=o\\ n\nu\neq i}}^{m-1}\overline{h}_{\nu i}(z(0))W_\nu^p(x)=b_i(x),\ \ i=\overline{0,m-1}. \qquad (2.1.20)$$

სადაც

$$b_i(x)=x[-\tau_i(0)+\bar{g}(z(0))\sum_{c=o}^{m-1}a_c(0,x)\tau_c(0)+\sum_{c=o}^{m-1}d_c^i(0,x)\tau_c(0)]; \qquad z_o=(1-x)\lambda;$$

$$W_k^p(x)=\lim_{s\to o}\overline{W}_k^p(x,s);\ \tau_k(0)=\lim_{s\to o}s\bar{\tau}_k(s);\ \ a_c(0,x)=a_c(s,x)\big|_{s=o};\ \ d_c^i(0,x)=d_c^i(s,x)\big|_{s=o}.$$

განტოლებათა (2.1.20) სისტემა შეიცავს m განტოლებას 2m უცნობით $(W_i^p(x),\quad \tau_i(0),\quad i=\overline{0,m-1})$. მისი ამონახსნები ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$(W_i^p(x)=\Delta_{mi}(x)/\Delta_m(x).$$

სადაც

$$\Delta_m(x)=\begin{vmatrix} x-\bar{h}_{oo}(z(0)) & -\bar{h}_{1o}(z(0)) & \dots & -\bar{h}_{m-1,0}(z(0)) \\ -\bar{h}_{o1}(z(0)) & x-\bar{h}_{11}(z(0)) & \dots & -\bar{h}_{m-1,1}(z(0)) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{h}_{o,m-1}(z(0)) & -\bar{h}_{1,m-1}(z(0)) & \dots & x-\bar{h}_{m-1,m-1}(z(0)) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{mi}(x)=\begin{vmatrix} x-\bar{h}_{oo}(z(0)) & -\bar{h}_{oo}(z(0)) & \dots & b_o(x) & -\bar{h}_{m-1}(z(0)) \\ -\bar{h}_{o1}(z(0)) & x-\bar{h}_{11}(z(0)) & \dots & b_1(x) & -\bar{h}_{m-1,1}(z(0)) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{h}_{o,m-1}(z(0)) & -\bar{h}_{1,m-1}(z(0)) & \dots & b_{m-1}(x) & x-\bar{h}_{m-1,m-1}(z(0)) \end{vmatrix}$$

$\Delta_m(x)$ და $\Delta_{mo}(x)$ დეტერმინანტები წარმოადგენს x-ის მიმართ ანალიზურ ფუნქციებს და $|x|\le 1$ არეში შეიცავს m მარტივ თანხვდენილ 0-ებს. ცხადია, რომ $\Delta_m(x)=0$ განტოლების ერთ-ერთი ფესვი წარმოადგენს 1-ს.

ადვილი მისახვედრია, რომ $\lim_{x\to 1}\sum_{i=0}^{m=1}b_i(x)=0;$

$\lim_{x\to 1}\sum_{j=0}^{m=1}\bar{h}_{ij}(z(0))=1;\quad (i=\overline{0,m-1}),\quad$ როცა $x\to 0\quad (z(0))=0)$.

შესაბამისად $\lim_{x\to 1}\Delta_{mi}(x)=0;\quad (i=\overline{0,m-1}).$

ამიტომ $\tau_i(0)$ -ის განსაზღვრისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ ყველა m ფესვი, ე.ი. ყველა ფესვი x=1-ის გარდა.

ამგვარად, $\tau_i(0)$ -ის $i=\overline{0,m-1}$ განისაზრვრება შემდეგი სახის m-1 განტოლებიდან:

$$\Delta_{mo}(x_k)=0, \quad k=\overline{0,m-1}, \quad x_k\neq 1 \tag{2.1.21}$$

(2.1.21) სისტემას საჭიროა დავუმატოთ ნორმირების განტოლება სისტემის სტაციონალურ მდგომარეობაში:

$$\sum_{i=o}^{m-1}(\tau_i+\tau_i^*)+\sum_{i=o}^{m-1}\sum_{k=o}^{\infty}[q_i^{(k)}+q_i^{*(k)}]+\sum_{k=o}^{\infty}r^{(k)}+\sum_{i=o}^{m-1}\sum_{k=1}^{\infty}P_i^{(k)}=1 \tag{2.1.22}$$

უკვე შემოტანილი მაწარმოებელი ფუნქციების გამოყენებით (2.1.22) შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\sum_{i=o}^{m-1}(\tau_i+\tau_i^*)+\sum_{i=o}^{m-1}(q_i(1)+q_i^*(1))+z(1)+\sum_{k=o}^{m-1}P_i(1)=1 \tag{2.1.23}$$

სადაც

$$q_i(1)=\lim_{\substack{s\to o\\ x\to 1}}\sum_{k=o}^{\infty}x^k s\overline{q}_i^{(k)}(s)=\lim_{x\to 1}q_i(x)=\sum_{n=0}^{i}\overline{\omega}_n^{(i)}(\nu)[\sum_{n=0}^{i}\tau_k(0)(\overline{\varepsilon}_k^{(n)}(y_o+\beta)+\lambda\overline{\eta}_k^{(n)}(y_o+\beta);$$

$$q_i^*(1)=\lim_{\substack{s\to o\\ x\to 1}}\sum_{k=o}^{\infty}x^k s\overline{q}_i^*(s)=\lim_{x\to 1}q_i^*(x)=\sum_{n=o}^{i}\{\overline{\omega}_n^{(i)}(0)[\sum_{k=0}^{i}\tau_k(0)(\overline{\varepsilon}_k^{(n)}(y_o)+\lambda\overline{\eta}_k^{(n)}(y_o 0)]-$$

$$-\overline{\omega}_n^{(i)}(\nu)[\sum_{k=0}^{i}\tau_k(0)(\overline{\varepsilon}_k^{(n)}(y_o+\beta)+\lambda\overline{\eta}_k^{(n)}(y_o+\beta)]\}$$

$$r(1)=\lim_{\substack{s\to o\\ x\to 1}}\sum_{k=o}^{\infty}x^k sr^{(k)}(s)=\lim_{x\to 1}r(x)=\lim_{\substack{x\to o\\ z(o)\to o}}\frac{1-\overline{g}(z(0))}{z(0)}W^r(x)=\tau_{\text{აღ}}\sum_{c=o}^{m-1}a_c(0,1)\tau_{\text{ს}}(0);$$

$$\tau_{\text{აღ}}=-g'(0);$$

$$P_i(1)=\lim_{\substack{s\to o\\ x\to 1}}\sum_{k=o}^{\infty}x^k sP_i^{(k)}(s)=\lim_{x\to 1}P_i(x)=\lim_{\substack{x\to o\\ z(0)\to 0}}\frac{1-\overline{h}_i(z(0))}{z(0)}W_i^p(x)=\tau_{\text{დაგ}}W_i^p(1),$$

$$\tau_{\text{დაგ}}=-h'(0), \quad W_i^p(1)=\lim_{x\to 1}\frac{\Delta_{mi}(x)}{\Delta_m(x)}=\lim_{x\to 1}\frac{\Delta'_{mi}(x)}{\Delta'_m(x)}.$$

(2.1.21)-ისა და (2.1.23)-ის ერთობლივი ამოხსნის შედეგად განისაზღვრება $\tau_i(0)$ ($i=\overline{0,m-1}$), ხოლო შემდეგ სისტემის ყველა დანარჩენი ალბათობა.

2.2. აპარატურული და დროითი სიჭარბის მქონე მრავალპცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გამოთვლითი სისტემის ფუნქციონირების ანალიზი

განვიხილავთ პარალელური დამუშავების ზოგად მოდელს. გამოკვლეულია აპარატურული და დროითი რეზერვის (სიჭარბის) მქონე მრავალპროცესორიანი და მრავალმანქანიანი გამოთვლითი სისტემა. იგი განიხილება, როგორც მმს გაერთიანებული რიგით და გაერთიანებული რესურსებით, მოთხოვნათა ერთი ან რამოდენიმე შემავალი ნაკადით. რამდენადაც მპსგ (მმგს) აპარატურული საიმედოობის გათვალისწინებით ნაკლებად შესწავლილია, ამიტომ ამ სახის ამოცანებისადმი ინტერესი ძალიან დიდია.

მათემატიკურ მოდელს აქვს შემდეგი სახე: მრავალპროცესორიანი და მრავალმანქანიანი გამოთვლითი სისტემა, რომელიც შედგება დამუშავების m მუშა იდენტური მოწყობილობისაგან (ხელსაწყოსაგან) და n-m ანალოგიური რეზერვული მოწყობილობისაგან, იტვირთება საერთო დავალებით რომლის შემოსვლის ინტენსივობაა λ; მტყუნებების და აღდგენების ინტენსივობები არის ცვლადი სიდიდეები, რომლებიც დამოკიდებულია სისტემაში მოთხოვნათა ყოფნაზე; მოწყობილობების ქმედითუნარიანობის კონტროლი, როდესაც სისტემაში არ არის მოთხოვნა, ხორციელდება უწყვეტად; ხოლო შუალედებში, როდესაც მოწყობილობათა კომპლექსი ამუშავებს მოთხოვნას, კონტროლი შეიძლება იყოს ნებისმიერი სახის (უწყვეტი, პერიოდული, შერეული, არასრული და არასარწმუნო).

ალბათური მაჩვენებლების ანალიზი წარმოებს შემდეგი დაშვებების პირობებში: ყოველი მოთხოვნის მომსახურების ხანგრძლივობა წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს F(u) განაწილების ფუნქციით; მოწყობილობებში როგორც თავისუფალ, ასევე დაკავებულ მდგომარეობაში წარმოიქმნება მდგრადი და თვითაღდგენადი მტყუნებები, რომელთა აღმოჩენა ხდება კონტროლის სისტემის მიერ; თავისუფალ მდგომარეობაში

მუშა მოწყობილობების მტყუნებათა ინტენსივობაა α_1, ხოლო რეზერვების ინტენსივობაა α_2; მუშა მოწყობილობის მტყუნების მომენტში მის ადგილზე ხდება რეზერვის გადართვა, თუ ამ მომენტში გამართულია თუნდაც ერთი სარეზერვო მოწყობილობა; სისტემას ემსახურება ერთი სარემონტო ბრიგადა; თუ ბრიგადა თავისუფალია, მაშინვე იწყებს მწყობრიდან გამოსული მოწყობილობის აღდგენას; აღდგენის დრო წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეს მაჩვენებლიანი განაწილებით μ პარამეტრით; მიღებულია, რომ გადამრთველი მოწყობილობა აბსოლუტურად საიმედოა და გადართვის დრო უმნიშვნელოა; რიგში მდგომი მოთხოვნის დამუშავება იწყება მაშინვე, თუკი გამართულია თუნდაც ერთი მოწყობილობა; დამუშავება ხდება ბოლომდე, რის შემდეგაც მოთხოვნა ტოვებს სისტემას.

მოთხოვნის რიგში ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის დრო არ არის შეზღუდული.

ყოველი მოთხოვნის მომსახურების დაწყებისას მმს შეიძლება იმყოფებოდეს ერთ-ერთ $(i=\overline{1,n})$ ქმედითუნარიან მდგომარეობაში: გამართულია ერთი, ორი და ა.შ. მოწყობილობა. ასეთივე მდგომარეობა შეიძლება იყოს მომსახურების დამთავრებისას.

მოთხოვნათა მომსახურების პროცესში მმს-ის აღწერისათვის შემოტანილია ალბათობა $H_{ij}(u)$.

2.2.1. რიგის ალბათური მახასიათებლების ანალიზი

მმს-ის მდგომარეობა შეიძლება მოცემულ იყოს შემდეგი ალბათობებით:

$R_i(t)$ არის ალბათობა იმისა, რომ ქმედითუნარიანი ხელსაწყოების რაოდენობა t მომენტში არის $i(i=\overline{1,n})$ და სისტემაში არ არის მოთხოვნა.

$R_o^{(k)}(t)$ არის ალბათობა იმისა, რომ t მომენტში ყველა n მოწყობილობა გამტყუნებულია და მოცდენის დროის განმავლობაში შემოვიდა k მოთხოვნა, k=1,2,3...

ცხადია, რომ $R_o^o(t) = R_o(t)$.

$P_i^{(k)}(t,u)du$ არის ალბათობა იმისა, რომ სისტემაში განაცხადთა რაოდენობა დროის t მომენტში ტოლია k-სი; მათგან ერთ-ერთი მომსახურდება z დროის განმავლობაში (u<z<u+du), ამასთან მისი მომსახურება დაიწყო i-ურ ქმედითუნარიან მდგომარეობაში მყოფმა მომსახურების სისტემამ.

მოთხოვნათა მომსახურების პროცესში მყოფი მომსახურების სისტემის ალბათობას, ამ მდგომარეობაში ყოფნის დროის ხანგრძლივობის გათვალისწინების გარეშე, აქვს შემდეგი სახე:

$$P_i^{(k)}(t) = \int_o^t P_i^{(k)}(t,u)du.$$

ნორმირების პირობას აქვს სახე:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i(t) + \sum_{k=0}^{\infty} R_o^{(k)}(t) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\infty} P_i^{(k)}(t) = 1.$$

$R_i(t)$, $R_o^{(k)}(t)$ და $P_i^{(k)}(t,u)$ მიმართ, დიფერენციალურ რეკურენტული დამოკიდებულების შედგენისათვის, განვიხილავთ სისტემის მდგომარეობის შესაძლო ცვლილებებს დროის უსასრულოდ მცირე ინტერვალში (t,t+h). შემდეგ გადავალთ ზღვარზე, როცა $h \to 0$. ამ დამოკიდებულებაბს აქვს სახე:

$$R_o'(t) = -(\mu+\lambda)R_o(t) + \alpha_1 R_1(t) \qquad (2.2.1)$$

$$(R_o^{(k)}(t))' = (\mu+\lambda)R_o^{(k)}(t) + \lambda R_o^{(k-1)}(t), \quad k = 1,2,3... \qquad (2.2.2)$$

$$R_i'(t) = -[\lambda + (1-\delta_{in})\mu + \alpha_1]R_1(t) + \mu R_{i-1}(t) + (1-\delta_{in})\alpha_{i+1}R_{i+1}(t) +$$

$$+\sum_{\nu=1}^{n}\int_o^t P_\nu^{(1)}(t,u)r_{\nu i}(u)du, \quad i = \overline{1,n} \qquad (2.2.3)$$

$$\partial P_i^{(k)}(t,u)/\partial t + \partial P_i^{(k)}(t,u)/\partial u = -[\lambda + r_i(u)]P_i^{(k)}(t,u) +$$

$$+(1-\delta_{ki})\lambda P_i^{(k-1)}(t,u), \quad k = 1,2,3,... \qquad (2.2.4)$$

სადაც

$$\alpha_i = \delta_o(i<m)i\alpha_1 + \delta_1(i \ge m)[m\alpha_1 + (i-m)\alpha_2], \quad i = \overline{1,n}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{როცა } i = j, \\ 0, \text{როცა } i \neq j, \end{cases} \delta_o(i < m) = \begin{cases} 1, \text{როცა } i < m, \\ 0, \text{როცა } i \geq m, \end{cases} \delta_1(i \geq m) = \begin{cases} 1, \text{როცა } i \geq m, \\ 0, \text{როცა } i < m. \end{cases}.$$

სასაზღვრო პირობებისათვის შეიძლება გამოვიყვანოთ შემდეგი დამოკიდებულებანი:

$$p_i^{(k)}(t,0) = \sum_{\nu=1}^{n} \int_o^t p_\nu^{(k+1)}(t,u) r_{\nu i}(u) du + \delta_{k1} \lambda R_i(t) + \delta_{i1} \mu R_o^{(k)}(t); \; i = \overline{1,n}; \; k = 1,2,3,.. \quad (2.2.5)$$

ვთქვათ, საწყის მომენტში მმს-ის ყველა მოწყობილობა გამართულია და არ არის მოთხოვნა, ე.ი. $R_n(0) = 1, \quad R_i(0) = 0 \quad (i = n)$

მაშინ 2.1 ქვეთავის ანალოგიურად (2.2.4) განტოლებების ამონახსნი უნდა ვეძებოთ შემდეგი სახით:

$$P_\nu^{(k)}(t,u) = \sum_{c=1}^{k} P_\nu^{(k)}(t-u,0)[1 - H_\nu(u)](\lambda u)^{k-c} e^{-\lambda u} /(k-c)! \quad \nu = \overline{1,n}, \quad k = 1,2,...$$

სადაც $P_\nu^{(c)}(t-u)$- ალბათობა იმისა, რომ მპგს (t-u, t-u+du) დროის შუალედში დაამთავრებს მიმდინარე მოთხოვნის შესრულებას და ν მდგომარეობაში დაიწყება მორიგი მოთხოვნის მომსაურება. ამასთან u დროის განმავლობაში მოთხოვნის მომსახურება არ დამთავრდება და ამ დროში სისტემაში შემოვა k-c მოთხოვნა. შემოვიტანოთ შემდეგი მაწარმოებელი ფუნქციები:

$$\begin{aligned} &P_i(x,t,u) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k P_i^{(k)}(t,u) = [1 - H_i(u)] W_i(x,t-u) \exp[-(1-x)\lambda u]; \\ &R_o(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k R_o(t) \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

სადაც

$$W_i(x,t-u) = \sum_{k=1}^{\infty} x^k P_i^{(k)}(t-u,0) = P_i(x,t-u,0), \quad |x| < 1$$

(2.2.2)-ის ორივე მხარე გავამრავლოთ x^k-ზე და გადავიდეთ მაწარმოებელ ფუნქციებზე. (2.2.1)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\overline{R}_o(s) = \alpha_1 \overline{R}_1(s)/(s + \mu + \lambda); \quad \overline{R}_o(x,s) = \lambda x \overline{R}_o(s)/(\mu + z) \qquad (2.2.7)$$

სადაც $z = s + (1-x)\lambda$, ხოლო $R_o(s)$ და $R_o(x,s)$ წარმოადგენს $R_o(t)$-ს და $R_o(x,t)$-ს ლაპლასის გარდაქმნებს. ანალოგიურად, გავამრავლოთ (2.2.5)-

ის ორივე მხარე x^{k+1}-ზე და გადავიდეთ მაწარმოებელ ფუნქციებზე. შევკრიბოთ იგი (2.2.3) განტოლებასთან, რომლის ორივე მხარე გამრავლებულია x-ზე. შემდეგ გადავიდეთ ლაპლასის გარდაქმნაზე. (2.2.6)-ის და (2.2.7)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$[x-\bar{h}_{ii}(z)]\overline{W}_i(x,s)-\sum_{\nu=1}^{n}\bar{h}_{\nu i}(z)\overline{W}_{\nu}(x,s)=b_i(x,s),\quad i=\overline{1,n} \tag{2.2.8}$$

$$\bar{P}_i(x,s)=[1-\bar{h}_i(z)]\overline{W}_i(x,s)/z.$$

სადაც $z=s+(1-x)\lambda;\quad \overline{W}_i(x,s)=\sum_{k=1}^{\infty}x^k P_i^{-(k)}(s,0),$

$$b_i(x,s)=\{\delta_{in}-[z+\alpha_i+(1-\delta_{in})\mu]\bar{R}_i(s)+(1-\delta_{in})\alpha_{i+1}\bar{R}_{i+1}(s)+$$

$$\mu\bar{R}_{i-1}(s)+\delta_{i1}\mu x\lambda\alpha_i\bar{R}_1(s)/(\mu+z)(s+\mu+\lambda)\}x;\quad \bar{h}_{ij}(s)\doteq h_{ij}(t);$$

$$\overline{W}_i(x,s)\doteq W_i(x,t);\quad \bar{R}_i(s)\doteq R_i(t);\quad \bar{P}_i^{(k)}(s,0)\doteq P_i^{(k)}(t,0);\quad \bar{P}_i\ (x,s)\doteq P_i\ (x,t)\,.$$

(2.2.8) განტოლების მარცხენა ნაწილი იმთხვევა (2.1.16) განტოლებას.

$$\begin{aligned}&\bar{h}_{ij}(z)=z\overline{H}_{ij}(z);\quad \bar{h}_{ij}(0)=H_{ij}(\infty)<1;\quad 0<\bar{h}_{ij}(0)<1\\&\bar{h}_i(0)=\sum_{j=1}^{n}\bar{h}_{ij}(0)=1,\quad \left|\bar{h}_{ij}(z)\right|<1,\quad \sum_{j=1}^{n}\left|\bar{h}_{ij}(z)\right|<1\end{aligned} \tag{2.2.9}$$

მოთხოვნის მომსახურების პროცესში სისტემის ალბათობების მაწარმოებელი ფუნქციის მნიშვნელობებს $(P_i(x,t))$, ამ მდგომარეომაში ყოფნის დროის გათვალისწინების გარეშე, აქვს შემდეგი სახე:

$$P_i(x,t)=\int_0^t P_i(x,t,u)du=\int_0^t[1-H_i(u)]W_i(x,t-u)\exp[-(1-x)\lambda u]du.$$

$P_i(x,t)$-ს და $P_i(x,t,u)$-ს ლაპლასის გარდაქმნებს წარმოადგენს:

$$P_i(x,s)=[1-\bar{h}_i(z)]\overline{W}_i(x,s)/z;\quad P_i(x,s,u)=[1-H_i(u)]\overline{W}_i(x,s)\exp[-zu]. \tag{2.2.10}$$

რადგანაც $\bar{P}_i(x,s)\quad(i=\overline{1,n})$ წარმოადგენს x-ის ანალიზურ ფუნქციას $|x|<1$ არეში, როცა s>0, ამიტომ (2.2.10)-დან გამომდინარეობს, რომ $\overline{W}_i(x,s)\quad(i=\overline{1,n})$ აგრეთვე წარმოადგენს x-ის ანალიზურ ფუნქციას ამავე არეში, როცა Res>0.

(2.2.18) განტოლებათა სისტემა შეიცავს n განტოლებას 2n უცნობით

$(\overline{R}(s),\quad \overline{W}_i(x,s)\quad (i=\overline{1,n}))$. ამ სისტემის ამონახსნი $\overline{W}_i(x,s)$-ის მიმართ ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\overline{W}_i(x,s)=\Delta_{ni}(x,s)/\Delta_n(x,s),$$

სადაც

$$\Delta_n(x,s)=\begin{vmatrix} x-\overline{h}_{11}(z) & -\overline{h}_{21}(z) & -\overline{h}_{31}(z) & \dots & \overline{h}_{n1}(z) \\ \overline{h}_{12}(z) & x-\overline{h}_{22}(z) & -\overline{h}_{32}(z) & \dots & \overline{h}_{n2}(z) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \overline{h}_{1n}(z) & -\overline{h}_{2n}(z) & -\overline{h}_{3n}(z) & \dots & x-\overline{h}_{nn}(z) \end{vmatrix},$$

ხოლო $\Delta_{ni}(x,s)$ მიიღება $\Delta_n(x,s)$ დეტერმინანტისაგან, თუ მის i-ური სვეტის ელემენტებს შევცვლით შემდეგით: $b_1(x,s),\quad b_2(x,s),\dots b_n(x,s)$.

რადგანაც $\overline{W}_i(x,s)\quad (i=\overline{1,n})$ წარმოადგენს x-ის ანალიზურ ფუნქციას $|x|<1$ არეში, ამიტომ $\Delta_n(x,s)$ დეტერმინანტის ნულები უნდა დაემთხვეს $\Delta_{ni}(x,s)$ დეტერმინანტის ნულებს ამავე არეში (როგორც ნაჩვენები იყო $\Delta_n(x,s)$ დეტერმინანტს აქვს n ნული).

თუ x-ის მნიშვნელობებს, როცა $\Delta_n(x,s)=0$, აღვნიშნავთ $x_k=x_k(s)$-ით $(z_k=z_k(s),\quad x_k^o=x_k(0),\quad z_k^o=z_k(0))$, მაშინ ცხადი გახდება შემდეგი პირობების შესრულების აუცილებლობა:

$$\Delta_{ni}(x_k,s))=0\quad (k,i=\overline{1,n}) \tag{2.2.11}$$

კერძოდ, $\overline{R}_i(s)\quad (i=\overline{1,n})$ უცნობების განსაზღვრისათვის უნდა გამოვიყენოთ განტოლებათა სისტემა, რომელიც მიიღება $\Delta_n(x,s)$ დეტერმინანტისაგან შემდეგნაირად: მისი I სვეტის ელემენტები უნდა შევცვალოთ $b_1(x_k(s)),\dots b_n(x_k(s))$-ით, ხოლო z - $z_k=s+(1-x_k)$-თი, ე.ი. გამოვიყენებთ $\Delta_{ni}(x_k)=0$ განტოლებათა სისტემას. ამასთან უნდა გავითვალისწინოთ საწყისი პირობები $(R_n(0)=1,\quad R_i(0)=0,$ როცა $i\neq n$).

$$\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(z_k)\overline{R}_i(s)=a_n(z_k),\quad k=\overline{1,n} \tag{2.2.12}$$

სადაც

$$\varphi_i(z_k)=a_i(z_k)[z_k+a_i+(1-\delta_{in})\mu]-a_i a_{i-1}(z_k)-$$
$$-\mu a_{i+1}(z_k)-\delta_{i1}a_i(z_k)\mu a/\mu+z_k),\quad a_{i+1}(z_k)=a_o(z_k)=0,$$

$$a_i(z_k) = \begin{vmatrix} -\bar{h}_{21}(z_k) & -\bar{h}_{31}(z_k) & \ldots & -\bar{h}_{n1}(z_k) \\ x_k - \bar{h}_{22}(z_k) & -\bar{h}_{32}(z_k) & \ldots & -\bar{h}_{n2}(z_k) \\ -\bar{h}_{23}(z_k) & x_k - \bar{h}_{33}(z_k) & \ldots & -\bar{h}_{n3}(z_k) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -\bar{h}_{2n}(z_k) & -\bar{h}_{3n}(z_k) & \ldots & x_k - \bar{h}_{nn}(z_k) \end{vmatrix}.$$

(2.2.12) განტოლებათა სისტემის დეტერმინანტი აღვნიშნოთ $\Delta\varphi$-ით, ხოლო დეტერმინანტი, რომელიც მიიღება $\Delta\varphi$-საგან მისი i-ური სვეტის $a_m(z_k)$-თი $(k=\overline{1,n})$ შევცვლით, აღვნიშნოთ $\Delta\varphi_i$-ით, მაშინ

$$\bar{R}_i(s) = \Delta\varphi_i / \Delta\varphi.$$

$\bar{R}_i(s)$-ის $(i=\overline{1,m})$ განსაზღვრის შემდეგ, ზემოთ მოყვანილი ფორმულების საშუალებით, განვსაზღვრავთ შემდეგს: $\bar{W}_i(x,s), \bar{R}_o(x,s), \bar{R}_o(s), \bar{P}_i(x,s)$.

რიგის სიგრძის განაწილების მაწარმოებელ ფუნქციას ექნება სახე:

$$\bar{L}(x,s) = \sum_{i=0}^{n} \bar{R}_i(s) + \bar{R}_o(x,s) + \sum_{i=1}^{n} \bar{P}_i(x,s)$$

$\bar{L}(x,s)$-ის საშუალებით, ცნობილი მეთოდების გამოყენებით, შეიძლება მივიღოთ რიგის სიგრძის ყველა რიცხვითი მახასიათებელი.

2.2.2.სტაციონალური მდგომარეობების ანალიზი

განვსაზღვროთ ზოგიერთი განხილული შემთხვევითი სიდიდის სტაციონალური მნიშვნელობები:

$$R_i = \lim_{t\to\infty} R_i(t) = \lim_{s\to\infty} s\bar{R}_i(s)$$

$$P_i(x,u) = \lim_{t\to\infty} P_i(x,t,u) = \lim_{s\to 0} s\bar{P}_i(x,s,u) = [1 - H_i(\omega)]W_i(x)\exp[-(1-x)\lambda u];$$

$$P_i(x) = \lim_{t\to\infty} P_i(x,t) = \lim_{s\to\infty} s\bar{P}_i(x,s) = [1 - \bar{h}_i(\lambda - \lambda x)]W_i(x)/(\lambda - \lambda x);$$

$$\bar{R}_o(x) = \lim_{t\to\infty} R_o(x,t) = \lim_{s\to\infty} s\bar{R}_o(x,s) = \lambda x a_1 R_1 / [\mu + (1-x)\lambda](s + \mu + \lambda); \qquad i = \overline{1,m}$$

სადაც

$$b_i(x) = \lim_{s\to 0} b_i(x,s)s = -[\lambda - \lambda x + a_i + (1-\delta_{1n})\mu]xR_i + \delta_{i1}\mu x R_o(x) +$$

$+(1-\delta_{1n})xa_{i+1}R_{i+1}+\mu xR_{i-1};$

$$W_i(x)=\lim_{s\to 0}\overline{W}_i(x,s)=\lim_{s\to 0}[s\Delta_{mi}(x,s)/\Delta_m(x,s); \qquad i=\overline{1,n}.$$

ცხადია, რომ სისტემის სტაციონალური მდგომარეობის განსაზღვრისათვის პირველ რიგში განვსაზღვროთ $R_i(i=\overline{1,n})$, რადგანაც მისი საშუალებით გამოისახება ყველა დანარჩენი ალბათობა:

$R_i(s)=\lim s\Delta\varphi_i/\Delta\varphi$, როცა $s\to 0$.

აქ, როცა $s\to 0$, მაშინ მრიცხველიც და მნიშვნელიც მიისწრაფის ნულისაკენ. ეს მტკიცებულება მრიცხველის მიმართ ცხადია.

ვაჩვენოთ, რომ $\lim\Delta\varphi_i=0$, როცა $s\to 0$. $\lim\Delta_n(x,s)=0$, როცა $s\to 0$ განტოლების ფესვი (დავუშვათ $x_1=x_1(s)$) მიისწრაფის ერთისაკენ. (ამაში დავრწმუნდებით უშუალოდ ჩასმით, ე.ი. $\Delta_n(1,0)=0$). თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\sum_{j=1}^{n}\overline{h}_{ij}(o)=1$, ადვილად დავრწმუნდებით, რომ $\lim a_i(z_1)=\lim a_j(z_1)$, როცა $s\to 0$ $(i,j=\overline{1,n})$. შესაბამისად, (2.2.12)-დან მივიღებთ, რომ $\varphi_i(0)=0$ $(i=\overline{1,n})$. ამგვარად, დეტერმინანტი $\Delta\varphi=0$, როცა $s\to 0$, რადგანაც მისი I სტრიქონის ყველა ელემენტი ნულია. იმისათვის, რომ ვიპოვოთ R_i, აუცილებელია გავხსნათ 0/0 სახის განუსაზღვრელობა.

$R_i=\Delta\varphi_i/\Delta'\varphi$ $\quad (x_i^o=\lim x_i(s),\quad z_i^o=(1-x_i^o)\lambda$, როცა $s\to 0$).

სადაც

$$\Delta'\varphi=\begin{vmatrix}\varphi_1'(0), & \ldots, & \varphi_i'(0), & \ldots, & \varphi_n'(0)\\ \varphi_1(z_2^o), & \ldots, & \varphi_i(z_2^o), & \ldots, & \varphi_n(z_2^o),\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \varphi_1(z_n^o), & \ldots, & \varphi_i(z_2^o), & \ldots, & \varphi_n(z_2^o)\end{vmatrix};\Delta\varphi_i=\begin{vmatrix}0, & \ldots, & a_n(0), & \ldots, & 0\\ \varphi_1(z_2^o), & \ldots, & a_n(z_2^o), & \ldots, & \varphi_n(z_2^o),\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \varphi_1(z_n^o), & \ldots, & a_n(z_n^o), & \ldots, & \varphi_n(z_n^o)\end{vmatrix}$$

$$a_i'(0)=(-1)^i\begin{vmatrix}(1-\lambda x_1'(0))\tau_{21}, & \ldots, & -\overline{h}_{n1}(0)\\ x_1'(0)-(1-\lambda x_1'(0))\tau_{22} & \ldots, & -\overline{h}_{n2}(0)\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ (1-\lambda x_1'(0))\tau_{2n}, & \ldots, & 1-\overline{h}_{nn}(0)\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}-\overline{h}_{21}(0) & \ldots, & (1-\lambda x_1'(0))\tau_{n1}\\ 1-\overline{h}_{22}(0) & \ldots, & (1-\lambda x_1'(0))\tau_{n2}\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ -\overline{h}_{2n}(0), & \ldots, & (1-\lambda x_1'(0))\tau_{nn}\end{vmatrix}$$

$$z_i'(0)=1-\lambda x_1'(0),\quad \varphi_i'(0)=z_i'(0)(1+\delta_{i1}a_i/\mu)a_i(0)+[(1-\delta_{i1})a_i+$$

$+(1-\delta_{in})\mu]a'_i(0)-a_i a'_{i-1}(0)-\mu a'_{i+1}(0);\qquad\qquad \tau_{ij}=-\bar{h}'_{ij}(0).$

$\varphi'_i(0)$ და $a'_i(0)$-ის გამოსახულებებში შედის $x'_1(0)$. მისი განსაზღვრისათვის გამოიყენება განტოლება $\Delta_n(x_1(s))=0$. აღვნიშნოთ $\left|\Delta_n^{(i)}(x_1(s))\right|'_{s=o}$-ით დეტერმინანტი, რომელიც განსხვავდება $\Delta_n(x_1(s))$ დეტერმინანტისაგან იმით, რომ მისი i-ური სვეტის ელემენტები წარმოადგენს იმავე სვეტის ელემენტების წარმოებულებს s-ის მიხედვით. მაშინ განტოლება $x'_1(0)$-ის განსაზღვრისათვის მიიღებს სახეს:

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\Delta_n^{(i)}(x_1(s))\right|'_{s=o}=0.$$

სადაც

$$\Delta'_{ni}(1)=\left|\Delta_n^{(i)}(x_1(s))\right|'_{s=o}=\begin{vmatrix} 1-\bar{h}_{11}(0), & -\bar{h}_{21}(0), & ..., & (1-\lambda x'_1(0))\tau_{i1} & ..., & \bar{h}_{n1}(0)\\ -\bar{h}_{12}(0), & 1-\bar{h}_{22}(0), & ..., & (1-\lambda x'_1(0))\tau_{i2} & ..., & -\bar{h}_{n2}(0)\\ ... & ... & ... & ... & ... & ...\\ -\bar{h}_{1i}(0), & -\bar{h}_{2i}(0), & & x'_1(0)+(1-\lambda x'_1(0))\tau_{ii} & ..., & -\bar{h}_{ni}(0)\\ ... & ... & ... & ... & ... & ...\\ -\bar{h}_{1n}(0), & -\bar{h}_{2n}(0), & ..., & (1-\lambda x'_1(0))\tau_{in} & ..., & 1-\bar{h}_{nn}(0)\end{vmatrix}$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\sum_{j=1}^{n}h_{ij}(0)=1$ და დეტერმინანტში I სტრიქონს შევცვლით ყველა სტრიქონის ჯამით, შემდეგ დავშლით მას I სტრიქონის მიხედვით, მივიღებთ:

$$\Delta_{ni}=[\tau_i+(1-\lambda\tau_i)x'_1(0)]\Delta_{n-1}^{(i)}(1)$$

სადაც

$$\Delta_{n-1}^{(i)}(1)=(-1)^{i+1}\begin{vmatrix} -\bar{h}_{12}(0) & 1-\bar{h}_{22}(0) & ... & -\bar{h}_{n2}(0)\\ -\bar{h}_{1i}(0) & -\bar{h}_{2i}(0) & ... & -\bar{h}_{ni}(0)\\ ... & ... & ... & ...\\ -\bar{h}_{1n}(0) & -\bar{h}_{2n}(0) & ... & 1-\bar{h}_{nn}(0)\end{vmatrix}$$

$$\tau_i=\sum_{j=1}^{n}\tau_{ij},\qquad \Delta_o^{(1)}=1,\qquad i=\overline{1,n}.$$

ამ აღნიშვნების შესაბამისად განტოლება $x'_1(0)$-ის განსაზღვრისათვის მიიღებს სახეს:

$$\sum_{i=1}^{n}[\tau_i+(1-\lambda\tau_i)x_1'(0)]\Delta_{n-1}^{(i)}(1)=0.$$

აქედან

$$x_1'(0)=-[\sum_{i=1}^{n}\tau_i\Delta_{n-1}^{(i)}(1)]/[\sum_{i=1}^{n}(1-\lambda\tau_i)\Delta_{n-1}^{(i)}(1)].$$

ასე რომ, ყველა $\Delta_{n-1}^{(i)}(1)$, $i=\overline{1,n}$ სახის დეტერმინანტი დადებითია, ამიტომ $x_1'(0)$-ის ნიშანი განისაზღვრება $(1-\lambda\tau_i)$ $(i=\overline{1,n})$ მამრავლის ნიშნით. სტაციონალური რეჟიმის არსებობისათვის აუცილებელია შესრულდეს პირობა:

$$x_1'(0)<0, \qquad (\sum_{i=1}^{n}(1-\lambda\tau_i)\Delta_{n-1}^{(i)}(1)>0).$$

როცა n=1 $(\Delta_o^{(1)}(1)=1)$, მაშინ მივიღებთ სტაციონალურობის საზოგადოდ ცნობილ პირობას $1-\lambda\tau_i>0.$

2.2.3. მოთხოვნის რიგში ლოდინისა და სისტემაში ყოფნის ვირტუალური დროის განსაზღვრა

აღვნიშნოთ $\widetilde{q}_1(t,u)du$-თი შემდეგი 2 ხდომილობის ალბათობაა:

ა) მმს არ არის t მომენტში შემოსული მოთხოვნის მომსახურების მდგომარეობაში (მომსახურდება სხვა მოთხოვნა ან მმს არის არაქმედითუნარიან მდგომარეობაში); და ბ) (u,u+du) დროის ინტერვალის შემდეგ მმს-ს შეეძლება t მომენტში შემოსული მოთხოვნის მომსახურება, თუ იგი იმყოფება i-ურ მდგომარეობაში.

$R_i(t)$ $(i=\overline{1,n})$-სთვის და დანარჩენი შემთხვევითი სიდიდეებისათვის ძველი აღნიშვნები და განსაზღვრებები იგივე დარჩება. ამ სიდიდეებს შორის ურთიერთკავშირს აქვს შემდეგი სახე:

$$\partial\widetilde{q}_i(t,u)/\partial t=\partial\widetilde{q}_i(t,u)/\partial u-\lambda\widetilde{q}_i(t,u)+\sum_{\nu=1}^{n}\lambda\int_{o}^{u}\widetilde{q}_\nu(t,v)h_{\nu i}(u-v)dv+$$

$$+\sum_{\nu=1}^{n}\lambda R_\nu(t)h_{\nu i}(u)+\delta_{i1}R_i(t)\alpha_1 b(u) \tag{2.2.13}$$

$$R_i'(t)=-[\alpha_1+\lambda+(1-\delta_{in})\mu]R_i(t)+(1-\delta_{in})\alpha_{i+1}(t)R_{i+1}(t)+$$

$$+(1-\delta_{i1})\mu R_{i-1}(t)+\tilde{q}_i(t,0),\quad i=\overline{1,n};\quad b(u)=\mu\exp(-\mu u) \tag{2.2.14}$$

აქ იგულისხმება, რომ $\tilde{q}_1(t,u)du$ -ს $(i=\overline{1,n})$ აქვს უწყვეტი კერძო წარმოებულები ორივე არგუმენტის მიმართ არეში $t>0,\quad u\geq 0$.(4.1.9) და (3.1.10) განტოლებათა სისტემა უნდა ამოიხსნას შემდეგი პირობებისათვის:

$$\tilde{q}_i(0,u)=0,\ \text{როცა}\ u\in(0,\infty),\quad R_n(0),\quad R_i(0)=0,\quad (i\neq j)\,.$$

თუ გამოვიყენებთ ლაპლასის გარდაქმნას (2.2.13)-ისა და (2.2.14)-სათვის ორივე არგუმენტის მიმართ (თავიდან u-ს მიმართ, ხოლო შემდეგ t-ს მიმართ), მარტივი გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ:

$$[s-\omega+\lambda(1-\bar{h}_{ii}(\omega))]\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)-\lambda\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq i}}\bar{\bar{q}}_\nu(s,\omega)\bar{h}_{\nu i}(\omega)=b_i(s,\omega),\quad i=\overline{1,n}$$

სადაც

$$b_i(s,\omega)=\delta_{in}-[s+\alpha_i+\lambda+(1-\delta_{in})\mu]\bar{R}_i(s)+(1-\delta_{in})\alpha_{i+1}\bar{R}_{i+1}(s)+$$

$$+(1-\delta_{i1})\mu\bar{R}_{i-1}(s)+\lambda\sum_{\nu=1}^{n}R_\nu(s)\bar{h}_{\nu i}(\omega)+\delta_{i1}\bar{R}_i(s)\alpha_1\bar{b}(\omega);$$

$$\bar{q}_i(s,0)=\int_o^\infty\tilde{q}_i(t,0)\exp(-st)dt;$$

$$\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)=\int_o^\infty\exp(-s,t)dt\int_o^\infty\exp(-\omega u)du;\quad \bar{b}(\omega)=\mu/(\omega+\mu).$$

ცხადია, რომ მოთხოვნის რიგში ლოდინის ვირტუალური დროის განაწილების ფუნქცია $\bar{\bar{\Phi}}(s,\omega)$ და სისტემაში ყოფნის დროის განაწილების ფუნქცია $\bar{\bar{\Phi}}_1(s,\omega)$ შესაბამისად ტოლია:

$$\bar{\bar{\Phi}}(s,\omega)=\sum_{i=1}^{n}[\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)+\bar{R}_i(s)]/\omega;\qquad \bar{\bar{\Phi}}_1(s,\omega)=\sum_{i=1}^{n}[\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)+\bar{R}_i(s)]\bar{h}_i(\omega)/\omega.$$

რადგანაც $\bar{R}_i(s)$ უკვე განსაზღვრულია, ამიტომ განტოლებათა სისტემა შეიცავს n განტოლებას n უცნობით. მისი ამოხსნის შემდეგ ვიპოვით $\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)$ -ს $(i=\overline{1,n})$, ხოლო სტაციონალური მნიშვნელობა $\bar{q}_i(\omega)=\lim s\bar{\bar{q}}_i(s,\omega)$,

როცა $s \to 0$.

აღვნიშნავთ, რომ იმ შემთხვევაში, როცა არის მოთხოვნათა ნაკადის რამოდენიმე (k) ტიპი, მომსახურება ხდება მოთხოვნის რიგში შემოსვლის მიხედვით, თითოეულ მათგანს აქვს თავისი ინტენსივობა λ_1 და მომსახურების დროის ზოგადი კანონით განაწილების ფუნქცია $F_i(u)$, $(i = \overline{1,n})$, მაშინ მომსახურების ხანგრძლივობის განაწილებად შეიძლება მივიღოთ შეწონილი განაწილება:

$$F(u) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_1 F_i(u)/\lambda, \quad \lambda = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \ .$$

2.3. მსგმ-ს კერძო შემთხვევები და მისი ანალიზის რიცხვითი მაგალითები

მოცემულ ქვეთავში განხილულია მსგმ, რომელსაც არა აქვს დაგროვებადი მტყუნებები $(m = 1, \alpha_o = \alpha_o^o = 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0, \nu = \gamma + \beta)$. გაანალიზებულია აღნიშნული მოდელის კერძო შემთხვევები. ესენია:

I) $\beta = 0, \bar{\gamma}(s) = 1$ და $\bar{f}(s) = 0$ (არა გვაქვს აღმოჩენადი მტყუნება და პერიოდული კონტროლი)

II) $\beta = 0, \quad \gamma = 0, \quad \bar{\gamma}(s) = 1, \quad \bar{g}(s) = 1, \quad \bar{f}(s) = 0, \quad (\tau_{კ} = \tau_{აღ} = 0$. მს იდეალურია).

დისერტაციის თეორიული შედეგები წარმოდგენილია მოსახერხებელი ფორმით უშუალოდ გამოყენებისათვის. ნაშრომში მიღებული ცხადი ფორმულები, რომელთა მიხედვითაც ხდება გამოსაკვლევი სისტემების საჭირო მახასიათებლების გამოთვლა, დამუშავებულია ეგმ-ზე. მიღებული შედეგები წარმოდგენილია ცხრილებში, რომლებშიც მოცემულია სისტემის ეფექტურობის მახასიათებლების დამოკიდებულება მის საწყის პარამეტრებზე ცვლილებების ფართო დიაპაზონში. აღსანიშნავია, რომ განხილული

კომბინაციები ხშირად გვხვდება ჭარბი ტექნიკური სისტემების პროექტირების, ექსპლუატაციისა და მოდერნიზაციისას.

შემდეგში გამოვიყენებთ აღნიშვნებს:

μ - მოთხოვნის მომსახურების ინტენსივობა, როცა იდეალური მს-ის მომსახურების დროის განაწილების ფუნქციას აქვს მაჩვენებლიანი სახე;

ν_1 - მს-ის აღდგენის ინტენსივობა, როცა აღდგენის ფუნქციას აქვს მაჩვენებლიანი სახე:

$g(u) \div \bar{g}(s)$ - მს-ის აღდგენის დროის სიმკვრივე და მისი ლაპლასის გარდაქმნა;

M - მათემატიკური ლოდინის სიმბოლო;

σ - საშუალო კვადრატული გადახრის სიმბოლო:

$L_{ს}$ - სისტემაში მოთხოვნის რაოდენობის მათემატიკური ლოდინი;

$L_{ს.ლ.}$ - სისტემაში მოთხოვნის რაოდენობის მათემატიკური ლოდინი გაანგარიშებული ლითლის ფორმულის მიხედვით;

$T_{ლოდ}$ - მოთხოვნის რიგში ყოფნის მათემატიკური ლოდინი;

$T_{ს}$ - მოთხოვნის სისტემაში ყოფნის მათემატიკური ლოდინი;

$T_{მომ}$ - რეალური მს-ით მოთხოვნის მომსახურების დროის მათემატიკური ლოდინი;

$T_{ს.ლ.}$ -მოთხოვნის სისტემაში ყოფნის მათემატიკური ლოდინი გაანგარიშებული ლითლის ფორმულის მიხედვით;

$n_{ს}$ - სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობა;

$t_{ლოდ}$ - რიგში ლოდინის დრო;

$\tau_{დავ}$ - იდეალური მს-ით მოთხოვნის მომსახურების (დავალების შესრულების) დრო;

$\tau_{კ}$ - კონტროლის დრო;

2.3.1. მსგმ, როცა m=1 (დაგროვებადი მტყუნებების გარეშე) და მისი კერძო შემთხვევები

განვიხილოთ მსგმ 2 სახის მტყუნებით: უწყვეტი აპარატურული კონტროლით აღმოჩენადი მისი წარმოშობისას და პერიოდული კონტროლით აღმოჩენადი. ამასთან თავისუფალი მდგომარეობიდან აქტიურ მდგომარეობაზე გადასვლისას სისტემის ქმედითუნარიანობაზე შემოწმება არ ხდება, ე.ი.

$$m = 1,\ \alpha_o = \alpha_o^o = 0,\ \beta \neq 0,\ \gamma \neq 0,\quad \nu = \gamma + \beta .$$

თუ (2.1.16)-ში ჩავსვამთ $m = 1;\ i, j = 0$ და $\alpha_o = \alpha_o^o = 0,$ მაშინ მივიღებთ:

$$[x - \bar{h}_{oo}(z)]\overline{W}_o^p(x,s) = x[1 - \bar{\tau}_o(s,0)(1 - \bar{g}(z)a_o(s,x) - d_o^{(o)}(s,x))]. \qquad (2.3.1)$$

სადაც

$$a_o(s,x) = \gamma\bar{\eta}_o^{(o)}(y) + \overline{\Omega}_o^{(o)}(z)(\bar{\varepsilon}_o^{(o)}(y) + x\lambda\bar{\eta}_o^{(o)}(y)) - \overline{\Omega}_o^{(o)}(z+\nu)(\bar{\varepsilon}_o^{(o)}(y+\beta) +$$
$$+ x\lambda\bar{\eta}_o^{(o)}(y+\beta));$$

$$d_o^{(o)}(s,x) = \overline{\Omega}_o^{(o)}(z+\nu)(\bar{\varepsilon}_o^{(o)}(y+\beta) + x\lambda\bar{\eta}_o^{(o)}(y+\beta));$$

$$\bar{\eta}_o^{(o)}(y) = (1 - \bar{f}(y))/y; \quad \bar{\varepsilon}_o^{(o)}(y) = \bar{f}(y); \quad \bar{\omega}_o^{(o)}(z) = (1 - \bar{\gamma}(z))/z; \quad \overline{\Omega}_o^{(o)}(z) = \bar{\gamma}(z);$$

$$y = s + \lambda + \gamma; \quad z = s + (1-x)\lambda .$$

$x - \bar{h}_{oo}(z) = 0$ განტოლებიდან ფესვი აღვნიშნოთ $x_o = x_o(s)$ -ით. (2.1.16)-ის თანახმად გვექნება:

$$\bar{\tau}_o(s,0) = 1/[1 - \bar{g}(z_o)a_o(s,x_o) - d_o^{(o)}(s,x_o)] \qquad (2.3.2)$$

(2.3.2)-ში $a_o(s,x_o)$ -ისა და $d_o^{(o)}(s,x_o)$ -ის ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$\bar{\tau}_o(s,0) = 1/[1 - \bar{g}(z_o)(1 - \bar{f}(y))(\gamma + \lambda x_o\bar{\gamma}(z_o))/y - \bar{\gamma}(z_o)\bar{f}(y)\bar{g}(z_o) -$$
$$- (1 - \bar{g}(z_o))\bar{\gamma}(z_o + \nu)(\bar{f}(\alpha_1 + x_o\lambda\frac{1 - \bar{f}(y+\beta))}{y+\beta})]. \qquad (2.3.3)$$

სადაც $z_o = s + (1 - x_o)\lambda .$

ვიცით რა $\bar{\tau}_o(s,0)$, გამოვთვლით შემდეგს:

$$\overline{W}_o^{(q)}(x,s) = \bar{\tau}_o(s,0)[\bar{\varepsilon}_o^{(o)}(y+\beta) + x\lambda\bar{\eta}_o^{(o)}(y+\beta)];$$

$$\overline{\overline{\widetilde{W}}}_o^{(q)}(x,s)=\overline{\tau}_o(s,0)[\overline{\varepsilon}_o^{(o)}(y)+x\lambda\overline{\eta}_o^{(o)}(y)];$$

$$\overline{W}^r(x,s)=a_o(s,x)\overline{\tau}_o(s,0);$$

$$\overline{q}_o(x,s,u)=\overline{\Gamma}(u)e^{-(z+\nu)u}\overline{W}_o^{(q)}(x,s);$$

$$\overline{q}_o^*(x,s,u)=\overline{\Gamma}(u)e^{-zu}[\overline{\overline{\widetilde{W}}}_o^q(x,s)-e^{-\nu u}\overline{W}_o^q(x,s)];$$

$$\overline{r}(x,s,u)=\overline{G}(u)e^{-zu}\overline{W}^r(x,s);$$

$$\overline{P}_o(x,s,u)=\overline{H}_o(u)e^{-zu}\overline{W}_o^P(x,s);$$

$$\overline{P}_0^*(x,s,u)=\overline{H}_0^*(u)e^{-zu}\overline{W}_o^P(x,s);$$

$$\overline{W}_o^P(x,s)=x[1-\overline{\tau}_o(s,0)(1-\overline{g})(z)a_o(s,x)-d_o^o(s,x)]/[x-\overline{h}_{oo}(z)].$$

(1.1)-ის თანახმად გვექნება:

$$\overline{\tau}_o(s)=\overline{\eta}_o^{(o)}(y+\beta)\overline{\tau}_o(s,0); \qquad \overline{\tau}_o^*(s)=[\overline{\eta}_o^{(o)}(y)-\overline{\eta}_o^{(o)}(y+\beta)]\overline{\tau}_o(s,0);$$

$$\overline{q}_o(x,s)=\overline{W}_o^q(x,s)\overline{\varpi}_o^{(o)}(z+\nu); \qquad \overline{q}_o^*(x,s)=\overline{\overline{\widetilde{W}}}_o^q(x,s)\overline{\varpi}_o^{(o)}(z)-\overline{W}_o^q(x,s)\overline{\varpi}_o^{(o)}(z+\nu);$$

$$\overline{r}(x,s)=(1-\overline{g}(z))\overline{W}^r(x,s)/z;$$

$$\overline{P}_o(x,s)=(1-\overline{h}_o(z))\overline{W}_o^P(x,s)/z; \qquad \overline{P}_0^*(x,s)=(1-\overline{h}_0^*(z))\overline{W}_o^P(x,s)/z;$$

$$\overline{L}(x,s)=\overline{\tau}_o(s)+\overline{\tau}_o^*(s)+\overline{P}_o(x,s)+\overline{P}_0^*(x,s)+\overline{r}(x,s)+\overline{q}_o(s)+\overline{q}_o^*(s);$$

$$\omega\overline{\overline{\overline{\Phi}}}_{\text{ლოდ}}(s,\omega)=\overline{\overline{\overline{q}}}_i(s,\omega)+\overline{\tau}_o(s)\{\overline{\gamma}(\omega+\nu)+\overline{g}(\omega)[\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega)-$$
$$-\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega+\nu)]\}+\overline{g}(\omega)\tau_o^*(s)\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega);$$

$$\omega\overline{\overline{\overline{\Phi}}}_{\text{ს}}(s,\omega)=\omega\overline{\overline{\overline{\Phi}}}_{\text{ლოდ}}(s,\omega)\overline{h}_o(\omega).$$

სადაც

$$\overline{\overline{\overline{q}}}_i(s,\omega)=\widetilde{b}_o(s,\omega)/[s-\omega+\lambda(1-\overline{h}_{oo}(\omega))];$$

$$\widetilde{b}_o(s,\omega)=1-(s+\widetilde{\alpha}_o)\overline{\tau}_o(s)+\overline{\tau}_o(s)\{\gamma\overline{g}(\omega)+\lambda\overline{h}_{oo}(\omega)\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega+\nu)+\lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oo}(\omega)[\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega)$$
$$-\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega+\nu)\}+\overline{\tau}_o^*(s)[\gamma\overline{g}(\omega)+\lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oo}(\omega)\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega)];$$

$$\widetilde{\alpha}_o=\gamma+\beta+\lambda.$$

ყველა ზემოთ მოყვანილი ალბათობები შეიცავს $\overline{\tau}_o(s)$-ს. მისი განსაზღვრისათვის აუცილებელია ვიცოდეთ $x_o=x_o(s)=(s+\lambda-z_o)/\lambda$.

ქვემოთ მოყვენილია z_o-ის განსაზღვრის 2 მაგალითი მოთხოვნის მომსახურების დროის მაჩვენებლიანი კანონის მიხედვით განაწილებისას.

1) მს იდეალური (არ მტყუნდება). ამ შემთხვევაში x_o განისაზღვრება შემდეგი განტოლებებიდან:

$$x - \frac{\mu}{\mu + z} = 0, \qquad z = s + (1 - x)\lambda .$$

დადებითი ფესვი, რომელიც აბსოლუტური მნიშვნელობით ნაკლებია 1-ზე, ტოლია:

$$x_o = [\mu + s + \lambda - \sqrt{(\mu + s + \lambda) - 4\mu\lambda}\,]/2\lambda \qquad (2.3.4)$$

ცხადია, რომ:

$$(\mu + s + \lambda)^2 - 4\mu\lambda = (\mu - \lambda)^2 + s^2 + 2\mu s + 2s\lambda > 0; \quad s > 0\,;$$

s ნამდვილი რიცხვია

2) მს ერთი სახის არაგამაუფასურებელი მტყუნებებით:

$$\bar{h}_{oo}(z) = f[z + \gamma(1 - \bar{g}(z))] = -\frac{\mu}{\mu + z + \gamma(1 - \bar{g}(z))}$$

სადაც $\bar{g}(z) = \nu_1/(\nu_1 + z)$

z_o განისაზღვრება შემდეგი განტოლების ამოხსნით:

$$z^3 + (\mu + \nu_1 + \gamma - \lambda - s)z^2 + [\mu\nu_1 - \lambda\nu_1 - \gamma\lambda - (\mu + \nu_1 + \gamma)s]z - \mu\nu_1 s = 0.$$

განტოლებას აქვს 3 ფესვი $z_k(k = \overline{0,2})$ და შესაბამისად 3 მნიშვნელობა. ამ სამი მნიშვნელობიდან $x_k(s)$ $(k = \overline{0,2})$, ყოველი ფიქსირებული ნამდვილი s-თვის, ერთ-ერთი ყოველთვის არის დადებითი ნამდვილი 1-ზე ნაკლები რიცხვი. დანარჩენი 2 ფესვის მოდული ყოველთვის მეტია 1-ზე.

ლაპლასის გარდაქმნაზე გადასვლით ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე გვექნება:

$x_o = (\bar{h}_{oo}(s) + \lambda\bar{h}'_{oo}(s))/(1 + \lambda\bar{h}'_{oo}(s)),$ სადაც $|x_o| < 1,$ როცა $s > 0.$

იმის გათვალისწინებით, რომ $(\bar{h}_{oo}(0) = 1$ როცა $s \to 0$, მივიღებთ $x_o = 1$.

x_o-ის განსაზღვრის შემდეგ ადვილად განისაზღვრება $\bar{\tau}_o(s,0)$.

I) განვიხილოთ კერძო შემთხვევა. დავუშვათ , რომ $\beta = 0,\ \bar{\gamma}(s) = 1,\ \ \bar{f}(s) = 0$ (არა გვაქვს აღმოუჩენადი მტყუნება და

და პერიოდული კონტროლი).

ჩავსვათ აღნიშნული მნიშვნელობები (1.3)-ში იმის გათვალისწინებით, რომ $\bar{\tau}_o(s,0) = y\bar{\tau}_o(s,0)$. მივიღებთ:

$$\bar{\tau}_o(s) = 1/[z_o + \gamma(1-\bar{g}(z_o))];$$

$$\overline{W}_o^P(x,s) = x\frac{y[z_o + \gamma(1-\bar{g}(z_o))] - [z + \gamma(1-\bar{g}(z_o))}{y(x-\bar{h}_{oo}(z))[z_o + \gamma(1-\bar{g}(z_o))]}; \qquad (2.3.5)$$

$$\bar{r}(x,s) = \gamma[1-\bar{g}(z)]\bar{\tau}_o(s)/yz.$$

თუ (2.3.5)-ში დავუშვებთ, რომ $\gamma = 0$ (მს იდეალურია) და მომსახურების დრო განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით, მივიღებთ:

$$\bar{\tau}_o(s) = 1/z_o,$$

(2.3.4) ფორმულიდან განვსაზღვრათ x_0-ს, ხოლო შემდეგ განვსაზღვრათ z_0-ს ზემოთ აღნიშნული გამოსახულებით. ეს შედეგი ემთხვევა ს.ნ. სელეტკოვის, ე. ც. მოროზოვის მიერ მიღებულ შედეგს. [117].

თუ (2.3.5)-ში დავუშვებთ, რომ $\lambda = 0$, მაშინ მივიღებთ აღდგენის პროცესში სისტემაში ყოფნის ალბათობას და აღდგენადი სისტემის მზადყოფნის ფუნქციას:

$$\bar{\tau}_o(s) = 1/[s + \gamma(1-\bar{g}(s))]; \qquad \overline{R}_1(s) = \frac{[(1-\bar{g}(s)]\gamma}{s[s + \gamma(1-\bar{g}(s))]};$$

როცა $\beta = 0, \quad \bar{\gamma}(s) = 1, \quad \bar{f}(s) = 0.$

$\overline{\overline{\overline{q}}}(s,\omega)$-ის მიმართ გვექნება:

$$\overline{\overline{\overline{q}}}_o(s,\omega) = \{1 - [s + \gamma(1-\bar{g}(\omega)) + \lambda(1-\bar{h}_{oo}(\omega))]\}\bar{\tau}_o(s)/s - \omega + \lambda(1-\bar{h}_{oo}(\omega))]. \qquad (2.3.6)$$

ვიპოვოთ იგივე სიდიდეები სტაციონალური რეჟიმისათვის. ამისათვის I რიგში განვსაზღვროთ $\tau_o(0) = \lim\limits_{s\to o} s\tau_o(s,0)$. 0/0 განუსაზღვრელობის გახსნის შემდეგ და იმის გათვალისწინებით, რომ

$$x_o'(0) = dx_o(s)/ds1_{s=0} = -\tilde{\tau}_{oo}/1 - \lambda\tilde{\tau}_{oo},$$

მივიღებთ:

$$\tau_o(0) = \frac{(\gamma+\lambda)\tilde{\alpha}_o(1-\lambda\tilde{\tau}_{oo})}{(\gamma+\lambda)\tau_{აღ}[\tilde{\alpha}_o - \bar{\gamma}(\nu)((\gamma+\beta)\bar{f}(\tilde{\alpha}_o)+\lambda)] + \tilde{\alpha}_o[1-\bar{f}(\gamma+\lambda)+\tau_k(\lambda+\gamma\bar{f}(\gamma+\lambda))]}$$

სადაც $\widetilde{\alpha}_o = \gamma + \beta + \lambda; \quad \tau_{oo} = -\overline{h}_{00}^{'}(0); \qquad \tau_{aR} = -g'(0); \qquad \tau_k = -\gamma^{'}(0);$

ვიცით რა $\tau_o(0)$, გამოვთვლით შემდეგს ალბათობებს:

$$q_o(x,u) = \overline{\Gamma}(u)W_o^q(x)e^{-(z_o^o+\nu)u}; \qquad q_o^*(x,u) = \overline{\Gamma}(u)[\widetilde{W}_o^q(x) - e^{-\nu u}W_o^q(x)]e^{-z_o u};$$

$$P_o(x,u) = \overline{H}_o(u)e^{-z_o^o u}W_o^p(x); \qquad P_o^*(x,u) = \overline{H}_0^*(u)e^{-z_o^o u}W_o^p(x);$$

$$\tau_o(u) = \tau_o(0)\overline{F}(u)e^{-(y_o+\beta)u}; \qquad \tau_o^*(u) = \tau_o(0)\overline{F}(u)e^{-y_o u}(1 - \overline{e}^{\beta u});$$

$$\overline{\tau}_o = \overline{\eta}_o^{(o)}(y_o + \beta)\tau_o(0); \qquad \overline{\tau}_o^* = [\overline{\eta}_o^{(o)}(y_o) - \overline{\eta}_o^{(o)}(y_o + \beta)]\tau_o(0);$$

$$q_o(x) = W_o^q(x)\overline{\omega}_o^{(o)}(z_o^o + \nu); \qquad \overline{q}_o^*(x,s) = \widetilde{W}_o^q(x,s)\overline{\omega}_o^{(o)}(z) - \overline{W}_o^q(x,s)\overline{\omega}_o^{(o)}(z + \nu);$$

$$r(x,u) = \overline{G}(u)e^{-z_o^o u}W^r(x); \qquad r(x) = \frac{1 - \overline{g}(z_o^o)}{z_o^o}W^r(x);$$

$$P_o(x) = \frac{1 - \overline{h}(z_o^o)}{z_o^o}W_o^P(x); \qquad P_0^*(x) = \frac{1 - \overline{h}^*(z_o)}{z_o}W^p(x);$$

სადაც

$$W_o^{(q)}(x) = \tau_o(0)[\overline{\varepsilon}_o^{(o)}(y_o + \beta) + x\lambda\overline{\eta}_o^{(o)}(y_o + \beta)];$$

$$W_o^{(q)}(x) = -x[\tau_o(0)[1 - \overline{g}(z_o)a_o(0,x) - d_o^o(0,x))]/(x - \overline{h}_{oo}(z));$$

$$\widetilde{W}_o^{(q)}(x) = \tau_o(0)[\overline{\varepsilon}_o^{(o)}(y_o) + x\lambda\overline{\eta}_o^{(o)}(y_o)]; \qquad W^r(x) = \alpha_0(0,x)\tau_0(0);$$

$$y_0 = \lambda + \gamma; \qquad z_0^0 = (1 - x_0^0)\lambda$$

შესაბამისად:

$$L(x) = \tau_o + \tau_o^* + P_o(x) + P_0^*(x) + r(x) + q_o(x) + q_o^*(x); \tag{2.3.7}$$

$$\overline{\overline{q}}_o(\omega) = \widetilde{b}_o(\omega)/[-\omega + \lambda(1 - \overline{h}_{oo}(\omega))];$$

$$\begin{gathered}\omega\overline{\Phi}(\omega) = \sum_{k=1}^{8}\omega\Psi_k(\omega) = \overline{\overline{q}}_o(\omega) + \overline{\tau}_o\{\overline{\gamma}(\omega + \nu) + \overline{g}(\omega)[\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega) - \\ - \overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega + \nu)]\} + \overline{g}(\omega)\tau_o^*\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega); \quad \omega\overline{\Phi}_1(\omega) = \omega\overline{\Phi}(\omega)\overline{h}(\omega).\end{gathered} \tag{2.3.8}$$

სადაც

$$\begin{gathered}\widetilde{b}_o(\omega) = -\widetilde{\alpha}_o\tau_o + \tau_o\{\gamma\overline{g}(\omega) + \lambda\overline{h}_{oo}(\omega)\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega + \nu) + \lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oo}(\omega)[\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega) - \\ - \overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega + \nu)]\} + \overline{\tau}_o^*[\gamma\overline{g}(\omega) + \lambda\overline{g}(\omega)\overline{h}_{oo}(\omega)\overline{\Omega}_o^{(o)}(\omega)];\end{gathered}$$

(2.3.7)-ისა და (2.3.8)-ის მარჯვენა ნაწილში შემავალი სიდიდეების ცხად გამოსახულებებს ექნებათ შემდეგი სახე:

$$\tau_o = \frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}\tau_o(0);$$

$$\tau_o^* = [\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o} - \frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\tau_o(0);$$

$$q_o(x) = \tau_o(0)[\bar{f}(y_o+\beta) + x\lambda\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}][\frac{1-\bar{\gamma}(z_o+\nu)}{z_o+\nu}];$$

$$q_o^*(x) = \tau_o(0)\{[\bar{f}(y_o) + x\lambda\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o}]\frac{1-\bar{\gamma}(z_o)}{z_o}\} - q_o(x);$$

$$q_o(x) + q_o^*(x) = \tau_o(0)[\bar{f}(y_o) + x\lambda\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o}]\frac{1-\bar{\gamma}(z_o)}{z_o}; \quad (2.3.9)$$

$$W^r(x) = \{\gamma\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o} + \bar{\gamma}(z_o)[\bar{f}(y_o) + x\lambda\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o} -$$

$$-\bar{\gamma}(z_o+\nu)[\bar{f}(y_o+\beta) + x\lambda\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\}\tau_o(0);$$

$$r(x) = \frac{1-\bar{g}(z_o)}{z_o}W^r(x);$$

$$W_0^p(x) = x\{-1 + \bar{g}(z_o)[\gamma + \lambda x\bar{\gamma}(z_o)]\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o} + \bar{g}(z_o)\bar{\gamma}(z_o)\bar{f}(y_o) +$$

$$+(1-\bar{g}(z_o))\bar{\gamma}(z_o+\nu)[\bar{f}(y_o+\beta) + \lambda x\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\}\tau_o(0)/(x-\bar{h}(z_o));$$

$$P_o(x) = \frac{1-\bar{h}(z_o)}{z_o}W^p(x);$$

$$P_0^*(x) = \frac{1-\bar{h}^*(z_o)}{z_o}W^p(x);$$

$$y_o = \gamma + \lambda; \qquad z_o = \lambda - \lambda x.$$

(2.3.8)-ის გარდაქმნით მივიღებთ:

$$\omega\bar{\Psi}_1(\omega) = \bar{g}(z_o)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}(\bar{\gamma}(\omega) - \bar{\gamma}(\omega+\nu))\tau_o(0); \quad (2.3.10)$$

$$\omega\bar{\Psi}_2(\omega) = \bar{\gamma}(\omega+\nu)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}\tau_o(0);$$

$$\omega\bar{\Psi}_3(\omega) = \bar{g}(w)\bar{\gamma}(\omega)[\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o} - \frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\tau_o(0);$$

$$\omega\overline{\Psi}_4(\omega)=\frac{A(\omega)}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega};$$

$$A(\omega)=\{-1+\bar{g}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\frac{1-f(y_o)}{y_o}(\gamma+\lambda\bar{h}(\omega)\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)))+$$
$$+\bar{g}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\bar{f}(y_o)+(1-\bar{g}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)))\bar{\gamma}(\nu+\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\times$$
$$\times[\bar{f}(y_o+\beta)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\}\tau_o(0);$$

$$\omega\overline{\Psi}_5(\omega)=\bar{g}(\omega)[\frac{\bar{\gamma}(\omega)-\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega}\overline{W}_3(\omega)-\frac{\bar{\gamma}(\omega)-\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)+\nu)}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)+\nu-\omega}\overline{W}_2(\omega)];$$

$$\overline{W}_2(\omega)=[\bar{f}(y_o+\beta)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\tau_o(0);$$

$$\overline{W}_3(\omega)=[\bar{f}(y_o)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o}]\tau_o(0);$$

$$\omega\overline{\Psi}_6(\omega)=\frac{\bar{\gamma}(\omega+\nu)-\bar{\gamma}(\nu+\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega}[\bar{f}(y_o+\beta)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\tau_o(0);$$

$$\omega\overline{\Psi}_7(\omega)=\frac{\bar{g}(\omega)-\bar{g}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega}\overline{\Psi}_4(\omega);$$

$$\overline{W}_4(\omega)=\{[\gamma\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o}+\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\bar{f}(y_o)+\lambda\bar{h}(\omega)\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))\times$$
$$\times\frac{1-\bar{f}(y_o)}{y_o}-\bar{\gamma}(\nu+\lambda-\lambda\bar{h}(\omega))[\bar{f}(y_o+\beta)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\}\tau_o(0);$$

$$\omega\overline{\Psi}_8(\omega)=\bar{g}(\omega)[\bar{f}(y_o+\beta)+\lambda\bar{h}(\omega)\frac{1-\bar{f}(y_o+\beta)}{y_o+\beta}]\times$$
$$\times[\frac{\bar{\gamma}(\omega)-\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)+\nu)}{\nu+\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega}-\frac{\bar{\gamma}(\nu+\omega)-\bar{\gamma}(\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)+\nu)}{\lambda-\lambda\bar{h}(\omega)-\omega}]\tau_o(0).$$

II) განვიხილოთ კერძო შემთხვევა. დავუშვათ, რომ $\beta=0$, $\gamma=0$, $\bar{g}(s)=1$, $\bar{\gamma}(s)=1$ და $\bar{f}(s)=0$ $(\tau_{კ}=\tau_{აღ}=0)$, ე.ი. შემთხვევა, როდესაც მს იდეალურია (არ არის საჭირო პერიოდული კონტროლი და აღდგენა).

იმის გათვალისწინებით, რომ

$\tau_o(0)=\lambda(1-\lambda\tilde{\tau}_{oo})=\lambda(1-\rho);\quad \tau_o=1-\rho;\quad \rho=\lambda\tilde{\tau}_{oo};$

$\tau_o^*(0)=0;\quad W_o^q(x)=x\tau_o(0);\quad \widetilde{W}_o^q(x)=x\tau_o(0);\quad W^r(x)=0;$

$a_o(0,x);\quad d_o^{(o)}(x)=x;\quad W_o^p(x)=-x[(1-x)\tau_o(0)/[x-\bar{h}_{oo}(\lambda-\lambda x)];$

მივიღეთ:

$$L(x) = \bar{\tau}_o + P_o(x) = (1-\rho)(1-x)/[1-x/\bar{h}(\lambda-\lambda x)]; \qquad (2.3.11)$$

$$\Phi(x) = (1-\rho)/[1-(\lambda/\omega)(1-\bar{h}_{oo}(\omega))]. \qquad (2.3.12)$$

(2.3.11) და (2.3.12) ფორმულები ემთხვევა პოლიაჩეკისა და ხინჩინის ცნობილ ფორმულებს.

ქვემოთ მოყვანილია ანალიზური ხერხით $\bar{\tau}_o(s)$ გამოსახულების ორიგინალზე გადასვლის რამოდენიმე მარტივი მაგალითი, როცა $\beta = 0$, $\bar{\gamma}(s) = 1$, $\bar{f}(s) = 0$ და $z_o(s) = s/(1-\rho)$

1) დავუშვათ $\bar{g}(s) = \nu/(s+\nu)$

(2.3.5)-ის შესაბამისად მივიღებთ:

$$\bar{\tau}_o(s) = \frac{[s+(1-\rho)](1-\rho)}{s[s+(1-\rho)(\nu+\gamma)]}.$$

უკუ გარდაქმნის შედეგად მივიღებთ:

$$\tau_o(t) = ae^{-ct} + \frac{b}{c}(1-e^{-ct}); \qquad \tau_o = \lim_{s\to 0} s\bar{\tau}_o(s) = (1-\rho)k_{მზ}$$

სადაც $a = 1-\rho$; $b = a^2\nu$; $c = a(\nu+\gamma)$; $k_{მზ} = 1/(1+\gamma\tau_{მზ})$.

2) $\bar{g}(s) = \exp(-\tau_{აღ})$

(2.3.5)-ის ხელახალი გამოყენების შემდეგ მივიღებთ:

$$\bar{\tau}_o(s) = \frac{1}{\gamma a} + \frac{1}{1-\frac{y}{a}} = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{b}{s+b} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{b}{s+b}\right)^{k+1}\bar{e}^{cks}\right];$$

$$\bar{\tau}_o(t) = \frac{1}{\gamma}[b\bar{e}^{bt} + \sum_{k=1}^{\infty} b^{k+1}\frac{(t-ck)^k}{k!}\bar{e}^{b(t-ck)}](t-ck)$$

$y = \exp(-cs)$; $c = -\tau_{აღ}/1-\rho$; $b = \gamma(1-\rho)$; $a = (s+b)/b$; $\tau_o = (1-\rho)k_{მზ}$.

2.3.2. სტაციონალურ რეჟიმში სისტემის რიცხვითი მახასიათებლების განსაზღვრა

ქვემოთ მოყვანილია რიცხვითი მახასიათებლების მიახლოებითი ფორმულები სისტემაში მოთხოვნის რაოდენობის, რიგში ლოდინის დროის და სისტემაში მოთხოვნის ყოფნის მათემატიკური ლოდინისა და საშუალო

კვადრატული გადახრის განსაზღვრისათვის.

$$L_ს = M[n_ს] = -[L(x)]'_{x=1} \approx [L(x)]'_{x=1-2\Delta} \approx -\frac{1}{\Delta}\{[L(x)]_{x=1-\Delta} - [L(x)]_{x=1-2\Delta}\}; \qquad (2.3.13)$$

$$\sigma(n_ს) = \sqrt{[L(x)]''_{x=1} - L_ს^2} \approx \sqrt{[L(x)]''_{x=1-2\Delta} - L_ს^2} \approx$$
$$\approx \sqrt{\frac{[L(x)]_{x=1-3\Delta} - 2[L(x)]_{x=1-2\Delta} + [L(x)]_{x=1-\Delta}}{\Delta^2} - L_ს^2}; \qquad (2.3.14)$$

$$T_{ლოდ} = M[t_{ლოდ}] = -[\omega\overline{\Phi}(\omega)]'_{\omega=o} \approx -[\omega\overline{\Phi}(\omega)]'_{\omega=\Delta} \approx -\{[\omega\overline{\Phi}(\omega)]'_{\omega=2\Delta} - [\omega\overline{\Phi}(\omega)]'_{\omega=\Delta} / \Delta;$$

(2.3.15)

$$\sigma(t_{ლოდ}) = \sqrt{[\omega\overline{\Phi}(\omega)]''_{\omega=2\Delta} - T_{ლოდ}^2} \approx$$
$$\approx \sqrt{\frac{[\omega\overline{\Phi}(\omega)]_{\omega=\Delta} - 2[\omega\overline{\Phi}(\omega)]_{\omega=2\Delta} + [\omega\overline{\Phi}(\omega)]_{\omega=3\Delta}}{\Delta^2} - T_{ლოდ}^2}; \qquad (2.3.16)$$

$$T_ს = M[t_ს] = -[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]'_{\omega=o} \approx -[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]'_{\omega=\Delta} \approx -\{[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]_{\omega=2\Delta} - [\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]_{\omega=\Delta} / \Delta;$$

(2.3.17)

$$\sigma(t_ს) = \sqrt{[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]''_{\omega=o} - T_ს^2} \approx \sqrt{[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]''_{\omega=2\Delta} - T_ს^2} \approx$$
$$\approx \sqrt{\frac{[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]_{\omega=\Delta} - 2[\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]_{\omega=2\Delta} + [\omega\overline{\Phi}_1(\omega)]_{\omega=3\Delta}}{\Delta^2} - T_ს^2}. \qquad (2.3.18)$$

სადაც Δ დიფერენცირების ბიჯია.

0/0 განუსაზღვრელობის თავიდან აცილების მიზნით წარმოებულები $x=1$ და $\omega=0$ წერტილებში შეცვლილია წარმოებულებით $x=1-2\Delta$, $x=\Delta$ წერტილებში. Δ ცვლილების დიაპაზონი არჩეულია $\Delta = 10^{-3} \div 10^{-5}$, რომელიც უზრუნველყოფს საკმარის სიზუსტეს საძიებელი სიდიდეების განსაზღვრისათვის.

შევნიშნოთ, რომ როცა $m=1$ და იმის გათვალისწინებით, რომ $\tau_o + \overline{\overline{q}}(0) = 1$, გვექნება:

$$T_ს = T_{ლოდ} + T_{დაკ}; \qquad T_{დაკ} = -\overline{h}'_{oo}(0)$$

მიღებული შედეგების შემოწმების მიზნით გამოიყენება ლითლის ფორმულა: $L_ს = \lambda T_ს$

$(2.3.13) \div (2.3.18)$ ფორმულების შესაბამისად და $(2.3.6)$, (2,3,9),

(2.3.10) ფორმულების გათვალისწინებით გაანგარიშებულია სტაციონალური მდგომარეობაში მსგმ-ის ეფექტურობის მაჩვენებლების (სისტემაში მოთხოვნათა რაოდენობა, რიგში ლოდინის დრო და სისტემაში მოთხოვნის ყოფნის დრო) მათემატიკური ლოდინები, როცა m=1. ამასთან გვაქვს შემდეგი საწყისი პირობები:

$$\bar{\gamma}(s) = e^{-s\tau_{კ}} \quad \bar{f}(s) = e^{-sT_n} \qquad \bar{g}(s) = \mu/(s+\mu); \qquad \bar{f}(s) = e^{-sT_n}$$

იდეალური მს-ით მოთხოვნის მომსახურების დრო წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს და უდრის $\tau_{დავ}$, ე.ი. $\bar{f}(s) = e^{-sT_{დავ.}}$

ცხრილებში 1÷8 მოცემულია ყველა საძიებელი სიდიდის რიცხვითი მნიშვნელობები, როცა $\tau_{დავ} = 0,1$ და $\tau_{დავ} = 0,2$; $\tau_{კ} = 0,0161$, $\gamma = 1$, $\beta = 1$, $\mu = 2$, $\Delta = 0,001$ λ-ზე დამოკიდებულებით. (m=1 შემთხვევაში).

მიღებული შედეგები შემოწმებულია ლითლის ფორმულით, რაც ადასტურებს თეორიული შედეგების სისწორეს.

ცხრილი 1

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დავ} = 0,1$ და $\lambda = 0,5$

$\tau_{დავ} = 0,1; \tau_{კ} = 0,0167; \tau_{ალ} = 0,5; \gamma = 1; \nu_1 = 2; \beta = 1; \Delta = 0,001; m = 1$					
	T_n	$L_{ს}$	$T_{ლოდ}$	$T_{ს}$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 0,5$	0,1	0,183	0,173	0,367	0,366
	0,2	0,187	0,182	0,375	0,374
	0,3	0,191	0,190	0,384	0,382
	0,4	0,195	0,197	0,392	0,39
	0,5	0,98	0,203	0,399	0,396
	0,6	0,201	0,209	0,405	0,402
	0,7	0,204	0,215	0,408	0,407
	0,8	0,206	0,219	0,413	0,412
	0,9	0,208	0,224	0,418	0,416
	1	0,21	0,228	0,423	0,42

ცხრილი 2

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დაგ} = 0{,}1$ და $\lambda = 1$

	T_n	$L_ს$	$T_{ლოდ}$	$T_ს$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 1$	0,1	0,393	0,2	0,394	0,393
	0,2	0,401	0,20	0,403	0,402
	0,3	0,409	0,216	0,41	0,409
	0,4	0,415	0,223	0,427	0,416
	0,5	0,421	0,229	0,422	0,421
	0,6	0,426	0,234	0,427	0,427
	0,7	0,431	0,238	0,432	0,431
	0,8	0,435	0,242	0,436	0,435
	0,9	0,438	0,246	0,492	0,439
	1	0,441	0,249	0,443	0,441

ცხრილი 3

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დაგ} = 0{,}1$ და $\lambda = 1{,}5$

	T_n	$L_ს$	$T_{ლოდ}$	$T_ს$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 1{,}5$	0,1	0,64	0,235	0,428	0,427
	0,2	0,653	0,243	0,436	0,436
	0,3	0,663	0,25	0,444	0,443
	0,4	0,673	0,256	0,4491	0,449
	0,5	0,681	0,261	0,455	0,454
	0,6	0,687	0,266	0,459	0,459
	0,7	0,693	0,27	0,463	0,462
	0,8	0,698	0.273	0,467	0,466
	0,9	0,702	0,276	0,469	0,468
	1	0,705	0,278	0,473	0,471

ცხრილი 4

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{\text{დავ}} = 0,1$ და $\lambda = 2$

	T_n	$L_{\text{ს}}$	$T_{\text{ლოდ}}$	$T_{\text{ს}}$	$T_{\text{ს.ლ.}}$
	0,1	0,944	0,280	0,474	0,473
	0,2	0,960	0,288	0,482	0,481
	0,3	0,973	0,295	0,487	0,487
	0,4	0,984	0,3	0,494	0,493
$\lambda=2$	0,5	0,994	0,305	0,499	0,498
	0,6	1,002	0,309	0,503	0,502
	0,7	1,008	0,312	0,506	0,505
	0,8	1,013	0,315	0,508	0,507
	0,9	1,017	0,317	0,51	0,509
	1	1,021	0,318	0.51	0,511

ცხრილი 5

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{\text{დავ}} = 0,2$ და $\lambda = 0,5$

$\tau_{\text{დავ}} = 0,2;\ \tau_{\text{ც}} = 0,0167;\ \gamma = 1;\ \nu_1 = 2;\ \tau_{\text{ალ}} = 0,5;\ \beta = 1;\ \Delta = 0,001;\ m = 1$					
	T_n	$L_{\text{ს}}$	$T_{\text{ლოდ}}$	$T_{\text{ს}}$	$T_{\text{ს.ლ.}}$
	0,1	0,341	0,257	0,683	0,682
	0,2	0,346	0,265	0,692	0,691
	0,3	0,349	0,273	0,6992	0,699
	0,4	0,353	0,280	0,707	0,706
$\lambda = 0,5$	0,5	0.356	0,286	0,714	0,713
	0,6	0,359	0,293	0,718	0,719
	0,7	0,362	0,298	0,724	0,724
	0,8	0,364	0,303	0,728	0,729
	0,9	0,367	0,307	0,734	0,733
	1	0,369	0,311	0,738	0,737

ცხრილი 6

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დაგ} = 0,2$ და $\lambda = 1$

	T_n	$L_ს$	$T_{ლოდ}$	$T_ს$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 1$	0,1	0,8965	0,440	0,867	0,866
	0,2	0,674	0,449	0,875	0,875
	0,3	0,881	0,456	0,883	0,882
	0,4	0,888	0,463	0,89	0,889
	0,5	0,894	0,469	0,896	0,895
	0,6	0,899	0,474	0,91	0,900
	0,7	0,904	0,479	0,905	0,904
	0,8	0,907	0,483	0,909	0,908
	0,9	0,911	0,486	0,913	0,912
	1	0,914	0,489	0,916	0,915

ცხრილი 7

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დაგ} = 0,2$ და $\lambda = 1,5$

	T_n	$L_ს$	$T_{ლოდ}$	$T_ს$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 1,5$	0,1	1,895	0,840	1,267	1,266
	0,2	1,907	0,849	1,276	1,275
	0,3	1,918	0,856	1,283	1,282
	0,4	1,927	0,862	1,288	1,288
	0,5	1,935	0,867	1,292	1,293
	0,6	1,941	0,872	1,295	1,297
	0,7	1,947	0,875	1,303	1,301
	0,8	1,952	0,879	1,306	1,305
	0,9	1,956	0,881	1,307	1,307
	1	1,959	0,884	1,311	1,310

ცხრილი 8

მსგმ-ის ეფექტურობის რიცხვითი მაჩვენებლები, როცა $\tau_{დაყ} = 0{,}2$ და $\lambda = 2$

	T_n	$L_ს$	$T_{ლოდ}$	$T_ს$	$T_{ს.ლ.}$
$\lambda = 2$	0,1	5,577	2,387	2,314	2,813
	0,2	5,593	2,395	2,823	2,821
	0,3	5,606	2,402	2,829	2,828
	0,4	5,617	2,408	2,935	2,833
	0,5	5,626	2,412	2,839	2,838
	0,6	5,634	2,416	2,843	2,842
	0,7	5,640	2,419	2,846	2,845
	0,8	5, 645	2,422	2,849	2,848
	0,9	5, 649	2,424	2,851	2,850
	1	5,653	2,426	2,853	2,851

2.4. ერთ და ორპროცესორიანი (ორმანქანიანი) გს-ის ფუნქციონირების ანალიზი და საიმედოობის გაანგარიშების განზოგადებული მოდელი

2.4.1. მომსახურების რეჟიმში სისტემის ფუნქციონირება

მოცემულ სამუშაოში განხილულია მმს, რომელიც არის უფრო ზოგადი სტრუქტურის, ვიდრე ლიტერატურაში ცნობილი სტრუქტურები. მოთხოვნის მომსახურების დაწყებისა და დამთავრების მომენტები წარმოადგენს მარკოვის რთულ პროცესებს, რომლებიც შეიცავს მტყუნებებს. აღნიშნული გარემოება საშუალებას იძლევა მომსახურების პროცესში სისტემის მუშაობის აღწერისათვის შემოვიტანოთ ფუნქცია $H_{ij}(u)$. იგი წარმოადგენს ალბათობას იმისას, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთავრდება u-ზე ნაკლებ დროში. ამასთან მს იმყოფება j მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურება დაიწყო i მდგომარეობაში (i არის

დაგროვილი მტყუნებების რაოდენობა მომსახურების დასაწყისში, ხოლო j-მომსახურების ბოლოს). ფუნქცია $H_{ij}(u)$-ის შემოტანით შესაძლებელი გახდა ისეთი მოდელის შექმნა, რომელშიც მს მტყუნდება მხოლოდ თავისუფალ მდგომარეობაში.

განვსაზღვროთ $H_{ij}(u)$-ს გამოსახულება კერძო მოდელისათვის. იმისათვის, რომ მოთხოვნის მომსახურებაზე დროის დანაკარგები იყოს მინიმალური, მოთხოვნის დამუშავების პროგრამა იყოფა n ეტაპად (ნაწილად). დამუშავების სისწორე მოწმდება უწყვეტად და მომდევნო ეტაპზე გადასვლა ხდება მას შემდეგ, როცა წინა ეტაპი სწორად იქნება დამუშავებული. ყოველი ეტაპის ბოლოს დამუშავების შედეგები დამახსოვრებული იქნება დამმახსოვრებელ მოწყობილობაზე, სადაც ისინი არ განიცდის ცვლილებებს.

მს მოთხოვნის დამუშავების პროცესში მტყუნდება β ინტენსივობით. მტყუნების ინტენსივობა არ არის დამოკიდებული სისტემის მდგომარეობაზე. m რაოდენობის მტყუნების დაგროვებისას მს გადადის აღდგენის მდგომარეობაში. აღდგენის შემდეგ თავიდან იწყება მტყუნების გამო შეწყვეტილი ეტაპის დამუშავება. აღდგენის დრო განაწილებულია ზოგადი კანონით $G(u)$. ყოველი ეტაპის დამუშავების დრო, დამუშავების შედეგების დამახსოვრებაზე დაკარგული დროის გათვალისწინებით, განაწილებულია ზოგადი კანონით $B(u)$.

თავდაპირველად გამოვიყვანოთ რეალური დროის განაწილების ფუნქციის (რდგფ) გამოსახულება ერთი ეტაპის დამუშავებისათვის განსახილველი მოდელის საიმედოობისა და განსაკუთრებულობის გათვალისწინებით.

ერთი ეტაპის დამუშავების რდგფ აღვნიშნოთ $H_{ij}(1,t)$-ით, ხოლო n ეტაპისაგან შედგენილი მოთხოვნის დამუშავებისა $H_{ij}(n,t)$-თი.

$$H_{ij}(1,t)=\int_{o}^{t}[\beta(\beta u)^{m-i-1}/(m-i-1)!]e^{-\beta u}[1-B(u)]du\times$$

$$\times\int_o^t H_{oj}(1,t-u-v)dG_1(v)+\delta_{ij}\int_o^t \exp(-\beta u)dB(u),\quad i\geq j;$$

$$H_{ij}(1,t)==\int_o^t[\beta(\beta u)^{j-i-1}\exp(-\beta u)/(j-i-1)!du\int_o^{t-u}e^{-\beta v}d_v B(u+v)+$$

$$+\int_o^t[\beta(\beta u)^{m-i-1}e^{-\beta u}\ /(m-i-1)!\times[1-B(u)]du\int_o^{t-u}H_{oj}(1,t-u-v)dG_1(v),\quad i<j.$$

ავხსნათ მიღებული გამოსახულება.

პირველი წევრი არის ერთობლივი ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის დამუშავების პროგრამის ერთ-ერთი ეტაპის შესრულება მს-მ დაიწყო i-ურ მდგომარეობაში; $(u,u+du)$ დროის ინტერვალში ადგილი ჰქონდა m რაოდენობის მტყუნებას, რის შედეგადაც მს-მ შეწყვიტა მუშაობა და გადავიდა აღდგენის მდგომარეობაში; (u+v, u+v+dv) დროის ინტერვალში მს-ის აღდგენა დამთავრდა და დაიწყო ეტაპის ხელახალი დამუშავება i=0 მდგომარეობაში მყოფმა სისტემამ (მს-ის მდგომარეობა, როცა ყველა მტყუნება ლიკვიდირებულია); ეს დამუშავება დამთავრდება (t-u-v)-ზე ნაკლებ დროში, ამასთან მს იქნება i-ურ მდგომარეობაში.

მეორე წევრი არის ალბათობა იმისა, რომ ეტაპის დამუშავების პროცესში მტყუნება არ წარმოქმნილა (ამ წევრს ადგილი აქვს მაშინ, როცა i=j).

ლაპლას-სტილტესის შესაბამის გარდაქმნას აქვს სახე:

$$\overline{H}_{ij}(1,z)=(-1)^{m-i-1}[\beta^{m-i}/(m-i-1)!]\overline{g}_1(z)\overline{H}_{oj}(z)/z^{m-i-1}\times$$

$$\times[(1-\overline{b}(z+\beta))]/z^{m-i-1}+\delta_{ij}\overline{b}(z+\beta)/z,\quad i\geq j;$$

$$\overline{H}_{ij}(1,z)=(-1)^{j-i}[\beta^{j-i}/(j-i)!]/z^{j-i}\overline{b}(z+\beta)/z^{j-i}+$$

$$+(-1)^{m-i-1}[\beta^{m-i}/m-i-1)!\overline{g}_1(z)\overline{H}_{oj}(z)/z^{m-i-1}\times[(1-\overline{b}(z+\beta))/(z+\beta)]/z^{m-i-1},\quad i<j$$

სადაც

$$\overline{H}_{ij}(1,z)=\int_o^\infty H_{ij}(1,z)\exp(-zt)dt,\quad \overline{g}_1(z)=\int_o^\infty \exp(-zt)dG_1(t),\quad \overline{b}(z)=\int_o^\infty \exp(-zt)dB(t).$$

$H_{ij}(n,z)$-სა და $h_{ij}(n,s)$-თვის ადგილი აქვს შემდეგ თანაფარდობებს:

$$H_{ij}(v,t)=\sum_{k=o}^{m-1}\int_o^t H_{kj}(v-1,t-u)dH_{ik}(1,u), \tag{2.4.1}$$

$$\overline{h}_{ij}(v,z)=\sum_{k=o}^{m-1}\overline{h}_{ik}(1,z)\overline{h}_{ki}(v-1,z),\quad i,j=\overline{0,m-1},\quad v=\overline{2,n}.$$

გვეცოდინება რა $h_{ij}(1,z)$ (2.4.1)-ის მრავალჯერადი გამოყენებით $(v=2,3...)$ ვიპოვით $h_{ij}(n,z)$ -ს.

ზემოთ ჩამოყალიბებული მეთოდი ადვილად გადაიტანება მს-ის სხვადასხვა სახის რეზერვირების რეჟიმში ფუნქციონირებაზე და პარალელურ მომსახურებაზე (მს-ის ყველა მოწყობილობა ერთდროულად ემსახურება ერთი მოთხოვნის დამუშავებას), კონტროლის სხვადასხვა სახეზე (პერიოდული, უწყვეტი, კომბინირებული). მოთხოვნის დამუშავების სხვადასხვა წესის გათვალისწინებით (თავიდან მომსახურება, შეწყვეტილი ადგილიდან მომსახურება ან წინასწარ დადგენილი ადგილიდან მომსახურების გაგრძელება და ა.შ).

2.4.2. ორპროცესორიანი (ორმანქანიანი) გამოთვლითი სისტემის მიერ დავალების შესრულების შესაძლებლობის საკითხისათვის მისი საიმედოობის გათვალისწინებით

განვიხილოთ პარალელური ტიპის ორპროცესორიანი (ორმანქანიანი) გამოთვლითი სისტემა, რომელიც ასრულებს ერთ დიდ ამოცანას. ასეთ ამოცანებს მიეკუთვნება, მაგ. დინამიური სისტემის ამოხსნა ამინდის პროგნოზისათვის, ეკონომიკის დაბალანსების საკითხი, საინფორმაციო-საძიებო ამოცანების გადაწყვეტა, საწარმოების და სამეცნიერო ობიექტების მართვის საკითხების გადაჭრა და სხვა. პარალელური ტიპის გამოთვლითი სისტემა ხასიათდება მაღალი საიმედოობით. მისი გამოყენებით მიიღწევა მწარმოებლობის მკვეთრი ამაღლება.

რამდენადაც მრავალმანქანიანი სისტემები აპარატურული საიმედოობის გათვალისწინებით ნაკლებად შესწავლილია, ამიტომ აქ განვიხილავთ ასეთი სისტემის მიერ მოცემულ დროში დავალების შესრულების შესაძლებლობის საკითხს მისი საიმედოობის გათვალისწინებით.

ვიგულისხმოთ, რომ ამოცანის ამოხსნის დრო წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდე, რომელიც განაწილებულია ნებისმიერი კანონით. დრო დაყოფილია 2n რაოდენობის ტოლ ნაწილად. კენტი ნაწილები ამოიხსნება ერთი ეგმ-ით, ხოლო ლუწი-მეორეთი. ყოველ ეგმ-ს შეუძლია გამოიყენოს მეორის შედეგი. დრო, რომლის განმავლობაშიც მთლიანად სრულდება 2i-1 და 2i ნაწილები, განსაზღვრავს ამოცანის ამოხსნის i-ურ ეტაპს. შეფერხებების ინტენსივობა არის λ_1, მტყუნებებისა – λ_2. შეფერხებები და მტყუნებები განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონის მიხედვით. შეფერხების შემდეგ დროის დანაკარგი მიდის მხოლოდ არასწორად გამოთვლილი ეტაპის გადაანგარიშებაზე. ერთი ეგმ-ის მტყუნების შემდეგ დროის დანაკარგი გვექნება არასწორად გამოთვლილი ეტაპის გადაანგარიშებაზე და ეგმ-ის აღდგენაზე. ორმანქანიანი გამოთვლითი სისტემის მტყუნების შემდეგ დროის დანაკარგი მიდის პროგრამის თავიდან გადაანგარიშებაზე და გამოთვლითი სისტემის აღდგენაზე. რემონტის დრო განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით μ ინტენსივობით. ამოცანის ცალკეული ნაწილების ამოხსნის დრო წარმოადგენს დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეს F(t) განაწილებით.

ასეთი ორმანქანიანი გამოთვლითი სისტემის მოდელისათვის ამოცანის ამოხსნის დროის განაწილების ფუნქცია შეიძლება განვსაზღვროთ ინტეგრალური განტოლებების შემდეგი სისტემის ამოხსნით:

$$\psi_j(t)=\int_o^t d\Gamma^{(2)*}_{n-j+1}(u)\exp[-2u(\lambda_1+\lambda_2)]+\sum_{i=1}^{n-j+1}\sum_{k=1}^{n-j-i+2}2\lambda_2\mu\int_o^t\Gamma^{(2)}_{i-1}(x_1)\times$$

$$\times\exp[-2x_1(\lambda_1+\lambda_2)]dx_1\int_o^{t-x_1}\Gamma^{(1)}_{k-1}(x_2)\psi_{j+i+k-2}(t-x_1-x_2)\times$$

$$\times\exp[-x_2(\mu+\lambda_2)]dx_2+\sum_{i=1}^{n-j+1}2\lambda_2\int_o^t\Gamma_{i-1}^{(2)}(x_1)\exp[-2x_1(\lambda_1+\lambda_2)]\times$$

$$\times dx_1\int_o^{t-x_1}\exp[-x_2(\mu+\lambda_2)]d\Gamma_{n-j-i+2}^{(1)}(x_2)+\sum_{i=1}^{n-j+1}\sum_{k=1}^{n-j-i+2}2\lambda_2^2\times$$

$$\times\int_o^t\Gamma_{i-1}^{(2)}(x_1)\exp[-2x_1(\lambda_1+\lambda_2)]dx_1\int_o^{t-x_1}\Gamma_{k-1}^{(1)}(x_2)\times$$

$$\times\exp[-x_2(\mu+\lambda_2)]dx_2\int_o^{t-x_1-x_2}\psi_1(t-x_1-x_2-x_3)dG(x_3/x_2)+$$

$$+\sum_{i=1}^{n-j+1}2\lambda_1\int_o^t\Gamma_{i-1}^{(2)}(x_1)\psi_{j+i-1}(t-x_1)\exp[-2x_1(\lambda_1+\lambda_2)]dx_1;\qquad j=\overline{1,n+1}\quad(2.4.2)$$

სადაც $\psi_j(t)$-ამოცანის t-ზე ნაკლებ დროში ამოხსნის ალბათობის განაწილების ფუნქცია, თუ ამოცანის ამოხსნა დაიწყო j-ური ეტაპიდან და თავდაპირველად ორივე ეგმ გამართული იყო.

$$\Gamma^{(2)}(t)=p(T_i<t)=p[\max(T_{2i-1},T_{2i})<t]=F_{2i-1}(t)F_{2i}(t)=F^2(t)$$

T_i - დრო, რომლის განმავლობაშიც მთლიანად შესრულდა 2i-1 და 2i ნაწილები (i-ური ეტაპის შესრულების დრო) 2 ეგმ-ის მიერ; n – ეტაპების რაოდენობა; $\Gamma_{n-j+1}^{(2)*}(u)$ არის $\Gamma^{(2)}(u)$-ის n-j+1 ჯერადი ნახვევი; $\Gamma_{k-1}^{(1)}(u)$-ერთი ეგმ-ის მიერ k-1 ეტაპის u დროის განმავლობაში შესრულების ალბათობა შეფერხებების არსებობისას (ყოველი მომდევნო 2 ეტაპი ითვლება ერთ ეტაპად); $dG(x_3/x_2)$-პირველი და მეორე ეგმ-ის რემონტის დამთავრების პირობითი ალბათობები, თუ ცნობილია, რომ პირველი ეგმ-ის გარემონტებას დასჭირდა x_2 დრო.

ერთი ეგმ-ის მიერ k-1 ეტაპის u დროში შესრულების ალბათობა შეფერხებების არსებობისას λ_1 ინტენსივობით განისაზღვრება შემდეგნაირად [34]:

$$\Gamma_{k-1}^{(1)}(u)=\psi_{k-1}^{(1)}(u)-\psi_k^{(1)}(u)$$

სადაც $\psi_i^{(1)}(u)$ - i-ური ეტაპისაგან შედგენილი დავალებების ამოხსნის დროის ალბათობის განაწილება, როცა მუშაობს ერთი ეგმ და არ არის მტყუნებები.

დაწვრილებით ავხსნათ (2.4.2)-ის ერთ-ერთი შესაკრები, დავუშვათ მეოთხე შესაკრები: ერთ-ერთმა ეგმ-მა პირველად განიცადა მტყუნება დროის x1 მომენტში, ხოლო შეფერხებებს არ ჰქონდა ადგილი - $2\lambda_2\exp[-2(\lambda_1+\lambda_2)x_1]dx$; x1 მომენტამდე ორივე ეგმ მუშაობდა ერთად და შეასრულა i-1 ეტაპი $\Gamma_{k-1}^{(1)}(x_2)$; x2 დროის განმავლობაში მტყუნება განიცადა მეორე მანქანამაც - $-\lambda_2\exp(-\lambda_2 x_2)dx_2$, რომელმაც შეასრულა k-1 ეტაპი შეფერხებების არსებობისას - $\Gamma_{k-1}^{(2)}(x_2)$; გაუმართავი ეგმ-ის აღდგენა x2 დროში არ დამთავრებულა – exp(-μ x_2); ორივე ეგმ-ის რემონტს დასჭირდა x3 დრო–$dG(x_3/x_2)$. შემდეგ ისინი ერთდროულად ჩაერთო მუშაობაში და დაიწყო მთელი პროგრამის თავიდან გადაანგარიშება, რომელიც დამთავრდა $t-x_1-x_2-x_3$ დროის განმავლობაში.

(3.2.1)-ის მიმართ გამოვიყენოთ ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნა:

$$\varphi_j(s)=s^{-1}\gamma^{n-j+1}(\nu)+2\lambda_2\mu(\nu\nu_1)^{-1}[1-\gamma(\nu)](1-b_o)\sum_{i=1}^{n-j+1}\sum_{k=1}^{n-j-i+2}\gamma_{(\nu)}^{i-1}b_o^{k-1}\times$$

$$\times\varphi_{j+i+k-2}(s)+2\lambda_2[1-\gamma(\nu)]b_o\left[\gamma^{n-j+1}(\nu)-b_o^{n-j+1}\right][\nu s[\gamma(\nu)-b_o]]^{-1}+$$

$$+2\lambda_1\nu^{-1}[1-\gamma(\nu)]\sum_{i=1}^{n-j+1}\gamma^{i-1}(\nu)\varphi_{j+i-1}(s)+\left[2\lambda_2^2 g(s)(\nu_1\nu)^{-1}[1-\gamma(\nu)]\times\right.$$

$$\left.\times(1-b_o)\sum_{i=1}^{n-j+1}\sum_{k=1}^{n-j-i+2}\gamma^{i-1}(\nu)b_o^{k-1}\right]\varphi_1(s);\quad j=\overline{1,n+1};\tag{2.4.3}$$

სადაც $\varphi_j(s)=\int_o^\infty\psi_j(t)\exp(-st)dt;\quad f(s)=\int_o^\infty\exp(-st)dF(t);$

$$\gamma(s)=\int_o^\infty\exp(-st)d\Gamma^{(2)}(t);\quad g(s)=\int_o^\infty\exp(-st)dG(x_3/x_2)$$

$$\nu=s+2(\lambda_1+\lambda_2);\quad \nu_1=s+\mu+\lambda_2.\quad p=s+\lambda_1+\lambda_2+\mu$$

$$a_o=\lambda_1 p^{-1}[1-f(p)];\quad b_o=f(p)(1-a_o)^{-1};$$

$\varphi_{n+1}(s)=s^{-1}$ გათვალისწინებით და (2.4.3) სისტემის გარდაქმნის შემდეგ $\varphi_j(s)$-ის მიმართ მივიღებთ:

$$a_1\varphi_j(s)+a_2\varphi_{j+1}(s)+a_3\varphi_{j+2}(s)+b\varphi_1(s)=$$

$$a_1\varphi_{n-1}(s)+a_2\varphi_n(s)+b\varphi_1(s)=-\frac{a_3}{s};$$

$$a_1\varphi_n(s)+b\varphi_1(s)=\frac{d_n}{s};\quad j=\overline{1,n-2}, \tag{2.4.4}$$

სადაც

$$m=\lambda_2\mu(\nu_1\lambda_1)^{-1};\quad b_1=2\lambda_1\nu_1^{-1}[1-\gamma(\nu)];\quad d_n=\gamma(\nu)+\lambda_2 b_o b_1\lambda_1^{-1};$$

$$a_1=mb_1(b_o-1);\ a_2=b_o(b_1-1)-\gamma(\nu);\quad a_3=b_o\gamma(\nu);\quad b=\lambda_2^2 g(s)b_1(m-1)(\lambda_1\nu_1)^{-1}.$$

(2.4.4) სისტემის ამოხსნა $\phi_1(s)$-ის მიმართ ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\varphi_1(s)=\left[a_1^n+(-1)^{n-1}b\sum_{k=1}c_{k-1}\right]\left[\frac{d_n}{s}c_{n-1}-\frac{a_3}{s}c_{n-2}\right]^{-1}$$

$$c_{m-1}=(-a_1)^{m-1}c^*_{m-1};\quad c^*_{m-1}=\sum_{k=1}^{m-1}A_k c^*_{m-k-1},\quad m=2,3...$$

სადაც

$$c^*_o=1;\quad c^*_1=A_1;\quad c^*_2=\begin{vmatrix}A_1 & A_2\\ -1 & A_1\end{vmatrix}\quad .\ \text{და ა. შ.}$$

$$A_1=-\frac{a_2}{a_1};\quad A_2=-\frac{a_3}{a_1}$$

ვიცით რა $\varphi_1(s)$, შესაძლებელია განვსაზღვროთ პარალელურად მომუშავე ორი გამოთვლითი მანქანის მიერ დავალების შესრულების დროის ყველა რიცხვითი მახასიათებელი მათი საიმედოობის გათვალისწინებით.

ჩატარებულ გამოკვლევას დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს ორპროცესორიანი (ორმანქანიანი) გამოთვლითი სისტემის ძირითადი პარამეტრების სწორად შერჩევისათვის პროექტირების სტადიაზე და გამოთვლითი პროცესის ოპტიმალური ორგანიზაციისათვის ექსპლუატაციის პერიოდში.

2.4.3.კონტროლირებადი სისტემის საიმედოობის საკითხი

რთულ თანამედროვე ტექნიკურ სისტემებში (ეგმ და სხვა) კონტროლი სისტემის გამართულობაზე ხორციელდება როგორც უწყვეტად მისი ფუნქციონირების პროცესში (აპარატურული ან პროგრამული კონტროლი), ასევე პერიოდულად – დროის განსაზღვრული ინტერვალის შემდეგ. ეგმ-ზე უწყვეტი კონტროლით მოწმდება გამოთვლების სისწორე და თუ აღმოჩნდება გაუმართაობა (აღმოჩენადი მტყუნება-პირველი სახე), მაშინ ეგმ გადაეცემა აღდგენაზე. მუშაობა აღდგება. რის შემდეგაც ხელახლა სრულდება პროგრამის განსაზღვრული ნაწილი. რიგი მიზეზების გამო უწყვეტი კონტროლი ყველა შეცდომას ვერ აღმოაჩენს და ამიტომ იგი არ წარმოადგენს აბსოლუტურად სარწმუნოს.

აღნიშნულის გამო კონტროლირებად სისტემებში მაგ. ეგმ-ში შეიძლება წარმოიშვას არააღმოჩენადი მტყუნებები (მეორე სახე). პერიოდული კონტროლით აღმოჩნდება ის მტყუნებები (არააღმოჩენადი მტყუნებები), რომლებიც არ აღმოჩნდა უწყვეტი კონტროლით. ეგმ გააგრძელებს გამოთვლას მანამ, სანამ არ წარმოიშობა აღმოჩენადი მტყუნება ან არ დადგება პერიოდული კონტროლის დრო. როგორც პირველ, ასევე მეორე შემთხვევაში ეგმ შემოწმდება, დადგინდება მტყუნების სახე (თუ ამას ადგილი აქვს), იგი გადაეცემა აღდგენაზე. რის შემდეგაც ეგმ-ის მუშაობა აღდგება და მოხდება პროგრამის არასწორი ნაწილის გაშვება.

ზემოთ აღნიშნულთან დაკავშირებით მნიშვნელოვანია გამოვიკვლიოთ კონტროლირებადი სისტემის საიმედოობაზე უწყვეტი კონტროლის მახასიათებლების, პერიოდული კონტროლის ხანგრძლივობის და მისი პერიოდულობის გავლენა. ქვემოთ განვიხილავთ სისტემას რაიმე არსებითი გამარტივების გარეშე. იგი წარმოადგენს ხანგრძლივი მოქმედების აღდგენად სისტემას, რომელიც გამოიყენება უწყვეტ რეჟიმში [113].

დავუშვათ სისტემაში მუშა რეჟიმში წარმოიშობა მტყუნებები α

ინტენსივობით-აღმოჩენადი და β ინტენსივობით – არააღმოჩენადი უწყვეტი კონტროლით. ორივე შემთხვევებში მტყუნებებს შორის დრო არის მაჩვენებლიანი კანონით განაწილებული. სარწმუნო კონტროლის ხანგრძლივობა არის შემთხვევითი სიდიდე Q(x) ნებისმიერი კანონით განაწილებული. დროის შემთხვევით მომენტებში წარმოებს სარწმუნო კონტროლი და მეზობელ შემოწმებებს შორის ინტერვალი არის Γ(x) ნებისმიერი კანონით განაწილებული. სარწმუნო კონტროლის პროცესში აგრეთვე წარმოიშობა მტყუნებები λ_1 საერთო ინტენსივობით. გაუმართაობის აღმოჩენის შემდეგ სისტემა გადაეცემა აღდგენაზე, რის შემდეგაც მთლიანად აღდგება თავდაპირველი საიმედოობა. აღდგენის პროცესში მტყუნებები არ წარმოიშობა და საიმედო კონტროლი არ წარმოებს. აღდგენის დრო არის შემთხვევითი სიდიდე G(x) ნებისმიერი კანონით განაწილებული. სისტემა თავდაპირველად გამართულია.

დროის ნებისმიერ მომენტში განხილული სისტემა შეიძლება იყოს ხუთიდან ერთ-ერთ მდგომარეობაში:

s_0 – სისტემა გამართულია;

s_1 – სისტემა არ არის გამართული, მაგრამ მტყუნება არაა აღმოჩენილი;

s_2 – სისტემა გამართულია და მიმდინარეობს სარწმუნო კონტროლი;

s_3 - სისტემა არაა გამართული და მიმდინარეობს სარწმუნო კონტროლი, მაგრამ მტყუნება ჯერ კიდევ არ არის აღმოჩენილი;

s_4 – სისტემა არის აღდგენის პროცესში.

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$p_i(t)$ -ალბათობა იმისა, რომ t მომენტში სისტემა იმყოფება s_i მდგომარეობაში, $i = \overline{0,4}$;

$p_i(t,x)dx$ - ორი მოვლენის ერთდროულად გამოვლენის ალბათობა: t მომენტში სისტემა იმყოფება s_i მდგომარეობაში და დრო, რომლის განმავლობაშიც სისტემა იმყოფება s_i მდგომარეობაში მოთავსებულია შუალედში $(x, x+dx)$.

$\mu(x)=G'(x)/(1-G(x)),\quad q(x)=Q'(x)/(1-Q(x)),\quad y(x)=\Gamma'(x)/(1-\Gamma(x))$ - აღდგენის, სარწმუნო კონტროლის და მეზობელი სარწმუნო კონტროლების ინტერვალის ინტენსივობები.

ცხადია, რომ: $$p_i(t)=\int_o^t p_i(t,x)dx,\quad i=\overline{0,4};\quad \sum_{i=0}^{4} p_i(t)=1 \qquad (2.4.5)$$

გარდა ამისა, განაწილების შესაბამის ფუნქციას აქვს სახე:

$$F_i(t,x)=\int_o^x p_i(t,u)du\,.$$

სრული ალბათობის ფორმულის საშუალებით შეიძლება ჩავწეროთ სხვაობითი დამოკიდებულებები სისტემის მდგომარეობების ალბათობებისათვის $(t,t+\Delta t)$ ინტერვალში. მაგალითისათვის განვიხილოთ დამოკიდებულებები შემდეგი ალბათობებისათვის: $p_o(t,x)$ და $p_1(t,x)$:

$$p_o(t+\Delta t,x+\Delta t)=p_o(t,x)[1-(\lambda+y(x))\Delta t]+0(\Delta t) \qquad (2.4.6)$$

$$p_1(t+\Delta t,x+\Delta t)=p_1(t,x)[1-(\alpha+y(x))\Delta t]+p_o(t,x)\beta\Delta t+0(\Delta t) \qquad (2.4.7)$$

სადაც $\lambda=\alpha+\beta$

ავხსნათ (2.4.7) დამოკიდებულება. იმისათვის, რომ $t+\Delta t$ მომენტში სისტემა იმყოფებოდეს S_1 მდგომარეობაში $p_1(t+\Delta t,x+\Delta t)dx$ ალბათობით აუცილებელია, რომ t მომენტში ის იმყოფებოდეს იგივე S_1 მდგომარეობაში $p_1(t,x)$ ალბათობით და Δt დროში არ უნდა მომხდარიყო აღმოჩენადი მტყუნება და არ უნდა დაწყებულიყო სარწმუნო შემოწმება, ან აუცილებელია, რომ სისტემა t მომენტში იმყოფებოდეს S_o მდგომარეობაში $p_o(t,x)dx$ ალბათობით და Δt დროში არ უნდა მომხდარიყო არააღმოჩენადი მტყუნება.

მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$\partial p_o(t,x)/\partial t+\partial p_o(t,x)/\partial x=-[\lambda+y(x)]p_o(t,x) \qquad (2.4.8)$$

$$\partial p_1(t,x)/\partial t+\partial p_1(t,x)/\partial x=-[\alpha+y(x)]p_1(t,x)+\beta p_o(t,x) \qquad (2.4.9)$$

ანალოგიურად მიიღება სხვა დიფერენციალური განტოლებები:

$$\partial p_2(t,x)/\partial t+\partial p_2(t,x)/\partial x=-[\lambda_1+q(x)]p_2(t,x) \qquad (2.4.10)$$

$$\partial p_3(t,x)/\partial t+\partial p_3(t,x)/\partial x=-q(x)p_3(t,x)+\lambda_1 p_2(t,x) \qquad (2.4.11)$$

$$\partial p_4(t,x)/\partial t+\partial p_4(t,x)/\partial x=-\mu(x)p_4(t,x) \tag{2.4.12}$$

სასაზღვრო პირობებს იმის გათვალისწინებით, რომ საწყის მომენტში სისტემა იმყოფება $s_o\left(p_o(0)=1\right)$ მდგომარეობაში, აქვს სახე:

$$p_o(t,0)=\int_o^t p_2(t,x)q(x)dx+\int_o^t p_4(t,x)\mu(x)dx+\delta(t) \tag{2.4.13}$$

$$p_1(t,0)=0, \quad p_2(t,0)=\int_o^t p_o(t,x)y(x)dx \tag{2.4.14}$$

$$p_3(t,0)=\int_o^t p_1(t,x)y(x)dx \tag{2.4.15}$$

$$p_4(t,0)=\int_o^t \left[\alpha p_o(t,x)+\alpha p_1(t,x)+p_3(t,x)q(x)\right]dx \tag{2.4.16}$$

სადაც δ(t) არის იმპულსური ფუნქცია:

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases} \quad ; \quad \int_o^\infty \delta(t)dt=1$$

მაგალითისათვის განვიხილოთ (2.4.13) სასაზღვრო პირობა. იმისათვის, რომ სისტემა t+Δt მომენტში იმყოფებოდეს S_o მდგომარეობაში $h\leq\Delta t$ დროის განმავლობაში, აუცილებელია შესრულდეს შემდეგი 2 პირობიდან ერთ-ერთი:

1. t მომენტში სისტემა იმყოფებოდა s_2 მდგომარეობაში $x(p_2(t,x)dx)$ დროის განმავლობაში და Δt დროის შემდეგ გადავიდა $s_o(q(x)\Delta t)$ მდგომარეობაში. შევკრიბოთ ეს ალბათობები ყველა $x=[0,t]$-თვის და გადავიდეთ ზღვარზე, როცა $\Delta t\to 0$. რის შედეგადაც მივიღებთ (2.4.13) გამოსახულების პირველ 2 წევრს.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ჩვენთვის საინტერესო ალბათობები, აუცილებელია ამოვხსნათ (2.4.8)÷(2.4.12) განტოლებათა სისტემა (2.4.13)-(2.4.16) სასაზღვრო პირობებთან ერთად ან გამოვიყენოთ (2.4.5) პირობა და (2.4.13) ÷ (2.4.16) სასაზღვრო პირობები. მოცემულ ნამუშევარში (2.4.5) პირობა გამოიყენება სისტემის მდგომარეობების ალბათობების შემოწმებისათვის. (2.4.8) ÷ (2.4.12) განტოლებების სისტემის ამონახსნებს

(2.4.13) ÷ (2.4.16) სასაზღვრო პირობებთან ერთად წარმოადგენს ალბათობები:

$$p_o(t,x)=[1-\Gamma(x)]W_1(t-x)\exp(-\lambda t) \tag{2.4.17}$$

$$p_1(t,x)=[1-\Gamma(x)]W_1(t-x)[W_2(t-x)-\exp(-\beta t)]\exp(-\alpha t) \tag{2.4.18}$$

$$p_2(t,x)=[1-Q(x)]W_3(t-x)\exp(-\lambda_1 t) \tag{2.4.19}$$

$$p_3(t,x)=[1-Q(x)]W_3(t-x)[W_4(t-x)-\exp(-\lambda_1 t)] \tag{2.4.20}$$

$$p_4(t,x)=[1-G(x)]W_5(t-x) \tag{2.4.21}$$

განტოლებებში (2.4.17) ÷ (2.4.21) შედის უცნობი ფუნქციები $W_i(t)$ $\left(i=\overline{1,s}\right)$, რომლებიც განისაზღვრება (2.4.13) ÷ (2.4.16) სასაზღვრო პირობებით. გამოვიყენოთ სასაზღვრო პირობები და გადავიდეთ ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნაზე. მივიღებთ ალგებრული განტოლებების სისტემას $\overline{W}_1(s)$-ის მიმართ:

$$\begin{aligned}
&\overline{W}_1(s+\lambda)=(s+\alpha)/[[1-\overline{g}(s)]\,[1-\overline{q}(s+\lambda_1)\overline{y}(s+\lambda)](s+\alpha)+\\
&[1-\overline{y}(s+\alpha)]s\overline{g}(s)+[1-\overline{g}(s)]\overline{y}(s+\alpha)\overline{g}(s)(s+\alpha)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overline{W}_2(s)=1/s+\beta,\\
&\overline{W}_3(s+\lambda_1)=\overline{y}(s+\lambda)\overline{W}_1(s+\lambda)\\
&\overline{W}_4(s)=\overline{y}(s+\alpha)\overline{W}_1(s+\lambda),\\
&\overline{W}_5(s)=\left[[1-\overline{q}(s+\lambda_1)\overline{y}(s+\lambda)]\overline{W}_1(s+\lambda)-1\right]/\overline{g}(s),
\end{aligned}$$

სადაც

$$\overline{W}_i(s)=\int_o^\infty W_i(t)\exp(-st)dt,\quad i=1{,}5,\quad \overline{g}(s)=\int_o^\infty \exp(-st)dG(t),$$

$$\overline{q}(s)=\int_o^\infty \exp(-st)dQ(t),\quad \overline{y}(s)=\int_o^\infty \exp(-st)d\Gamma(t)$$

(2.4.17) ÷ (2.4.21) განტოლებების მიმართ გამოვიყენოთ ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნა t-ის მიხედვით, მივიღებთ :

$$\overline{p}_o(s,x)=[1-\Gamma(x)]\overline{W}_1(s+\lambda)(-(s+\lambda)x),$$

$$\overline{p}_1(s,x)=-[1-\exp(\beta x)]\overline{p}_o(s,x),$$

$$\overline{p}_2(s,x)=[1-Q(x)]\overline{y}(s+\lambda)\overline{W}_1(s+\lambda)\exp(-(s+\lambda_1)x),$$

$$\overline{p}_3(s,x)=[1-Q(x)]\overline{y}(s+\alpha)\overline{W}_1(s+\lambda)\exp(-sx)-\overline{p}_2(s,x),$$

$$\overline{p}_4(s,x)=[1-G(x)]\exp(-sx)[[1-\overline{q}(s+\lambda_1)\overline{y}(s+\lambda)]\overline{W}_1(s+\lambda)-1]/\overline{g}(s)$$

სადაც

$$p_i(s,x)=\int_o^\infty p_i(t,x)\exp(-st)dt \quad i=\overline{0,4}$$

ალბათობები ლაპლას-სტილტესის გარმაქმნის სახით წარმოდგება შემდეგნაირად:

$$\overline{p}_o(s)=[1-\overline{y}(s+\lambda)]\overline{W}_1(s+\lambda)/(s+\lambda),$$

$$\overline{p}_1(s)=[1-\overline{y}(s+\alpha)]\overline{W}_1(s+\lambda)/(s+\alpha)-\overline{p}_o(s),$$

$$\overline{p}_2(s)=[1-\overline{q}(s+\lambda_1)]\overline{y}(s+\lambda)\overline{W}_1(s+\lambda)/(s+\lambda_1),$$

$$\overline{p}_3(s)=[[1-\overline{q}(s)]\overline{y}(s+\alpha)/s]\overline{W}_1(s+\lambda)-\overline{p}_2(s),$$

$$\overline{p}_4(s)=[1-\overline{g}(s)][[1-\overline{q}(s+\lambda_1)\overline{y}(s+\lambda_1)]\cdot\overline{W}_1(s+\lambda)-1]/s\overline{g}(s),$$

სადაც

$$p_i(s)=\int_o^\infty p_i(t)\exp(-st)dt$$

ადვილად დავრწმუნდებით, რომ $\sum_{i=0}^{4}\overline{p}_i(s)=1/s$

ანალოგიურად განისაზღვრება განაწილების ფუნქცია: $F_i(t,x), \quad i=\overline{0,4}$

მაგალითისათვის მოვიყვანოთ ერთ-ერთი მათგანი:

$$F_1(t,x)=-\int_o^x[1-\exp(\beta u)][1-\Gamma(u)]W_1(t-u)\exp(-\lambda t)du$$

აღნიშნულის ლაპლასის გარდაქმნა t-ს მიხედვით იქნება:

$$\overline{F}_1(s,x)=-\int_o^x[1-\exp(\beta u)][1-\Gamma(u)]\overline{W}_1(s+\lambda)\exp(-(s+\lambda)u)du\ ,$$

სადაც

$$\overline{F}_1(s,x)=\int_o^\infty F_1(t,x)\exp(-st)dt\ .$$

ალბათობის ნაპოვნი მაჩვენებლების სტაციონალური მნიშვნელობები გამოვსახოთ ორიგინალის საწყისს და საბოლოო მნისვნელობას შორის

ლიტერატურაში ცნობილი შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$f(x) = \lim_{t\to\infty}(t,x) = \lim_{s\to\infty} s\bar{f}(s,x) \qquad [114]$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ შემოწმების საშუალო დრო $\tau_{შ} = -\left|\bar{y}(s)\right|_{s=0}^{/}$, აღდგენის საშუალო დრო $\tau_{აღ} = -\left|g(s)\right|_{s=0}^{/}$, $p_i = \lim p_i(t)$, როცა $t \to \infty$, $p_i(x) = \lim p_i(t,x)$, როცა $t \to \infty$ და $W_1(\infty) = \lim_{t\to\infty} W(t) = \lim_{s\to 0} s\overline{W}(s+\lambda) = a/\left[1-(1-\alpha\tau_{შ})\bar{y}(\alpha) + [1-\bar{q}(\lambda_1)\bar{y}(\lambda)]\alpha\tau_{აღ}\right]$,

მივიღებთ : $p_o(x) = W_1(\infty)[1-\Gamma(x)]\exp(-\lambda x), \quad p_o(0) = W_1(\infty)$

$$P_o = [1-\bar{y}(\lambda)]p_o(0)/\lambda,$$

$$P_1 = [p_o(0)[1-\bar{y}(\alpha)]/\alpha] - P_o,$$

$$P_2 = [1-\bar{q}(\lambda_1)]\bar{y}(\lambda)p_o(0)/\lambda_1$$

$$P_3 = \tau_{შ}\bar{y}(\alpha)p_o(0) - P_2$$

$$P_4 = \tau_{აღ}[1-\bar{q}(\lambda_1)]\bar{y}(\lambda)p_o$$

ანალოგიურად შეიძლება განვსაზღვროთ $p_i(x), \quad i = \overline{1,4}$

ასევე ანალოგიურად ჩაიწერება განაწილების ფუნქცია $F_i(x) = \lim F_i(t,x)$; როცა $t \to \infty$, მაგ.

$$F_1(x) = -\int_o^x p_o(0)[1-\exp(\beta u)][1-\Gamma(u)]\exp(-\lambda u)du .$$

მიღებული შედეგების პრაქტიკული გამოყენება

მიღებული ფორმულები საკმაოდ მარტივი და გამოსადეგია უშუალოდ პრაქტიკაში გამოყენებისათვის. ქვემოთ მოყვანილია მათი გამოყენების რამოდენიმე მაგალითი. განვიხილოთ რამოდენიმე კერძო შემთხვევა. მათში მზადყოფნის კოეფიციენტი $K_{მზ} = P_o$.

ა) $\alpha = 0$ და $(\Gamma(t) = 1/(t - T_{კ})(\bar{\gamma}(s) = \exp(-sT_{კ}))$ ე.ი. წარმოშობილი გაუმართაობა აღმოჩნდება მხოლოდ სარწმუნო კონტროლით, ხოლო კონტროლის პერიოდულობა წარმოადგენს მუდმივ $T_{კ}$ სიდიდეს. ამ შემთხვევისათვის:

$$K_{მზ} = [t - \bar{\gamma}(\beta)]/\beta\{\tau_{კ} + T_{კ} + (1 - \bar{q}(\lambda_1)\bar{\gamma}(\beta)]\tau_{აღ}\}.$$

დავუშვათ, სარწმუნო კონტროლის პროცესში სისტემა არ მტყუნდება $(\lambda_1 = 0)$, მაშინ:

$$K_{მზ} = [t - \bar{\gamma}(\beta)]/\beta\{\tau_{კ} + T_{კ} + (1 - \bar{\gamma}(\beta)]\tau_{აღ}\} \quad (2.4.22)$$

მოვძებნოთ ისეთი მნიშვნელობა $T_{კ} = T_{კ}^{o}$, რომლისთვისაც $K_{მზ}$-ს აქვს მაქსიმალური სიდიდე $(\partial T_{მზ}/T_{კ} = 0)$. ეს $T_{კ}^{o}$ მნიშვნელობა მიიღება შემდეგი განტოლების ამოხსნით:

$$\exp(-\beta T_{კ}^{o}) = 1/[1 + \beta(\tau_{კ} + T_{კ}^{o})] \quad (2.4.23)$$

(2.4.23)-ის (2.4.22)-ში ჩასმით მივიღებთ:

$$K_{მზ} = 1/[1 + \beta(\tau_{კ} + \tau_{აღ} + T_{კ}^{o})].$$

$\beta T_{კ}$-ს მცირე მნიშვნელობებისათვის, რასაც ადგილი აქვს რეალურ ტექნიკურ სისტემებში, $\beta T_{კ}^{o}$-ის მიმართ (2.4.23)-ის მიახლოებულ ამონახსნს აქვს სახე:

$$\beta T_{კ}^{o} \approx \sqrt{2\beta\tau_{კ}}$$

ბ) $\beta = 0$, $\lambda_1 = 0$, $\tau_{კ}$ ე.ი. ადგილი აქვს მხოლოდ აღმოჩენად მტყუნებას და პერიოდული კონტროლი არ ჩატარდება. ამ შემთხვევისათვის მზადყოფნის კოეფიციენტი:

$$K_{მზ} = 1/(1 + \alpha\tau_{აღ}) \quad [115]$$

გ) არ ტარდება პერიოდული კონტროლი:

$$K_{მზ} = \alpha/\lambda(1 + \alpha\tau_{აღ}).$$

მიღებული ფორმულა ემთხვევა ბ. ვ გნედენკოს, ი. კ. ბელიაევის, ა. დ. სოლოვიევის და ასევე ი.ა. უსაკოვის მიერ მიღებულ ფორმულას. [73], [115].

დ) ვიპოვოთ $p_o(t,x)$-ის მნიშვნელობა, როცა სარწმუნო კონტროლის დრო 0-ის ტოლია, ხოლო

$$G(t)=1-\exp(-\mu_{აღ}t),\quad \Gamma(t)=1-\exp(-\mu_{კ}t)$$

თავდაპირველად განვსაზღვროთ $\overline{W}_1(s+\lambda)$-ს გამოსახულება იმის გათვალისწინებით, რომ

$$\overline{g}(s)=\mu_{აღ}/(s+\mu_{აღ}),\quad \overline{\gamma}(s)=\mu_{კ}(s+\mu_{კ}),$$

მივიღებთ:

$$\overline{W}_1(s+\lambda)=1+\{\mu_{კ}s^2+(\alpha+\mu_{კ})\cdot[s(\mu_{კ}+\mu_{აღ})+\mu_{აღ}(\lambda+\mu_{კ})]\}/s[(s+\lambda)\times$$
$$\times(s+\alpha+\mu_{კ})+(s+\lambda+\mu_{კ})\mu_{აღ}]$$

ცნობილი ფორმულის საფუძველზე შეიძლება ჩავწეროთ [114]:

$$\overline{W}_1(s+\lambda)=\delta(t)+\sum_{k=1}^{3}N(\alpha_{კ})\exp(\alpha_{კ}\cdot t)/M'(\alpha_{კ}),$$

სადაც $\alpha_1\neq\alpha_2\neq\alpha_3$ (განტოლების ფესვები)

$$M(s)=s\{(s+\lambda)(s+\alpha+\mu_{კ})+(s+\lambda+\mu_{კ})\mu_{აღ}\}=0\,.$$

ზემოთ გამოყვანილი გამოსახულების გამოყენებით მივიღებთ, რომ

$$p_o(t,0)=[1-\Gamma(x)][\delta(t-x)+\sum_{k=1}^{3}N(\alpha_{კ})\exp[\alpha_{კ}(t-x)]/M'(\alpha_{კ})\,.$$

მივიღეთ ძირითადი ალბათური მახასიათებლების (უწყვეტი კონტროლის მახასიათებლები, პერიოდული კონტროლის ხანგრძლივობა და მისი პერიოდულობა) როგორც სტაციონალური, ასევე არასტაციონალური მნიშვნელობები უწყვეტი და პერიოდულად კონტროლირებადი აღდგენითი სისტემისათვის.

ლიტერატურაში მიღებული ცნობილი შედეგებისაგან განსხვავებით, ნაპოვნია საიმედოობის ყველა ძირითადი მახასიათებელი სისტემის რაიმე არსებითი გამარტივებისა და საწყისი შემთხვევითი სიდიდეების განაწილების კანონებზე რაიმე სახის შეზღუდვის გარეშე. [116÷118]

მიღებული შედეგები საკმაოდ მარტივია და გამოსადეგია პრაქტიკაში უშუალოდ გამოყენებისათვის.

2.4.4. ეგმ-ის მზადყოფნის კოეფიციენტის განსაზღვრა

ერთ-ერთი მძლავრი საშუალება ეგმ-ის საიმედო მუშაობის უზრუნველყოფისათვის არის უწყვეტი აპარატურული კონტროლის გამოყენება. ასეთი კონტროლის საშუალებით შესაძლებელია აღმოჩნდეს და გასწორდეს ის შეცდომები, რომლებიც წარმოიშობა ეგმ-ის ცალკეულ კვანძებში მდგრადი მტყუნებებისა და შემთხვევითი შეფერხებების დროს. მაგრამ ცნობილია, რომ უწყვეტი კონტროლის რეალიზაციისათვის საჭიროა დამატებითი აპარატურა, რომელსაც გააჩნია თავისი საიმედოობა. აპარატურული კონტროლის სპეციფიურობა მდგომარეობს იმაში, რომ მაკონტროლებელი აპარატურის მტყუნებები და შეფერხებები მიმდინარეობს იგივე შედეგებით, როგორითაც ძირითადი აპარატურისა. ამიტომ კონტროლის რაციონალური სისტემის შერჩევისათვის დგება ამოცანა განისაზღვროს ეგმ-ის საიმედოობის რაოდენობრივი მახასიათებლები კონტროლის სახის საიმედოობისა და სარწმუნოების გათვალისწინებით. [26,60,71,119÷122].

მოცემულ სტატიაში განსაზღვრულია ეგმ-ის მზადყოფნის კოეფიციენტი ($K_{მზ}$) 3 სახის კონტროლის შემთხვევაში. [123].

ყველა განხილულ ვარიანტში მიღებულია, რომ მტყუნებებისა და შეფერხებების ნაკადები ექვემდებარება მაჩვენებლიან კანონს შესაბამისად λ_1 და λ_2 ინტენსივობებით (მაკონტროლებელი აპარატურის მრყუნებებისა და შეფერხებების გათვალისწინებით). გარდა ამისა, შემოტანილია შემდეგი აღნიშვნები $G_1(t)$ და $G_2(t)$ - ეგმ-ის აღდგენის დროის განაწილების ფუნქციები შესაბამისად მტყუნებებისა და შეფერხებების დროს. აღდგენებს შორის დრო განაწილებულია ნებისმიერი კანონით.

$P_o(t)$ –ალბათობა იმისა, რომ ეგმ-მა უნდა იფუნქციონიროს სწორად დროის t მომენტში, თუ ის საწყის მომენტში (t=0) გამართული იყო;

$P_1(t)$–ალბათობა იმისა, რომ ეგმ-მა უნდა იფუნქციონიროს სწორად დროის t მომენტში, თუ ის საწყის მომენტში (t=0) გამართული იყო და

ჰქონდა ერტი მტყუნება.

$p_o(s)$, $p_1(s)$, $g_1(s)$, და $g_2(s)$ – შესაბამისი ფუნქციების ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნებია, ე.ი.

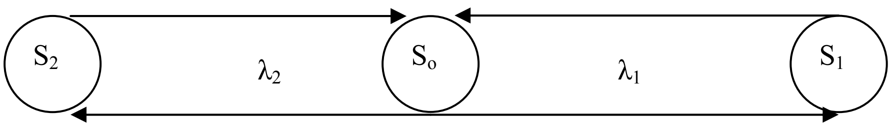
$$p_i(s)=\int_o^\infty \exp(-st)P_i(t)dt, \quad i=0,1; \qquad g_j(s)=\int_o^\infty \exp(-st)dG_j(t), \quad j=1,2.$$

$\tau_1=-g_1'(0)$ და $\tau_2=-g_2'(0)$ - ეგმ-ის აღდგენის საშუალო დრო შესაბამისად მტყუნებისა და შეფერხების დროს.

R – ეგმ-ის მაკონტროლებელი სქემის გაუმართაობის აღმოჩენის ალბათობა (კონტროლის სარწმუნოება).

<u>**I ვარიანტი**</u>

უწყვეტი კონტროლი არის სარწმუნო (R=1) და მისი დანიშნულებაა აღმოაჩინოს შეცდომები, რომლებიც წარმოიშობა მდგრადი მტყუნებებისა და შემთხვევითი შეფერხებების დროს. ამ შემთხვევაში ეგმ-ის მდგომარეობის გრაფი ნაჩვენებია ნახ. 1-ზე:



1. ეგმ-ის მდგომარეობა კონტროლის I ვარიანტის დროს

ნახაზზე ჩანს, რომ ეგმ შეიძლება იყოს 3 მდგომარეობიდან ერთ-ერთ მდგომარეობაში:

s_o – გამართულია და ნორმალურად მუშაობს;

s_1 და s_2 – იმყოფება რემონტში I შემთხვევაში წარმოშობილი მტყუნების გამო, ხოლო მეორე შემთხვევაში წარმოშობილი შეფერხების გამო.

ჩვეულებრივი ალბათური მსჯელობების საფუძველზე შევადგინოთ შემდეგი ინტეგრალური განტოლება:

$$P_o(t)=\exp(-(\lambda_1+\lambda_2)t)+\int_o^t \lambda_1 \exp(-(\lambda_1+\lambda_2)u)du \int_o^{t-u} dG_1(v)P_o(t-u-v)+$$

$$+\int_o^t \lambda_2 \exp(-(\lambda_1+\lambda_2)u)du \int_o^{t-u} dG_2(v)P_o(t-u-v) \qquad (2.4.24)$$

(2.4.24) -ის მიმართ გამოვიყენოთ ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნა. მივიღებთ:

$$p_o(s)=1/[s+\lambda_1+\lambda_2-\lambda_1 g_1(s)-\lambda_2 g_2(s)] \qquad (2.4.25)$$

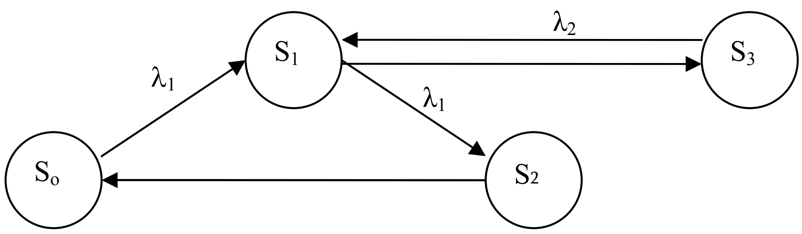
(2.4.25) ფორმულიდან ცნობილი მეთოდებით შეიძლება ვიპოვოთ $P_o(i)$ სხვადასხვა $G_1(t)$-სა და $G_2(t)$-თვის, მაგრამ მზადყოფნის კოეფიციენტის განსაზღვრისათვის მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ შემდეგი ცხადი ტოლობები: $K_{მზ1}=\lim_{t\to\infty} P_o(t)=\lim_{s\to 0} sp_o(s)$

აღნიშნულის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$K_{მზ1}=1/[1+\lambda_1\tau_1+\lambda_2\tau_2]$$

<u>**II ვარიანტი**</u>

უწყვეტი კონტროლი წარმოადგენს სარწმუნოს (R=1). იგი დანიშნულია ერთი შეცდობის გასწორებისათვის და მეორე შეცდომის აღმოჩენისათვის, რომლებიც წარმოიშობა მდგრადი მტყუნებებისა და შემთხვევითი შეფერხებების დროს. ამ შემთხვევისათვის მდგომარეობის გრაფი ნაჩვენებია ნახ. 2-ზე:



2. ეგმ-ის მდგომარეობა კონტროლის II ვარიანტის დროს

სადაც:

s_o – გამართულია;

s_1 – ეგმ-ს აქვს 1 მტყუნება, მაგრამ ნორმალურად ფუნქციონირებს, ე.ი. სქემის კონტროლით შეცდომა კორექტირდება;

s_2 – ეგმ იმყოფება რემონტში მე-2 მტყუნების წარმოშობის გამო;

s_3 – ეგმ იმყოფება რემონტში იმის გამო, რომ მტყუნების შემდეგ მოხდა შეფერხება.

უკვე განხილული შემთხვევის მსგავსად შევადგინოთ ინტეგრალური განტოლებების შემდეგი სისტემა:

$$P_o(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \int_o^t \lambda_1 \exp(-\lambda_1 u) du P_1(t-u) \tag{2.4.26}$$

$$P_1(t) = \exp(-(\lambda_1+\lambda_2)t) + \int_o^t \lambda_1 \exp(-\lambda_1 u) du \exp(-\lambda_2 u) \cdot \int_o^{t-u} dG_1(v) P_o(t-u-v) +$$

$$+ \int_o^t \lambda_2 \exp(-\lambda_2 u) du \exp(-\lambda_1 u) \cdot \int_o^{t-u} dG_2(v) P_1(t-u-v)$$

(2.4.26)-ის გარდაქმნის შედეგად მივიღებთ:

$$p_o(s) = [s + 2\lambda_1 + \lambda_2[1 - g_2(s)]] / \left[(s+\lambda_1)[s + \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_2 g_2(s)] - \lambda_1^2 g_1(s)\right]$$

როგორც მოსალოდნელი იყო ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ:

$$K_{მზ2} = \lim_{t\to\infty} P_o(t) = \lim_{t\to\infty} P_1(t) = \lim_{s\to 0} s p_o(s) = \lim_{s\to 0} s p_1(s) \tag{2.4.27}$$

(2.4.27)-დან განვსაზღვრავთ, რომ:

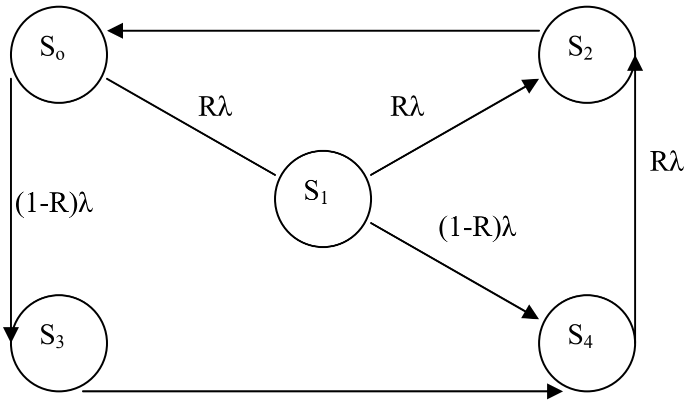
$$K_{მზ2} = 2/[2 + \lambda_1\tau_1 + \lambda_2\tau_2]$$

III ვარიანტი

უწყვეტი კონტროლი არ არის სარწმუნო (R<1). იგი დანიშნულია ერთი შეცდომის შესწორებისათვის და მეორე შეცდომის აღმოჩენისათვის, რომლებიც წარმოიშობა მდგრადი მტყუნებების შედეგად. რადგან კონტროლი არ არის სარწმუნო, შეიძლება წარმოიშვას მტყუნება, რის შედეგადაც მიიღება არააღმოჩენადი შეცდომა, ე.ი. ეგმ გააგრძელებს მუშაობას, მაგრამ მიღებული შედეგი არ იქნება სწორი.

ეგმ-ის ასეთი მდგომარეობა გაგრძელდება მანამ, სანამ არ წარმოიშობა სქემის კონტროლით აღმოჩენადი შეცდომა (რის შემდეგაც ჩატარდება რემონტი) ან არ დადგება მორიგი პერიოდული კონტროლის დრო.

მზადყოფნის კოეფიციენტის გამოსახულების გამარტივებისათვის უნდა ვიგულისხმოთ, რომ პერიოდული კონტროლი ხორციელდება მყისიერად. განხილული შემთხვევის მდგომარეობის გრაფი გამოსახულია ნახ. 3-ზე:



3. ეგმ-ის მდგომარეობა კონტროლის III ვარიანტის დროს

სადაც s_o – ეგმ გამართულია და ნორმალურად ფუნქციონირებს;

s_1 – ეგმ არაა გამართული (ერთი მტყუნების გამო), მაგრამ ნორმალურად ფუნქციონირებს;

s_2 – ეგმ რემონტშია;

s_3 – ეგმ არასწორად ფუნქციონირებს, რადგან წარმოიშვა არააღმოჩენადი მტყუნება;

s_4 – ეგმ ფუნქციონირებს არასწორად, თუმცა ერთი მტყუნებით წარმოშობილი შეცდომები კორექტირდება.

ეს შემთხვევა აღიწერება შემდეგი სახის ინტეგრალური განტოლებების სისტემით:

$$P_o(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \int_o^t \beta \exp(-\lambda_1 u) du P_1(t-u) + \int_o^t \alpha \exp(-\lambda_1 u) du$$

$$\int_o^{t-u} \beta e^{-\beta v} dv \int_o^{t-u-v} \beta e^{-\beta\tau} d\tau \int_o^{t-u-v-\tau} dG_1(y) P_o(t-u-v-\tau-y)$$

$$P_1(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \int_o^t \beta \exp(-\lambda_1 u) du \int_o^{t-u} dG_1(v) P_o(t-u-v)$$

$$+ \int_o^t \alpha \exp(-\lambda_1 u) du \int_o^{t-u} \beta e^{-\beta v} dv \int_o^{t-u-v} dG_1(y) P_o(t-u-v-\tau-y)$$

სადაც $\beta = R\lambda_1; \quad \alpha = (1-R)\lambda_1$

გამოვიყენოთ ლაპლას-სტილტესის გარდაქმნა, მივიღებთ:

$$p_o(s) = \left[(s+\lambda+\beta)(s+\beta)^2\right] \Big/ \left[(s+\beta)^2 (s+\lambda)^2 - \left[\beta^2 (s+\beta)^2 + \alpha\beta^2 (s+\beta) + \alpha\beta^2 (s+\lambda)\right] g_1(s)\right]$$

წინა შემთხვევის მსგავსად გვექნება:

$$K_{მზ3} = (1+R)R / (2 + R\lambda_1 \tau_1)$$

კონტროლის I და II ვარიანტის შედარებითი შეფასებისათვის შემოვიტანოთ ცნობილი კოეფიციენტი, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$Q = [1 - K_{მზ1}]/[1 - K_{მზ2}] = \left[2 + n(\lambda_1 \tau_1 + \lambda_2 \tau_2)\right] / n(1 + \lambda_1 \tau_1 + \lambda_2 \tau_2) \qquad (2.4.28)$$

სადაც $n = \lambda_1' / \lambda_1 = \lambda_2' / \lambda_2$ წარმოადგენს საჭირო მოწყობილობების მოცულობების თანაფარდობას I და II შემთხვევისათვის (ვარიანტისათვის).

(2.4.28)-ის ანალიზის შედეგად მივიღებთ, რომ n<2 და Q>1, მაშინ უპირატესობა ენიჭება შემოწმების II ვარიანტს I ვარიანტთან შედარებით.

თავი 3. დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითად შედეგს წარმოადგენს სამეცნიერო პრობლემის გადაწყვეტა, რაც მდგომარეობს მაღალწარმოებადი, მტყუნებამდგრადი გამოთვლითი სისტემების სისტემური (ფუნქციონალური) პროექტირების მეთოდებისა და თეორიის დამუშავებაში:

– უზრუნველყოფილია გამოთვლითი რესურსების არაწარმოებადი დანაკარგების ხარჯზე სისტემების მაქსიმალური გამტარუნარიანობა. მს-ების შემთხვევითი შეფერხებებისა და მტყუნებების მიმართ მდგრადი გამოთვლითი პროცესის ხარისხის ამაღლების მიზნით შემოთავაზებულია გამოთვლითი პროცესის განმავლობაში შუალედური მდგომარეობების დამახსოვრება. ამასთან განსაზღვრულია გამოთვლითი სისტემების წარმადობები (ალბათობა იმისა, რომ მოცემულ დროში განხორციელდება დავალების შესრულება (ამოცანის ამოხსნა)) სიჭარბის შემცველი სისტემების როგორც ერთი, ასევე მრავალი ქმედითუნარიან მდგომარეობაში ფუნქციონირებისას, ამოსახსნელი ამოცანის მახასიათებლების და მტყუნებათა სახეობების გათვალისწინებით.

– შეფასებულია და განსაზღვრულია ეფექტურობის მაჩვენებლები (რიგის სიგრძე, მოთხოვნის რიგში ყოფნისა და სისტემაში ყოფნის დრო). ამ მიზნით განხილულია რთული სიჭარბის მქონე სისტემა, როგორც მმს.

დისერტაციის ძირითადი სამეცნიერო და პრაქტიკული შედეგები მდგომარეობს შემდეგში:

1) ჩატარებულია გამოკვლევა იმ მოხერხებული მათემატიკური აპარატის შესაქმნელად, რომელიც უზრუნვრლყოფს დისერტაციაში დასმული ამოცანის გადაწყვეტას - ნახევრადმარკოვული პროცესი დროის გარდა შეიცავს ახალ დამატებით ცვლადს. ეს ცვლადი აღნიშნავს მს-ის

ქმედითუნარიან მდგომარეობებს: 1) მოთხოვნის მომსახურების დასაწყისში ($P_i^{(k)}(t,u)$, ($P_i^{*(k)}(t,u)$) ან 2) t მომენტში($\tau_i(t,u)$, $\tau_i^*(t,u)$, $q_i^{(k)}(t,u)$, $q_i^*(t,u)$, $r^{(k)}(t,u)$), თუ მს ამ მომენტში არაა დაკავებული მოთხოვნის მომსახურებით (მს თავისუფალია, მიმდინარეობს პერიოდული კონტროლი ან ხდება აღდგენა და ა.შ.).

აგრეთვე შემოტანილია ფუნქცია $H_{ij}(u)$ - ალბათობა იმისა, რომ მოთხოვნის მომსახურება დამთვრდება u-ზე ნაკლებ დროში და მომსახურების დამთავრების მომენტში სისტემა იქნება j-ურ მდგომარეობაში იმ პირობით, რომ მომსახურების დაწყებისას სისტემა იყო i-ურ მდგომარეობაში, სადაც i,j - მომსახურების ქმედითუნარიანი მდგომარეობაშია.

აღსანიშნავია, რომ ფუნქცია $H_{ij}(u)$ სრულად მოიცავს მომსახურების პროცესის ყველა მახასიათებელს.

შემოთავაზებული მიდგომა საშუალებას იძლევა დისერტაციაში განხილული რთული შემთხვევითი პროცესი დაიყოს ცალკეულ ქვეპროცესებად, რომლებიც შეიძლება აღიწეროს ავტონომიურად.

აღნიშნულიდან გამომდინარე, ცალკეული მოთხოვნის მომსახურების პროცესი შეიძლება განვიხილოთ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად და აგრეთვე სისტემაში თავისუფალ მდგომარეობაში მიმდინარე პროცესებისაგან დამოუკიდებლად.

აქამდე საწყისი მონაცემების ცვლილებების კანონად მიღებული იყო ექსპონენციალური კანონი. დისერტაციაში ჩამოყალიბებული მიდგომა საშუალებას იძლევა გამოვიკვლიოთ რთული მს მინიმალური შეზღუდვების პირობებში საწყისი მონაცემების მიმართ. ეს საშუალებას იძლევა ავაგოთ უფრო ზუსტი, ადექვატური მათემატიკური მოდელი, ვიდრე ადრე იყო ცნობილი. რაც მნიშვნელოვნად აფართოებს დისერტაციაში მიღებული თეორიული შედეგების პრაქტიკული გამოყენების სფეროს.

სამუშაოში თავდაპირველად დასმულია ამოცანა: მოიძებნოს დამოკიდებულება სისტემის ეფექტურობის მაჩვენებლებსა და საწყის პარამეტრებს შორის, და ბოლოს გამოვთვალოთ $H_{ij}(u)$.

2) განიხილება შემთხვევები, როდესაც ანალიზური მოდელირება უფრო მისაღებია, ვიდრე სტატისტიკური და ნატურალური (ექსპერიმენტული). დასაბუთებულია ანალიზური მეთოდების უპირატესობა კვლევის მიზანზე დამოკიდებულებით.

3) ალბათური მოსაზრებიდან გამომდინარე, წარმოდგენილია კერძო წარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემის ამოხსნა გამომდინარე მათი სასაზღვრო მნიშვნელობებიდან. შემდგომ სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების და საწყისი პირობების გამოყენებით ვპოულობთ ამ საძებნ პროცესებს და აღარ არის აუცილებელი კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების უშუალო ამოხსნა, რომელიც დაკავშირებულია დიდ სიძნელეებთან.

4) დისერტაციაში გამოკვლეულია შემდეგი მასობრივი მომსახურების ტექნიკური სისტემების მოდელები შეუზღუდავი რიგის სიგრძით შეუზღუდავი ლოდინის დროით:

ა) მმს დროითი და ინფორმაციული სიჭარბით ერთ ქმედითუნარიანი მდგომარეობით. ასეთ სისტემებს გააჩნიათ დაბალი ღირებულება, ფუნქციონირების მარტივი ალგორითმი და მომსახურების სიმარტივე.

ბ) მმს რეკონფიგურაციით - მრავალპროცესორიანი (მრავალმანქანიანი) გამოთვლითი სისტემა დროითი და აპარატურული სიჭარბით. ცალკეული მოთხოვნა მუშავდება პარალელურად მომუშავე ხელსაწყოებით, ხოლო სხვა ხელსაწყოები იმყოფება რეზერვში, ე.ი. გამოთვლითი რესურსები კონცენტრირებულია 1 ამოცანის ამოხსნაზე (1 მოთხოვნის მომსახურებაზე). სიჭარბის შემცველი ტექნიკური სისტემების ასეთ ასპექტში გამოკვლევა დღეს-დღეობით დასაწყის პროცესშია.

ანალიზური მოდელებისათვის განსაზღვრულია ეფექტურობის მაჩვენებლები (რიგის სიგრძე, მოთხოვნის ლოდინის დრო და სისტემაში

ყოფნის დრო, საიმედოობის მაჩვენებლები და სხვა) როგორც სტაციონალურ, ასევე არასტაციონალურ მდგომარეობაში.

მმს-ში მოთხოვნის მომსახურების შეწყვეტის შემდეგ მოთხოვნა არ იკარგება.

5) გამოკვლეული მოდელები, როგორც ერთ ქმედითუნარიანი მდგომარეობით, ასევე მრავალ ქმედითუნარიანი მდგომარეობით, ფართო გამოყენებას პოულობს პრაქტიკაში. აღნიშნულ მოდელებში გამოყენებულია კონტროლის სხვადასხვა სახე. ადგილი აქვს სხვადასხვა ტიპის მტყუნებებს (გამაუფასურებელი, ნაწილობრივ გამაუფასურებელი, არაგამა-უფასურებელი). დაშვებულია, რომ შესრულებული სამუშაოს მოცულობა, აღდგენის დრო, პერიოდული კონტროლის დრო და პერიოდულობა წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეებს განაწილებულს ნებისმიერი კანონით, ხოლო შეფერხებებსა და მტყუნებებს შორის დრო განაწილებულია მაჩვენებლიანი კანონით.

დისერტაციაში ოპტიმალურადაა შერჩეული კონტროლის სისტემის ზოგიერთი მნიშვნელოვანი მახასიათებელი - კონტროლის სახე და პერიოდულობა.

6) დისერტაციაში განხილულია მმს-ის კერძო შემთხვევები, რომელთაც აქვთ ფართო პრაქტიკული გამოყენება. ამ შემთხვევებისათვის დამუშავებულია ეფექტურობის მაჩვენებლებისა და რიცხვითი მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდები.

ნაშრომში მოყვანილია ცხრილები, რომლებშიც მოცემულია საწყისს პარამეტრებზე სისტემის ეფექტურობის რიცხვითი მახასიათებლების დამოკიდებულება საწყისი პარამეტრების ცვლილების ფართო დიაპაზონში.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Маиров С.А., Новиков Г.И., Алиев Т.И., Махаров Э.И., Тимченко Б.Д. Основы вычислительных систем. М.: Высшая школа, 1978, с.40.
2. Параллельные вычисления. Пер.с англ. Под ред. Г.Родрига.М.:Наука,1986,372с.
3. Поспелов Д.А. Введение в теорию вычислительных систем. М.: Сов.радио,1972,280с.
4. Бродецкий Г.Л. Об оптимальном управлении процессом решения задачи в системах с отказами и возможностью запоминания результатов. К.: Препринт 75-33 ИЛ АН УССР, 1975, 33с.
5. Бродецкий Г.Л. Эффективность запоминания промежуточных результатов в системе с отказами, разрушающими информацию. Изд. АН СССР, Техн. киберн, №6, с.97-103.
6. Бродецкий Г.Л. Об одной задаче периодического запоминания результатов. Кибернетика, 1978, №3, с.70-74.
7. Бродецкий Г.Л. Алгоритм оптимального управления процессом наработки при ограниченном использовании запоминания информации. Электронние моделирование, 1980, №2,с.81-86.
8. Бродецкий Г.Л. Оптимизация периода запоминания информации при случайных блокировках запоминающего устройства. Докл. АН СССР, сер.А.,1979, №8,с.675-678.
9. Бродецкий Г.Л. Оптимизация периода запоминания информации при случайных прерываниях процесса решения задачи. Автоматика, 1983, №6,с.63-68.
10. Бродецкий Г.Л. Модели оптимизация периодического запоминания информации при мультипрограммиривании с квантованием времени. Электронное моделирование, 1980, №5,с.32-35.
11. Бродецкий Г.Л. О периодическом запоминании промежуточных результатов в системах с отказами информацию в запоминающем устройстве. Кибернетика, 19979, №5, с.76-79.
12. Бродецкий Г.Л. Особенности организации контрольных точек на траектории вычислительного процесса для одного класса стратегий управления. Автоматика, 1985, №2,с.75-77.
13. Бродецкий Г.Л., Балина Е.И., Михайленко В.М. Эффективность управления процессом наработки при запоминании промежуточных результатов в ненадёжном ВЗУ. Проблемы создания и развития общесистемных средств: АСУ: Тез. докл./г.Кишинев, 5 июля 1984./. Кишинев: НИИП Госплана МССР, 1984,130с.
14. Бродецкий Г.Л., Лемишевская Т.Г. Оптимальная организация запоминания промежуточний информации в многопроцессорных системах с переменным

темпом выполнения задания. Исследование и проектирование систем «человек-машина». Киев: ИК АН УССР, 1984,с.70-76.

15. Бродецкий Г.Л., Щетинин И.Е. К вопросу оптимальной организации запоминания промежуточной информации при интерактивной работе системы. Электронние моделирование, 1985, т.7, №5, с.68-71.

16. Бродецкий Г.Л., Щетинин И.Е. О выборе оптимального периода запоминания информации при случайных прерываниях вычислительного процесса. Докл. АН УССР, сер. А.1985, №6, с.62-65.

17. Тадасин В.А., Ушаков И.А. Надёжность сложных информационно-управляющих систем. М.: Сов.радио, 1975.

18. Геленбе Е. Модель восстановления информации методом кратких контрольных точек. Автоматика и телемеханика, 1979, №4, с.142-151.

19. Глухов В.Н. Время исполнения как характкристика надёжности систем. Автоматика и телемеханика, 1972, №5.

20. Зедгенидзе Г.Г., Микадзе И.С. Система обслуживания с ограниченной длиной очереди и многими состояниями функционирования с различной производительностью. Научные труды ГПИ им. В.И.Ленина,1988,№3(332), с.117-124.

21. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Вероятностная характеристика производительности двухмашиинной вычислительной системы с учётом её надёжности. Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции по вопросам разработки и внедрения средств ВТ и УВК в народное хозяйство. Тбилиси, 1977, с.8-12.

22. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Вероятностная характеристика производительности вычислительной машины при программном и программно-аппаратурном контроле обнаружения неисправности. Автометрия, АН СССР, СО, 1978, №2, с.88-92.

23. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Определение числовых характеристик надёжности одной модели вычислительного процесса. Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции. Вопросы вычислительной техники. Тбилиси, 1979, с.30-31.

24. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Об одной стратегии работы ЭВМ в дуплексном режиме. Сообщения АН СССР, 94, №3, 1979, с.662-664.

25. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Анализ надёжности одной модели двухмашинной вычислительной системы с временной избыточнистью. Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции: «Проблемы математического, программного и информационного обеспечения АСУТП», Черповцы, 1979, ч.2, с.117-118.

26. Какубава Р.В., Кукава Р.К., Курцер М.М., Микадзе И.С. Распределение времени выполнения задания на ЭВМ с учётом её надёжности. Автоматика и телемеханика, 1981, №7, с.173-187.

27. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Об одной дублированной системе. Сообщения АН ГССР, 101, №1, 1981, с.105-108.

28. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Об одной технической системе с дублированными приборами. Вопросы радиоэктроники, №13, 1981.
29. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Одноканальная система обслуживания с резервированием. Сообщения АН ГССР, 104, №3, 1981, с.100-104.
30. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Система облсуживания с дублированием. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 1983, №3, с.76-84.
31. Какубава Р.В., Микадзе И.С. Анализ дублированной системы массового обслуживания. Автоматика и телемеханика АН СССР, 1984, №1, с.160-166.
32. Коваленко И.Н., Стойкова А.С. О производительности системы и времени решения задачи при случайных отказах и периодическом запоминании результатов. Кибернетика, 1974, №5, с.73-75.
33. Креденцер Б.П. Прогнозирование надёжности технических систем с временной избыточностью. К.: Наука думка, 1978, 237 с.
34. Микадзе И.С., Шелегия Р.С. К вопросу осуществимости выполнения задания на УВМ с учётом её надёжности. Сообщения АН ГССР, 1970, 60, №3.
35. Микадзе И.С., Шелегия Р.С. Об одной задаче неполного резервирования с восстановлением. Сообщения АН ГССР, 1970, 58, №3, с.100-120.
36. Микадзе И.С., Какубава Р.В. Дублированная система обслуживания с ожиданием. Кибернетика, 1984, №4, с.97-101.
37. Микадзе И.С. К вопросу надёжности контролируемой системы. Автоматика и телемеханика, 1985, №6, с.160-166.
38. Микадзе И.С., Курцер И.Ш. К вопросу определения коэффициента производительности технической системы с учётом её надёжности. Сообщения АН ГССР, 1985, №2, с.409-412.
39. Микадзе И.С., Какубава Р.В Система обслуживания с дублированием. Кибернетика, 1985, №3.
40. Микадзе И.С., Шамугия Р.Р. Время ожидания в системах обслуживания с резервированием. Научные труды ГПИ им. В.И.Ленина, 1988, №12(341), с.33-37.
41. Микадзе И.С. Многоприборная система обслуживания. - Кибернетика, 1989, №3, с.
42. Микадзе И.С., Тавлалашвили В.Д. Вероятностная модель процесса решения задачи. Сб.: «Теоретическая кибернетика-2», «Мецниереба», Тбилиси, 1983.
43. Микадзе И.С., Тавлалашвили В.Д. Исследование эффективности выполнения задания в отказоустойчивых звеньях АСУ. III Всесоюзное совещание «Надёжность и эффективность АСУПТ и АСУП», (Суздаль, 1984), изд. Москва, 1984.
44. Микадзе И.С., Тавлалашвили В.Д. О производительности одной вычислительной системы с учётом её надёжности. Сб.: «Наука производству-V», «Мецниереба», Тбилиси, 1983.
45. Микадзе И.С., Тавлелашвили В.Д. Анализ влияния характеристик средств контроля, реконфигурация и восстановления на эффективность

избыточных ВС. II всесоюзное совещание «Высокопроизводительные ВС», (Батуми, 1984), изд. Москва, 1984.

46. Микадзе И.С. Система обслуживания со многими состояниями функционирования.- Автоматика и телемеханика, №12, 1987.
47. Микадзе И.С. Периодически контролируемая система обслуживания, с ненадёжным прибором. Кибернетика, 1988, №1.
48. Микадзе И.С., Микадзе З.И., Шакая О.Н. Анализ многопроцессорной и многомашинной системы обслуживания с учетом надёжности. Труды института прикладной математики им.И.Н.Векуа, с.22.
49. Микадзе И.С. Надёжность технических систем с временной и аппаратурной избыточнистью. Номер Гос.регистрации 01840034366, инв.0286.0049020, с.62.
50. Микадзе И.С., Мегрелидзе Д.Г. Надёжность технических систем с пополняемым резервом времени и комбинированным контролем работоспособности. Научные труды ГПИ им.В.И.Ленина, №14 (311), 1986, с.78-83.
51. Микадзе И.С., Какубава Р.В.Система обслуживания с ненадёжным прибором. Научные труды ГПИ им.В.И.Ленина, №8 (305), 1986, с.56-62.
52. Кабалевский А.Н. Малые ЭВМ:функциональное проектирование. М.:Наука, 1986, 376 с.
53. Мультипроцессорные системы и параллельные вычисления, Под ред.Ф.Г.Энслоу. Мир, 1976, 384 с.
54. Панфилов И.В., Половко А.М. Вычислительные системы. М.: Сов.радио, 1080, 304с.
55. Раикин А.Л. Вероятностные модели функционирования резервированных устройств. М.:Наука, 1971, 264с.
56. Ушаков И.А. Построение высоконадёжных систем. М.: Знание, 1974, с.240-300.
57. Уолренд Дж. Телекомуникационные и компьютерные сети. М.: Посмаркет, 2001.
58. ნამიჩეიშვილი ო.მ. საიმედოობის თეორია. თბილისი, 1984, გვ.236.
59. Липаев В.В., Колин К.К., Серебровский Л.А. Математическое обеспечение управляющих ЭВМ. М.: Сов.радио, 1972, 300с.
60. Хетагуров А.А., Руднев Ю.П. Повышение надёжности цифровых устройств методами избыточного моделирования. М.: Энергия, 1974, 300с.
61. Харкевич А.А.Борьба с помехами. М.: Наука, 1965, 275с.
62. Журавлёв Ю.П., Котелюк Л.А., Циклинский Н.И. Надёжность и контроль ЭВМ. М.: Сов.радио, 1978, 416с.
63. Рожков Л.И. Контроль и коммутация оборудования в системах передачи данных. М.: Сов.радио, 1979, 240с.

64. Кушнир М.И. Об уровнях введения временной избыточности. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1981, №1, с.150-159.
65. Микадзе И.С., Шелегия Р.С. Некоторые вопросы определения производительности ЦВМ. Сообщения АН ГССР, 1973, №9, с.45-48.
66. Беляев Ю.К. Линейчатые марковские процессы и их приложения к задачам теории надёжности.-Труды VI всесоюзного совещания по теории вероятностей и мат. статистике.-Вильнюс, 1962.
67. Бондарь Ю.В., Демьянчук А.П., Окс В.Н., Хаингольд А.М. Оптимальный выбор контрольных точек при обмене информацией в вычислительных системах.-В кн,: Диагностика, контроль, надёжность систем управления. Киев.: КИА, 1976, с.56-60.
68. Балина Е.М., Бродецкий Г.Л. Эффективность организации промежуточных результатов при ненадёжном запоминающем устройстве организациям на его использование. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1985, №1, с.80-86.
69. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. М.: Мир, 1979, 600с.
70. Липаев В.В., Колин К.К., Серебровский Л.А. Математическое обеспечивание управляющих ЭВМ. М.: Сов.радио, 1976, 295с.
71. Черкесов Г.Н. Надёжность технических систем с временной избыточностью. М.: Сов.радио, 1974, 295с.
72. Дружин Г.В. Надёжность автоматизированных систем. М.: Энергия, 1977, 536 с.
73. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надёжности. М.: Наука, 1965, 524 с.
74. Голубов-Новожилов Ю.С. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М.: Сов.радио, 1967, 424с.
75. Черкасов Г.Н. Влияние резерва времени на работоспособность восстановления систем. Теория и техника вычислительных устройств.М.: Энергия, 1967, с.131-139.
76. Гаркави А.Л., Гоголевский В.Б., Гребовецкий В.П. Надёжность контролируемых восстанавливаемых устройств с временной избыточностью. Теория надёжности и массовое обслуживание. М.: Наука, 1969, с.108-118.
77. Коваленко И.Н. Исследования по анализу надёжных систем. К.: Наука думка, 1975, 210с.
78. Воронов В.В., Чистяков Ю.В. Аналитические модели выбора технических средств АСУ. М.: Наука, 1976, 355 с.
79. Вайрадян А.С., Коровин А.В., Удалов В.Н. Эффективное функционирование управляющих мультипроцессорных систем. М.: Радио и связь, 1984, 327с.
80. Трахтенгерц Э.Г. Введение в теорию анализа и распараллеливания программ ЭВМ в процессе трансляции. М.: Наука, 1981, 256с.
81. Стойкова Л.С., Шпак В.Д. Об оптимальной продожительности задач, решаемых на ЭВМ, при неполной информации об исходных данных.

Методы исследования операций и теории надёжности в анализе систем. К.: ИК АН УССР, 1979, с.12-19.

82. Соловьев А.Д. Резервирование с быстрым восстановлением. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №1, 1970, 320с.
83. Каган Б.М., Мкртумян И.Б. Основы эксплуатации ЭВМ, М.: Энергоиздат, 1983, 376с.
84. Марьянович Т.П. Обобщение формул Эрланга на случай, когда приборы могут выходить из строя и восстановливаться. Укр. математический журнал, 1960, 12, №3, с.279-286.
85. Марьянович Т.П. Однолинейная система массового обслуживания с ненадёжным прибором. Украинский математический журнал, 1964, 14, №4, с.417-422.
86. Саати Т.Л. Эпементы ТМО и ее приложения. М: Сов. радио, 1971, 520с.
87. Мусаев Э.М., Носирова Т.И. Система с ожиданием в случае возможности выхода прибора из строя и восстановления, Изв. АН. Азерб. СССР. сер. физико-матем. и тех. наук., 1967, №3-4, с.104-109.
88. Ивницкий В.А. О системе обслуживания ненадёжным способом. Автоматика и телемеханика, 1966, №5, с.173-180.
89. Герцбах И.Б., Кординский Х.Б. Модели отказов. Под. ред. Б.В.Гнеденко, М.: Сов.радио, 1966, 166с.
90. Башарин Г.П., Харкевич А.Д., Пнепо Ш.А. Маасовое обслуживание в телефонии. М.: Наука, 1968, 246с.
91. Духовний И.М. Об оптимальных профилактиках в одно линейных системах массового обслуживания с ожиданием. Теория надёжности и массовое обслуживание. М.: Наука, 1969, с.252-257.
92. Якушев Ю.Ф. О плановых профилактиках некоторых систем обслуживания. Автоматика и вычислительная техника, 1968, №2, 350 с.
93. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания, М.: Наука, 1966 243с.
94. Гнеденко Б.В., Даниэлян З.А., Дмитров В.М., Климов Г.П., Матвеев В.Ф. Приоритетные системы обслуживания. М.: МГУ, 1973, 477с.
95. Сильвестров Д.С. Полумарковские процесси с дискретным множеством состояний. М.: Сов.радио, 1980, 269с.
96. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. лекции по теории массового обслуживания. КВНРТУ, Киев, 1963, 232с.
97. Башарин Г.П., Банберг М.А., Черкасов Б.И. Анализ производительности ненадёжных сблокированных АЛ с профилактиками. Методы теории телеграфика в системах распеделения информации. М.: Наука, 1975, 11-15с.
98. Башарин Г.П. К теории производительности ненадйжных двухучастковых автоматических линий с гибкой связью. Теория массового обслуживания, изд. МГУ, 1976, т.2, с.8-21.
99. Вишневский В.М., Ребореович Б.И., Тимохова Т.А. Анализ вариантов организации многомашинных вычислительных центров в

автоматизированных системах массового обслуживания с учётом надёжности. Автоматика и таламеханика, 1977, №9, с.169-175.

100. Гнеденко Б.В.,Соловьев А.Д. Одна общая модель резервирования с восстановлением. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1974, №6, с.113-119.

101. Рожков Л.И. Контроль и коммуникация оборудования в системах данных. М.: Сов.радио, 1979, 240с.

102. Липаев В.В., Яшков С.Ф. Эффективность методов организации вычислительного процесса в АСУ. М.: Статистика, 1975, 253с.

103. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. М.: Сов.радио, 1973, 439с.

104. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. Киев: Наука думка, 1976, 184с.

105. Королюк В.С., Турбин А.Ф.Фазовое укрепление сложных систем. Киев.

106. Кульба В.В., Цвиркун А.Д. Некоторые задачи оптимального резервирования информационных массивов. Автоматика и телемеханика, 1971, №6, с.92-98.

107. Стойкова Л.С. Выбор оптимального периода запоминания информации в системах с отказами двух типов. Электронная техника, 1981, 41, с.39-40.

108. D.C.Kendall. Stochastic processes occurring in the theory of quens and their analysis by the method of the embedded Markovian chain. Math. Statistic 24, 1953, pp.338-354.

109. Коваленко К.А., Ласнивский В.Л., Прохоров А.Г. К вопросу повышения надёжности функционирования иногомашинных вычислительных комплексов с использованием аппаратурных средств программно-логических методов. Автоматика и телемеханика, 1997, №3, с.226-233.

110. Микадзе И.С., Намчевадзе Ц.В., Гобиани И.Р. Анализ надежности периодически и непрерывно контролируемой системы обслуживания с временной избыточностью. Georgian Engineering Mews, 2007, 4, с.93-97.

111. Микадзе И.С. Система обслуживания с ненадёжными обслуживающими приборами, Кибернетика, 1989, №3, с.102-109.

112. მიქაძე ი.ს., ნამჩევაძე ც.ვ. ორმანქანიანი გამოთვლითი სისტემის მიერ დავალების შესრულების შესაძლებლობის საკითხებისათვის მისი საიმედოობის გათვალისწინებით. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ქუთაისის სამეცნიერო ცენტრის შრომები, 2006, 16, 94-98.

113. მიქაძე ი.ს., ნამჩევაძე ც.ვ.კონტროლირებადი სისტემის საიმედოობის საკითხი, ქსტუ-ის სამეცნიერო შრომები, 2006, 1(17), 132-136.

114. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. М.: Наука, 1971, 208с.

115. Ушаков И.А. Справочник по расчёту надёжности аппаратуры радиотехники и автоматики. М.: Советское радио, 1975, 70 с.

116. Mikadze I.S., Khurodze R., Khocholava V. On one queuing system with unreliable service system. International scientific journal “Problem of applied mechanics”, 2003, №(12), 9-18.

117. Микадзе И.С., Хочолава В.В. Об одной модели системы массового обслуживания. Труды ТГУ, 2002, 7(446), 205-207.

118. Микадзе И.С., Хочолава В.В. Система массового обслуживания с резервированием, GEN, 2002, №4, 38-41.

119. Селетков С.Н., Морозов Е.А. Копирование и восстановление баз данных. Вопросы радиоэлектроники, 1984, 12, с.129-136.

120. Aviziens A.A. IEEE TRANS, 1980, V, №11, 200p.

121. Kant K.A. Model for error recovery with global check pointing. Sciences, 1985, V, №30, p.p.225-239.

122. Микадзе И.С., Арабули Н.В., Эдиаури Л.Ш. Компьютер с аппаратурным контролем в конце передачи пакета. Georgian Engineering Mews, 2005, №2, 104-106.

123. მიქაძე ი.ს., ნამჩევაძე ც.ვ. ეგმ-ის მზადყოფნის კოეფიციენტის განსაზღვრა. ქსტუ-ს სამეცნიერო შრომები, 2006, 1(17), 137-140.